Capitolo 8. UNA RELAZIONE ANALITICA ORIGINALE PER LA STIMA DELLA RESISTENZA DELLE VOLTE

8.1 – Metodi analitici per la verifica della stabilità delle camere

I metodi analitici disponibili in letteratura per la stima della sicurezza delle volte delle camere di sistemi di cavità si suddividono in due gruppi:

- metodi che trattano la volta come una trave attraverso la teoria del solido monodimensionale elastico lineare;
- metodi che trattano la volta come un insieme di uno o più blocchi rigido-plastici attraverso il metodo dell'Equilibrio limite.

Ciascun metodo fornisce una stima della resistenza nei confronti degli SLU locali (prima fessurazione in chiave per trazione) e globali (collasso per ribaltamento, scorrimento o schiacciamento).

Un elenco sintetico dei principali metodi disponibili in letteratura è riportato nella tabella 8.1.

8.2 – Una formulazione originale basata sulla teoria della trave elastica

Si ipotizza che la volta della camera possa essere assimilata ad una trave elastica, e che i pilastri che la sostengono, possano essere modellati da una distribuzione di appoggi elastici discreti ed indipendenti(molle).

L'appoggio elastico sarà caratterizzato da una costante elastica K.

La schematizzazione del problema è rappresentata in figura 8.1

La *trave* è caratterizzata dai seguenti parametri:

- lunghezza $L+2b$
- spessore t
- modulo elastico E
- coefficiente di Poisson υ

I parametri caratterizzanti l'*appoggio* sono, invece, i seguenti:

- lunghezza b
- costante elastica k

Si possono individuare due assi di simmetria che consentono di semplificare il problema inserendo due doppi pendoli a metà appoggio e a metà trave, come si può vedere in figura 8.2.

Si definiscono due tratti della trave (fig. 8.3), la porzione di sinistra (in rosso) ha come estremi il doppio pendolo di sinistra ($z_s = -b/2$) e la fine del pilastro, la porzione di destra (in nero) inizia dove termina la porzione di sinistra e finisce a metà volta ($z_d = L/2$) dove è presente l'altro doppio pendolo.

Tab. 8.1. Sintesi dei principali metodi disponibili in letteratura per la stima della resistenza delle volte.

<table>
<tr><th rowspan="2">APPROCCIO</th><th colspan="5">FAILURE MODES</th></tr>
<tr><th colspan="3">SNAP THROUGH</th><th>CRUSHING</th><th>SLIDING</th></tr>
<tr><td rowspan="5">MODELLO
TRAVE
(BM)</td><td colspan="2">Vincolo al pilastro</td><td rowspan="2">Vincolo laterale della trave</td><td rowspan="5"></td><td rowspan="5"></td></tr>
<tr><td>elastico</td><td>fisso</td></tr>
<tr><td>Modello con pilastro di dimensione finita
Primo snerv. (1L)
Piena plasticiz. (2L)</td><td>Federico & Screpanti
SLU_L
(3L)</td><td>Doppio pendolo</td></tr>
<tr><td>Modello con pilastro puntuale centrale
(6L)</td><td>Whittaker & Reddish (dominio L)
(4L)</td><td>Incastro</td></tr>
<tr><td></td><td>Schema appoggio-appoggio
(5L)</td><td>Appoggio</td></tr>
<tr><td colspan="6"></td></tr>
<tr><td rowspan="5">EQUILIBRIO
LIMITE
(LE)</td><td colspan="2">Ipotesi sulla distribuzione delle tensioni orizzontali nell'arco, in mezzeria ed a filo del pilastro</td><td rowspan="2">Ipotesi sullo spessore delle zone compresse (S_A a filo del pilastro, S_M in mezzeria dell'arco)</td><td rowspan="5">Sofianos
(9G)</td><td rowspan="5">Federico & Screpanti (mecc. 1)
(7G)
Sofianos
(10G)</td></tr>
<tr><td>triangolare</td><td>uniforme (sezioni completamente plasticizzate)</td></tr>
<tr><td>Diederichs & Kaiser (senza ΔL, senza taglio)
N=0,75
(1G)

Diederichs & Kaiser (senza ΔL, con taglio)
N=f(c'/q)
(2G)

Diederichs & Kaiser (con ΔL, senza taglio)
(3G)

Sofianos (con ΔL, senza taglio)
(8G)</td><td>Evangelista
(4G)

Federico & Screpanti (metodo semplificato)
(6G)</td><td>$S_A = S_M$</td></tr>
<tr><td></td><td>Federico & Screpanti (mecc. 2)
(5G)</td><td>$S_A \neq S_M$</td></tr>
</table>

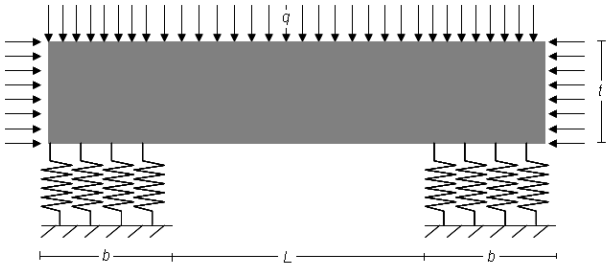


Fig. 8.1. Schema di trave su appoggi elastici caricata uniformemente.

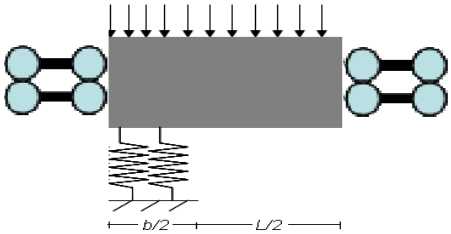


Fig. 8.2. Schematizzazione semplificata della trave su due appoggi

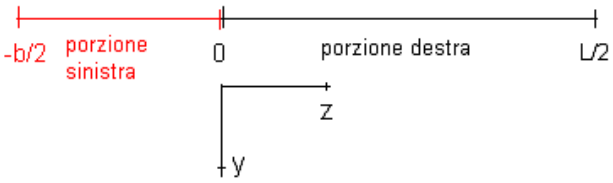


Fig. 8.3. Sistema di riferimento adottato

La linea elastica della *porzione di sinistra* è governata da questa equazione differenziale:

$$y_s^{IV} + \frac{k \cdot (1-\upsilon^2) \cdot y_s}{EI} = \frac{q \cdot (1-\upsilon^2)}{EI} \tag{8.1}$$

Essa ha come soluzione la seguente:

$$y_s(z) = e^{\beta \cdot z} \cdot (A \cdot \cos(\beta \cdot z) + B \cdot \sin(\beta \cdot z)) + e^{-\beta \cdot z} \cdot (C \cdot \cos(\beta \cdot z) + D \cdot \sin(\beta \cdot z)) + \frac{q}{k} \tag{8.2}$$

con: $\beta = \sqrt[4]{\frac{k \cdot (1-\upsilon^2)}{4 \cdot EI}}$

Sono presenti qui 4 incognite: *A,B,C,D*.

La linea elastica della *porzione di destra* è, invece, governata dalla seguente relazione:

$$y_d^{IV} = \frac{q \cdot (1-\upsilon^2)}{EI} \tag{8.3}$$

In questo caso la soluzione completa è ben nota e ha la seguente forma:

$$y_d(z) = S + F \cdot z + G \cdot z^2 + H \cdot z^3 + \alpha \cdot z^4 \tag{8.4}$$

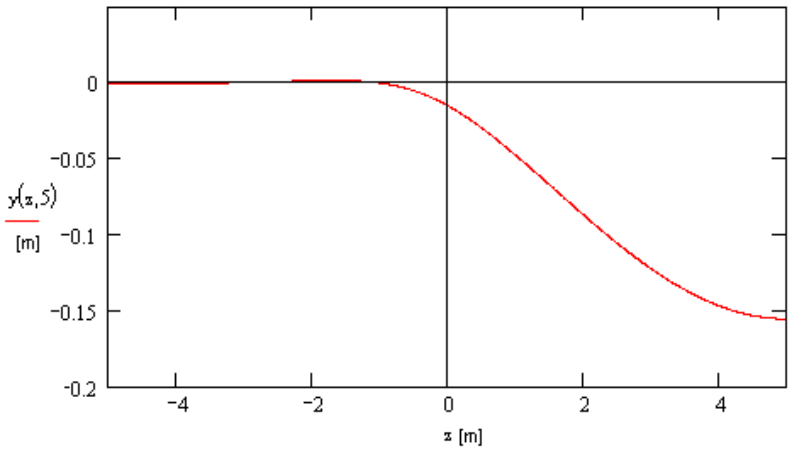


Fig. 8.4. Spostamenti verticali in metri di una trave su due appoggi elastici per effetto di un carico q = 170 KN/m, l'asse z = 0 delimita la fine del pilastro (sinistra) e l'inizio della volta (destra). Si è assunto che il pilastro è pari a 10 m, la volta è lunga 10 m e la costante elastica è pari a k = 300000 KPa.

con $\alpha = \frac{1}{24} \cdot \frac{q \cdot (1-\upsilon^2)}{EI}$

Sono presenti, quindi, 4 ulteriori incognite: S,F,G,H .

Affinché il problema è risolvibile sono perciò necessarie 8 condizioni dettate dalla condizioni al contorno (i due doppi pendoli) e dalla continuità della trave:

Porzione di sinistra:

1) in $z = 0$ il taglio deve essere nullo quindi $\boldsymbol{y^{III} = 0}$

2) in $z = 0$ è impedita la rotazione quindi $\boldsymbol{y^{I} = 0}$

Tra la porzione di sinistra e quella di destra ($z = 0$) ci deve essere continuità:

1) della trave: $\boldsymbol{y_s = y_d}$

2) della rotazione: $\boldsymbol{y^I_s = y^I_d}$

3) del momento: $\boldsymbol{y^{II}_s = y^{II}_d}$

4) del taglio: $\boldsymbol{y^{III}_s = y^{III}_d}$

Porzione di destra:

1 in $z = L/2$ il taglio deve essere nullo quindi $\boldsymbol{y^{III} = 0}$

2) in $z = L/2$ è impedita la rotazione quindi $\boldsymbol{y^{I} = 0}$

Il problema ammette un'unica soluzione (Fig. 8.4).

Come si può notare, per buona parte del pilastro non si hanno abbassamenti sostanziali, i quali iniziano ad essere evidenti approssimandosi alla fine del pilastro e risultano massimi, come ci si aspettava, sulla mezzeria della volta.

A partire dalle equazioni delle linee elastiche si possono ottenere le equazioni del taglio e del momento e, in corrispondenza dell'appoggio, anche la reazione *ky* del pilastro:

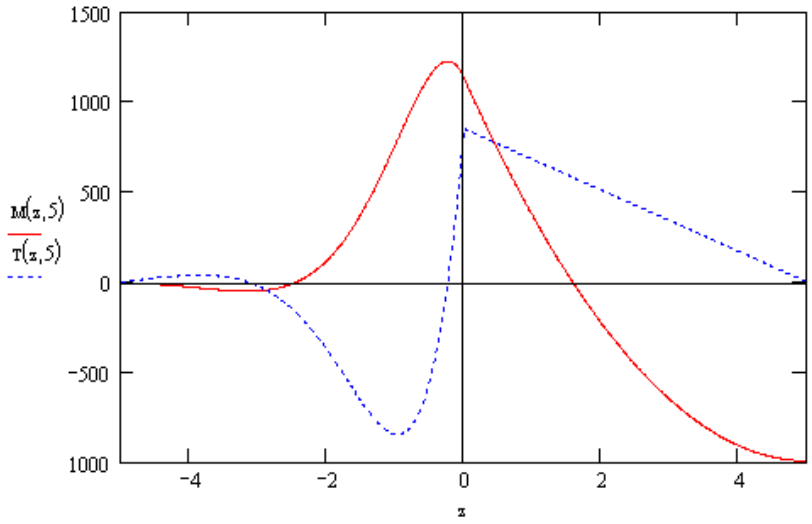


Fig. 8.5. Diagramma del taglio (in blu) e del momento (in rosso) di una trave su due appoggi elastici, l'asse z = 0 delimita la fine del pilastro (sinistra) e l'inizio della volta (destra). Si è assunto che il pilastro è pari a 10 m, la volta è lunga 10 m, il carico è pari a q = 170 KN/m, la costante elastica è pari a k = 300000 KPa. Il taglio è espresso in KN, il momento in KN m.

$$M(z) = -Do\cdot\frac{d^2}{dz^2}y(z) \qquad T(z) = Do\cdot\frac{d^3}{dz^3}y(z)$$

con $$Do = \frac{EI}{(1-\upsilon^2)}$$

In figura 8.5 è riportato l'andamento del taglio e del momento nel caso di appoggio e trave di lunghezza uguale e pari a dieci metri, carico uniforme pari al peso del materiale sovrastante ($\gamma = 17\ KN/m$, $h = 10\ m$) e costante elastica è pari a $k = 300\ MPa$.

In questo caso, in $z = 0$ termina l'appoggio e inizia la volta; in tale sezione si può notare che il momento non è massimo, esso è massimo infatti all'interno dell'appoggio, in una sezione dove però il taglio è nullo, si è pensato quindi, in prima analisi, che la sezione critica, al fine dello studio del collasso della struttura, sia proprio quella in $z = 0$ dove il taglio è massimo ed il momento ha un valore considerevole.

Il valore del momento in $z = 0$ è strettamente legato alla scelta di k (fig. 8.6). Per $k \rightarrow \infty$, il valore del momento in $z = 0$ tende al valore $M(0) = q\ L^2/12$ mentre $M(L/2) = q\ L^2/24$; questi valori sono quelli di trave incastrata. Per $k \rightarrow 0$, il diagramma del momento tende a quello di trave incernierata, con momento massimo in mezzeria, pari a $M(L/2) = q\ L^2/8$. Il diagramma del momento trasla al variare di k (fig. 8.7), mantenendo la stessa curvatura.

La costante elastica che caratterizza i pilastri influenza significativamente il valore del momento massimo agente sulla volta, e la sezione su cui esso è applicato. Il momento massimo può trovarsi a filo del pilastro o in mezzeria a seconda della "scelta" di k.

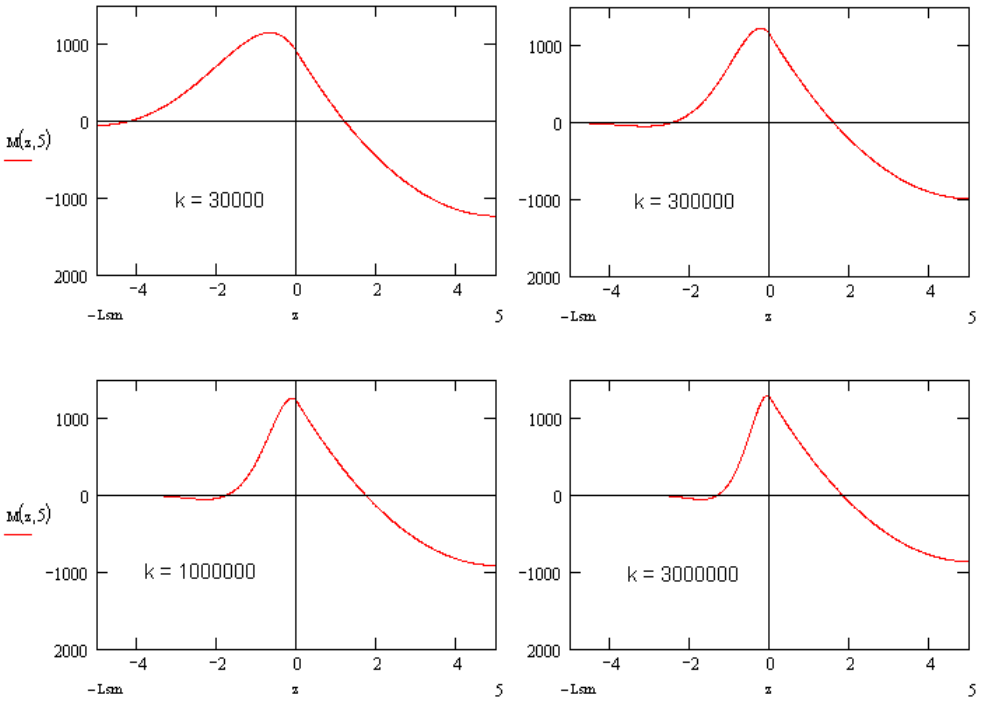


Fig. 8.6. Diagramma del momento di una trave su due appoggi elastici per diversi valori della costante elastica k [KPa], l'asse z = 0 delimita la fine del pilastro (sinistra) e l'inizio della volta (destra). Si è assunto che il pilastro è pari a 10 m, la volta è lunga 10 m, il carico è pari a q = 170 KN/m. Il momento è espresso in KN m.

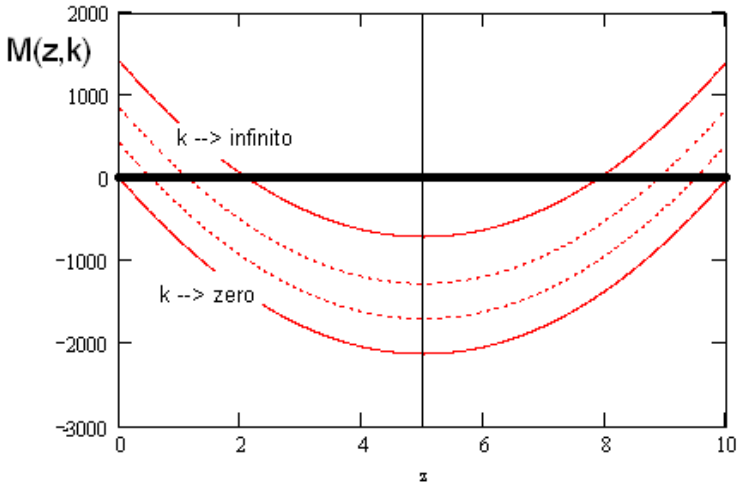


Fig. 8.7. Diagrammi del momento sulla volta facendo variare k da infinito a zero.

Il grafico riportato in figura 8.8 mostra infine l'andamento della reazione *ky* di metà pilastro.

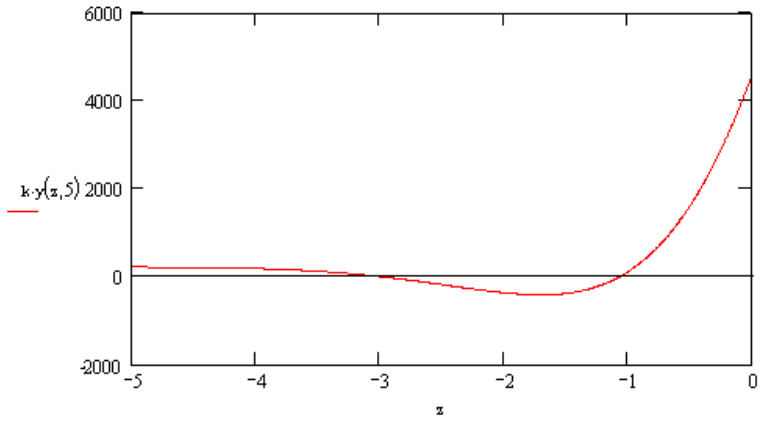


Fig. 8.8. Reazione ky del pilastro in KN/m. Si è assunto che il pilastro è pari a 10 m, la volta è lunga 10 m, il carico è pari a q = 170 KN/m, la costante elastica è pari a k = 300000 KPa.

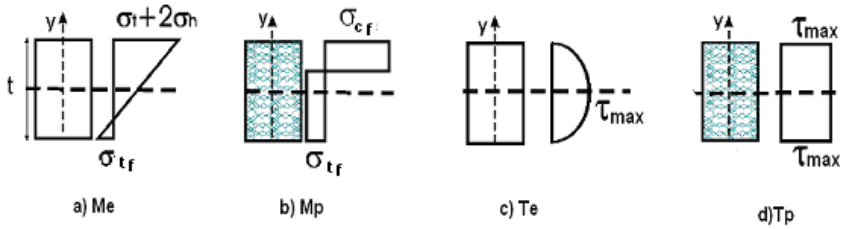


Fig. 8.9. Stato tensionale di una sezione in presso-flessione e sottoposta a sforzi di taglio: a) Ultima fase elastica di una sezione in presso-flessione con il raggiungimento della σ_{cf} nel lembo teso o della σ_{tf} nel lembo teso; b) plasticizzazione completa della sezione; c) ultima fase elastica di una sezione sottoposta a taglio, con il raggiungimento della τ_{max} in un solo punto della sezione; d) totale plasticizzazione a taglio della sezione.

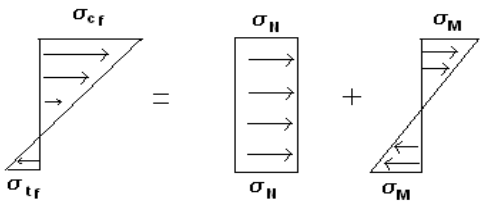


Fig. 8.10. Scomposizione del diagramma degli sforzi di una sezione in presso-flessione per il calcolo del momento di snervamento

La rottura, nel modello proposto, corrisponde alla completa plasticizzazione per taglio o momento della sezione maggiormente sollecitata.

In figura 8.9 sono rappresentati i casi di primo raggiungimento della tensione massima di trazione σ_{cf} nel lembo teso (per il momento *Me*, fig. 8.9a) di taglio pari a τ_{max} a metà sezione (per il taglio *Te*, fig. 8.9c).

Sono anche rappresentati i casi di completa plasticizzazione per momento *Mp* (fig. 9.9b) e taglio *Tp* (fig. 5.9d).

Per il calcolo di ***Me*** si è scomposto il diagramma degli sforzi (figura 8.9a) nella somma del diagramma rettangolare dovuto allo sforzo normale *N* e quello a farfalla dovuto al carico (figura 8.10).

Dalla geometria risulta quindi che:

$$\begin{aligned} M &= \sigma_M \cdot \frac{t^2}{6} \\ N &= \sigma_N \cdot t \end{aligned} \tag{8.5}$$

Si impone che siano verificate le seguenti espressioni:

$$\begin{aligned} \sigma_N + \sigma_M &= \sigma_{cf} \\ \sigma_N - \sigma_M &= \sigma_{tf} \end{aligned} \tag{8.6}$$

La tensione orizzontale σ_N è posta pari alla tensione orizzontale efficace litostatica, la resistenza a compressione σ_{cf} e la resistenza a trazione σ_{tf} possono essere riferite al criterio di rottura Mohr-Coulomb e legate secondo le relazioni di Rankine ai parametri meccanici *c'* e *φ'* :

$$\begin{aligned} \sigma_N &= K_0 \cdot q \\ \sigma_{cf} &= 2 \cdot c' \cdot \sqrt{k_p} \\ \sigma_{tf} &= 2 \cdot c' \cdot \sqrt{k_a} \end{aligned} \tag{8.7}$$

con k_0 posto pari a *0.5* e k_a e k_p coefficienti di Rankine legati all'angolo di attrito *φ'*.

Sostituendo le espressioni 8.5 e 8.7 nelle 8.6, si ottengono due espressioni del momento di snervamento, dovuto al raggiungimento della resistenza massima a compressione e a trazione:

$$\begin{aligned} M_e^c &= \frac{2 \cdot c' \cdot \sqrt{k_p} - 0.5 \cdot q \cdot t}{6} \cdot t^2 \\ M_e^t &= \frac{2 \cdot c' \cdot \sqrt{k_a} + 0.5 \cdot q \cdot t}{6} \cdot t^2 \end{aligned} \tag{8.8}$$

Il momento di snervamento *Me* della sezione è definito come il minore tra i due delle espressioni 8.8.

Per il calcolo del momento di plasticizzazione ***Mp***, si sono scritte le equazioni di equilibrio (8.9), dove x_c è la coordinata dell'asse neutro a partire dal lembo superiore.

$$\begin{aligned} N &= \sigma_{cf} \cdot x_c - \sigma_{tf} \cdot (t - x_c) \\ M &= \sigma_{cf} \cdot \frac{x_c^2}{2} + \sigma_{tf} \cdot \frac{(t - x_c)^2}{2} - N\left(\frac{t}{2} - x_c\right) \end{aligned} \tag{8.9}$$

Si ottiene l'espressione del momento di plasticizzazione *Mp* della sezione in esame:

$$M_p = \frac{\sigma_{tf} \cdot \sigma_{cf} + \sigma_{cf} \cdot \sigma_N - \sigma_n^2 - \sigma_{tf} \cdot \sigma_N}{\sigma_{tf} + \sigma_{cf}} \cdot \frac{t^2}{2} \tag{8.10}$$

Sostituendo le 8.7 nella 8.10, si ottiene l'espressione in funzione dei parametri meccanici *c'* e *φ'*.

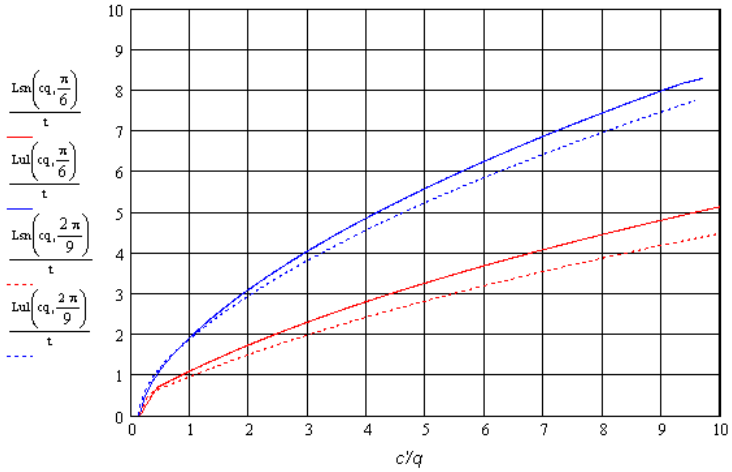


Fig. 8.11. L/t vs c'/q, in blu i rapporti L/t a snervamento, in rosso quelli ultimi, per φ'=30° (linea continua) e φ'=40° (linea tratteggiata). Si è assunta k=300000 KPa.

Per il taglio di snervamento ***Te*** si è utilizzata la formula di Jourasky assumendo quindi una distribuzione degli sforzi di taglio parabolica all'interno della sezione:

$$T_e = \frac{2}{3} \cdot \tau_{\max} \cdot t \tag{8.11}$$

con $$\tau_{\max} = \sigma_N \cdot \tan(\varphi') + c' \tag{8.12}$$

La completa plasticizzazione a taglio avviene quando tutta la sezione si trova alla τ_{max} , l'espressione del taglio di plasticizzazione ***Tp*** risulta essere semplicemente la seguente:

$$T_p = \tau_{max} \bullet t \tag{8.13}$$

Si ottengono, in definitiva, le soluzioni corrispondenti al caso di prima plasticizzazione (SLU_L) $\frac{Lsn}{t}\left(\frac{c'}{q}, \varphi'\right)$ e rottura (SLU_G) $\frac{Lul}{t}\left(\frac{c'}{q}, \varphi'\right)$ al variare dei parametri meccanici *c'* e *φ'*, del carico *q,* e di *k.*

Si ottengono quindi i valori del rapporto *L/t* per i quali la volta è stabile (*L/t<Lsn/t*), in potenziale rottura (*Lul/t<L/t< Lsn/t*) oppure a rottura (*L/t=Lul/t*). In figura 8.11 è riportato a titolo di esempio un caso con *k=300 MPa* e *φ'= 30°* e *40°*.

L'influenza della costante elastica *k* su queste curve, è mostrata in figura 8.12. Al crescere della costante *k* le volte sono più stabili, perché diminuisce il momento in mezzeria.

8.3 – Una formulazione originale basata sul Metodo dell'Equilibrio Limite

La progressione delle lesioni modifica la distribuzione delle tensioni nella volta; nel caso di distacco di materiale si modifica, inoltre, la geometria della volta, che tende ad assumere un profilo ad arco; il campo di tensioni (prevalentemente di compressione e taglio) interessa marcatamente alcune porzioni della volta (Evangelista *et al.*, 2002).

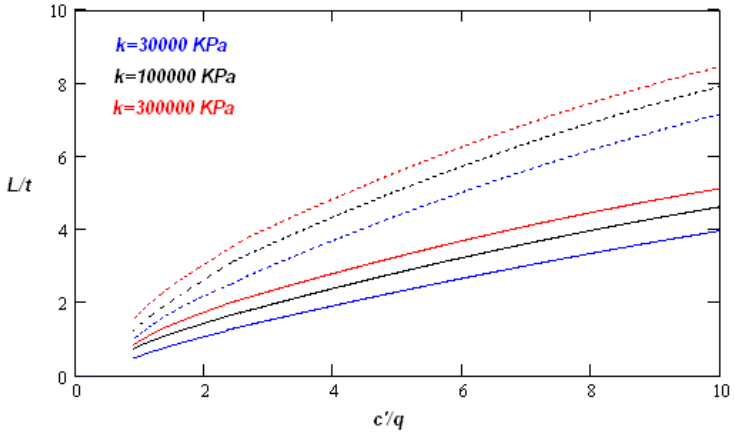


Fig. 8.12. L/t vs c'/q (cq), in linea continua i rapporti L/t a snervamento, in tratteggiato quelli ultimi con φ'=30°. In blu si è assunto k=30000 Kpa, in nero k=100000 Kpa e in rosso k=300000 Kpa.

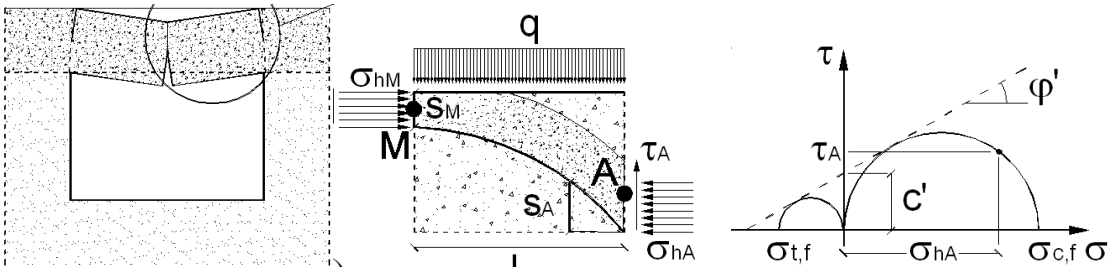


Fig. 8.13. SLU_G - Cinematismo di collasso, sollecitazioni agenti e criterio di rottura.

La sicurezza rispetto agli SLU_G può essere stimata analizzando l'equilibrio della volta sottoposta ad un campo di tensioni equilibrato con i carichi esterni (Fig. 8.13), che non violi il criterio di rottura.

I carichi agenti (pressione verticale uniforme q) sono costituiti dal peso proprio ($q_{p.p.}$) e, convenzionalmente e cautelativamente, dal peso del terreno di ricoprimento ($q_{p.r.}$).

Le resistenze $\sigma_{c,f}$ e $\sigma_{t,f}$ possono essere riferite al criterio di rottura di Mohr-Coulomb (Fig. 8.13), frequentemente adottato per questo tipo di materiali (Pellegrino A., 1968): $\tau_f = c' + \sigma\ tg\ \varphi'$, con τ_f resistenza a taglio, c' coesione efficace del materiale, φ' angolo di resistenza al taglio, σ tensione normale efficace sul piano di applicazione della τ_f. Valgono le relazioni:

$$\begin{cases} \sigma_{c,f} = 2 \cdot c' \cdot \sqrt{k_p} \\ \left|\sigma_{t,f}\right| = 2 \cdot c' \cdot \sqrt{k_a} \end{cases} \tag{8.14}$$

con k_a, k_p coefficienti di Rankine. Poiché $k_a = 1 / k_p$, risulta $\sigma_{c,f} = k_p\ |\sigma_{t,f}|$. Si osservi che, per fissato c', all'aumentare di φ', $\sigma_{t,f}$ aumenta mentre $\sigma_{c,f}$ diminuisce.

Si consideri lo schema bidimensionale di una singola camera rettangolare, con volta costituita di uno strato di tufo di spessore t, sottoposta alla pressione uniforme verticale

q. Per l'equilibrio in direzione verticale, la forza applicata ($qL/2$) è bilanciata dal taglio al filo del pilastro (per simmetria, il taglio è nullo in mezzeria).

Si considerano due meccanismi di SLU_G: volta assimilata ad un blocco integro di larghezza $L^{(1)}_{SLU,G}$ (*meccanismo 1*, cinematismo per scorrimento verticale) ovvero suddivisa in due blocchi di larghezza $L^{(2)}_{SLU,G}$ / 2 (*meccanismo 2*, cinematismo per rotazione, Fig. 8.13).

Meccanismo 1 – Dall'equilibrio in direzione verticale:

$$q \cdot \frac{L}{2} = \tau \cdot t \tag{8.15}$$

La tensione tangenziale a rottura è pari a $c' + \sigma_h \tan \varphi'$ con σ_h pressione orizzontale ortogonale al filo dei pilastri. Se, per semplicità, σ_h si assume pari alla tensione orizzontale efficace litostatica ($k_0 \sigma_v$), si ricava la massima lunghezza $L^{(1)}_{SLU,G}$:

$$\frac{L^{(1)}_{SLU,G}}{t} = 2 \cdot \left(k_0 \cdot \tan \varphi' + \frac{c'}{q} \right) \tag{8.16}$$

Meccanismo 2 - Le lesioni di trazione delimitano due blocchi identici che trasmettono, lungo la superficie di interazione (mezzeria della volta) e al filo del pilastro, rispettivamente di estensioni incognite s_M e s_A, minori di t, tensioni uniformi di taglio τ_A ($\tau_M = 0$ per simmetria) e di compressione σ_{hM} e σ_{hA} (Fig. 8.13).

Gli equilibri alle traslazioni orizzontale e verticale e alla rotazione (intorno al punto A) sono descritti dalle seguenti equazioni:

$$\sigma_{hA} \cdot s_A = \sigma_{hM} \cdot s_M \tag{8.17}$$

$$q \cdot L/2 = \tau_A \cdot s_A \tag{8.18}$$

$$q \cdot L^2/8 = \sigma_{hM} \cdot s_M \cdot \left(t - \left(s_A + s_M \right)/2 \right) \tag{8.19}$$

Assumendo che lo stato di tensione nella volta sia monoassiale (Fig. 8.13), in condizione di rottura, il legame fra le componenti di tensione e i parametri meccanici, rispettivamente in mezzeria ed al filo dei pilastri, si riscrive (Fig. 8.13):

$$\sigma^2_{hM} - 2 \cdot \sigma_{hM} \cdot c' \sqrt{k_p} = 0 \tag{8.20}$$

$$\sigma^2_{hA} + \tau^2_A - 2 \cdot \sigma_{hA} \cdot c' \sqrt{k_p} = 0 \tag{8.21}$$

Il sistema delle (8.17), (8.18), (8.19), (8.20) e (8.21) fornisce lunghezze L, equilibrate e compatibili con il criterio di rottura in mezzeria e al filo del pilastro. Se ne ricerca il valore massimo, in corrispondenza di una coppia unica di estensioni (s_M^*, s_A^*), delle porzioni reagenti, ponendo:

$$\frac{\partial L(s_A)}{\partial s_A} = 0 \tag{8.22}$$

Si ricavano così le sei incognite del problema corrispondenti alla massima lunghezza $L^{(2)}_{SLU,G}$ della volta, (SLU_G per ribaltamento):

$$\begin{cases} L^{(2)}_{SLU,G} = t\cdot(2-P)/\sqrt{P} \\ s^{*}_{A} = t\cdot(1+P)/2 \\ s^{*}_{M} = t/2 \\ \sigma_{hA} = \sigma_{c,f}/(1+P) \\ \sigma_{hM} = \sigma_{c,f} \\ \tau_{A} = \sigma_{c,f}\cdot\sqrt{P}/(1+P) \end{cases} \qquad (8.23)$$

con $P = 2q/(q + \sigma_{c,f})$.

s_A* varia fra $t/2$ (caso limite, $q \rightarrow q_{p.p.}$) e t ($q \rightarrow \sigma_{c,f}$). Valori inferiori a $t/2$ implicano che $L_{SLU,G} < L^{(2)}_{SLU,G}$. s_M^* risulta costante e pari a $t/2$. La soluzione corrispondente all'ipotesi di calcolo $s_M^* = s_A^* = t/4$ (Del Greco O., 1982; Evangelista A. *et al.*, 2002) è rappresentata in fig. 3. Le differenze fra questa soluzione e quella proposta (eq. 8.23) risiedono principalmente nell'indipendenza dall'angolo φ' e si riducono al diminuire del rapporto c'/q.

L'espressioni (8.23) è rappresentata nel piano (L/t), (c'/q), per diversi valori di φ' (Fig. 8.14).

La larghezza della volta a collasso è stata posta pari a $L_{SLU,G} = min\ (L^{(1)}_{SLU,G}, L^{(2)}_{SLU,G})$. Per valori modesti di L/t e c'/q prevale il meccanismo 1; per volte ampie e costituite di materiali con buone caratteristiche meccaniche, il collasso si manifesta invece con il meccanismo 2.

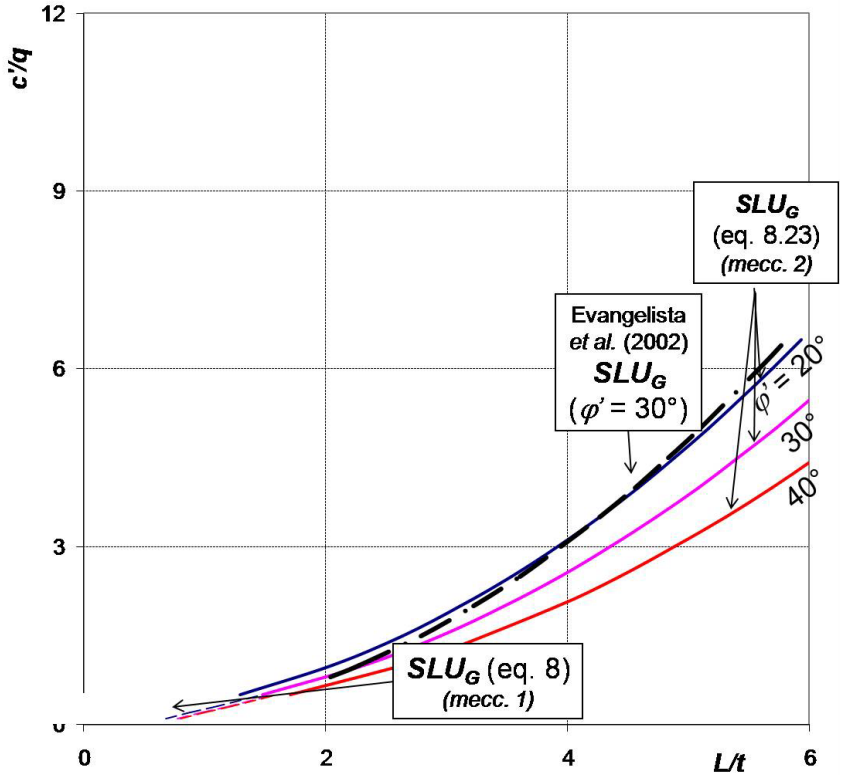


Fig. 8.14. Criteri analitici – SLU_L e SLU_G delle volte (nella (5) è stato posto $b = cost$ = 8 m, t = 3 m; nella (8) si è fissato $k_0 = 1 - \sin\varphi'$). Valori misurati, relativi ad un sistema di cavità dell'area romana.

Il valore discriminante $L^*_{SLU,G}$ per il quale $L^{(1)}_{SLU,G} = L^{(2)}_{SLU,G}$ è determinato risolvendo il sistema delle (8.16) e (8.23). Le curve SLU_L e SLU_G delimitano i campi di valori (L/t, c'/q) per i quali si osservano volte integre e stabili (a sinistra delle curve SLU_L) o danneggiate (tra le curve SLU_L e SLU_G). Le curve SLU_G costituiscono la frontiera delle coppie di valori ammissibili.

Il rapporto c'/q svolge un ruolo significativo sulla lunghezza L_{SLU}, specie con riferimento allo SLU_G. Le variazioni indotte da φ' sono più modeste.

8.4 – Confronto fra le previsioni delle formulazioni analitiche

Di seguito si riporta un confronto fra le due formulazioni analitiche originali proposte ed altre formulazioni disponibili in letteratura. Ci si riferirà, in particolare, a quelle riportate in tabella 8.1.

Il confronto nel piano (L/t) / (c'/q) è riportato nelle figure 8.15 e 8.16.

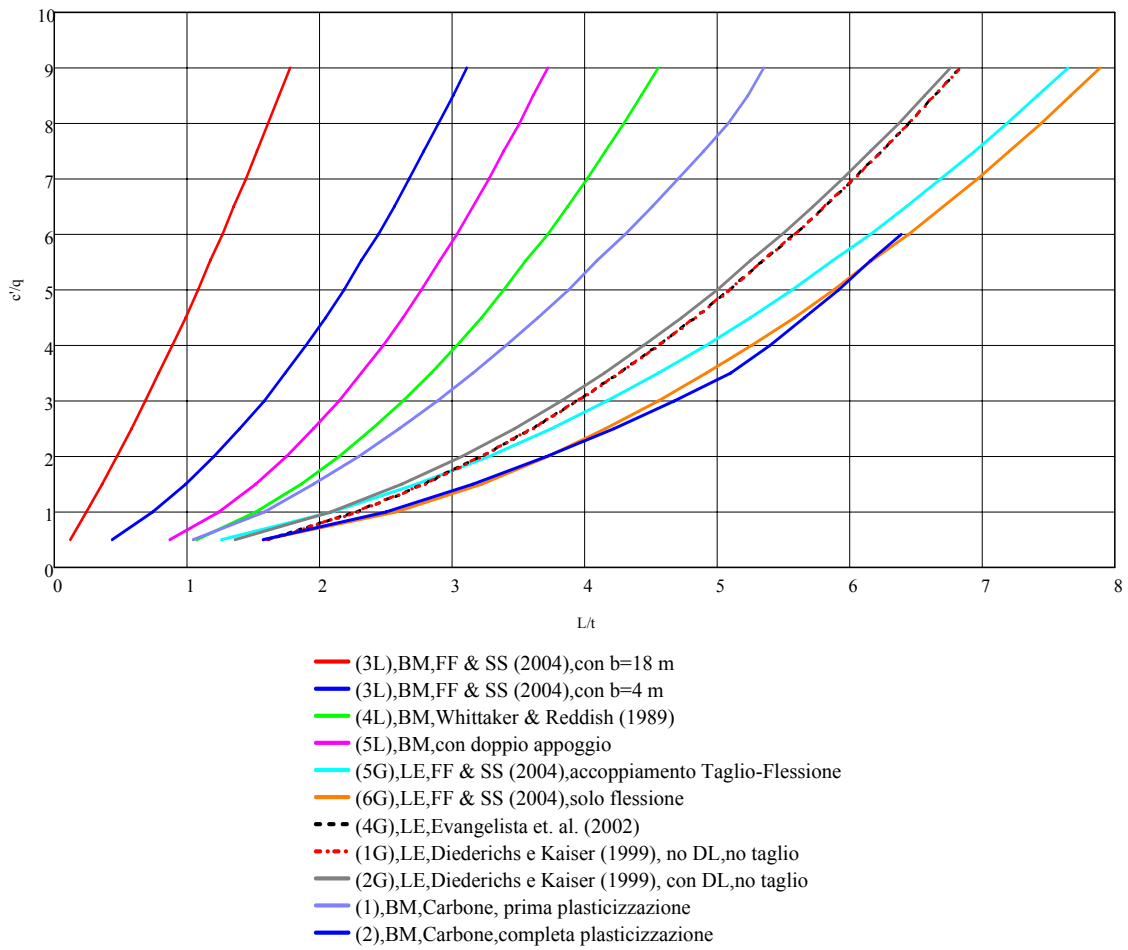
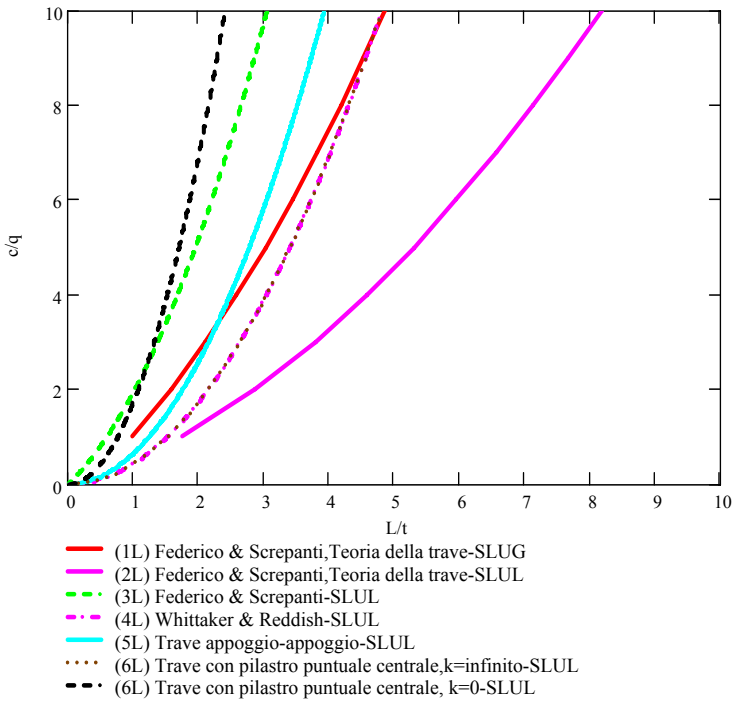


Fig. 8.15. Confronto fra le formulazioni analitiche (a).



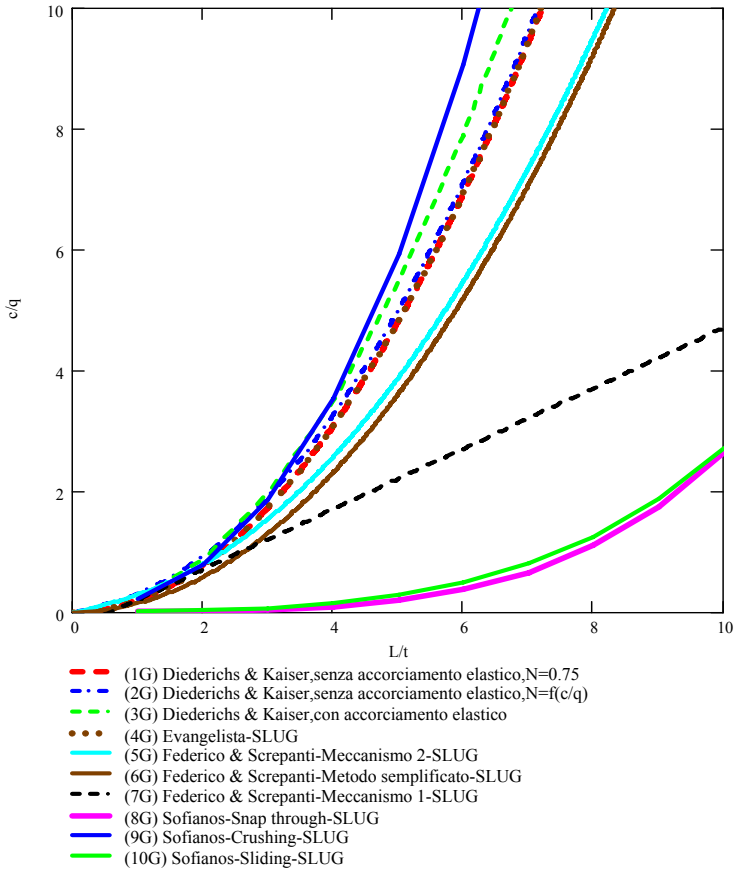


Fig. 8.16. Confronto fra le formulazioni analitiche (b).