

Chapitre 1

Les systèmes de contrôle passif et les lois de contrôle actif et semi-actif

1.1 Introduction

L'intérêt de contrôle des structures en génie civil revêt divers aspects, évoqué dans plusieurs projets scientifiques, tels que l'accroissement de la productivité des chantiers, de la durée de vie de l'ouvrage ou de ses composants, de la durée de mise en service qui due à la possibilité de la réhabilitation, l'adaptation des ouvrages existants à une évolution des niveaux de performances requises ou de l'environnement, le maintien en fonctionnement d'un ouvrage à la suite d'un séisme, le confort, qui peut aussi s'avère un critère limitant pour l'utilisation d'un ouvrage tel qu'un pont ou une passerelle piétonnière, la stabilité aéroélastique et l'économie de matériaux. En conséquence et pour atteindre tous ces objectifs, de nouveaux concepts de protection structural ont été améliorés dans le domaine de contrôle de vibration des structures.

Les méthodes innovantes de contrôle sont devenues, dans les dernières années, d'actualité importante, ils permettent de projeter des structures pour résister, sans dégâts appréciables, à des actions dynamiques, par exemple des tempêtes, une grande action sismique, etc. Parallèlement on exige, pendant la construction, de protéger les structures par des systèmes de protections, en réduisant la réponse, efficaces et en même temps fiables. Entre ces méthodes innovantes de contrôle, on peut distinguer trois approches différentes : passif, actif et semi-actif ; à celles-ci on peut ajouter une quatrième qui est le contrôle hybride. Le contrôle passif consiste à superposer à la structure un dispositif qui modifie la rigidité ou l'amortissement du système structural sans demande d'une source d'énergie externe

et sans introduire de l'énergie pour son fonctionnement. Le contrôle actif vise à imposer une force ou un déplacement en certains points du système à contrôler, en fonction notamment de l'état mesuré ou de l'historique de celui-ci. Ce type de contrôle nécessite une source importante d'énergie externe pour opérer les actionneurs qui fournissent les forces de contrôle dont les magnitudes sont déterminées en utilisant les mesures, à partir des capteurs, des excitations et/ou de réponse de la structure. Le contrôle semi-actif combine les principaux traits des systèmes actifs et passifs. Ces systèmes exigent une faible source d'énergie pour modifier la propriété mécanique de dispositif de contrôle. Alors, qu'un système de contrôle est hybride s'il utilise une combinaison de système de contrôle passif et actif.

1.2 Systèmes de contrôle passif

Les techniques passives d'amortissement des vibrations structurales utilisent l'intégration ou l'ajout de matériaux ou systèmes, possédant des propriétés amortissantes, couplés à la structure de telle façon que les vibrations de la structure soient amorties passivement, c'est à dire, sans aucune intervention extérieure supplémentaire et sans apport d'énergie de l'extérieure. Principalement, il existe deux catégorie de systèmes passifs : la première est l'isolation sismique et la deuxième est la dissipation d'énergie.

1.2.1 Systèmes d'isolation sismique

Le principe de l'isolation sismique n'est pas nouveau : les premières expériences remontant au début de 20^{ième} siècle. La première application de la technologie moderne de l'isolation sismique a été réalisée en 1969. Actuellement quelques milliers de bâtiments et de ponts à travers le monde sont munis de systèmes d'isolation sismique. Ces systèmes consistent à mettre, entre les fondations et la superstructure, des dispositifs qui ont une déformabilité horizontale très importante et une rigidité verticale très élevée. Ces dispositifs permettent à découpler le mouvement du sol de la structure dans le but de réduire les forces transmises à cette dernière. L'isolateur capte les déformations (inélastiques) et filtre les accélérations (hautes fréquences) de sorte que la superstructure isolée se déplace essentiellement selon un mode rigide subissant de faibles accélérations et presque pas de déformations. Par conséquent, les forces d'inertie transmises aux éléments de fondations sont limités et demeurent en deçà de la capacité élastique de tels éléments. Ce comporte-

ment se traduit par la limitation des dommages subis par la superstructure et les éléments de fondation et par la préservation de la fonctionnalité de la structure après le séisme.

L'isolation à la base repose sur le principe que si la période de vibration est augmentée suffisamment pour s'éloigner de la période d'excitation prédominante du tremblement de terre, les accélérations transmises à la structure (et par conséquent les forces d'inertie) sont considérablement réduites. En revanche, l'augmentation de la période engendre des déplacements plus importants concentrés au niveau de l'isolateur. Dès lors l'incorporation d'un dispositif de dissipation d'énergie à l'isolateur est requise afin de contrôler le déplacement et de réaliser un compromis satisfaisant entre la réduction de la force et l'accroissement du déplacement.

Les systèmes d'isolations sismique sont composés, principalement, par :

- *un appui capable de transmettre les charges verticales mais ayant une faible rigidité horizontale* : c'est le noyau de l'isolateur. La rigidité latérale de l'appui est le paramètre clé dans l'augmentation de la période et par conséquent dans la réduction des forces sismiques. De plus, la rigidité latérale de l'appui joue un rôle très important dans le déplacement sismique de l'ouvrage et son recentrage après le séisme (déplacement résiduel).
- *dispositif de dissipation d'énergie* : ce dispositif sert à contrôler la déformation de l'isolateur et par conséquent le déplacement absolu de la superstructure située au dessus. Plusieurs dispositifs ont été mis au point avec une application plus au moins répandue.
- *un système de retenue* : le système d'isolation doit avoir une rigidité initiale élevée afin de minimiser les déplacements sous les charges de service tel que le freinage et le vent.

Les systèmes d'isolation sismique sont largement utilisés dans le monde dont l'application a été plus au moins répandue et une revue exhaustive de ces systèmes dépasse le cadre de ce travail. Néanmoins, on peut grossièrement classer les systèmes d'isolation sismiques en deux catégories.

1.2.1.1 Les systèmes à base d'élastomère

Ces systèmes exploitent le principe de l'appui fretté et sa flexibilité latérale. Le système d'isolateur à base d'élastomère est l'isolateur à base d'appui fretté avec un noyau de plomb intégré à l'intérieur de l'appui tel qu'illustré à la figure (1.1).

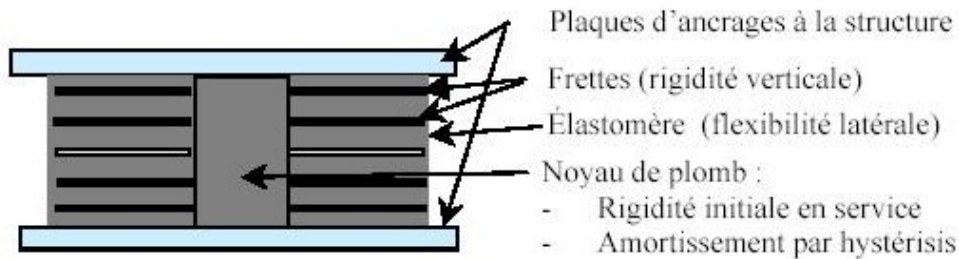


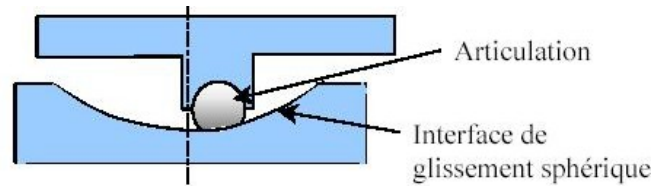
FIG. 1.1 – *Isolateur élastomérique avec noyau de plomb.*

Les principales limitations des systèmes à base d'élastomère sont :

- sensibilité aux variations thermiques,
- l'instabilité de l'appui : la résistance à la charge verticale diminue avec l'accroissement de la déformation latérale,
- les dimensions de l'appui et particulièrement sa hauteur peuvent constituer une limitation pratique particulièrement pour les applications de réhabilitation,
- le noyau de plomb a le défaut de transmettre des accélérations de haute fréquence et réduit l'efficacité de l'isolation.

1.2.1.2 Les systèmes à base de glissement

L'interface de glissement permet de dissiper l'énergie sismique par friction. A titre d'exemple, le système de pendule à friction est un système qui utilise une interface de glissement sous forme de cuvette, portion d'une sphère, qui confère à la structure un mouvement global similaire à un pendule. Le rayon de courbure et le coefficient de frottement de l'interface sont les caractéristiques clé qui contrôlent la période d'isolation et la quantité d'énergie dissipée du système, figure (1.2).

FIG. 1.2 – *Isolateur de type pendule à friction.*

1.2.2 Dissipation d'énergie

Les systèmes passifs de dissipation d'énergie ont le même principe de base que les isolateurs sismiques lorsqu'ils sont incorporés dans la structure : ils peuvent absorber une portion de l'énergie d'excitation extérieure. En plus, ils peuvent réduire substantiellement le mouvement différentiel entre les éléments de la structure et par conséquent réduire les dégâts de cette dernière. Ces dernières années, des efforts sérieux ont amélioré le concept des systèmes de dissipation d'énergie, et plusieurs appareils ont été installés dans des structures partout dans le monde. En général, ils sont caractérisés par leur capacité de dissiper l'énergie de vibration de la structure ou de la convertir en un autre mode de vibration ou en une autre forme d'énergie. Les principaux systèmes sont :

- amortisseurs métalliques
- amortisseurs à friction
- amortisseurs viscoélastiques
- amortisseurs à fluide visqueux
- amortisseurs à masse accordée
- amortisseurs à liquide accordée
- les matériaux intelligents

Pour une étude détaillée de ces systèmes de dissipation d'énergie, on renvoie les lecteurs à [91, 98] où il a été représenté un rappel historique, un principe de base, une formulation mathématique et une étude théorique et expérimentale de ces systèmes. Les matériaux intelligents sont formés principalement par :

- les alliages à mémoire de forme
- les matériaux piézoélectriques
- les fluides électrorhéologiques
- les fluides magnétorhéologiques

1.3 Les lois de contrôle actif

Un amortisseur passif est fondamentalement conçu pour réduire seulement un mode de vibration particulier de la structure. En revanche, un amortisseur actif peut amortir une bande large de fréquence. D'où, l'étude du contrôle actif des structures est une extension logique de technologie du contrôle passif. Un système de contrôle est actif si un ou plusieurs actionneurs appliquant des forces sur une structure selon une loi de contrôle et en utilisant pour leur fonctionnement une source d'énergie externe. Ces forces peuvent être utilisées pour ajouter ou dissiper l'énergie de la structure à contrôler. Afin de construire un tel système, il existe deux approches qui sont radicalement différentes : la première consiste à identifier la perturbation qui crée les vibrations pour l'annuler en lui superposant une excitation "inverse". Cette stratégie de contrôle actif est appelée contrôle par anticipation (*feedforward*). Elle est surtout développée en acoustique [74], mais elle est aussi très utile pour le contrôle de vibration des structures [40]. La deuxième consiste à identifier la réponse de la structure plutôt que l'excitation qui la fait vibrer. Elle nécessite, donc, la modélisation du comportement dynamique de la structure. Le travail de contrôle des vibrations qui porte sur ce type de stratégie est appelé contrôle par boucle de rétroaction (*feedback*).

Un système de contrôle actif des structures a la configuration de base comme est indiquée dans la figure (1.3). Il consiste, premièrement, à placer les capteurs sur la structure pour

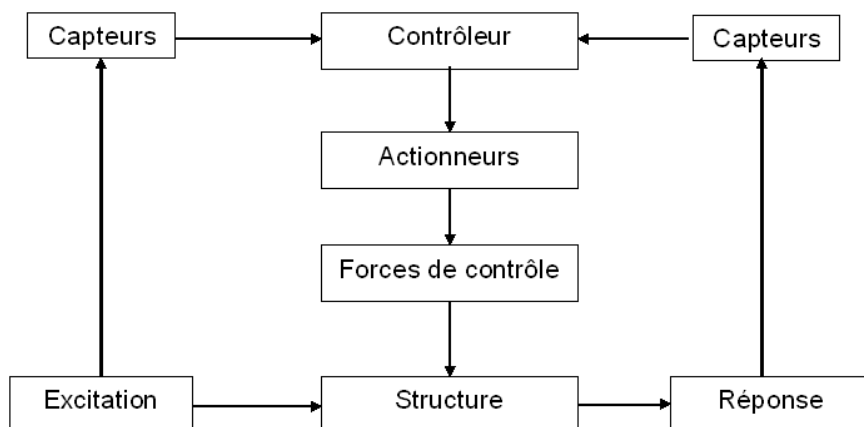


FIG. 1.3 – *diagramme de contrôle actif.*

identifier, à chaque instant, la réponse ou l'excitation. Lorsque seulement la réponse de la structure est mesurée, la configuration de contrôle est connue sous le nom de contrôle à boucle fermée : la réponse est mesurée à chaque instant et cette information est utilisée pour la correction de la force de contrôle appliquée instantanément. Mais, lorsque seulement l'excitation est mesurée, le contrôle prend le nom de boucle ouverte. Par contre, si la réponse et l'excitation sont mesurées ensemble le terme utilisé dans la littérature est le contrôle à boucle fermée-ouverte. En deuxième étape, il consiste à choisir une loi de contrôle convenable qui permet, à chaque instant, à l'actionneur, en apportant de l'énergie de l'extérieur, de produire une force de contrôle. Par suite, lors de la conception d'un système de contrôle actif des vibrations par rétroaction, on commence par étudier le comportement dynamique de la structure à contrôler, puis on choisit une loi de contrôle de rétroaction qui répond au mieux à la problématique. Les lois des contrôles par rétroaction auxquelles on s'intéresse par la suite se définissent en fonction de l'état de la structure sur laquelle elles sont appliquées. L'efficacité de ce type de contrôle dépend du :

- placement optimal des capteurs : en vue d'une discrétisation modale du déplacement d'une structure, le positionnement des capteurs est primordial pour le contrôle de la structure et l'estimation de l'état du modèle.
- choix d'une loi de contrôle efficace : si le comportement du système n'est pas satisfaisant, l'objectif du contrôle est d'agir sur le système à travers des variables notées $v(t)$ pour obtenir le comportement désiré de la réponse de la structure ou du système. Le problème de contrôle consiste donc à définir une loi de contrôle robuste afin que les réponses ou les sorties du système soient celles désirées.
- placement optimal des actionneurs : comme les actions de contrôle sont localisées au niveau des actionneurs, c'est à dire que le contrôle agit sur la structure par l'intermédiaire des actionneurs, et donc évidemment l'efficacité de contrôle dépend de la position de ces derniers. Pour un contrôle actif, l'optimisation du positionnement des actionneurs consiste à minimiser l'énergie qu'il faut fournir pour stabiliser le système.

1.3.1 Modélisation des systèmes de contrôle

On a distingué deux grandes familles : le contrôle feedforward et le contrôle feedback auquel on limitera l'étude dans ce paragraphe. On présente les principes de contrôle actif dans le cas unidimensionnel, cas d'une poutre de longueur L encastree à l'une de ses extrémités. Ensuite, on présentera sommairement la technique d'approximation modale.

Avant que nous introduisions les différentes lois de contrôle existantes, nous définissons les outils modernes de modélisation du système de contrôle : les équations d'état, les équations de sortie et les équations de contrôle qui forment le système d'état et les notions de contrôlabilité et d'observabilité.

1.3.1.1 Contrôle en effort d'une poutre

Comme la poutre est la structure la plus courante à modéliser, et en vue d'avoir la technique de discrétisation modale d'un système mécanique continu qui nous permet de déterminer le système d'état, nous considérons une poutre uniforme d'Euler-Bernoulli, qui relie la rotation de la section de la poutre au déplacement transversal. La poutre est fixée à l'une de ses extrémités, l'autre extrémité est soumise à une force de contrôle, figure (1.4). D'une manière générale, l'action de contrôle peut être un déplacement imposé ou une force. Pour le cas de force on peut citer l'exemple de l'amortisseur à masse accordée qui agit sur la structure en appliquant une force de contrôle, un tel type d'amortisseur est passif en lui ajoutant un moteur, par exemple, il devient un amortisseur actif.

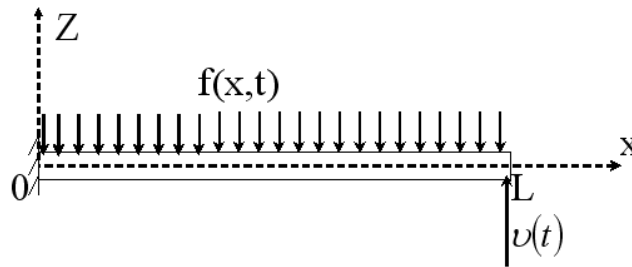


FIG. 1.4 – Poutre droite encastrée-libre contrôlée en force.

La poutre a les caractéristiques physiques suivantes : L sa longueur, ρ sa masse volumique, S sa section, E son module d'Young et I son moment d'inertie de flexion selon l'axe de Y . L'excitation de la poutre est modélisée par une densité linéique de force répartie sur toute sa longueur $f(x,t)$ et qui varie dans le temps. Considérons l'évolution de la poutre sur un intervalle de temps $[0,T]$, c'est à dire que T est l'horizon du temps pendant lequel la poutre se stabilise. Cet horizon du temps est assimilé à l'infini dans le contrôle moderne [67]. Cette hypothèse rend la matrice de Riccati du système à contrôler indépendantes du temps. La réponse de la poutre, déplacement transversal, notée $z(x,t)$, vérifie les équations d'évolution dynamique :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \rho A \ddot{z}(x,t) + EI \frac{\partial^4 z}{\partial x^4}(x,t) = f(x,t) & \text{dans } (0,L) \times [0,T] \\ z(0,t) = 0, -EI \frac{\partial^3 z}{\partial x^3}(L,t) = v(t) & \text{sur } [0,T] \\ \frac{\partial z}{\partial x}(0,t) = 0, \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}(L,t) = 0 & \text{sur } [0,T] \\ z(x,0) = z^0(x), \quad \frac{\partial z}{\partial t}(x,0) = z^1(x) & \text{dans } (0,L) \end{array} \right. \quad (1.1)$$

où $z^0(x)$ et $z^1(x)$ définissent les conditions d'évolutions initiales supposées suffisamment régulières. Le contrôle $v(t)$ est appliqué à l'extrémité de la poutre afin d'amortir les vibrations dues à l'excitation extérieure et qui sera déterminé en fonction de l'état du système. D'une manière générale, pour amortir les vibrations, on impose soit un effort soit un déplacement sur tout ou sur une partie du solide. Dans le cas de contrôle actif par rétroaction, le contrôle est défini

$$v(t) = F(z(x,t), \dot{z}(x,t)), \quad (1.2)$$

en fonction de l'état du système. Ce type de stratégie, selon la terminologie de contrôle, prend le nom de contrôle par retour d'état. Le concept de ce type de contrôle est exprimé de façon plus générale, dans le domaine temporel, sans qu'il soit nécessaire d'évoquer une boucle. Le problème essentiel est de déterminer le contrôle $v(t)$ [84].

1.3.1.2 Calcul des formes modales de la poutre

Lors du calcul des valeurs et vecteurs propres, on suppose que le déplacement du problème libre : c'est à dire non amorti, complété des conditions initiales et que toutes les actions extérieures sont considérées nulles, a la forme harmonique

$$z(x,t) = \varphi(x)e^{i\omega t}. \quad (1.3)$$

Comme la poutre a une infinité de degrés de liberté, alors la solution du système conservatif homogène muni des conditions aux limites, a une infinité dénombrable de solutions [43], appelées modes propres, valeurs et vecteurs propres associées au système homogène extrait du système (1.1) sont les solutions des équations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho A \lambda_i \varphi_i(x) = EI \frac{d^4 \varphi_i}{dx^4}(x) \quad \text{dans } (0,L) \\ \varphi_i(0) = 0, \quad \frac{d\varphi_i}{dx}(0) = 0, \quad \frac{d^2 \varphi_i}{dx^2}(L) = 0 \quad \text{et} \quad \frac{d^3 \varphi_i}{dx^3}(L) = 0 \end{array} \right. \quad (1.4)$$

Les constantes λ_i sont les valeurs propres de la poutre et $\varphi_i(x)$ sont les formes propres associées. La résolution de ce système conduit aux formes propres à une constante multiplicative près. Cette constante est fixée par la condition de normalisation. Un calcul exact des valeurs et vecteurs propres d'un tel système avec une normalisation par rapport à la masse a été fait par [88].

1.3.1.3 Calcul de la flèche de la poutre par formulation variationnelle

L'idée de base, pour approcher la solution $z(x,t)$ du problème (1.1) posé dans un espace de dimension infinie, consiste à restreindre la formulation variationnelle à un sous-espace de dimension finie où le problème se ramène simplement à un système linéaire. La solution approchée obtenue dans l'espace de dimension finie converge vers la solution exacte du problème d'origine.

Dans le cas d'un contrôle en déplacement imposé sur le bord d'une poutre en appuis simple, une formulation variationnelle faible ne convient pas à l'approximation du déplacement [19]. Il a été introduit une formulation variationnelle dite très faible. Dans une telle formulation le déplacement est défini comme étant la somme d'un déplacement quasi statique imposé par le contrôle et d'une somme de modes propres de flexion.

Par contre, pour un contrôle en effort, en imposant un effort tranchant à l'extrémité libre de la poutre, comme indiqué dans la figure (1.4), une formulation variationnelle classique en espace

$$\left\{ \begin{array}{l} \forall \psi \in \mathbf{V} = \{ \psi \in H^2(0,L) \quad \text{telque} \quad \psi(0) = \frac{d\psi}{dx}(0) = 0 \} \\ \rho A \int_0^L \ddot{z}(x,t) \psi(x) dx + EI \int_0^L \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}(x,t) \frac{d^2 \psi}{dx^2}(x) dx = v(t) \psi(L) \end{array} \right. \quad (1.5)$$

convient pour l'approximation de la réponse de la poutre.

Le terme intégral de cette formulation variationnelle est une forme bilinéaire continue et coercive sur l'espace \mathbf{V} et le second terme définit une forme linéaire continue sur \mathbf{V} . Le théorème de Lax-Milgram nous garantit alors que la formulation (1.5) admet une solution et une seule.

La formulation variationnelle faible (1.5) a été obtenue par multiplication de l'équation d'équilibre dynamique du système (1.1) par une fonction test de l'espace puis par double intégration par partie par rapport à la variable de l'espace. Dans cette formulation on a annulé les efforts extérieurs. L'approximation de la solution du problème (1.5) consiste simplement à introduire un sous-espace de dimension finie noté \mathbf{V}_N qui est formé par les N premiers modes propres. La projection du déplacement sur cette base modale nous

permet de déterminer une estimation modale de déplacement sur les N premiers modes propres sous la forme suivante :

$$z_N(x,t) = \sum_{i=1}^N \alpha_i(t) \varphi_i(x), \quad (1.6)$$

où $\varphi_i(x)$ est l' i ème mode propre de la poutre et $\alpha_i(t)$, la composante de la projection du vecteur déplacement sur $\varphi_i(x)$, souvent appelé la contribution modale du mode i .

Le déplacement défini par l'équation (1.6) est solution de la formulation variationnelle

$$\left\{ \begin{array}{l} \forall \psi_N \in \mathbf{V}_N \\ \rho A \int_0^L \ddot{z}_N(x,t) \psi_N(x) dx + EI \int_0^L \frac{\partial^2 z_N}{\partial x^2}(x,t) \frac{d^2 \psi_N}{dx^2}(x) dx = v_N(t) \psi_N(L) \end{array} \right. \quad (1.7)$$

restreinte au sous-espace \mathbf{V}_N . $v_N(t)$ le contrôle en effort calculé à partir de l'estimation du déplacement et de la vitesse par les N premiers modes.

Après le remplacement du déplacement par son estimation (1.6) dans la formulation variationnelle (1.7), en faisant varier la fonction test N fois, en la remplaçant à chaque fois par φ_i , et en utilisant les propriétés d'orthonormalité et d'orthogonalité des modes propres, on obtient les équations suivantes :

$$\ddot{\alpha}_i(t) + \lambda_i \alpha_i(t) = v_N(t) \varphi_i(L) \quad \text{pour } i = 1, \dots, N \quad (1.8)$$

où $\lambda_i = \omega_i^2$ la valeur propre associée au mode i . Dans l'équation d'équilibre de la poutre (1.1) on n'a pas introduit le terme de l'amortissement qui est le siège de dissipation d'énergie. L'amortissement existe dans tout système physique, même si on le néglige souvent en première approximation. En pratique, les vibrations libres, qui correspondent à la solution générale du système homogène, s'atténuent très rapidement de sorte que, dans les problèmes de réponse à une charge harmonique ou périodique, on se limite en général à la recherche de la solution particulière correspondante. Pour être plus proche de la réalité, on prend en compte la présence d'amortissement dans la modélisation du mouvement de la structure. Les systèmes mécaniques réels comportent de très nombreuses liaisons qui sont en général le siège des dissipations d'énergie des vibrations les plus importantes. Actuellement, on ne sait pas encore modéliser a priori le comportement dynamique des liaisons [44].

Considérons, dans le cas d'une poutre, que la majeure partie de la dissipation peut être modélisée par une dissipation de type visqueuse, c'est à dire une force proportionnelle à la vitesse mais de signe contraire. Et afin d'éviter le problème de couplage entre les équations en α_i , on adopte l'hypothèse de Rayleigh qui rend la matrice d'amortissement

diagonale. L'équation (1.8), en introduisant le taux d'amortissement modal ξ_i , sera écrite comme suit :

$$\ddot{\alpha}_i(t) + 2\xi_i\omega_i\dot{\alpha}_i(t) + \lambda_i\alpha_i(t) = v_N(t)\varphi_i(L) \quad \text{pour } i = 1, \dots, N \quad (1.9)$$

Cette partie de discrétisation en espace des équations différentielles a pour but de permettre une description des systèmes en termes de variable d'état qui est très utilisée en contrôle actif, essentiellement pour les modélisations de contrôle de type feedback.

1.3.1.4 Système d'état

La théorie classique est basée explicitement sur une relation entrée/sortie, en utilisant un modèle de la fonction de transfert du système pour la mise au point du contrôleur. La théorie du contrôle moderne, quant à elle, est basée sur un modèle construit à partir d'un système d'équations différentielles du premier ordre constituant une équation différentielle matricielle. Nous écrivons les contributions modales de l'accélération en fonction de celles du déplacement, de la vitesse et des forces de contrôle, sous la forme d'équations de Lagrange d'un système à N degrés de liberté écrit sous la forme vectorielle équivalente, définissent par l'équation (1.9). Complétons par l'identité $\dot{\alpha}(t) = \dot{\alpha}(t)$ et introduisons le vecteur d'état qui contient les inconnues du système différentiel, défini par : $X(t) = [\alpha_i(t), \dot{\alpha}_i(t)]^T$, pour $i = 1, \dots, N$. Nous pouvons écrire l'équation d'état du système (1.9) :

$$\dot{X}(t) = [\mathbf{A}]X(t) + [\mathbf{B}]v_N(t), \quad (1.10)$$

où \mathbf{A} est la matrice d'état de dimension $2N \times 2N$: $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\lambda_i & -2\xi_i\omega_i \end{bmatrix}$ et \mathbf{B} la matrice d'entrée de dimension $2N \times r$: $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \varphi_i(L) \end{bmatrix}$ avec r est le nombre d'actionneurs.

Si le vecteur d'état initial et le vecteur de contrôle sont donnés, le vecteur d'état peut être calculé à chaque instant. L'équation (1.10) est très largement utilisée en contrôle de systèmes linéaires. Pour décrire le système du point de vue de sa sortie, on lui ajoute souvent une seconde équation :

$$Y(t) = [\mathbf{C}]X(t), \quad (1.11)$$

appelée équation de sortie ou d'observation. L'observation est mesurée le plus souvent à travers des capteurs placés aux points x_q . $Y(t)$ est le vecteur de sortie contenant les signaux observés, aux points de mesure des capteurs, $[\mathbf{C}]$ est la matrice d'observation :

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \varphi_i(x_q) \end{bmatrix}.$$

La fonction de contrôle est définie en fonction de l'état du système, elle peut se mettre sous la forme matricielle :

$$v_N(t) = -[\mathbf{K}]X(t), \quad (1.12)$$

avec \mathbf{K} la matrice de gain défini par la loi de contrôle.

Le système formé par les équations (1.10), (1.11) et (1.12)

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = [\mathbf{A}]X(t) + [\mathbf{B}]v_N(t) \\ Y(t) = [\mathbf{C}]X(t) \\ v_N(t) = -[\mathbf{K}]X(t) \end{cases} \quad (1.13)$$

est appelé système d'état.

1.3.2 Contrôlabilité et observabilité

La mise en oeuvre d'une stratégie de contrôle actif d'une structure nécessite toujours l'étude de l'observabilité et de la contrôlabilité du système étudié. C'est une étape indispensable de la loi de contrôle choisie. Elle conditionne la réussite de tout dispositif de contrôle actif. Les notions de contrôlabilité et d'observabilité introduites dans les années soixante, sont fondamentales en contrôle moderne. La contrôlabilité mesure la capacité d'une configuration particulière d'actionneur de contrôler l'état du système complet ; inversement, l'observabilité mesure la capacité de la configuration particulière du capteur à fournir toutes les informations nécessaires estimées d'état complet du système [83].

1.3.2.1 Contrôlabilité

Considérons un simple exemple, pour mieux comprendre la contrôlabilité d'un système, à deux sous systèmes mécaniques soumis à la même force de contrôle agissant sur la masse m_1 comme illustré dans la figure (1.5). Il est clair que la masse m_2 du système (a) n'est pas contrôlable par la force de contrôle et pour ce motif que le système global est dit non contrôlable et donc si une seule composante est non contrôlable, le système est dit non contrôlable. D'autre part, le système (b) est contrôlable et la force de contrôle agit sur les deux masses du système.

Un système est dit contrôlable lorsqu'il est possible de changer l'état en passant d'un état

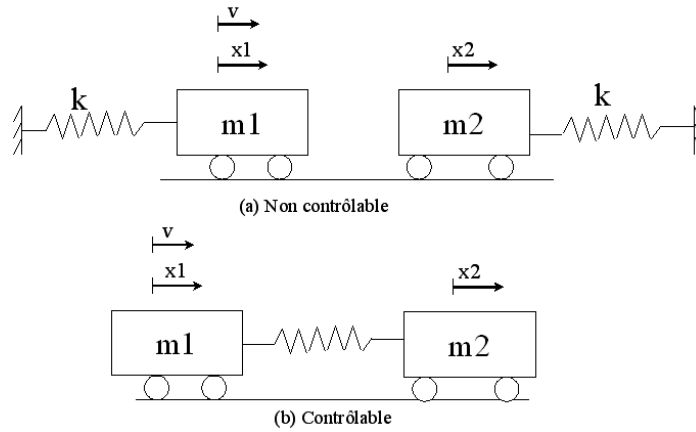


FIG. 1.5 – Contrôlabilité d'un système.

initial, X_0 , à un état final, X_f , ou l'inverse, en un temps fini et en utilisant seulement une force de contrôle.

Considérons un système linéaire de rang $2N$ (1.13), et une matrice test \mathbf{Q} , dite matrice de contrôlabilité qui a la forme suivante :

$$\mathbf{Q} = [\mathbf{B}, \mathbf{A}\mathbf{B}, \dots, \mathbf{A}^{2N-1}\mathbf{B}] \quad (1.14)$$

Le système (1.13) est dit contrôlable si et seulement si la matrice de contrôlabilité a pour rang maximal. Dans le cas où il aurait une seule entrée, la matrice \mathbf{Q} est carré et le système est contrôlable si \mathbf{Q} est non singulier.

Cette réponse n'est pas assez souvent pratique pour les problèmes de l'ingénieur où nous avons besoin d'une information plus quantitative puisqu'il précise simplement si le système est contrôlable ou non. Pour cela, il est proposé d'utiliser un nouveau critère, permet de quantifier la contrôlabilité mode par mode, se base sur la matrice grammienne de contrôlabilité défini par [51]

$$\mathbf{W}_c = \int_0^T [e^{\mathbf{A}\tau} \mathbf{B} \mathbf{B}^T e^{\mathbf{A}^T \tau}] d\tau. \quad (1.15)$$

Cette matrice est solution de l'équation de Liapunov

$$\mathbf{A} \mathbf{W}_c + \mathbf{W}_c \mathbf{A}^T + \mathbf{B} \mathbf{B}^T = 0. \quad (1.16)$$

Ainsi, on peut énoncer le critère de contrôlabilité de la matrice grammienne : un système est contrôlable si et seulement si la matrice de contrôlabilité \mathbf{W}_c est définie positive. Pour contrôler tous les états du système, contrôler mode par mode, il est plus intéressant d'étudier le problème des valeurs propres de la matrice grammienne.

1.3.2.2 Observabilité

Un concept dual à celui de contrôlabilité d'un système linéaire est l'idée que chaque variable d'état a des effets sur la réponse du système. L'observabilité est donc un concept du même type que la contrôlabilité mais cette fois, c'est la relation entre les sorties et l'état du système qui est caractérisée. Autrement dit, l'observabilité relie le vecteur de sortie $z(t)$ au vecteur d'état $X(t)$ du système linéaire (1.13). Avec référence à un tel système, il est dit complètement observable si, pour chaque état initial X_0 existe un temps fini, noté T , dans le quel la connaissance de $z(t)$ est suffisant pour déterminer l'état final $X(T)$. La vérification de l'observabilité ressemble beaucoup à celle de la contrôlabilité qui se réduit au calcul du rang d'une matrice :

$$\mathbf{O} = [\mathbf{C}, \mathbf{A}\mathbf{C}, \dots, \mathbf{A}^{2N-1}\mathbf{C}] \quad (1.17)$$

Cette matrice prend le nom de matrice d'observabilité. D'après le critère de Kalman reposant sur le rang, le système (1.13) est complètement observable si et seulement si la matrice d'observabilité est de rang $2N$, nombre des composantes du vecteur d'état [83]. L'étude de l'observabilité d'un système à plusieurs variables permet au concepteur de choisir les variables de sorties mesurables du modèle du système. Si un état non observable est inclus dans le contrôle, il résulte qu'il ne pourra pas être détecté à la sortie, d'où l'instabilité éventuelle. Le critère de Kalman précise simplement que le système est observable ou non, mais il ne donne pas une information plus quantitative. Pour cela, et dans le plus souvent des cas pratiques des problèmes de l'ingénieur il est utilisé un critère qui quantifie la visibilité de la réponse par les capteurs, en utilisant la matrice grammienne définit par

$$\mathbf{W}_o = \int_0^T [e^{\mathbf{A}^T\tau} \quad \mathbf{C}^T \mathbf{C} \quad e^{\mathbf{A}\tau}] d\tau. \quad (1.18)$$

Cette matrice permet de quantifier l'énergie récupérée par les capteurs indépendamment des conditions initiales et qui a pour propriété: le système (1.13) est observable si et seulement si la matrice d'observabilité \mathbf{W}_o est définie positive. Pour mesurer, donc, l'observabilité mode par mode du système il suffit de calculer les valeurs propres de \mathbf{W}_o .

On remarque que la matrice grammienne d'observabilité est déduite directement par dualité entre observabilité et contrôlabilité: le couple (\mathbf{A}, \mathbf{C}) est observable si et seulement si $(\mathbf{A}^T, \mathbf{B}^T)$ est contrôlable. En remplaçant (\mathbf{A}, \mathbf{B}) par $(\mathbf{A}^T, \mathbf{C}^T)$ dans l'équation (1.16), nous obtenons que la matrice d'observabilité \mathbf{W}_o est solution de l'équation suivante :

$$\mathbf{A}^T \mathbf{W}_o + \mathbf{W}_o \mathbf{A} + \mathbf{C}^T \mathbf{C} = 0 \quad (1.19)$$

1.3.3 Phénomène de Spillover

Les structures continues ont une infinité de degrés de liberté. La décomposition modale du déplacement d'une telle structure se fait alors sur une infinité de termes et donc les capteurs, placés lors du contrôle, observent une infinité de modes. Les systèmes de contrôle actif sont utilisés pour réduire les vibrations d'une bande de fréquence. Un modèle réduit alors doit être développé par discrétisation en introduisant seulement les N premiers modes propres de la structure qui est en général tout à fait suffisant pour tenir compte des comportements dynamiques à basse fréquence dans la plupart des situations pratiques. Cette réduction d'ordre se fait par la projection sur les N premiers modes et le contrôle sera exprimé sur une base tronquée de dimension N ce qui fait apparaître l'instabilité des modes résiduels qui ne sont pas pris en compte, lors de la discrétisation, dans le modèle de dimension fini. On peut définir le phénomène de spillover par le transfert d'énergie vers des modes élevés qui ne sont pas pris en considération dans le modèle. Le spillover peut être décomposé en deux parties :

- le spillover d'observation dans le quel les signaux observés décomposés sur les N modes du modèle sont pollués par les modes d'ordre supérieur,
- le spillover de contrôle qui aura lieu lorsque le contrôle excite les modes d'ordre supérieur.

Pour qu'il y ait instabilité par spillover, il faut avoir le spillover d'observation et le spillover de contrôle. Plusieurs travaux ont fait l'objet de ce phénomène [2, 17, 59].

1.3.4 Algorithmes de contrôle actif

La conception du système de contrôle est très dépendante du choix et de l'emplacement relatif des actionneurs et des capteurs. Il est connu que, pour des actionneurs et capteurs colocalisés, la conception du système de contrôle, même pour des systèmes simples de rétroaction, permet d'aboutir à des systèmes stables. Le contrôle est dit colocalisé si les capteurs et actionneurs sont localisés sur les mêmes points de la structure, c'est à dire que les capteurs et l'actionneurs sont physiquement placés sur les mêmes points de la structure et énergétiquement sont conjugués, tel que force et déplacement ou vitesse ou moment et rotation.

D'autre part, la performance du système de contrôle est aussi fortement dépendante de l'algorithme de contrôle utilisé pour traiter les informations fournies par les capteurs afin

de déterminer les signaux de contrôle envoyés aux actionneurs. Plusieurs algorithmes ont été utilisés dans la littérature pour contrôler les vibrations des structures : le plus simple est probablement le "Direct Velocity Feedback" DVF [3], qui a pour principe d'imposer une force proportionnelle à la vitesse au point de mesure, ou "Integral Force Feedback" IFF [83]. Ces approches colocalisées assurent une stabilité locale, ils ne produisent pas le phénomène d'instabilité par spillover. Ces deux lois de contrôle peuvent être appliquées sans recours à un modèle. De plus, elles sont principalement efficaces près de la fréquence de résonance. D'autres approches sont très non colocalisées tel que le contrôle proportionnel à la flèche de l'extrémité libre d'une console, en utilisant des éléments piézoélectriques, dont l'actionneur piézoélectrique est positionné près de l'encastrement, tandis que la mesure de la flèche est effectuée, au moyen d'un accéléromètre ou d'un capteur optique, placé à l'extrémité. Plusieurs travaux ont considéré cette approche [12, 110], qui utilise la loi de contrôle "Linear Quadratic" LQ classique qui est plus efficace et assure une stabilité globale [83]. Néanmoins, un modèle est exigé pour sa mise en oeuvre qui nécessite une discrétisation, et lors de son approximation en dimension finie une instabilité due au spillover peut paraître.

Il est intéressant de considérer le comportement dynamique d'un système par sa réponse modale. Ceci est particulièrement vrai en contrôle actif pour les structures mécaniques montrant des résonances espacées dans la bande passante du contrôleur. Tout naturellement, cela a motivé le développement des méthodes de contrôle actif visant à contrôler les modes de façon indépendante [68].

Suivant les travaux sur la contrôlabilité exacte des équations différentielles [63], Komornik a introduit une nouvelle stratégie efficace et simple pour la stabilisation des structures souples [54, 55]. Ce type de contrôle est optimal et donc il est caractérisé par les mêmes avantages que la rétroaction LQ. Les seules différences sont la simplicité lors de sa mise en oeuvre et une meilleure efficacité, surtout lorsqu'il est utilisé comme un contrôle frontière, les actionneurs sont placés sur le bord [19]. Plusieurs travaux ont étudié ce type de contrôle pour la stabilisation des structures flexibles [16, 19, 86]. Pour des études détaillées sur cette loi de contrôle nous renvoyons les lecteurs aux [19, 54, 55, 86].

1.3.4.1 Les lois DVF et IFF

Considérons un système mécanique, formé de masses ressorts et amortisseurs, à N degrés de liberté. L'équation d'équilibre dynamique de ce système a la forme suivante :

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = 0. \quad (1.20)$$

En multipliant cette équation par la vitesse \dot{x} et en intégrant sur un intervalle de temps fini, nous aboutissons à l'équation d'équilibre énergétique :

$$M \int_0^t \ddot{x}\dot{x} dt + K \int_0^t x\dot{x} dt = -C \int_0^t \dot{x}^2 dt. \quad (1.21)$$

Le premier membre de l'équation (1.21) est la variation de l'énergie totale dans l'intervalle de temps $[0, t]$. Le deuxième membre est une fonction décroissante dans le temps à cause de la condition $C > 0$ et du caractère croissant de l'intégrale $\int_0^t \dot{x}^2 dt$.

Par conséquent, lors de l'étude d'un système dissipatif, l'énergie totale se transforme d'un état à un autre sous une forme décroissante par effet de frottement ou de viscosité. Alors que lors de présence de contrôle actif de vibration, l'énergie mécanique de vibration de la structure se dissipe par un système de l'extérieur. Par exemple en imposant une force en un point x_c de la structure, pour qu'elle s'oppose aux vibrations, sa puissance devrait être négative. Dans ce cadre, est développée la loi de contrôle colocalisé D.V.F, qui consiste à imposer une force

$$F(x_c, t) = -g_1 \dot{z}(x_c, t) \quad (1.22)$$

proportionnelle à la vitesse. Donc, à partir d'une configuration capteur actionneur, on mesure la vitesse et on impose une force. g_1 est un gain positif, $\dot{z}(x_c, t)$ est la vitesse du point x_c de la structure à contrôler. Le signe (-) est pour toujours assurer que la puissance apportée par le contrôleur est négative

$$P(t) = -g_1 \dot{z}(x_c, t)^2. \quad (1.23)$$

On remarque que ce type de contrôle colocalisé n'exige pas un modèle discret, il peut être utilisé sans discrétisation si l'on utilise un capteur de vitesse car il est basé sur une mesure locale de la vitesse et non plus d'une mesure continue de vitesse ou de déplacement de la structure. Lorsque les capteurs mesurent l'accélération, ou le déplacement, la vitesse sera calculée par intégration ou par dérivation.

La loi de contrôle IFF nécessite une mesure locale de la force. Ce type de contrôle dual de D.V.F a pour principe, en mesurant une force, d'imposer un déplacement

$$z(x_c, t) = -g_2 \int_0^t F(x_c, t) dt \quad (1.24)$$

proportionnel à l'intégrale de la force mesurée en un point de placement du capteur. g_2 est un gain positif, le signe (-), comme pour le contrôle D.V.F, est pour toujours assurer que la puissance

$$P(t) = -g_2 F(x_c, t)^2 \quad (1.25)$$

apportée par le contrôleur est négative.

1.3.4.2 Contrôle optimal

La théorie de contrôle moderne se présente comme la synthèse de la matrice de gain du contrôle par retour d'état. Le contrôle intervient dans l'équation d'état (1.10) comme une donnée que l'on peut choisir, en imposant une énergie de contrôle, afin de minimiser l'énergie mécanique de la structure. Le problème du contrôle optimal consiste essentiellement à déterminer le contrôle $v^*(t)$, admissible, apte à conduire le système vers un état désiré $X^*(t)$, tout en minimisant une fonctionnelle coût. Afin de déterminer la solution d'un problème du contrôle optimal, il existe plusieurs approches dont deux sont principales : la première, constituée de la théorie de Hamilton-Jacobi, consiste à établir des conditions suffisantes d'optimalité global et la deuxième se base sur le principe de minimum de Pontryagin qui est un principe variationnel : le contrôle optimal doit minimiser une fonction appelée Hamiltonien.

En se mettant dans le cadre d'un système linéaire après discrétisation (1.13), pour déterminer la matrice de gain, le contrôle optimal linéaire quadratique propose de minimiser une fonctionnelle de performance définit par :

$$J(v) = \int_0^T \{ [X(t)]^T \mathbf{Q} [X(t)] + [v_N(t)]^T \mathbf{R} [v_N(t)] \} dt, \quad (1.26)$$

où $[X(t)]$ est l'état du système, \mathbf{Q} et \mathbf{R} des matrices pondérantes respectivement les états et le contrôle du système. Ces matrices sont les paramètres de la loi de contrôle. La matrice \mathbf{R} est symétrique strictement définie positive vu que chaque contrôle a un coût, alors que \mathbf{Q} est semi-définie positive. Le contrôle utilisant l'expression (1.26) comme une fonctionnelle de coût quadratique linéaire à minimiser peut être interprété ainsi : il s'agit de conduire l'état du système aussi proche de zéro que possible tout en limitant la force de contrôle. Une certaine construction de \mathbf{Q} peut favoriser le contrôle de certains états. De la même façon, les éléments de \mathbf{R} peuvent privilégier un actionneur de contrôle sur un autre. Ainsi, les matrices \mathbf{Q} et \mathbf{R} ont une influence importante sur le calcul de la matrice de gain. Alors que le choix de la fonctionnelle de coût permet, par conséquent, de considérer deux aspects caractéristiques d'un problème de contrôle :

- obtenir une minimisation de la vibration de l'état de la structure en minimisant l'énergie mécanique,
- obtenir la performance recherchée sur l'état du système à travers l'utilisation d'une force de contrôle convenablement limitée.

Le contrôle $v^*(t)$ est défini par [58]

$$v^*(t) = -\mathbf{K}X^*(t), \quad (1.27)$$

$\mathbf{K} = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T P(t)$ est la matrice gain du contrôle optimal. Lors de contrôle à horizon infini, aucune condition n'est imposé sur l'état final et $P(t)$ tend vers une matrice constante P solution de l'équation algébrique de Riccati

$$-\mathbf{Q} - \mathbf{A}^T P - P\mathbf{A} + P\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T P = 0. \quad (1.28)$$

1.3.4.3 Contrôle modal

Comme est signalé plus haut, il est intéressant de considérer le comportement dynamique d'un système par ses réponses modales. Cela a motivé le développement des méthodes de contrôle actif des vibrations visant à contrôler les modes de façon indépendante, on parle alors de contrôle modal. Cette méthode permet d'amortir chaque mode indépendamment des autres IMSC (Independent Modal Space Control), ce qui permet de résoudre des équations algébriques non couplées plutôt que l'équation matricielle de Riccati [68]. Chaque mode à amortir oblige la présence d'un actionneur, et donc cette méthode nécessite autant d'actionneurs que de modes à contrôler. Plus tard, a été développée la méthode MIMSC (Modified Independent Modal Space Control) par [8], toujours dans le même esprit du contrôle modal, qui offre la possibilité d'amortir plusieurs modes en utilisant seulement quelques actionneurs. Un contrôleur modal est composé de trois

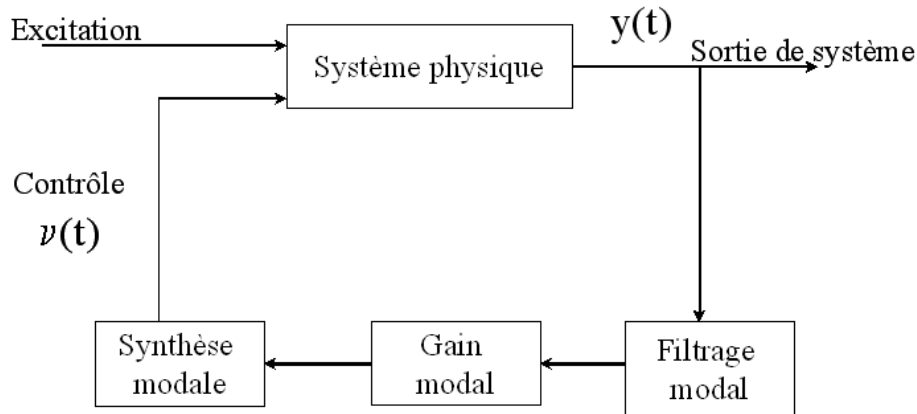


FIG. 1.6 – Principe de contrôle modal par retour d'état.

parties distinctes comme est indiqué dans la figure (1.6) :

- un filtre modal qui permet de construire un vecteur d'état modal de dimension fini à partir de la sortie du système,

- la matrice de gain modal qui pondère le contrôle sur les différentes coordonnées modales,
- le synthétiseur de modes qui reconstruit le signal à appliquer aux actionneurs de contrôle.

1.4 Les lois de contrôle semi-actif

Comme on a indiqué, l'idée principale du contrôle semi-actif est très simple : elle consiste à changer, en temps réel, les caractéristiques des dispositifs passifs de dissipation d'énergie et ce changement ne nécessite qu'une source minimale d'énergie. Le concept de ce type de contrôle est introduit pour la première fois par Karnopp [52] qui propose de modifier la force d'amortissement du fluide en contrôlant l'ouverture de la valve d'un amortisseur conventionnel, par exemple, un amortisseur hydraulique muni d'une servo-valve qui contrôle le débit d'huile à travers une restriction [79].

L'action de contrôle, pour une approche de type semi-actif, se réalise à travers le réglage, en temps réel, des paramètres mécaniques de dissipation réagit passivement avec le reste de la structure. La modalité de réglage de ces paramètres est déterminée, sur la base d'un choix d'algorithme de contrôle, en fonction de l'excitation et/ou de la réponse de la structure. Par conséquent, comme pour le contrôle actif, le système de contrôle semi-actif nécessite des capteurs, processeurs et actionneurs. L'énergie demandée de l'extérieure, par contre, est minimale par rapport à un système de contrôle actif : sert seulement à modifier les caractéristiques mécaniques des dispositifs de contrôle, et peut être fournie, par exemple, d'une simple batterie. Les systèmes de contrôle semi-actif, donc, représentent une évolution des systèmes passifs, et par conséquent ils en conservent les caractéristiques fondamentales de fiabilité, de sécurité et de simplicité, en les plaçant à côté de celle de l'adaptation, dans le but d'augmenter ses performances jusqu'à les approcher aux systèmes de contrôle actif.

Il existe une liaison conceptuelle forte entre les systèmes semi-actifs et les systèmes passifs [33] ; en effet, les diverses terminologies utilisées en littérature pour identifier le contrôle semi-actif sont, par exemple, Parametric Control, Contrôle Passif Variable, contrôle de Système à Structure Variable (VSS)... Pour plus de détails sur ces terminologies, nous citons aux lecteurs [33].

Les systèmes de contrôle semi-actif incluent deux catégories : la première est à rigidité variable et la deuxième est à amortisseur variable. Dans la première, la raideur de la structure est ajustée pour établir une condition non-résonnante entre la structure et l'ex-

citation [90]. Les appareils à raideurs variables peuvent être réglés en éliminant ou en ajoutant une rigidité à une section particulière de la structure. Dans la deuxième, le coefficient d'amortissement des appareils de dissipation d'énergie varie entre une valeur minimale et une autre maximale. Ces coefficients sont modifiés à partir d'un algorithme de contrôle, en ajustant les propriétés mécaniques du dispositif de contrôle, pour accomplir des réductions considérables de la réponse de la structure. Dans les deux catégories, comme les systèmes passifs, les forces de contrôle sont produites en utilisant le mouvement de la structure et, comme les systèmes actifs, des contrôleurs qui, à partir d'une loi de contrôle, développent des signaux pour sélectionner la rigidité ou le coefficient d'amortissement de l'appareil.

Plusieurs études sont concentrées sur l'usage des algorithmes de contrôle semi-actif pour les structures avec variation du coefficient d'amortissement du dispositif utilisé. Ils ont étudié l'efficacité de ces algorithmes en réduisant la réponse des structures sous différents chargements dynamiques.

Le coefficient d'amortissement d'un amortisseur variable de la structure peut être ajusté, pendant la réponse, entre deux valeurs limites : une valeur maximale et une autre minimale, C_{max} et C_{min} ; tel que

$$C_{min} \leq C(t) \leq C_{max}. \quad (1.29)$$

Plusieurs études ont développé des algorithmes pour sélectionner le coefficient d'amortissement convenable pendant la réponse de la structure. En [81] a été introduit un actionneur hydraulique avec un orifice réglable en utilisant un algorithme de contrôle en boucle fermée pour sélectionner le coefficient d'amortissement de l'appareil à chaque incrément du temps. Il a été, aussi, introduit un algorithme de contrôle optimal "Clipping" basé sur le régulateur linéaire quadratique (LQR). Les résultats de ces études indiquent que la variation d'amortisseur réduit considérablement la réponse d'une structure soumise à des excitations sismiques. Dans le même principe, en [80] a été introduit un algorithme bang-bang basé sur la méthode de Lyapunov. D'autres études ont été concentrées sur l'efficacité des dispositifs de dissipation en réduisant la réponse de vibration des ponts induite par les véhicules [82].

En [37], pour régler le coefficient d'amortissement d'un système d'isolation sismique, il a été utilisé deux algorithmes : le premier est l'algorithme bang-bang et le deuxième est l'algorithme instantané optimal introduit par [108]. Les résultats numériques indiquent des réductions des réponses de presque 41% du déplacement maximum et 22% de l'accélération maximale lorsque le pont est soumis à une excitation sismique. En [30] a été utilisé un algorithme LQR bang-bang semi-actif pour contrôler la force de glissement dans

les amortisseurs à frottement. Dans une autre étude, en [64] a été utilisé un algorithme bang-bang semi-actif basé sur la théorie de Lyapunov pour un cadre à trois étages dont a été montré l'importance de l'effet des amortisseurs variables sur la réponse.

Dans une étude analytique et expérimentale sur un cadre à un seul étage et à trois étages développée par [101], a été testé un amortisseur à fluide variable semi-actif et un amortisseur on-off. Pour l'amortisseur variable, un amortisseur skyhook, un LQR et un algorithme de contrôle du mode glissant ont été employés. Les résultats ont indiqué que les deux types d'amortisseurs ont réduit considérablement la réponse comparé au cas sans contrôle. On présentera dans la suite quelques lois de contrôle semi-actif.

1.4.1 Contrôle à boucle ouverte

Dans le cas de contrôle à boucle ouverte aucune loi de contrôle rétroaction n'est nécessaire et même si une loi de contrôle est a priori fixée aucune connaissance de variable d'état n'est nécessaire [65]. Les caractéristiques d'amortissement des appareils peuvent varier de façon continue ou par étapes, selon la condition de fonctionnement. Typiquement, les variations d'amortisseurs fonctionnent en bi-phase de la manière "on-off". Cela veut dire que l'appareil peut être considéré comme un élément passif dans lequel les propriétés dissipatives peuvent varier d'une valeur à une autre. C'est la façon la plus simple d'appliquer la loi de contrôle qui peut être très utile pour l'isolation de vibrations des machines tournantes. Par exemple, une telle technique est utilisée pour les machines à laver : une valeur d'amortissement "haute" est utilisée quand le tambour est à basse vitesse (c'est à dire durant l'accélération ou décélération), alors qu'une "faible" valeur d'amortissement est attribuée à haute vitesse. Un changement automatique des propriétés de l'amortisseur lorsqu'une vitesse limite est atteinte. Ce type de contrôle est utile quand le système à amortir admet des caractéristiques dynamiques très bien connues. Dans quelques cas les différents niveaux d'amortissement sont choisis par l'utilisateur, comme dans le cas de suspension de véhicule semi-actif.

1.4.2 Contrôle Sky-hook

Pour introduire ce type de contrôle, nous considérons un système conventionnel à un seul degré de liberté, figure (1.7), dont la masse est reliée à la base par un ressort de rigidité k et un amortisseur C et qui a l'équation de mouvement suivante :

$$m_1 \ddot{X}_1 + C(\dot{X}_1 - \dot{X}_2) + k(X_1 - X_2) = 0, \quad (1.30)$$

X_1 et X_2 sont respectivement le déplacement de la masse m_1 et de la base. La fonction de transfert sera défini par

$$H\left(\frac{X_1}{X_2}\right) = \frac{1 + 2i\xi\frac{\omega}{\omega_0}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + 2i\xi\frac{\omega}{\omega_0}}, \quad (1.31)$$

$\omega_0^2 = \frac{k}{m_1}$ est la pulsation propre et $\xi = \frac{C}{2m_1\omega_0}$ le taux d'amortissement du système conventionnel.

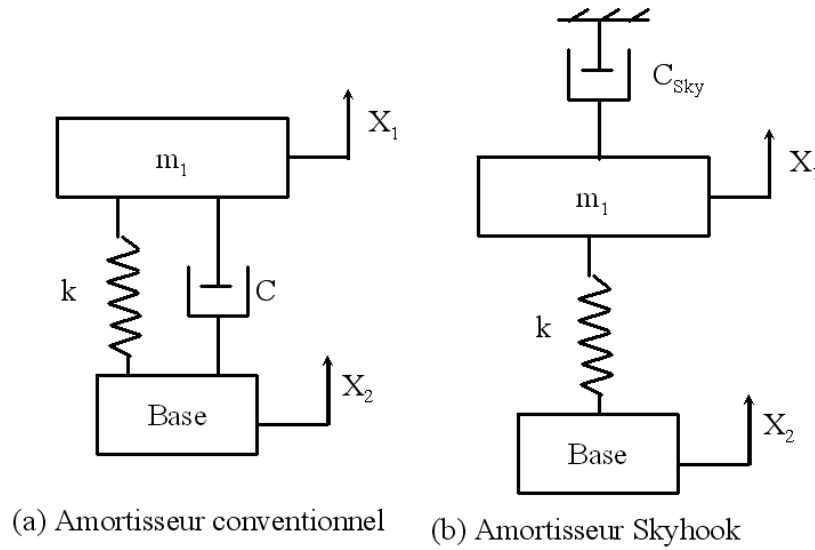


FIG. 1.7 – Amortisseur conventionnel et Skyhook.

Lorsque l'amortisseur n'est plus inséré entre la base et la masse, figure (1.7.a), mais entre celle-ci et une référence fixe, figure (1.7.b), le système d'amortissement sera appelé un *amortisseur skyhook* [52]. Les équations (1.30) et (1.31), pour un tel système, seront définies comme suit :

$$m_1\ddot{X}_1 + C_{sky}\dot{X}_1 + k(X_1 - X_2) = 0, \quad (1.32)$$

$$H\left(\frac{X_1}{X_2}\right) = \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + 2i\xi_{sky}\frac{\omega}{\omega_0}}, \quad (1.33)$$

où ξ_{sky} est le taux d'amortissement idéal skyhook.

Afin de comparer les performances entre l'amortisseur skyhook et l'amortisseur passif, on représente le module de transmissibilité, pour les deux systèmes, en fonction de $\frac{\omega}{\omega_0}$, pour différentes valeurs du taux d'amortissement, par la figure (1.8). Pour les deux cas, à faible valeur de ξ , le module de transmissibilité présente une forte amplification à la

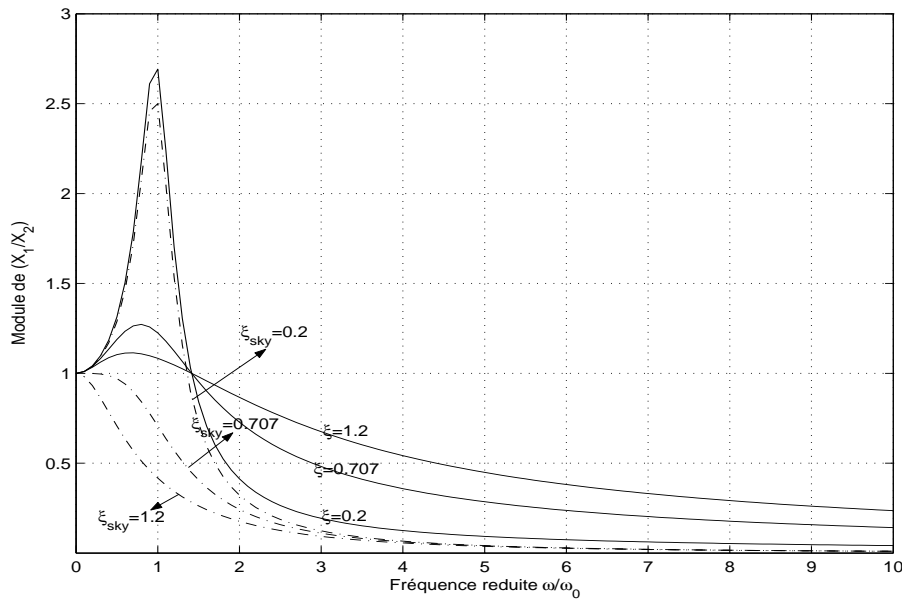


FIG. 1.8 – Courbe du module de transmissibilité.

résonance. Alors que, pour une valeur du taux d'amortissement skyhook suffisamment grande, nous pouvons amortir la vibration même à la fréquence de résonance. Au-delà de cette fréquence, les deux amortisseurs atténuent la vibration mais dans des proportions différentes. Il existe un grand nombre d'études qui porte sur l'efficacité des systèmes de contrôle skyhook, surtout, utilisés pour le contrôle de vibration de suspension soumise à des excitations à la base [52, 84].

D'un point de vue pratique, il est difficile de reproduire le concept de l'amortisseur skyhook dans le cas de contrôle des structures. En effet, il est presque impossible de trouver une référence fixe pour l'amortisseur dans le cas des grands ouvrages. Malgré cette contrainte il existe des systèmes qui peuvent remplacer le système skyhook. Une première méthode pour obtenir un système qui représente des performances très proches de l'amortisseur skyhook est de remplacer l'amortisseur passif par une force génératrice active qui peut être obtenue en utilisant un actionneur hydraulique. Alors que ce système est plutôt complexe et il exige une source d'énergie importante. Une deuxième méthode, qui représente la simplicité d'un amortisseur passif conventionnel, est d'utiliser les amortisseurs semi-actifs, qui sont placés entre la base et la masse, dont le coefficient d'amortissement varie entre deux valeurs extrêmes. En se plaçant dans le cadre de la deuxième approche, le système de contrôle semi-actif est représenté par la figure (1.9). Supposons que, pour les deux systèmes (skyhook et semi-actif), la masse m_1 se déplace vers le haut avec une vitesse \dot{X}_1

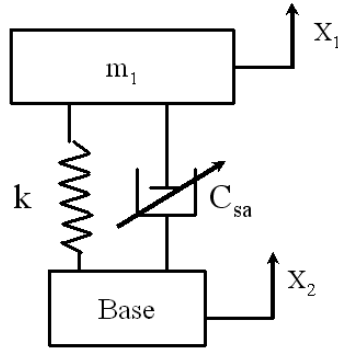


FIG. 1.9 – Amortisseur semi-actif

positive. Si nous considérons la force

$$F_{Sky} = -C_{Sky}\dot{X}_1, \quad (1.34)$$

qui est appliquée par l'amortisseur skyhook à la masse m_1 , nous remarquons qu'elle est dirigée vers le bas. Ensuite, nous avons besoin de déterminer si l'amortisseur semi-actif est capable de produire la même force définie par l'équation (1.34). Si la base et la masse s'éloignent, alors l'amortisseur semi-actif est en traction. Par conséquent, la force semi-active appliquée

$$F_{sa} = -C_{sa}(\dot{X}_1 - \dot{X}_2), \quad (1.35)$$

sur la masse m_1 est dans la direction négative (dirigée vers le bas). Le coefficient d'amortissement C_{sa} vérifie, sous l'exigence d'égaliser les deux forces d'amortissement (1.34) et (1.35), la condition suivante :

$$C_{sa} = C_{Sky} \frac{\dot{X}_1}{\dot{X}_1 - \dot{X}_2}. \quad (1.36)$$

Et par suite, si \dot{X}_1 et $(\dot{X}_1 - \dot{X}_2)$ sont positives, C_{sa} devrait être défini conformément à (1.36). Considérons maintenant le cas où la base et la masse s'éloignent encore, mais la masse se déplace vers le bas avec une vitesse \dot{X}_1 négative. Dans la configuration skyhook, la force d'amortissement sera appliquée vers le haut, direction de X_1 positive. Dans la configuration semi-active, cependant, l'amortisseur est encore en traction, et la force d'amortissement sera encore appliquée vers le bas, dans la direction de X_1 négative. Puisque la force d'amortissement semi-active ne peut pas être appliquée dans la même direction que la force d'amortissement skyhook, elle prendra la valeur minimale possible. L'amortisseur semi-actif est désiré être mieux que possible afin qu'il n'y ait aucune force d'amortissement, mais en réalité quelques petites forces d'amortissement sont présentées et qu'elles ne sont pas dans la même direction que la force d'amortissement skyhook. Donc, si \dot{X}_1

est négative et $(\dot{X}_1 - \dot{X}_2)$ est positive, la force d'amortissement semi-active devrait être minimisée. D'autres analyses simples ont été appliquées à d'autres combinaisons de \dot{X}_1 et $(\dot{X}_1 - \dot{X}_2)$, [65], ont montré que la force de contrôle semi-actif sera définie comme suit :

$$\begin{cases} si & \dot{X}_1(\dot{X}_1 - \dot{X}_2) > 0 \text{ alors } F_{sa} = C_{Sky}\dot{X}_1 \\ si & \dot{X}_1(\dot{X}_1 - \dot{X}_2) < 0 \text{ alors } F_{sa} = 0 \end{cases} \quad (1.37)$$

F_{sa} est la force produite par l'amortisseur semi-actif. Le système (1.37) implique que lorsque la vitesse relative $(\dot{X}_1 - \dot{X}_2)$ et la vitesse absolue de la masse m_1 ont les mêmes signes, la force d'amortissement est proportionnelle à \dot{X}_1 . Autrement, elle est nulle. Une autre interprétation énergétique, si le produit de deux vitesses est positif, c'est à dire que la puissance associée à la force d'amortissement Skyhook est dissipative. Donc, l'amortisseur semi-actif réalise la force d'amortissement skyhook si le signe de la vitesse relative, $(\dot{X}_1 - \dot{X}_2)$, est identique à celui de la vitesse absolue, \dot{X}_1 ; dans le cas contraire, l'amortisseur semi-actif doit engendrer un effort de signe opposé à la vitesse relative, ce qui est impossible sans fournir d'énergie au système.

Pour le cas d'un amortisseur variable, le coefficient d'amortissement pendant la réponse de la structure peut être ajusté entre deux valeurs limites, comme est indiqué par l'équation (1.29), suivant une certaine loi de contrôle; une valeur supérieure et l'autre inférieure, C_{max} et C_{min} . Si la force F_{Sky} est supérieure à l'effort maximum que peut fournir l'amortisseur semi-actif, C_{sa} prend la valeur C_{max} . Par contre, le coefficient d'amortissement semi-actif prend la valeur minimale C_{min} lorsque la force F_{sa} est égale à zéro. D'après les équations (1.29) et (1.36), le coefficient, C_{sa} , varie continuellement entre deux valeurs limites suivant la loi de contrôle qui prend le nom d'un algorithme de contrôle semi-actif continu skyhook (*Continuous skyhook control*).

$$\begin{cases} si & \dot{X}_1(\dot{X}_1 - \dot{X}_2) > 0 \text{ alors } C_{sa} = \alpha \\ si & \dot{X}_1(\dot{X}_1 - \dot{X}_2) < 0 \text{ alors } C_{sa} = C_{min} \end{cases} \quad (1.38)$$

Avec $\alpha = \min \left\{ C_{Sky} \frac{\dot{X}_1}{\dot{X}_1 - \dot{X}_2}, C_{max} \right\}$. La loi de contrôle (1.38) est choisie telle que la variation du coefficient d'amortissement passif conventionnel peut atteindre le coefficient d'un amortisseur skyhook. Cette loi peut être simplifiée en utilisant un amortisseur semi-actif à deux états comme une variante de l'amortisseur continuellement variable [56]. Cet amortisseur commute entre deux positions; une valeur minimale et une valeur maximale, d'où

le nom de l'algorithme "on-off". L'amortisseur est ajusté selon la loi de contrôle suivante :

$$\begin{cases} \text{si} & \dot{X}_1(\dot{X}_1 - \dot{X}_2) > 0 \quad \text{alors} \quad C_{sa} = C_{max} \\ \text{si} & \dot{X}_1(\dot{X}_1 - \dot{X}_2) < 0 \quad \text{alors} \quad C_{sa} = C_{min} \end{cases} \quad (1.39)$$

La performance de cette loi est due au choix du coefficient d'amortissement. Ce qui le rend, malgré sa simplicité et ses performances supérieures à celles d'un amortisseur passif, moins performant que le cas continu [52, 84].

1.4.3 Contrôle ground-hook

Ce type de contrôle a le même principe que le contrôle skyhook, seulement que le solide à amortir sera attaché à la terre, simple appellation, au lieu du ciel. Mais l'essentiel est que le solide reste attaché à une référence fixe. La loi de contrôle est déterminée suivant le signe du produit de la vitesse absolue de la masse à amortir et de la vitesse relative entre les deux solides. Nous pouvons citer le cas de la suspension d'un véhicule [65] ; le contrôle ground-hook, contrairement au contrôle skyhook qui est développé pour amortir la vibration de la suspension, est développé pour amortir la vibration du pneu, qui sera attaché à une référence fixe (terre) par un amortisseur ; un tel amortisseur est appelé souvent un amortisseur idéal. La vitesse absolue est celle du pneu alors que la vitesse relative est la différence entre les vitesses absolues du pneu et de la suspension. Ce type de contrôle semi-actif est aussi utilisé dans les amortisseurs à masse accordée, appelés amortisseurs à masse accordée ancrés (ground-hook tuned mass damper), pour réduire les vibrations des planchers causées par l'activité humaine [95]. Il a été introduit un amortisseur à masse accordée qui utilise un amortisseur semi-actif variant continuellement afin de réduire l'accélération du plancher. Il l'a appliqué à un système ayant un seul degré de liberté, ce qui est représentatif des planchers d'un édifice. La loi de contrôle utilisée est équivalente au système (1.38), avec \dot{X}_1 est la vitesse absolue du plancher, \dot{X}_2 est la vitesse absolue de la masse accordée et $\alpha = \min \{G|\dot{X}_1|, C_{max}\}$ où G est un gain. Le coefficient d'amortissement peut varier aussi de façon discontinu entre deux valeurs limites, C_{min} et C_{max} , mais selon la loi de contrôle (1.39) et qui sera nommée par le contrôle semi-actif *on-off ground-hook*.

1.4.4 Algorithme LQR semi-actif

L'algorithme classique LQR est très utilisé pour le contrôle actif des vibrations [97, 109] mais il est aussi utilisé pour le contrôle semi-actif des vibrations des structures [12, 81, 101]. Considérons l'équation différentielle du mouvement d'une structure à n degrés de liberté soumise à m amortisseurs semi-actifs :

$$M\ddot{x}(t) + C\dot{x}(t) + Kx(t) = Dv(t), \quad (1.40)$$

où $x(t)$ est un vecteur de dimension n qui représente le déplacement de la structure, $v(t)$ un vecteur de dimension m qui représente les forces de contrôles engendrées par les amortisseurs semi-actifs, M la matrice masse, C la matrice d'amortissement, K la matrice de rigidité et D une matrice de dimension $n \times m$. La représentation d'état de ce système est donnée sous la forme $\dot{X}(t) = AX(t) + Bv(t)$. Dans cet algorithme le contrôle $v(t)$ est choisi par minimisation, durant l'excitation, de l'expression quadratique de la fonction coût suivante :

$$J(v) = \int_0^T \{ [X(t)]^T \mathbf{Q} [X(t)] + [v(t)]^T \mathbf{R} [v(t)] \} dt, \quad (1.41)$$

où T est la durée de l'excitation, \mathbf{Q} une matrice carrée semi-définie positive et \mathbf{R} une matrice carrée symétrique définie positive.

Pour une configuration de contrôle en boucle fermée [90], en minimisant la fonctionnelle $J(v)$ définie par l'équation (1.41), le vecteur force de contrôle est construit comme suit :

$$v(t) = -\mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T P(t) X(t) = \mathbf{G} X(t), \quad (1.42)$$

où la matrice \mathbf{G} représente la matrice de gain et la matrice P la solution de l'équation classique de Riccati.

1.4.5 Contrôle Clipping

La conception du contrôleur, pour ce type de contrôle, peut être divisée en deux étapes. La première étape consiste à choisir une loi de contrôle actif en supposant qu'un appareil actif idéal est présent. La deuxième étape est "la coupure" (Clipping) du contrôleur qui permet à l'amortisseur semi-actif de développer la force que l'appareil actif aurait exercée sur la structure [65].

Considérant le cas du paragraphe précédent, le coefficient d'amortissement pour l' i ème

amortisseur au temps t peut être calculé à partir de l'équation (1.42) [62].

$$C_i^*(t) = \frac{v_i(t)}{\dot{y}_i(t)} = \frac{\sum_{j=1}^{2N} \mathbf{G}_{ij} X_j(t)}{\dot{y}_i(t)}, \quad i = 1, \dots, r \quad (1.43)$$

où $\dot{y}_i(t)$ est la vitesse relative entre les extrémités de l' i ème amortisseur. Rappelons que le coefficient d'amortissement est ajusté entre deux valeurs limites (1.29), $C_i(t)$ de l' i ème amortisseur est choisi comme suit :

$$C_i(t) = \begin{cases} C_{max,i} & si \quad C_i^*(t) \geq C_{max,i} \\ C_i^* & si \quad C_{min,i} < C_i^*(t) \leq C_{max,i} \\ C_{min,i} & si \quad C_i^*(t) \leq C_{min,i} \end{cases} \quad (1.44)$$

Le coefficient d'amortissement choisi, varie d'une façon continue entre les deux valeurs extrêmes. Il peut être aussi choisi de sorte qu'il commute entre ces deux valeurs extrêmes C_{min} et C_{max} .

Un tel algorithme est adopté par [90] pour le contrôle semi-actif des structures.

Les forces de contrôles $v(t)$ sont produites par des amortisseurs semi-actifs tels que les amortisseurs magnéto-rhéologiques qui peuvent être convenablement contrôlés en ajustant un potentiel [50]. Par ailleurs, les forces de contrôles sont liées à la tension appliquée notée dans la suite ν [50].

1.4.6 Contrôle de Lyapunov

Cette approche exige l'utilisation de la fonction, $V(X)$, de Lyapunov qui devrait être définie positive à chaque état du système $X(t)$. Cette fonction, pour un système linéaire sans contrôle, $\dot{X} = AX$, a la forme suivante [83] :

$$V(X) = \frac{1}{2} X^T \mathbf{P} X, \quad (1.45)$$

\mathbf{P} est une matrice réelle symétrique définie positive. La dérivée par rapport au temps de cette fonction est

$$\begin{aligned} \dot{V}(X) &= \frac{1}{2} [\dot{X}^T \mathbf{P} X + X^T \mathbf{P} \dot{X}] = \frac{1}{2} X^T (A^T \mathbf{P} + \mathbf{P} A) X \\ &= -\frac{1}{2} X^T \mathbf{Q} X. \end{aligned} \quad (1.46)$$

Si les matrices \mathbf{P} et \mathbf{Q} satisfont l'équation matricielle

$$A^T \mathbf{P} + \mathbf{P} A = -\mathbf{Q}, \quad (1.47)$$

dite de Lyapunov. La matrice \mathbf{Q} est aussi définie positive. Par suite, les fonctions $V(X)$ et $-\dot{V}(X)$ sont définies positives. Si, maintenant, le système linéaire contient des forces de contrôle $v(t)$ produites par des amortisseurs semi-actifs magnéto-rhéologiques tel que $\dot{X} = AX + Bv(t)$, l'équation (1.46) devient

$$\dot{V}(X) = -\left[\frac{1}{2}X^T \mathbf{Q} X - X^T \mathbf{P} B v(t)\right]. \quad (1.48)$$

Les forces produites par les amortisseurs magnéto-rhéologiques peuvent être augmentées ou diminuées en ajustant la valeur de la tension appliquée ν . Cette tension, varie entre une tension minimale et une autre maximale, permet de varier la force de contrôle. Par ailleurs, dans l'équation (1.48), le seul terme qui peut varier directement par un changement de la tension du contrôle est le terme qui contient le vecteur force de contrôle $v(t)$. Afin de maintenir ce terme le plus positif possible il a été proposé par [60] la loi de contrôle, qui minimise $\dot{V}(X)$, suivante :

$$\nu = \begin{cases} 0 & \text{si} & -X^T \mathbf{P} B v(t) < 0 \\ V_{max} & \text{si} & -X^T \mathbf{P} B v(t) \geq 0 \end{cases} \quad (1.49)$$

V_{max} est la tension maximale appliquée sur l'appareil magnéto-rhéologique. Il est à noter que cet algorithme est classé comme un contrôle bang-bang, il dépend du signe de la force de contrôle mesurée et de l'état du système. Pour implémenter cet algorithme, un filtre de Kalman est à utiliser pour estimer les états basés sur les mesures disponibles, c'est à dire les déplacements et forces de l'appareil. Donc, dans cet algorithme, une meilleure performance est attendue lorsque les mesures des réponses des structures complètes sont utilisées.

1.4.7 Contrôle Bang-Bang

Cette stratégie de contrôle est élaborée afin de piloter un système mécanique par le biais d'actionneurs ayant une gamme d'efforts admissibles très réduite. Par exemple une vanne pilotant la viscosité d'un amortisseur. Il a été montré par [66] que tous les transferts d'état que l'on peut faire avec un contrôle optimal dont les valeurs sont comprises dans un ensemble borné peuvent être obtenus par un contrôle bang-bang dont les valeurs

sont réduites à la frontière de cet ensemble. Les principes de base pour des applications générales de ce loi de contrôle ont été étudiés par [112]. Pour introduire cet algorithme, nous considérons une structure à n degrés de liberté soumise à m forces de contrôles produites par les amortisseurs semi-actifs magnéto-rhéologiques. L'équation d'équilibre de ce système est définie par l'équation (1.40).

Dans cette approche, la fonction de Lyapunov a été choisie pour représenter l'énergie totale de vibration dans la structure

$$V(x) = \frac{1}{2}x^T \mathbf{K}x + \frac{1}{2}\dot{x}^T \mathbf{M}\dot{x}. \quad (1.50)$$

La dérivée par rapport au temps de cette fonction, en introduisant (1.40), est

$$\dot{V}(X) = x^T \mathbf{K}\dot{x} + \dot{x}^T (-\mathbf{C}\dot{x} - \mathbf{K}x + Dv). \quad (1.51)$$

De cette expression, afin d'obtenir \dot{V} grand et négatif, c'est à dire maximiser le taux de dissipation d'énergie, la loi de contrôle est choisie sous cette forme :

$$v = \begin{cases} 0 & \text{si} & -\dot{x}^T Dv(t) < 0 \\ V_{max} & \text{si} & -\dot{x}^T Dv(t) \geq 0 \end{cases} \quad (1.52)$$

Cette loi permet de commuter la tension appliquée sur l'amortisseur entre deux valeurs extrêmes, une minimale et l'autre maximale. La tension est minimale (nulle) lorsqu'il n'y a pas de dissipation et elle est maximale lorsqu'il y a dissipation. D'où, l'appellation, le plus souvent, d'algorithme de dissipation d'énergie maximale.

En [90] a été proposé un algorithme appelé algorithme domaine déplacement accélération qui est un raffinement de l'algorithme bang-bang.

1.4.8 Contrôle par frottement homogène modulé

Le contrôle semi-actif des amortisseurs à frottement a été proposé pour améliorer les caractéristiques de la dissipation d'énergie des amortisseurs à frottement passifs et élargir la région d'application dans laquelle ils peuvent être utilisés avec succès. Cette stratégie de contrôle a été développée originalement par [49] pour utiliser les amortisseurs à frottement variable. Dans la même période il a été proposé [31] des lois du contrôle pour des amortisseurs à frottement qui maximisent la dissipation d'énergie au sens instantané en modulant la force normale à l'interface du frottement.

Dans cette approche, à chaque événement des extrêmes locaux de la déformation de

l'appareil, c'est à dire lorsque la vitesse relative entre les extrémités de l'appareil semi-actif est nulle, la force normale appliquée à l'interface de frottement est mise à jour à une nouvelle valeur. Pour chaque minimum ou maximum local de déformation, la force normale est choisie d'être proportionnelle à la valeur absolue de la déformation de l'appareil semi-actif. La loi de contrôle est définie par :

$$N(t) = g|P[\Delta(t)]|, \quad (1.53)$$

où g est un gain positif et $P[.]$ est défini tel que,

$$P[\Delta(t)] = \Delta_i(t - s), \text{ avec } s = \{\min_{x \geq 0; \dot{\Delta}(t - x) = 0}\},$$

on définit $\Delta(t - s)$ comme le plus récent extrême local de la déformation.

Cet algorithme a été développé pour les appareils à frottement variable, c'est pourquoi les modifications suivantes sont exigées lors des applications pour un autre genre d'appareils semi-actifs (comme par exemple, l'appareil magnéto-rhéologique ou appareil à orifice variable) :

- Le plus souvent, il n'est pas besoin de vérifier si la force mesurée est plus grande que la force de frottement statique μN , μ est le coefficient de frottement, parce que quelques appareils semi-actifs ne produisent pas de force de frottement statique.
- Une boucle à force rétroaction est utilisée pour induire l'amortisseur semi-actif à produire, approximativement, la force de frottement qui correspond à la force normale exigée.

Donc, le but est de produire la force de contrôle suivante :

$$v_c = \mu g|P[\Delta(t)]| = g_n|P[\Delta(t)]|, \quad (1.54)$$

où la constante g_n a l'unité d'une rigidité. D'où, la loi de contrôle suivante :

$$\nu = \begin{cases} 0 & \text{si } v_c - |v| < 0 \\ V_{max} & \text{si } v_c - |v| \geq 0 \end{cases} \quad (1.55)$$

v est la force mesurée et v_c la force de contrôle exigé. Un choix approprié de la constante g_n gardera la force v_c , la plupart du temps, dans l'enveloppe de fonctionnement de l'amortisseur semi-actif. Cette loi de contrôle exige seulement la mesure de la force appliquée et du déplacement relatif de l'appareil de contrôle.

1.4.9 Contrôle par logique floue

La théorie de la logique floue a été publiée en 1965 par [111]. Cette théorie a été appliquée surtout à la commande des systèmes. La logique floue repose sur une théorie permettant de manipuler des données imprécises. Par exemple, comment réguler la température d'une pièce en fonction d'un jugement du type: "il fait trop chaud", "il fait froid"...Elle permet de traduire mathématiquement la sensibilité humaine sous la forme de valeurs déterministes ; par exemple, la couleur d'un objet qui entre le "gris" et "noir". Ces valeurs sont appelées *valeurs linguistiques*.

Ce type de contrôle appliqué sur des amortisseurs semi-actifs est considéré comme une loi de contrôle continue. La production du contrôleur déterminée par la loi de contrôle par logique floue peut être ajustée entre deux états limites. La logique floue est utilisée dans plusieurs contrôleurs parce qu'elle n'exige pas un modèle très précis du système à contrôler [90]. La logique floue exécute des règles qui relient les entrées du contrôleur avec des sorties exigées. Ces règles sont créées typiquement à travers l'intuition. Le contrôle par logique floue est caractérisé par trois étapes de base indépendamment du système à contrôler, ces étapes sont :

1. première étape: "fuzzification". Cette étape consiste à attribuer une fonction d'appartenance à chaque entrée. C'est le point principal, parce que les formes possibles de ces fonctions sont infinies, pourtant le plus souvent sont utilisées les formes triangulaires ou trapézoïdales. Une fois les fonctions d'appartenance des entrées sont choisies, elles seront lues comme des valeurs fictives et seront transformées en des valeurs floues par attribution d'une valeur à chaque composant de la fonction d'appartenance,
2. deuxième étape: "inférence"; exécution des règles. Pour créer la règle de base du contrôleur, tout d'abord, la fonction d'appartenance doit être définie. Une fois ces fonctions avaient été définies, plusieurs combinaisons peuvent être déclarées. Dans ce cas, pour chaque combinaison possible des entrées une valeur linguistique de sortie est définie. Ces règles peuvent être décrites comme une série des déclarations "si-alors" et ne nécessitent pas un modèle mathématique complexe,
3. troisième étape: "défuzzification". C'est la phase qui permet de calculer le contrôle en fonction des différents degrés d'appartenance des variables d'entrées. Plusieurs méthodes sont utilisées, mais principalement la méthode de "centre de gravité" est la plus utilisée.

Ces trois étapes doivent être répétées pour chaque nouvelle entrée afin d'obtenir un contrôle continu.