

## **CAPITOLO III – ESEMPI NUMERICI E CONFRONTI**

### **1. Introduzione**

In questo Capitolo sono presentati alcuni esempi numerici relativi a verifiche di giunti a semplice e doppia sovrapposizione sollecitati sia a sforzo normale che a taglio e flessione.

Inoltre sono istituiti confronti tra alcuni risultati disponibili in letteratura su sul classico problema della delaminazione di una *double cantilever beam* e quelli ottenibili con la procedura iterativa qui proposta .

## 2. Esempi numerici di verifiche di giunti a semplice e doppia sovrapposizione

In particolare nei paragrafi successivi sono presentati di seguito alcuni esempi numerici di verifiche allo stato limite ultimo dell'interfaccia aderendo/adesivo di giunti a semplice e doppia sovrapposizione sollecitati sia a sforzo normale che a taglio e flessione.

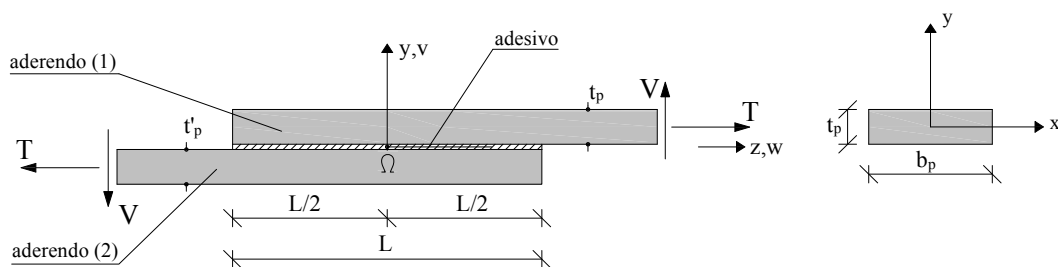
Nelle verifiche sono utilizzati valori dei coefficienti parziali e dei fattori di conversione desunti dal documento tecnico CNR DT-205/2007 [38].

### 2.1. Giunti a semplice sovrapposizione

Si esaminano entrambi i casi di giunto a semplice sovrapposizione simmetrico e non simmetrico.

#### 2.1.1. Giunto simmetrico

La prima delle applicazioni proposte corrisponde al giunto con aderendi di GFRP (*Glass Fiber Reinforced Polymer*) rappresentato in figura 2.1.



**Figura 2.1** – Giunto incollato a semplice sovrapposizione simmetrico.

Si attribuisce ai simboli il significato definito in precedenza. Inoltre, si denotano con  $f$  la resistenza a trazione del composito GFRP nella direzione delle fibre e con  $G_{IO,k}$  e  $G_{II0,k}$ , rispettivamente, l'energia di frattura per modo I e II. In

Tabella 1 sono esposti i valori dei parametri geometrici e meccanici del giunto esaminato.

**Tabella 1** – Parametri geometrici e meccanici.

$b_p$	300.00	mm	$\delta_{e,k}$	$0.170 \cdot 10^{-3}$	mm
$t_p$	10.00	mm	$\delta_{u,k}$	$0.521 \cdot 10^{-1}$	mm
$L$	200.00	mm	$\sigma_{u,k}$	20.00	N/mm <sup>2</sup>
$E_p$	28.00	kN/mm <sup>2</sup>	$G_{IO,k}$	0.520	Nmm/mm <sup>2</sup>
$f_k$	240.00	N/mm <sup>2</sup>	$\alpha_I$	117647.00	N/mm <sup>3</sup>
			$\beta_I$	385.13	N/mm <sup>3</sup>
			$s_{e,k}$	0.00	mm
			$s_{u,k}$	$0.485 \cdot 10^{-1}$	mm
			$\tau_{u,k}$	40.00	N/mm <sup>2</sup>
			$G_{II0,k}$	0.97	Nmm/mm <sup>2</sup>
			$\alpha_{II}$	$\rightarrow \infty$	N/mm <sup>3</sup>
			$\beta_{II}$	824.74	N/mm <sup>3</sup>

Il pedice k, che contrassegna alcuni dei suddetti parametri, sta a denotare che il valore fornito in tabella è da intendersi come caratteristico (percentile 5%).

Si rileva (Figg. 2.2) che il legame costitutivo ipotizzato per l'interfaccia nei riguardi del modo II di frattura è rigido-*softening* (assenza di ramo elastico, Appendice A4); quello ipotizzato nei riguardi del modo I è invece bilineare, caratterizzato cioè da un ramo iniziale elastico lineare, seguito da un successivo ramo *softening*, anch'esso lineare (§1. del Capitolo I).

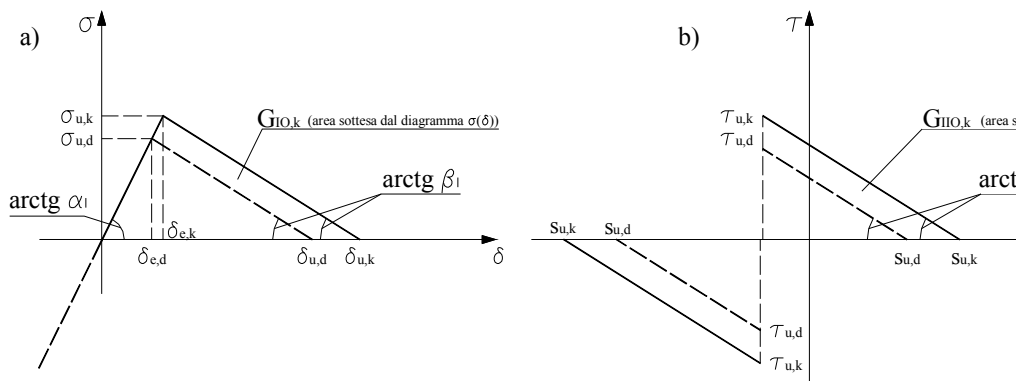


Figura 2.2 – a) Legame di interfaccia per il modo I; b) Legame di interfaccia per il modo II.

Riferendosi ai valori dei coefficienti parziali e dei fattori di conversione suggeriti nel succitato documento CNR n.205, si ricavano i seguenti valori di progetto, sintetizzati in Tabella 2, dove  $\gamma_a = 2$  e  $\gamma_f = 1.43$  sono, rispettivamente, i valori dei coefficienti parziali dell'adesivo e del composito GFRP mentre  $\eta = 1.00$  è il valore del fattore di conversione adottato.

Tabella 2 – Valori di progetto.

$f_d = \eta f_k / \gamma_f$	167.85	N/mm <sup>2</sup>
$G_{IO,d} = \eta G_{IO,k} / \gamma_a$	0.260	Nmm/mm <sup>2</sup>
$G_{II0,d} = \eta G_{II0,k} / \gamma_a$	0.485	Nmm/mm <sup>2</sup>
$\delta_{e,d}$	$0.120 \cdot 10^{-3}$	mm
$\delta_{u,d}$	$0.368 \cdot 10^{-1}$	mm
$\sigma_{u,d}$	14.13	N/mm <sup>2</sup>
$S_{e,d}$	0.00	mm
$S_{u,d}$	$0.343 \cdot 10^{-1}$	mm
$\tau_{u,d}$	28.28	N/mm <sup>2</sup>

In base ai suddetti valori, il valore ultimo di progetto dello sforzo normale,  $T_d^{(a)}$ , sopportabile dai singoli aderendi è pari a:

$$T_d^{(a)} = f_d b_p t_p = 503.49 \text{ kN} . \quad (2.1)$$

Si rileva che la lunghezza del giunto esaminato,  $L = 200 \text{ mm}$ , è maggiore di quella efficace (Appendice A4):

$$L_{\text{eff}} = \pi \sqrt{\frac{E_p t_p}{2 \beta_{II}}} = 40.93 \text{ mm} . \quad (2.2)$$

Conseguentemente, il valore dello sforzo normale sopportabile dall'interfaccia allo stato limite ultimo nei confronti della frattura per modo II, può essere valutato come:

$$T_{u,d} = b_p \sqrt{\frac{E_p t_p}{2 \beta_{II}}} \tau_{u,d} = 110.54 \text{ kN} . \quad (2.3)$$

Dal risultato conseguito, si evince una notevole differenza tra il valore ultimo dello sforzo normale sopportabile dai singoli aderenti non giuntati e quello del giunto, almeno per i valori dei parametri meccanici dell'adesivo presi in considerazione nell'applicazione.

La condizione  $L > L_{\text{eff}}$ , qui verificata e peraltro sempre auspicabile nelle applicazioni tecniche, permette di considerare la lunghezza del giunto nei confronti del modo I di frattura come infinita (Appendice A5).

La compresenza di uno sforzo di taglio comporta una penalizzazione del valore ultimo dello sforzo normale sopportabile dal giunto,  $T_{u,d}$ , per la concorrenza dei due modi di frattura I/II. Di essa si intende tener conto avvalendosi del criterio di frattura di Hutchinson, Suo e Wang (eq. 1.3 del Capitolo I) e della procedura iterativa proposta nel Capitolo I.

Ciò premesso, avendo indicato con  $T_{u,d}^*$  il suddetto valore penalizzato dello sforzo normale e con  $V_d$  il valore di progetto dello sforzo di taglio, nella successiva Tabella 3 sono riportati, per diversi valori del rapporto  $T_{u,d}^*/T_{u,d}$ , i concomitanti valori del rapporto  $V_d/T_{u,d}^*$ .

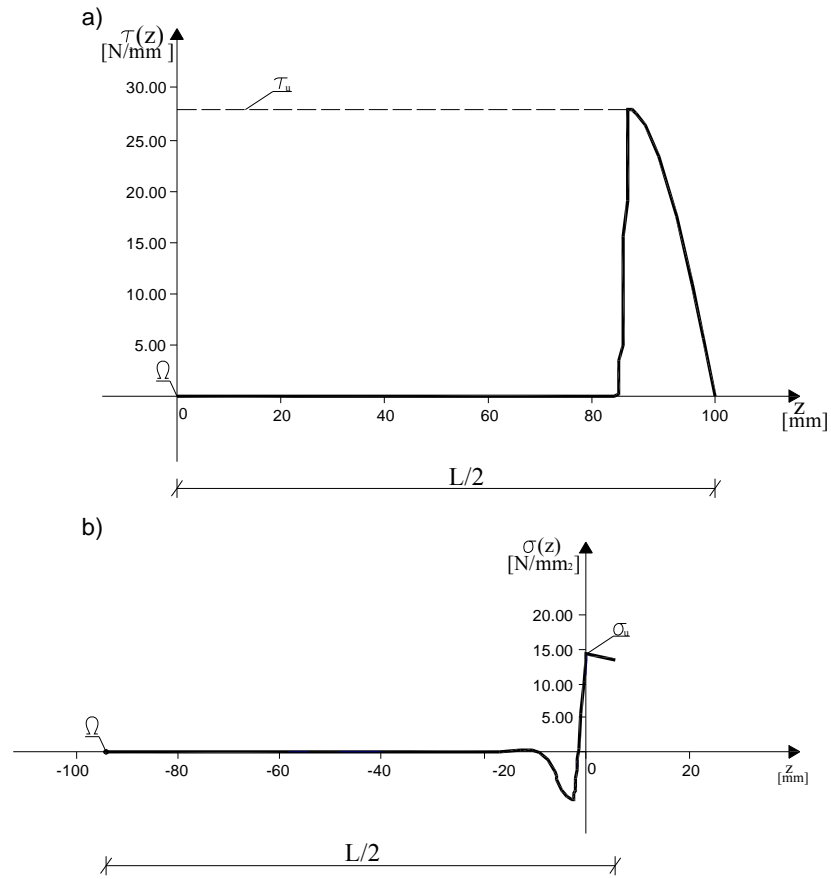
**Tabella 3** – Abaco  $T_{u,d}^*/T_{u,d}$  in funzione di  $V_d/T_{u,d}^*$ .

$T_{u,d}^*/T_{u,d}$	$V_d/T_{u,d}^*$
1.00	0.00
0.95	0.27
0.90	0.34
0.85	0.40

Da essa si evince una penalizzazione del 15% dello sforzo normale ultimo in presenza di una caratteristica tagliante pari al 40% di quella assiale:  $V_d = 0.43 T_{u,d}^*$ .

Tale riduzione è modesta ed è giustificata dalle elevate proprietà meccaniche dell'adesivo. Proprietà meccaniche più modeste potrebbero condurre a penalizzazione più severa: a tal riguardo sono illuminanti i domini ultimi presentati nel §4.3. del Capitolo II.

Nelle figure 2.3a-b sono riportati i diagrammi delle tensioni  $\sigma$  e  $\tau$  lungo il giunto in presenza delle caratteristiche  $T_{u,d}^*$  e  $V_d$ .



**Figura 2.3** – a) Diagramma delle tensioni  $\tau$  a lungo l'interfaccia; b) Diagramma delle tensioni  $\sigma$  lungo l'interfaccia.

### 2.1.2. Giunto non simmetrico

La seconda applicazione proposta corrisponde ad un giunto non simmetrico con aderendi di GFRP, per il quale si rinvia alla rappresentazione di figura 2.1. I competenti valori dei parametri geometrici e meccanici sono riassunti in Tabella 4.

**Tabella 4** – Parametri geometrici e meccanici.

$b_p$	300.00	mm	$\delta_{e,k}$	$0.170 \cdot 10^{-3}$	mm
$t_p$	10.00	mm	$\delta_{u,k}$	$0.521 \cdot 10^{-1}$	mm
$t'_p$	15.00	mm	$\sigma_{u,k}$	20.00	N/mm <sup>2</sup>
L	100.00	mm	$G_{IO,k}$	0.52	Nmm/mm <sup>2</sup>
$E_p$	28.00	kN/mm <sup>2</sup>	$\alpha_I$	117647.00	N/mm <sup>3</sup>
$f_k$	240.00	N/mm <sup>2</sup>	$\beta_I$	385.13	N/mm <sup>3</sup>
			$s_{e,k}$	0.00	mm
			$s_{u,k}$	$0.485 \cdot 10^{-1}$	mm
			$\tau_{u,k}$	40.00	N/mm <sup>2</sup>
			$G_{II0,k}$	0.97	Nmm/mm <sup>2</sup>
			$\alpha_{II}$	$\rightarrow \infty$	N/mm <sup>3</sup>
			$\beta_{II}$	824.74	N/mm <sup>3</sup>

I valori di progetto presi in considerazione sono gli stessi di quelli riportati nella Tabella 2 del paragrafo precedente.

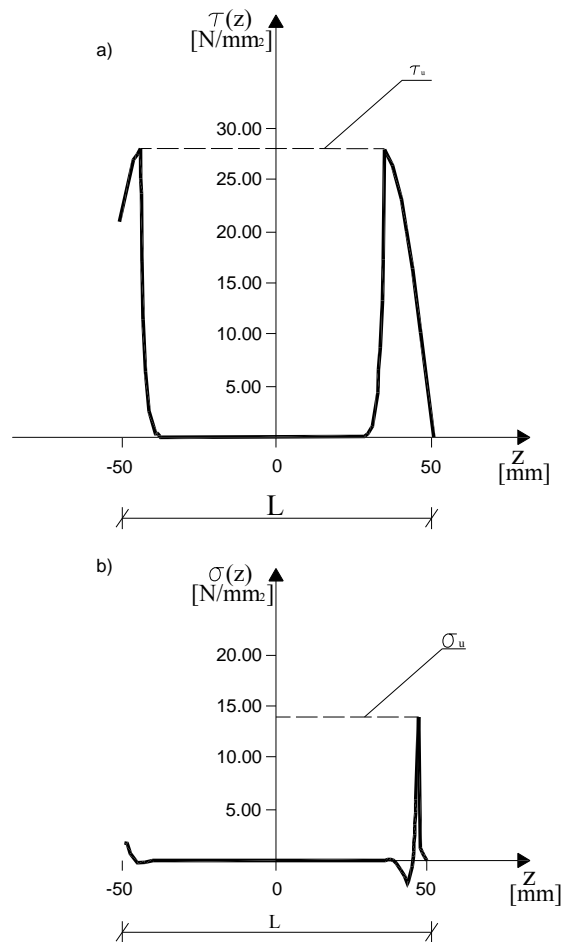
Nella successiva tabella è riportato, per il caso in esame, l'analogo abaco del rapporto  $T_{u,d}^*/T_{u,d}$  in funzione di  $V_d/T_{u,d}^*$ .

**Tabella 5** – Abaco  $T_{u,d}^*/T_{u,d}$  in funzione di  $V_d/T_{u,d}^*$ .

$T_{u,d}^*/T_{u,d}$	$V_d/T_{u,d}^*$
1.00	0.00
0.95	0.13
0.90	0.20
0.85	0.26



Da esso si evince una penalizzazione del 15% dello sforzo normale ultimo in presenza di una caratteristica tagliante pari al 31% di quella assiale:  $V_d = 0.31 T_{u,d}^*$ . Nelle figure 2.4a-b sono rappresentati i diagrammi delle tensioni  $\sigma$  e  $\tau$  mobiliate lungo il giunto per un valore di  $V_d^* = 0.20 T_{u,d}^*$  e di  $T_{u,d}^* = 0.90 T_{u,d}$ .



**Figura 2.4** – a) Diagramma delle tensioni  $\tau$  a carico dell'interfaccia; b) Diagramma delle tensioni  $\sigma$  a carico dell'interfaccia.

## **2.2. Giunti a doppia sovrapposizione**

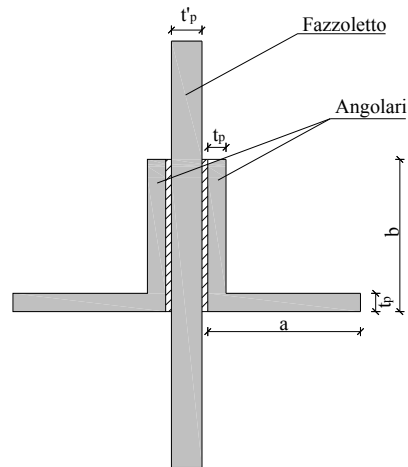
Le due successive applicazioni di seguito riportate riguardano il problema di equilibrio di un nodo di una travatura reticolare realizzata con profili di FRP. Il nodo è costituito da un fazzoletto sul quale sono solidarizzati mediante incollaggio una coppia di angolari uguali, costituenti l'asta di parete. In un caso gli angolari sono a lati uguali; nell'altro, a lati diseguali. Fazzoletto ed angolari sono di GFRP e le loro caratteristiche geometriche e meccaniche sono state desunte dal manuale della Fiberline Composites A/S.

Il giunto preso in considerazione è evidentemente a doppia sovrapposizione ed in generale non bilanciato, a meno che l'area del fazzoletto non sia doppia di quella dei due angolari.

Attesa l'eccentricità dello sforzo normale nei due angolari rispetto alla superficie di incollaggio, il giunto è sollecitato anche a flessione.

### 2.2.1. Angolari a lati uguali

Il giunto è rappresentato in figura 2.5.



**Figura 2.5** – Fazzoletto con angolari a lati uguali.

Si attribuisce ai simboli il significato già definito in precedenza. Inoltre si denotano con il significato dei simboli precedentemente introdotto, denotando inoltre con  $f$  la resistenza a trazione del composito GFRP nella direzione delle fibre e con  $G_{IO,k}$  e  $G_{II0,k}$ , rispettivamente, l'energia di frattura per modo I e II. In Tabella 6 sono esposti i valori dei parametri geometrici e meccanici che caratterizzano il giunto.

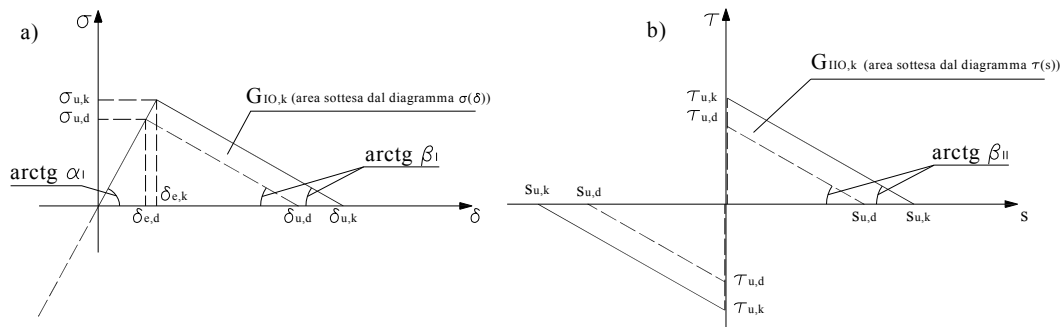
**Tabella 6** – Parametri geometrici e meccanici.

a	50.00	mm		$\delta_{e,k}$	$0.170 \cdot 10^{-3}$	mm
b	50.00	mm		$\delta_{u,k}$	$0.521 \cdot 10^{-1}$	mm
$t_p$	6.00	mm		$\sigma_{u,k}$	20.00	N/mm <sup>2</sup>
$t_p$	10.00	mm		$G_{IO,k}$	0.520	Nmm/mm <sup>2</sup>
e	14.60	mm		$\alpha_I$	117647.00	N/mm <sup>3</sup>
L	100.00	mm		$\beta_I$	385.13	N/mm <sup>3</sup>
$E_p$	28.00	kN/mm <sup>2</sup>		$s_{e,k}$	0.00	mm

$f_k$	240.00	N/mm <sup>2</sup>		$s_{u,k}$	$0.485 \cdot 10^{-1}$	mm
$A_p$	570.00	mm <sup>2</sup>		$\tau_{u,k}$	40.00	N/mm <sup>2</sup>
$A_p$	1400.00	mm <sup>2</sup>		$G_{II0,k}$	0.97	Nmm/mm <sup>2</sup>
$I_p$	$1.30 \cdot 10^5$	mm <sup>4</sup>		$\alpha_{II}$	$\rightarrow \infty$	N/mm <sup>3</sup>
$I_p$	$0.117 \cdot 10^5$	mm <sup>4</sup>		$\beta_{II}$	824.74	N/mm <sup>3</sup>

Il pedice k, che contrassegna alcuni dei suddetti parametri, sta a denotare che il valore esposto in tabella è da intendersi come caratteristico (percentile 5%).

Si rileva (Figg. 2.6) che, anche in tal caso, il legame costitutivo ipotizzato per l'interfaccia nei riguardi del modo II di frattura è rigido-*softening* (assenza di ramo elastico, Appendice A4); quello ipotizzato nei riguardi del modo I è invece bilineare, caratterizzato cioè da un ramo iniziale elastico lineare, seguito da un successivo ramo *softening*, anch'esso lineare (§1. del Capitolo I).



**Figura 2.6** – a) Legame di interfaccia per il modo I; b) Legame di interfaccia per il modo II.

Riferendosi ai valori dei coefficienti parziali e dei fattori di conversione suggeriti nel succitato documento CNR n.205, si ricavano i seguenti valori di progetto, riportati in Tabella 7, dove  $\gamma_a = 2.00$  e  $\gamma_f = 1.43$  sono, rispettivamente, i valori dei coefficienti parziali dell'adesivo e del composito GFRP mentre  $\eta = 1.00$  è il valore del fattore di conversione.

**Tabella 7** – Valori di progetto.

$f_d = \eta f_k / \gamma_f$	167.85	N/mm <sup>2</sup>
$G_{IO,d} = \eta G_{IO,k} / \gamma_a$	0.260	Nmm/mm <sup>2</sup>
$G_{II0,d} = \eta G_{II0,k} / \gamma_a$	0.485	Nmm/mm <sup>2</sup>
$\delta_{e,d}$	$0.120 \cdot 10^{-3}$	Mm
$\delta_{u,d}$	$0.368 \cdot 10^{-1}$	Mm
$\sigma_{u,d}$	14.13	N/mm <sup>2</sup>
$s_{e,d}$	0.00	Mm
$s_{u,d}$	$0.343 \cdot 10^{-1}$	Mm
$\tau_{u,d}$	28.28	N/mm <sup>2</sup>

In base ai valori di progetto esposti in Tabella 7, i valori ultimi di progetto dello sforzo normale,  $T_d^{(a,e)}$  e  $T_d^{(a,i)}$ , sopportabili, rispettivamente, dai singoli aderenti esterni (profili a L) e dall'aderendo interno (fazzoletto) sono pari a:

$$T_d^{(a,e)} = f_d A_p = 95.664 \text{ kN}, \quad (2.4a)$$

$$T_d^{(a,i)} = f_d A'_p = 234.965 \text{ kN}. \quad (2.4b)$$

Si rileva che la lunghezza del giunto esaminato,  $L = 100 \text{ mm}$ , è maggiore di quella efficace (Appendice A4):

$$L_{\text{eff}} = \pi \sqrt{\frac{E_p A_p}{\beta_{II} b_p} \frac{1}{\left(1 + \frac{2 A_p}{A'_p}\right)}} = 45.88 \text{ mm}. \quad (2.5)$$

Conseguentemente, il valore dello sforzo normale sopportabile dall'interfaccia allo stato limite ultimo nei confronti della frattura per modo II, può essere valutato come:

$$T_{u,d} = b_p \sqrt{\frac{E_p A_p}{\beta_{II} b_p} \frac{1}{\left(1 + \frac{2 A_p}{A'_p}\right)}} \tau_{u,d} = 20.652 \text{ kN} . \quad (2.6)$$

Dal risultato conseguito, si evince una notevole differenza tra il valore ultimo dello sforzo normale sopportabile dai singoli aderenti non giuntati e quello del giunto, almeno per i valori dei parametri meccanici dell'adesivo presi in considerazione nell'applicazione.

La condizione  $L > L_{eff}$ , qui verificata e peraltro sempre auspicabile nelle applicazioni tecniche, permette di considerare la lunghezza del giunto nei confronti del modo I di frattura come infinita (§3.1. del Capitolo I).

La compresenza di un momento flettente comporta una penalizzazione del valore ultimo dello sforzo normale sopportabile dal giunto,  $T_{u,d}$ , per la concorrenza dei due modi di frattura I/II. Di essa, come già avvenuto nei §§ 2.1.1. e 2.1.2., si intende tener conto avvalendosi del criterio di frattura di Hutchinson, Suo e Wang (eqn. 1.3 del Capitolo I) e della procedura iterativa proposta nel Capitolo I.

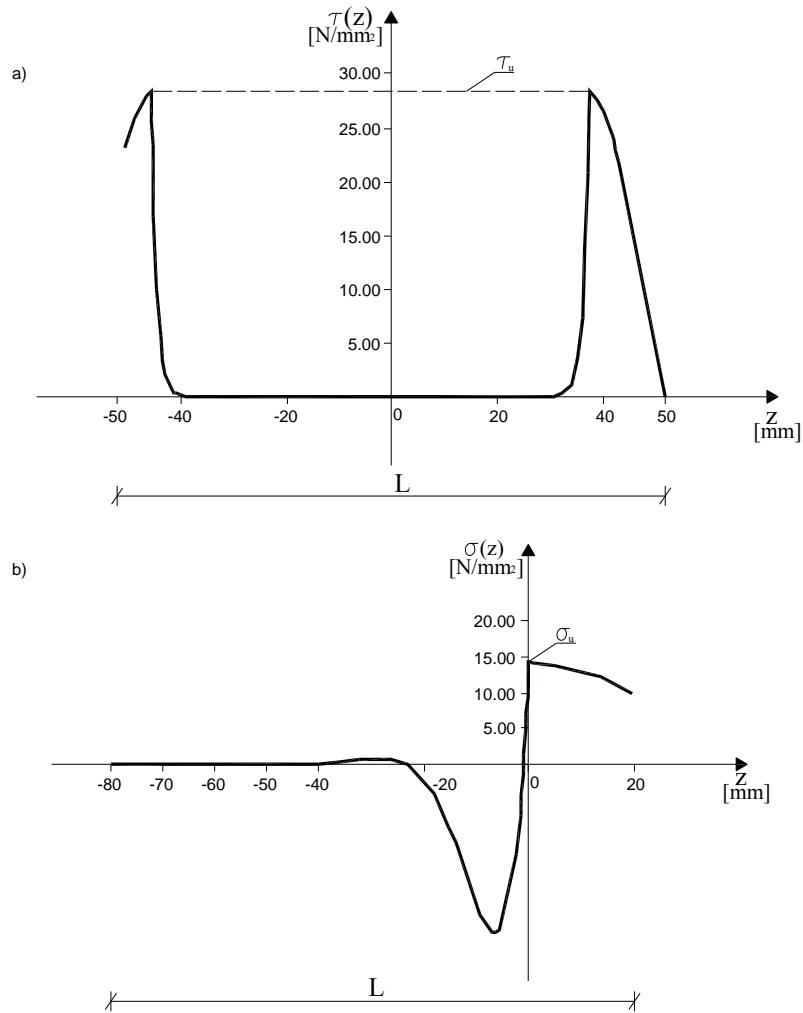
Ciò premesso, avendo indicato con  $T_{u,d}^*$  il suddetto valore penalizzato dello sforzo normale e con  $M_d^* = T_d^* \cdot e$  il valore di progetto del concomitante momento flettente, risulta:

$$T_{u,d}^* = 14.869 \text{ kN}, \quad (2.7a)$$

$$M_d^* = 217.094 \text{ kNmm}, \quad (2.7b)$$

con una penalizzazione dello sforzo normale ultimo del 28%.

Nelle figure 2.7a-b sono riportati i diagrammi delle tensioni  $\sigma$  e  $\tau$  lungo il giunto in presenza delle caratteristiche  $T_{u,d}^*$  e  $M_d^*$ .



**Figura 2.7** – a) Diagramma delle tensioni  $\tau$  lungo l'interfaccia; b) Diagramma delle tensioni  $\sigma$  lungo l'interfaccia.

### 2.2.2. Angolari a lati disuguali

Con riferimento alla figura 2.5, i valori dei parametri geometrici e meccanici che caratterizzano il caso a lati disuguali sono riportati in Tabella 8.

**Tabella 8** – Parametri geometrici e meccanici.

a	100.00	mm		$\delta_{e,k}$	$0.170 \cdot 10^{-3}$	mm
b	150.00	mm		$\delta_{u,k}$	$0.521 \cdot 10^{-1}$	mm
$t_p$	8.00	mm		$\sigma_{u,k}$	20.00	N/mm <sup>2</sup>
$t_p$	10.00	mm		$G_{IO,k}$	0.520	Nmm/mm <sup>2</sup>
e	22.90	mm		$\alpha_I$	117647.00	N/mm <sup>3</sup>
L	100.00	mm		$\beta_I$	385.13	N/mm <sup>3</sup>
$E_p$	28.00	kN/mm <sup>2</sup>		$s_{e,k}$	0.00	mm
$f_k$	240.00	N/mm <sup>2</sup>		$s_{u,k}$	$0.485 \cdot 10^{-1}$	mm
$A_p$	1950.00	mm <sup>2</sup>		$\tau_{u,k}$	40.00	N/mm <sup>2</sup>
$A_p$	3000.00	mm <sup>2</sup>		$G_{II0,k}$	0.97	Nmm/mm <sup>2</sup>
$I_p$	$16.70 \cdot 10^5$	mm <sup>4</sup>		$\alpha_{II}$	$\rightarrow \infty$	N/mm <sup>3</sup>
$I_p$	$0.25 \cdot 10^5$	mm <sup>4</sup>		$\beta_{II}$	824.74	N/mm <sup>3</sup>

Per quanto riguarda i valori di progetto, si confermano quelli esposti in Tabella 7.

Reiterando la procedura seguita nel paragrafo precedente, si ottengono i seguenti valori:

$$T_d^{(a,e)} = f_d A_p = 327.269 \text{ kN}, \quad (2.8a)$$

$$T_d^{(a,i)} = f_d A'_p = 503.490 \text{ kN}, \quad (2.8b)$$

$$L_{\text{eff}} = \pi \sqrt{\frac{E_p A_p}{\beta_{II} b_p} \frac{1}{\left(1 + \frac{2 A_p}{A'_p}\right)}} = 43.51 \text{ mm}, \quad (2.9)$$



$$T_{u,d} = b_p \sqrt{\frac{E_p A_p}{\beta_{II} b_p} \frac{1}{\left(1 + \frac{2 A_p}{A'_p}\right)}} \tau_{u,d} = 58.761 \text{ kN}, \quad (2.10)$$

$$T_{u,d}^* = 48.184 \text{ kN}, \quad (2.11a)$$

$$M_d^* = 1103.414 \text{ kNmm}. \quad (2.11b)$$

La penalizzazione dello sforzo normale ultimo è quindi in tal caso pari al 18%.

### 3. Confronti

La procedura risolutiva proposta nel presente lavoro è stata validata attraverso confronti con soluzioni numeriche disponibili in letteratura e relative al fenomeno di delaminazione per modo I di frattura di una *Double Cantilever Beam* (DCB).

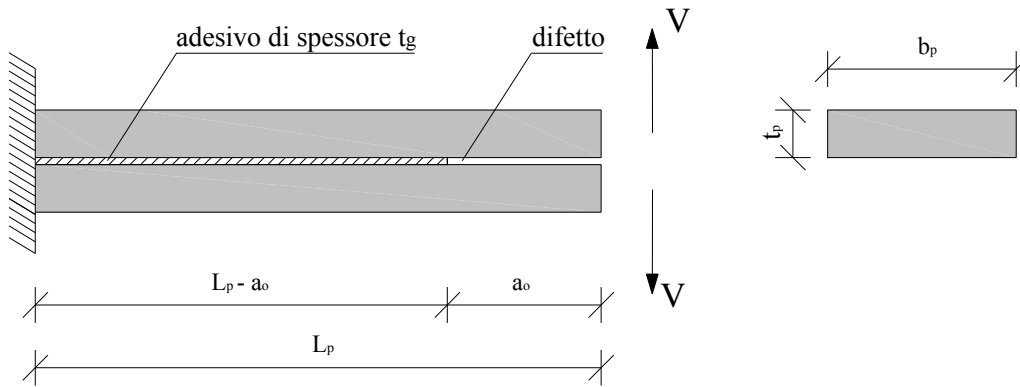
Com'è agevole rendersi conto, tale fenomeno può essere analizzato avvalendosi dello schema ausiliario, introdotto nel presente lavoro per lo studio del problema di equilibrio di giunti a doppia sovrapposizione, e della relativa procedura numerica di risoluzione (§2. del Capitolo I).

Ne consegue la possibilità di istituire un confronto con i risultati numerici riportati in alcuni autorevoli studi presenti in letteratura.

#### 3.1. Confronto con i risultati numerici di Aymerich et al.

Un primo confronto riguarda i risultati numerici ottenuti nel 2006 da Aymerich et al. in [30] sul danneggiamento di compositi laminati a seguito di impatto.

Tali risultati, conseguiti con l'impiego del codice ABAQUS 6.5, utilizzano per la modellazione dell'interfaccia elementi finiti di tipo coesivo. Il problema analizzato è rappresentato in figura 3.1, dove si sono utilizzati gli stessi simboli introdotti nel lavoro originale.



**Figura 3.1**– Configurazione DCB (*Double Cantilever Beam*).

I parametri di figura 3.1 assumono i valori riportati in Tabella 9.

**Tabella 9** - Parametri geometrici in [33].

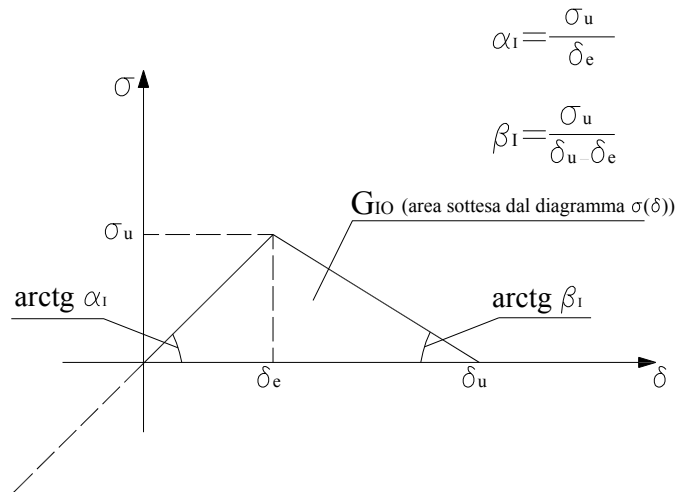
$L_p$	$b_p$	$t_p$	$t_g$	$a_0$
[cm]	[cm]	[cm]	[ $\mu\text{m}$ ]	[cm]
15.00	2.00	0.15	20	3.50

Gli aderenti a contatto sono costituiti da materiale composito: lamine costituite da fibre di carbonio preimpregnate con resina epossidica. I valori dei relativi moduli elastici sono esposti in Tabella 10.

**Tabella 10** - Parametri meccanici degli aderenti in [33].

$E_{11}$	$E_{22}=E_{33}$	$G_{12}=G_{13}=G_{23}$	$\nu_{12}=\nu_{13}=\nu_{23}$
[GPa]	[GPa]	[Gpa]	
93.7	7.45	3.97	0.261

L'interfaccia aderendo/adesivo è modellata mediante un legame costitutivo,  $\sigma(\delta)$ , di tipo bilineare (Fig.3.2), dello stesso tipo di quello preso in considerazione nel presente lavoro:  $\sigma$  è la tensione normale alle due mensole (o aderenti) e  $\delta$  è lo spostamento relativo trasversale tra di esse. Il suddetto legame è costituito da un primo ramo elastico lineare, seguito da un successivo ramo, anch'esso lineare, corrispondente ad un comportamento *softening* dell'adesivo.



**Figura 3.2** – Legame di interfaccia  $\sigma(\delta)$ .

I valori dei parametri meccanici caratterizzanti l'interfaccia sono esposti in Tabella 11.

**Tabella 11** - Parametri meccanici dell'adesivo in [33].

$\sigma_u$ [MPa]	$k_n = \text{arctg } \alpha_1$ [GPa/cm]	$G_{IO}$ [J/mq]
10	800	520
20	1200	“
50	2400	“

Noti che siano i valori di  $\sigma_u$ ,  $k_n$  e  $G_{IO}$ , è agevole risalire a quelli dei due spostamenti relativi,  $\delta_e$  e  $\delta_u$ , di figura 3.2.

Per la simmetria dello schema di figura 3.1, lo spostamento relativo,  $\delta$ , coincide con il doppio dell'inflexione laterale esibita da ciascuna delle due mensole.

Conseguentemente, è utilizzabile lo schema ausiliario di figura 3.3, già introdotto nel §5. del Capitolo II, attribuendo ai parametri  $\delta_e$  e  $\delta_u$  la metà dei valori di cui sopra.

Si rileva che, attesa la lunghezza delle mensole in oggetto, è stato possibile ritenere lo schema ausiliario di lunghezza infinita, omettendo pertanto la presenza dell'incastro all'estremità non caricata.

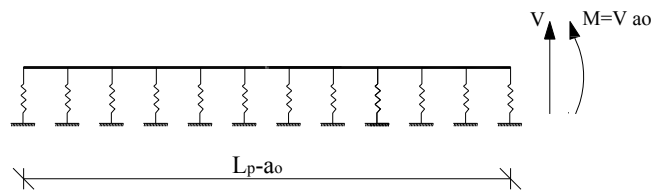


Figura 3.3 – Schema ausiliario.

I casi esaminati, oggetto del confronto, corrispondono ai valori dei parametri meccanici dell'adesivo [30] riportati in Tabella 12.

Tabella 12 - Casi esaminati e confronti.

$\sigma_u$ [MPa]	$k_n = \arctg \alpha_1$ [GPa/cm]	$G_{IO}$ [J/mq]	$\delta_e$ [cm]	$\delta_u$ [cm]	$(V_{u,pt})^*$ [N]	$V_{Aymerich}$ [N]
10	800	260	0.00000625	0.0052	59	59
10	1200	260	0.00000416	0.0052	59	59
10	2400	260	0.00000208	0.0052	59	59
20	800	260	0.0000125	0.0026	61	61
20	1200	260	0.00000833	0.0026	61	61
20	2400	260	0.00000416	0.0026	61	61
50	800	260	0.0000312	0.00104	63	63
50	1200	260	0.0000208	0.00104	63	63
50	2400	260	0.0000104	0.00104	63	63

\* Valori del presente lavoro

Si evince un ottimo accordo tra i risultati numerici conseguiti nell'ambito del presente lavoro con quelli ottenuti da Aymerich et al. mediante una sofisticata modellazione agli elementi finiti.

In particolare viene confermata la circostanza, rilevata in [33], secondo la quale, per un prefissato valore di  $\sigma_u$ , la pendenza del ramo elastico lineare del le-

game costitutivo di interfaccia non influisce sul valore del taglio,  $V_u$ , allo stato limite ultimo per frattura dello strato di adesivo.

### 3.2 Confronto i risultati numerici di Li et al.

Un ulteriore confronto viene istituito con i risultati numerici ottenuti da Li et al. [32] nell’ambito di uno studio del 2005 sul comportamento a rottura di giunti adesivi a matrice polimerica.

Come nel caso precedente, tali risultati numerici sono stati conseguiti con il codice ABAQUS 6.5 utilizzando elementi finiti di tipo coesivo per la modellazione dell’interfaccia.

Con riferimento alla figura 3.1 del paragrafo precedente ed ai simboli in essa introdotti, i parametri geometrici assunti dagli autori sono riportati in Tabella 13.

**Tabella 13** - Parametri geometrici in [30].

<b>L</b>	<b>b<sub>p</sub></b>	<b>t<sub>p</sub></b>	<b>t<sub>a</sub></b>	<b>a</b>
[cm]	[cm]	[cm]	[cm]	[cm]
16.00±0.20	2.50±0.05	0.76±0.02	0.07±0.01	0.67-0.75

Le due mensole dello schema DCB sono costituite da materiale composito termoplastico caratterizzato dai seguenti valori dei moduli elastici:

**Tabella 14** - Parametri meccanici degli aderendi in [32].

<b>E<sub>11</sub></b>	<b>G<sub>12</sub></b>	<b>ν<sub>12</sub></b>
[GPa]	[MPa]	[-]
4.5-7.5	50-80	0.3±0.03

I parametri meccanici che caratterizzano invece l’adesivo, modellato attraverso un legame costitutivo elasto-*softening* del tipo di quello rappresentato in figura 3.2, sono esposti nella successiva Tabella 15.

**Tabella 15** - Parametri meccanici dell’adesivo in [32].

<b>σ<sub>u</sub></b>	<b>G<sub>IO</sub></b>
[MPa]	[KJ/mq]
5.0±1.5	7.3±1.8

Inoltre, gli autori ipotizzano che i due spostamenti relativi, δ<sub>e</sub> e δ<sub>u</sub>, soddisfino la relazione: δ<sub>e</sub>=0.01 δ<sub>u</sub>.

Facendo salve le considerazioni svolte nel paragrafo precedente con riferimento allo schema ausiliario introdotto nel presente lavoro ed alla caratterizzazione meccanica delle molle in esso presenti, i confronti effettuati si riferiscono ai casi riportati in Tabella 16. In essa sono inoltre esposti i risultati ottenuti da Li et al. e quelli conseguiti nel presente lavoro.

**Tabella 16** - Casi esaminati e confronti.

$\sigma_u$	$G_{IO}$	$\delta_e$	$\delta_u$	$(V_{u,pt})^*$	$V_{Li}$
[MPa]	[KJ/mq]	[cm]	[cm]	[N]	[N]
3.5	2.75	0.00157	0.157	288.25	287.50
5.0	3.65	0.00146	0.146	341.00	340.00
6.5	4.55	0.00140	0.140	387.25	387.50

\* Valori del presente lavoro

Si rileva ancora una volta un ottimo accordo tra i risultati numerici posti a confronto.



### 3.3 Confronto con i risultati numerici di Pironi et al.

Un ultimo confronto riguarda i risultati numerici, ottenuti in uno studio del 2005 da Pironi et al. [33], sul comportamento a rottura di giunti incollati di tipo commerciale tra aderendi di alluminio (Fig. 3.1). Questi ultimi sono tra loro solidarizzati mediante uno strato di adesivo di estere metacrilato modificato commercialmente (Loctite Multibond 330).

Le simulazioni numeriche sono state eseguite dagli autori utilizzando il codice commerciale agli elementi finiti Franc-2D. I parametri geometrici e meccanici degli aderendi, nonché quelli dell'adesivo, sono riportati nelle successive Tabelle 17, 18 e 19.

**Tabella 17** - Parametri geometrici degli aderendi in [33].

<b>L</b>	<b>b<sub>p</sub></b>	<b>t<sub>p</sub></b>	<b>t<sub>a</sub></b>	<b>a</b>
[cm]	[cm]	[cm]	[cm]	[cm]
12.00	3.00	1.50	0.03	4.00

**Tabella 18** - Parametri meccanici degli aderendi in [33].

<b>E<sub>11</sub></b>	<b>ν<sub>12</sub></b>
[GPa]	[-]
70	0.32

**Tabella 19** - Valori di resistenza dell'interfaccia in [33].

<b>σ<sub>u</sub></b>	<b>G<sub>10</sub></b>
[MPa]	[J/mq]
8.6	553

Facendo salve ancora una volta le precedenti considerazioni in merito alla caratterizzazione geometrica e meccanica dello schema ausiliario utilizzato nel presente lavoro, in Tabella 20 sono riportati i risultati del confronto effettuato, da cui si rileva un ottimo accordo.

**Tabella 20** – Caso esaminato e confronto.

$\sigma_u$	$G_{IO}$	$\delta_e$	$\delta_u$	$(V_{u,pt})^*$	$V_{Pirondi}$
[MPa]	[J/mq]	[cm]	[cm]	[N]	[N]
8.6	276.5	0.0000643	0.00643	1480.5	1500.0

\* Valore del presente lavoro