

Capitolo 5

DUTTILITA' DELL'ELEMENTO PRESSOINFLESSO

1. Modellazione del comportamento di elementi in presenza di sforzo normale

Notevole interesse riveste lo studio del comportamento plastico di colonne in cemento armato soprattutto se considerate parti di strutture più complesse. La presenza di sforzo normale che caratterizza tali elementi rende molto delicato il problema della duttilità che in genere è negativamente influenzata da tale sollecitazione.

Il modello proposto per le caratteristiche di trazione e flessione è esteso al caso di pressoflessione, mantenendo le stesse ipotesi, ed in particolare la linearità delle deformazioni tra calcestruzzo ed acciaio nella sola sezione fessurata. Si fa riferimento ad un concio di sezione rettangolare, di lunghezza pari alla distanza tra le lesioni soggetto ad uno sforzo normale costante e momento flettente crescente fino alla crisi intesa come della deformazione ultima nell'acciaio o nel calcestruzzo (Fig.5.1).

Rimangono valide le ipotesi costitutive sui materiali e le relative considerazioni espresse nei precedenti capitoli, così come la procedura adottata che consiste nel descrivere le successive fasi di comportamento al crescere della deformazione, in alcune sezioni caratteristiche, al fine di estrapolare un andamento medio delle deformazioni e curvature.

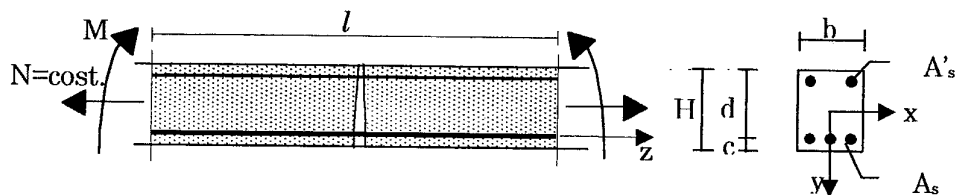


Fig.5.1 – Modello per l'elemento presso-inflesso

Nei successivi paragrafi sono riassunte, per le sezioni lesionata, di estremità e di snervamento, le espressioni delle incognite che portano alla risoluzione del problema dell'equilibrio e si può notare che queste differiscono da quelle illustrate nel precedente capitolo relative alla flessione semplice, per la presenza di un termine costante legato allo sforzo assiale.

1.1. Calcestruzzo lineare

La valutazione di andamenti medi delle deformazioni all'interno dell'elemento, analogamente al caso di flessione semplice, è effettuata nell'ipotesi di calcestruzzi ad alta resistenza, rappresentabili da un legame costitutivo lineare, e di normale resistenza con diagramma σ - ϵ di tipo parabolico o parabolo-rettangolo.

Nelle prima tabella sono riportate le formule, derivanti da condizioni di equilibrio alla traslazione ed alla rotazione, nello stadio elastico dell'elemento, relative ad un comportamento perfettamente elastico del calcestruzzo. Confrontando tali relazioni con le analoghe corrispondenti alla flessione semplice, si nota che la posizione dell'asse neutro non risulta essere più costante, ma attraverso il termine legato alla sforzo normale, è funzione del livello di deformazione.

Nel seguito i numeri romani si riferiranno ai successivi stadi di comportamento, i numeri arabi in pedice alle differenti sezioni. In particolare la sezione di estremità è indicata con (0), quella fessurata (1) e la sezione in cui si verifica lo snervamento dell'acciaio è contraddistinta dal numero (2).

I FASE	
$x_{I,1}^I$	$x^I = \frac{n(A_s d + A'_s c) + bH^2 / 2}{n(A_s + A'_s) + bH - N / E_c \varepsilon_c}$
M^I	$M_I = \frac{E_c \varepsilon_{c,1}}{x^I} \left[nA_s (d - x^I)^2 + nA'_s (x^I - c)^2 + \frac{b(H - x^I)^3}{3} + \frac{b(x^I)^3}{3} \right] + N \left(\frac{H}{2} - x^I \right)$
M_{cr}	$M_{cr} = \frac{\sigma_{ct}^u}{H - x^I} I_x^I - N \left(\frac{H}{2} - x^I \right)$

Raggiunta la fessurazione, risulta indispensabile esaminare separatamente il comportamento delle sezioni, per poter definire un legame tra momento e curvature – medie. La procedura è innescata a partire dalla sezione fessurata, in cui vale l'ipotesi di planeità delle sezioni ed è noto il valore della tensione di trazione nel calcestruzzo pari a zero. Si assume come variabile la deformazione nel calcestruzzo compresso. Le posizioni dell'asse neutro e l'andamento del momento flettente in corrispondenza della lesione per la II fase relativa all'elemento fessurato con comportamento elastico dell'acciaio e per la III fase caratterizzata da acciaio snervato, sono riportate nelle seguenti tabelle.

I momenti ultimi $M_{u,c}$, $M_{u,s}$ e gli assi neutri $x_{I,c}^u$ e $x_{I,s}^u$ sono legati al raggiungimento della deformazione ultima del calcestruzzo e nell'acciaio rispettivamente.

Sezione fessurata	
II FASE	
$x_{,1}^{II}$	$x_{,1}^{II} = \frac{-n(A_s + A'_s) + N/(E_c \varepsilon_c) \pm \sqrt{[n(A_s + A'_s) - N/(E_c \varepsilon_c)]^2 + 2bn(A_s d + A'_s c)}}{b}$
M_{II}	$M_{II} = \frac{E_c \varepsilon_{c,1}}{x_{,1}^{II}} \left[nA_s (d - x_{,1}^{II})^2 + nA'_s (x_{,1}^{II} - c)^2 + \frac{b(x_{,1}^{II})^3}{3} \right] + N \left(\frac{H}{2} - x_{,1}^{II} \right)$
M_y	$M_y = \frac{\sigma_s^y}{n(d - x_{,1}^y)} I_x^{II}$
III FASE	
$x_{,1}^{III}$	$E_c \varepsilon_s b (x_{,1}^{III})^2 + 2x_{,1}^{III} \left[\varepsilon_c (E_s A'_s + E_y A_s) - \sigma_s^y A_s \left(1 - \frac{E_y}{E_s} \right) - N \right] +$ $- 2 \left[\varepsilon_c (E_s A'_s c + E_y A_s d) \right] = 0$
M_{III}	$M_{III} = \frac{E_c \varepsilon_c}{x_{,1}^{III}} \left[\frac{b(x_{,1}^{III})^3}{3} + nA'_s (x_{,1}^{III} - c)^2 + \frac{E_y}{E_c} A_s (d - x_{,1}^{III})^2 \right] + K'$ $K' = \sigma_s^y A_s (d - x_{,1}^{III}) \left(1 - \frac{E_y}{E_s} \right) + N \left(\frac{H}{2} - x_{,1}^{III} \right)$
$M_{u,c}$	$M_{III} = \frac{E_c \varepsilon_c}{x_{c,1}^u} \left[\frac{b(x_{,1}^u)^3}{3} + nA'_s (x_{,1}^u - c)^2 + \frac{E_y}{E_c} A_s (d - x_{,1}^u)^2 \right] + K'$
$M_{u,s}$	$M_u = \frac{E_c \varepsilon_s^u}{d - x_s^u} \left[\frac{b(x_s^u)^3}{3} + nA'_s (x_s^u - c)^2 + \frac{E_y}{E_c} A_s (d - x_s^u)^2 \right] + K'$

La risoluzione della sezione di estremità, in cui è rimossa l'ipotesi di planeità delle sezioni, è resa possibile da sole condizioni di equilibrio

essendo imposto il valore della tensione nel calcestruzzo teso, pari a quella limite. La deformazione nell'acciaio è ricavabile, come già illustrato nei precedenti capitoli, per equilibrio alla traslazione della barra metallica, assumendo costante il prodotto tra tensioni tangenziali e distanza tra le lesioni.

Le equazioni che consentono di ricavare le incognite posizione asse neutro e tensione di compressione nel calcestruzzo sono riportate nella tabella seguente.

Sezione di estremità	
x_o	Eq.(4.5) con: $\bar{a} = \frac{1}{6} b \left\{ \sigma_{ct}^u \left[bH + nA'_s \left(1 - \frac{c}{x_o} \right) \right] + \sigma_{s,o} A_s - N \right\}$ $\bar{b} = -\frac{b}{2} \left\{ \sigma_{ct}^u \left[\frac{bH^2}{3} + nA'_s \left(1 - \frac{c}{x_o} \right) \left(c - \frac{H}{3} \right) \right] + \sigma_{s,o} A_s d - M + N \left(\frac{H}{2} \right) \right\}$ $\bar{c} = -\left(1 - \frac{c}{x_o} \right) \left\{ \frac{bH}{2} \sigma_{ct}^u nA'_s \left(\frac{2H}{3} - c \right) + 2\sigma_{s,o} A_s A'_s \left(\frac{H}{2} - c \right) - nA'_s \left[M - N \left(\frac{H}{2} - c \right) \right] \right\}$
$\sigma_{c,o}$	$\sigma_{c,o} = \frac{\sigma_{ct}^u b(H - x_o) + 2\sigma_{s,o} A_s + 2N}{bx_o + 2nA'_s \left(1 - \frac{c}{x_o} \right)}$

Si esamina, infine, la sezione in cui si raggiunge una deformazione nell'acciaio pari a quella di snervamento, posta a distanza m dalla fessura (Capp.3-4). Considerando anche nel caso di pressoflessione una variazione lineare dell'asse neutro tra la sezione fessurata e quella di estremità, l'equilibrio alla rotazione intorno al calcestruzzo teso consente il calcolo della tensione di compressione incognita nello stesso materiale.

Sezione di snervamento	
$x_{,2}$	$x_{,2} = x_{,1} + 2 \frac{m}{l} (x_{,o} - x_{,1})$
$\sigma_{,2}$	$\sigma_{,2} = \frac{3M + \sigma_s^y A_s (x_{,2} - H + 3c) + N/2(H + 2x_{,2})}{bHx_{,2} + nA'_s \left(1 - \frac{c}{x_{,2}}\right) (x_{,2} + 2H - 3c)}$

L'analisi di tale ultima sezione perde di significato nel caso in cui la plasticizzazione si diffonde all'intero elemento. I valori medi delle deformazioni e quindi delle curvature sono, in tale circostanza riferiti alle sole due sezioni fessurate e di estremità in cui l'acciaio è comunque snervato. Le deformazioni nell'acciaio si presentano lineari con coefficiente angolare inversamente proporzionale al modulo incrudente (Cap.4).

1.2. Calcestruzzo parabolico e parabolo - rettangolo

Le migliori prestazioni in termini di duttilità del calcestruzzo dovute alla presenza di una adeguata staffatura si riflettono in modo molto positivo soprattutto sul comportamento di elementi pressoinflessi in cui la presenza di sforzo normale conduce generalmente ad una crisi della sezione dovuta alla rottura di tale materiale.

Al fine di tener conto di tale vantaggio si ripropongono le espressioni che consentono di risolvere il problema dell'equilibrio di un concio in cemento armato, nel caso di legame del calcestruzzo di tipo parabolo rettangolo, come illustrato nel Cap.4.

Le equazioni risoltrici differiscono dal caso di modellazione lineare del calcestruzzo per la presenza di un addendo aggiuntivo (λ) legato al termine quadratico della relazione $\sigma_c - \varepsilon_c$ in considerazione.

Per ciascuna incognita sono riportate le due possibili espressioni corrispondenti a deformazioni nel calcestruzzo inferiore a ε_c e dunque appartenenti al tratto parabolico, o maggiori di tale limite e correlate all'andamento costante.

I RAMO (elastico)	
$x_{,1}^I$	$\varepsilon_c \leq \varepsilon_c^o$ $\left(\frac{\lambda b}{E_c 3 \varepsilon_c} \right) (x_{,1}^I)^2 - x_{,1}^I \left(bH + nA_s + nA'_s - \frac{N}{E_c \varepsilon_c} \right) + b \frac{H^2}{2} + n(A_s d + A'_s c) = 0$ $\varepsilon_c^o < \varepsilon_c \leq \varepsilon_c^u$ $\frac{b}{2} \left[1 - \frac{\varepsilon_c^o}{\varepsilon_{c,1}} \left(1 - \frac{1}{3} \frac{\varepsilon_c^o}{\varepsilon_{c,1}} \right) \right] (x_{,1}^I)^2 - x_{,1}^I \left(bH + nA_s + nA'_s - \frac{N}{E_c \varepsilon_c} \right) + b \frac{H^2}{2} + n(A_s d + A'_s c) = 0$
M_I	$\varepsilon_c \leq \varepsilon_c^o$ $M_I = \frac{E_c \varepsilon_c}{x_{,1}^I} \left[\frac{b(H - x_{,1}^I)^3}{3} + \frac{b(x_{,1}^I)^3}{3} - \frac{\lambda b \varepsilon_c (x_{,1}^I)^3}{4 E_c} + nA_s (d - x_{,1}^I)^2 \right] + S$ $S = N \left(\frac{H}{2} - x_{,1}^I \right)$ $\varepsilon_c^o < \varepsilon_c \leq \varepsilon_c^u$ $M_I = \frac{E_c \varepsilon_{c,1}}{x_{,1}^I} \left[\frac{b(H - x_{,1}^I)^3}{3} + \frac{b(x_{,1}^I)^3}{3} + \frac{b \varepsilon_c^o}{4 \varepsilon_{c,1}} \left(1 - \frac{1}{6} \frac{(\varepsilon_c^o)^2}{\varepsilon_{c,1}^2} \right) (x_{,1}^I)^3 + nA_s (d - x_{,1}^I)^2 \right] + S$

Sezione fessurata	
II FASE (elemento fessurato, acciaio non snervato)	
$x_{1,1}^{II}$	$\varepsilon_c \leq \varepsilon^o_c$ $b \left(0.5 - \frac{\lambda}{3E_c} \varepsilon_c \right) (x_{1,1}^{II})^2 + \left(nA_s + nA'_s - \frac{N}{E_c \varepsilon_c} \right) x_{1,1}^{II} - n(A_s d + A'_s c) = 0$ $\varepsilon^o_c < \varepsilon_c \leq \varepsilon^u_c$ $\frac{b \varepsilon_c^o}{2 \varepsilon_c} \left(1 - \frac{1}{3} \frac{\varepsilon_c^o}{\varepsilon_c} \right) (x_{1,1}^{II})^2 + \left(nA_s + nA'_s - \frac{N}{E_c \varepsilon_c} \right) x_{1,1}^{II} - n(A_s d + A'_s c) = 0$
M_{II}	$\varepsilon_c \leq \varepsilon^o_c$ $M_{II} = \frac{E_c \varepsilon_c}{x_{1,1}^{II}} \left[nA_s (d - x_{1,1}^{II})^2 + nA'_s (x_{1,1}^{II} - c)^2 + \frac{(bx_{1,1}^{II})^3}{3} \left(1 - \frac{3\lambda \varepsilon_c}{4E_c} \right) \right] + N \left(\frac{H}{2} - x_{1,1}^{II} \right)$ $\varepsilon^o_c < \varepsilon_c \leq \varepsilon^u_c$ $M_{II} = \frac{E_c \varepsilon_c}{x_{1,1}^{II}} \left[nA_s (d - x_{1,1}^{II})^2 + nA'_s (x_{1,1}^{II} - c)^2 + \frac{(bx_{1,1}^{II})^3}{4} \frac{\varepsilon_c^o}{\varepsilon_{c,1}} \left(1 - \frac{(\varepsilon_c^o)^2}{6\varepsilon_{c,1}^2} \right) \right] + N \left(\frac{H}{2} - x_{1,1}^{II} \right)$
M_y	$\varepsilon_c \leq \varepsilon^o_c$ $M_y = \frac{E_c \varepsilon_s^y}{d - x^y} \left[nA_s (d - x^y)^2 + nA'_s (x^y - c)^2 + K_2 \right] + N \left(\frac{H}{2} - x^y \right)$ $K_2 = \frac{b(x^y)^3}{3} \left(1 - \frac{3\lambda \varepsilon_s^y x^y}{4E_c d - x^y} \right)$ $\varepsilon^o_c < \varepsilon_c \leq \varepsilon^u_c$ $K_2 = \frac{b \varepsilon_c^o}{4 \varepsilon_s^y} (x^y)^2 \left(1 - \frac{1}{6} \frac{(\varepsilon_c^o)^2}{(\varepsilon_s^y)^2} \right)$

Sezione fessurata	
III FASE (elemento fessurato, acciaio snervato)	
$x_{,1}^{III}$	$\varepsilon_c \leq \varepsilon^o_c$ $\left(bx_{,1}^{III}\right)^2 \left(\frac{E_c}{2} - \frac{\lambda \varepsilon_c}{3}\right) + x_{,1}^{III} \left[E_s A'_s + E_y A_s + \sigma_s^y A_s \left(\frac{E_y}{E_s} - 1\right) - \frac{N}{\varepsilon_c}\right] - E_s A'_s c - E_y A_s d = 0$ $\varepsilon^o_c < \varepsilon_c \leq \varepsilon^u_c$ $\frac{b}{2} \frac{\varepsilon_c^o}{\varepsilon_c} \left(1 - \frac{1}{3} \frac{\varepsilon_c^o}{\varepsilon_c}\right) \left(x_{,1}^{II}\right)^2 + \left(nA_s + nA'_s - \frac{N}{E_c \varepsilon_c}\right) x_{,1}^{II} - n(A_s d + A'_s c) = 0$
M^{III}	$\varepsilon_c \leq \varepsilon^o_c$ $M = \frac{\varepsilon_c}{x_{,1}^{III}} \left[b \left(x_{,1}^{III}\right)^3 \left(\frac{E_c}{3} - \frac{\lambda \varepsilon_c}{4}\right) + E_s A'_s \left(x_{,1}^{III} - c\right)^2 + E_y A_s \left(d - x_{,1}^{III}\right)^2 \right] + K'$ $K' = \sigma_s^y A_s \left(d - x_{,1}^{III}\right) \left(1 - \frac{E_y}{E_s}\right) + N \left(\frac{H}{2} - x_{,1}^{III}\right)$ $\varepsilon^o_c < \varepsilon_c \leq \varepsilon^u_c$ $M_{III} = \frac{E_c \varepsilon_c}{x_{,1}^{III}} \left[nA_s \left(d - x_{,1}^{III}\right)^2 + nA'_s \left(x_{,1}^{III} - c\right)^2 + \frac{\left(bx_{,1}^{III}\right)^3}{4} \frac{\varepsilon_c^o}{\varepsilon_{c,1}} \left(1 - \frac{\left(\varepsilon_c^o\right)^2}{6\varepsilon_{c,1}^2}\right) \right] + N \left(\frac{H}{2} - x_{,1}^{III}\right)$

Sezione di estremità	
II FASE-III FASE	
$x_{c,o}$	$b \int_0^{xc} \sigma_{c,o} dy - \sigma_{ct}^u b \frac{H - x_{,o}}{2} - \sigma_{s,o} A_s + \sigma'_{s,o} A'_s - N = 0$ $\varepsilon_c \leq \varepsilon^o_c$ $b \int_0^{x_{,o}} \sigma_{c,o} dy = bx_{,o} \left(\frac{E_c \varepsilon_c}{2} - \lambda \frac{\varepsilon_c^2}{3}\right)$ $\varepsilon^o_c < \varepsilon_c \leq \varepsilon^u_c$ $b \int_0^{x_{,o}} \sigma_{c,o} dy = b \sigma_c^u x_{,o} \left(1 - \frac{1}{3} \frac{\left(\varepsilon \varepsilon_c^o\right)^2}{\varepsilon_c^2}\right)$

Sezione di estremità	
$\sigma_{c,o}$	$b \int_0^{x_c} \sigma_{c,o} y dy - \frac{2}{3} \sigma_{ct}^u b \frac{(H-x_o)^2}{2} + \sigma_{s,o} A_s (d-x_o) + \sigma'_{s,o} A'_s (x_o-c) = M - N \left(\frac{H}{2} - x_o \right)$ <p>$\varepsilon_c \leq \varepsilon^o_c$</p> $b \int_0^{x_o} \sigma_{c,o} y dy = b x_o^2 \left(\frac{E_c \varepsilon_c}{3} - \lambda \frac{\varepsilon_c^2}{4} \right)$ <p>$\varepsilon^o_c < \varepsilon_c \leq \varepsilon^u_c$</p> $b \int_0^{x_o} \sigma_{c,o} y dy = \frac{b \sigma_c^u x_o^2}{2} \left(1 - \frac{1}{6} \frac{(\varepsilon_c^o)^2}{\varepsilon_c^2} \right)$

Sezione di snervamento	
III FASE	
x_2	$x_2 = x_1 + 2 \frac{m}{l} (x_o - x_1)$
$\sigma_{c,o}$	$b \int_0^{x_2} \sigma_{c,2} \left[y + \frac{2}{3} (H - x_2) \right] dy + \sigma_s^y A_s \left(\frac{H - x_2}{3} - c \right) +$ $+ \sigma'_s A'_s \left(\frac{2H + x_2}{3} - c \right) = M + N \left(\frac{H}{2} - \frac{H - x_2}{3} \right)$

2. Legame momento-curvatura media ed effetto di localizzazione delle deformazioni

L'analisi delle sezioni consente di estrapolare il comportamento medio del concio e di valutare una curvatura media che, seppur in modo approssimato, tenga conto dei fenomeni di fessurazione, di aderenza e, per elevati valori della sollecitazione, dello snervamento dell'acciaio.

Sulla base della definizione di curvatura media e delle relative considerazioni espresse nel Cap.4, in Fig.5.2 sono riportati diagrammi momento curvatura media adimensionalizzati per due livelli di sforzo normale, e due differenti rapporti di incrudimento dell'acciaio

La sollecitazione assiale è espressa come percentuale dello sforzo normale ultimo (N_u) definito dal prodotto dell'area geometrica della sezione per la resistenza a compressione del calcestruzzo (v).

Il momento adimensionalizzato M_{ad} è espresso come rapporto tra il momento ed il prodotto ($b d^2 \sigma_u$), la curvatura media è moltiplicata per l'altezza utile della sezione ed espressa come percentuale ($\rho_{m,ad} = \rho_m d$).

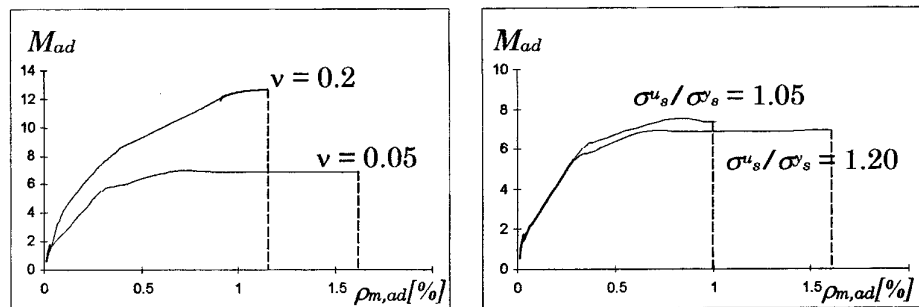


Fig.5.2 – Legame Momento-curvatura media

Incrementi di sforzo normale possono aumentare anche notevolmente la resistenza flessionale delle colonne, ma generalmente comportano una riduzione di duttilità, fortemente accentuata da ridotti valori del rapporto (σ_s^u / σ_s^y).

Gli esempi riportati si riferiscono a sezioni rettangolari di dimensioni 30x60 con percentuali di armatura pari allo 0.5% e le caratteristi-

che dei materiali utilizzate sono riportate nel paragrafo successivo in Fig.5.4. La curvatura ultima per uno sforzo normale pari a $0.2 N_u$ si riduce di circa il 30% rispetto al caso di $N=0.05 N_u$, anche se la resistenza aumenta del 100%. A parità di sollecitazione assiale una riduzione del rapporto di incrudimento da 1.20 a 1.05 di acciai caratterizzati da stesse tensioni e deformazione ultime comporta una diminuzione fino al 40% della curvatura media ultima, con incrementi di resistenza quasi trascurabili.

Dal semplice esempio riportato appare evidente che la duttilità di elementi presso-inflessi, già ridotte per la presenza di sforzo normale può essere gravemente compromessa da bassi valori del rapporto tra tensione ultima e di snervamento dell'acciaio.

La discontinuità in corrispondenza del momento di prima fessurazione tra il ramo elastico lineare e quello relativo all'elemento lesionato è molto ridotta e le differenze in termini di tensione nell'acciaio nella sezione parzializzata ed interamente reagente, in tali condizioni di sollecitazione non sono elevate. Di conseguenza il parametro legato all'aderenza definito come differenza di tali tensioni:

$$\frac{\tau l}{\phi} = \frac{\sigma_{s1}^{cr} - \sigma_{so}^{cr}}{2}$$

risulta generalmente ridotto rispetto al caso di flessione semplice.

Tale circostanza si risente notevolmente nella valutazione dell'ampiezza della zona snervata che è inversamente proporzionale a tale parametro:

$$\frac{m}{l} = \frac{\phi}{4\tau l} \frac{\sigma_s^u - \sigma_s^y}{\varepsilon_s^u - \varepsilon_s^y} (\varepsilon_{s,1} - \varepsilon_s^y)$$

Nell'ipotesi più ricorrente di crisi del calcestruzzo la deformazione nell'acciaio nella condizione ultima è piuttosto bassa, ma la preponderanza del primo termine fa sì che l'ampiezza della zona snervata sia abbastanza ampia e in alcuni casi interessi l'intero concio. La possibilità di avere maggiore diffusione della plasticizzazione, seppur con piccoli valori di curvatura, si riduce, però, al diminuire del rapporto di incrudimento dell'acciaio, ossia del termine $(\sigma_s^u - \sigma_s^y)$. In tal caso le già basse de-

formazioni si localizzano in prossimità della fessura con conseguenti drastiche riduzioni di curvatura media.

Analizzando, infatti, l'espressione del coefficiente angolare della retta che rappresenta l'andamento lungo il concio delle deformazioni legate ad un comportamento incrudente dell'acciaio (Cap.3):

$$\frac{d\varepsilon_s}{dz} = \frac{\tau}{\phi E_y}$$

si osserva che utilizzando la stessa qualità di acciaio, la riduzione del termine di aderenza, che si verifica per esempio per la presenza di sforzo normale, comporta che le deformazioni plastiche nell'acciaio siano abbastanza appiattite e quindi maggiormente diffuse. Al ridursi del modulo E_y ai bassi valori di deformazione si aggiunge un effetto di localizzazione, in quanto a parità di deformazione ultima il coefficiente angolare aumenta e di conseguenza la curvatura media risulta molto ridotta (Fig.5.3).

Nella (Fig.5.3), a conferma di tali considerazioni, è riportato l'andamento lungo il concio della deformazioni nell'acciaio rapportata al valore minimo.

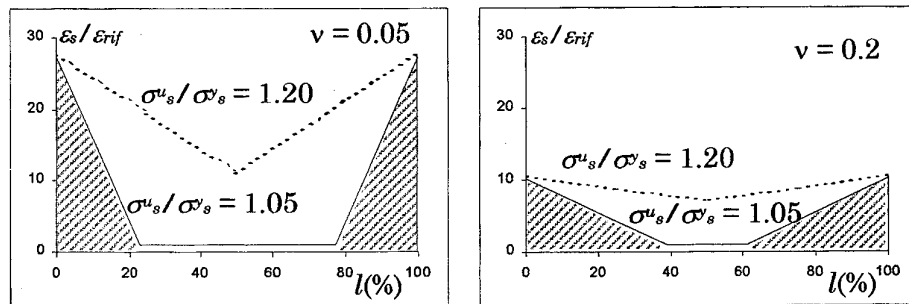


Fig.5.3 – Localizzazione di deformazione nell'acciaio

Nell'esempio, relativo alla stessa sezione considerata nel tracciare i diagrammi momento-curvatura media, incrementi di sforzi normali da 0.05 a 0.2 N_u , per $\sigma_u/\sigma_s = 1.20$ comportano diminuzioni di deformazione ultima di circa 1/3, ma in entrambi i casi il concio è completamente plasticizzato; se a tale condizione si aggiunge una riduzione del rapporto

di incrudimento fino a 1.05, la scarsa deformazione si localizza in tratti di ampiezza inversamente proporzionali all'entità di sforzo normale.

3. Applicazioni numeriche.

Al fine di valutare in modo sistematico l'influenza dei vari parametri sul comportamento di elementi presso-inflessi, la procedura proposta è applicata ad un concio del tipo riportato in Fig.5.1. Le caratteristiche geometriche e quelle ultime dell'acciaio sono fissate e riportate in Fig.5.4; per il calcestruzzo si assume un andamento parabolo-rettangolo con valori limite indicati nella stessa figura, mentre sono state fatte variare la percentuale di armatura tesa e compressa ed il livello di sforzo normale.

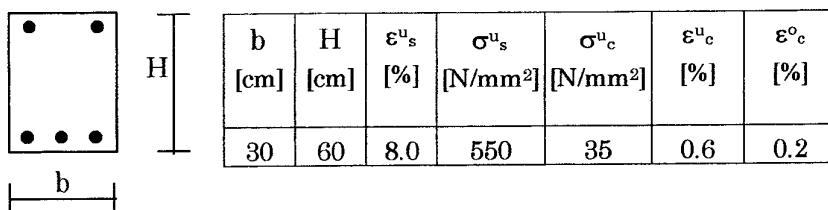


Fig.5.4— Caratteristiche geometriche e dell'acciaio

I principali risultati sono riassunti nei grafici successivi.

Le prime tre coppie di diagrammi si riferiscono alle considerate entità di sollecitazione assiale, sempre espressa in forma adimensionalizzata come percentuale dello sforzo normale ultimo.

Nelle Fig.5.5 –Fig.5.7 è riportato l'andamento del rapporto tra le curvature medie ultime e quelle medie di snervamento rispetto alla percentuale di armatura; la prima colonna si riferisce al caso di presenza di armatura in compressione pari al 50% di quella in trazione, la seconda ad armatura compressa pari a quella tesa

Per modestissime entità di sforzo normale si riconosce una zona del diagramma appena accennata, relativa alla crisi dell'acciaio che si verifica per percentuali di armatura $\mu < 0.2\%$. In entrambi i campi di crisi del materiale, comunque, differenze di comportamento legate alla

variazione del rapporto σ_s^u / σ_s^y sono ben evidenti, e in particolar modo appaiono rilevanti per crisi del calcestruzzo e armatura in compressione pari a quella in trazione.

Come già discusso nel precedente paragrafo infatti, mentre l'aumento di armatura tesa, nel caso di raggiungimento della deformazione ultima nel calcestruzzo, è un parametro sfavorevole alla duttilità, incrementi di armatura compressa comportano una maggiore diffusione della plasticizzazione, bilanciando il contributo negativo e rendendo il secondo tratto del legame $\mu - \rho_m^u / \rho_m^y$ quasi costante.

Il ridursi del rapporto di incrudimento smorza gli effetti positivi della presenza di armatura compressa conducendo ad una pericolosa localizzazione delle deformazioni intorno alla fessura, che si riflette in una sorta di semplice traslazione delle curve illustrate.

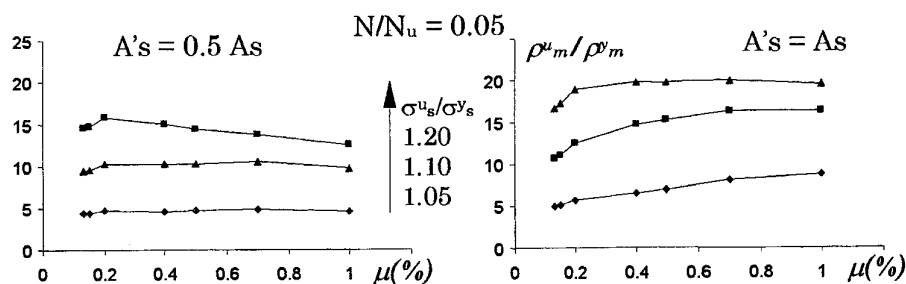


Fig.5.5 – Percentuale di armatura – rapporto di curvatura medio

Piccoli incrementi di sforzo normale ($N = 0.1 N_u$) riducono la duttilità media soprattutto per rapporti di incrudimento elevato e portano ad un appiattimento delle curve. Le differenze di comportamento plastico legate alla variazione di σ_s^u / σ_s^y cominciano a diminuire, anche se sono ancora apprezzabili nel caso di armatura in compressione pari a quella in trazione, in cui la diminuzione di tale rapporto da 1.20 a 1.05 porta a riduzioni di duttilità anche superiori al 50%.

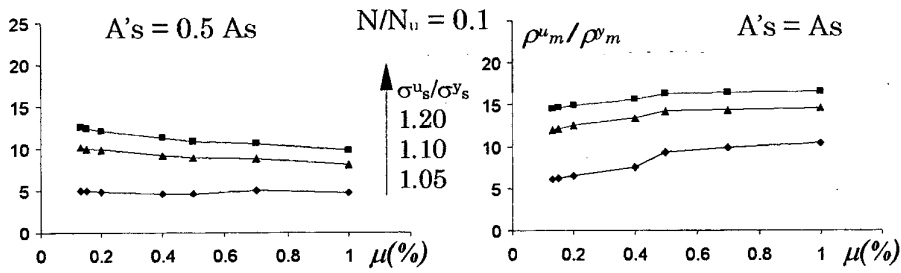


Fig.5.6 – Percentuale di armatura – rapporto di curvatura medio

Ulteriori aumenti della caratteristica assiale riducono drasticamente il rapporto di curvatura dell'elemento, soprattutto se questo presenta armatura in compressione pari al 50% di quella in trazione. In tale circostanza la crisi dell'elemento avviene per raggiungimento della deformazione ultima nel calcestruzzo in corrispondenza di deformazioni nell'acciaio poco superiori al limite elastico e di conseguenza si risente molto poco dell'influenza della variazione delle caratteristiche dell'acciaio. Gli andamenti relativi ai tre diversi valori di σ_s^u / σ_s^y sono praticamente rettilinei, molto prossimi tra loro e costanti al variare dell'armatura in trazione.

Anche nel caso di uguali percentuali d'acciaio in compressione e trazione, l'influenza dei diversi rapporti di incrudimento sul comportamento duttile dell'elemento è ridotta, mentre si risente ancora dell'effetto dell'entità di armatura tesa.

Le curve indicate nella Fig.5.7 relative al caso $A'_s = A_s$ si presentano crescenti, pur essendo la crisi sempre imputabile al calcestruzzo, in quanto l'effetto favorevole dell'acciaio in compressione prevale su quello negativo dell'armatura in trazione.

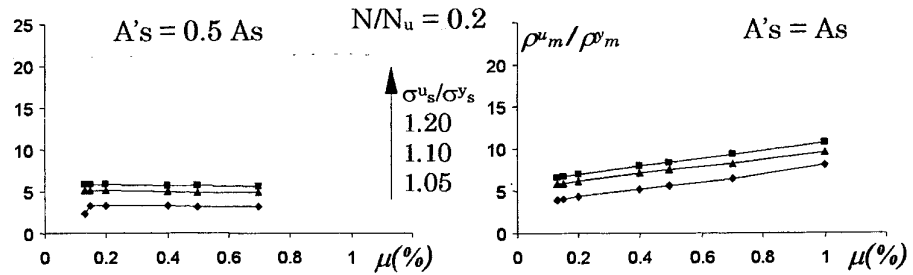


Fig.5.7 – Percentuale di armatura – rapporto di curvatura medio

L'influenza dell'entità dello sforzo normale sulla duttilità dell'elemento è valutabile dai seguenti diagrammi in cui è riportato il rapporto di curvatura in funzione delle percentuali di armatura tesa, al variare dello sforzo normale.

Ciascuna delle due coppie di figure si riferisce ad una delle due quantità di armatura compressa considerate e la prima colonna è riferita ad elementi armati con acciai caratterizzati da rapporto di incrudimento pari a 1.05, mentre nella seconda il valore di tale parametro è uguale a 1.20.

Gli effetti dello sforzo normale si risentono poco nel caso di bassi valori del modulo di incrudimento, specie se non è disposta adeguata armatura in compressione, in quanto la localizzazione delle deformazioni nell'acciaio che si verifica in questo caso congiunta a comunque bassi valori della deformazione stessa rende le curvature molto limitate per qualunque livello di sforzo normale.

La differenza tra i valori di duttilità legati a sforzi normali molto modesti ($N/N_u=0.05$) e più elevati ($N/N_u=0.02$) sono quasi trascurabili.

L'incremento di armatura in compressione comporta una maggiore diversificazione dei comportamenti. Una leggera entità di sforzo normale migliora leggermente la capacità di plasticizzazione dell'elemento favorendo, come già discusso nel precedente paragrafo, una maggiore diffusione del tratto in cui l'acciaio è snervato. Valori più elevati dello sforzo normale conducono, invece ad un infragilimento dell'elemento in quanto la crisi si verifica sempre per raggiungimento della deformazione

ultima nel calcestruzzo in corrispondenza di deformazioni poco superiori al limite elastico nell'acciaio.

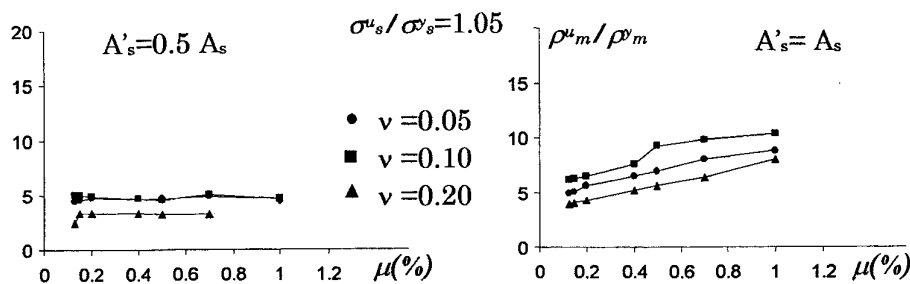


Fig.5.8 – Percentuale di armatura – rapporto di curvatura medio

Comportamenti differenti si verificano per rapporti di incrudimento più elevati. In tal caso lo sforzo normale più che condizionare l'ampiezza della zona plasticizzata, che è estesa in virtù delle migliori caratteristiche plastiche dell'acciaio, comporta una riduzione della duttilità globale.

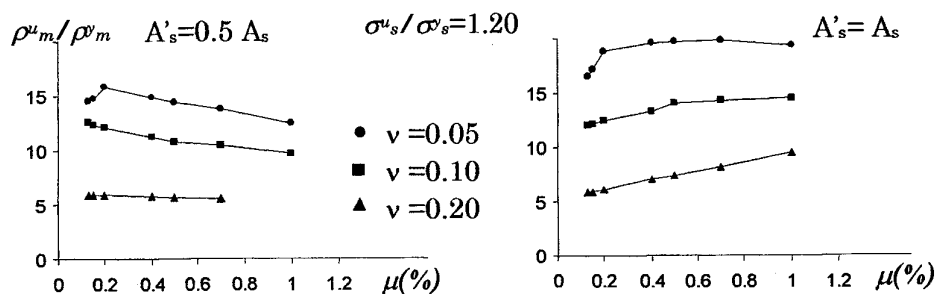


Fig.5.9 – Percentuale di armatura – rapporto di curvatura medio

Le considerazioni finora espresse possono ritenersi riassunte nelle successive figure che rappresentano il rapporto di curvatura rispetto al rapporto di incrudimento al variare dello sforzo normale e dell'armatura in compressione. I diagrammi sono corrispondenti ad acciaio teso pari allo 0.7%, anche se, vista la scarsa variabilità della duttilità al variare

della quantità di acciaio teso, gli andamenti rappresentati possono considerarsi del tutto generali.

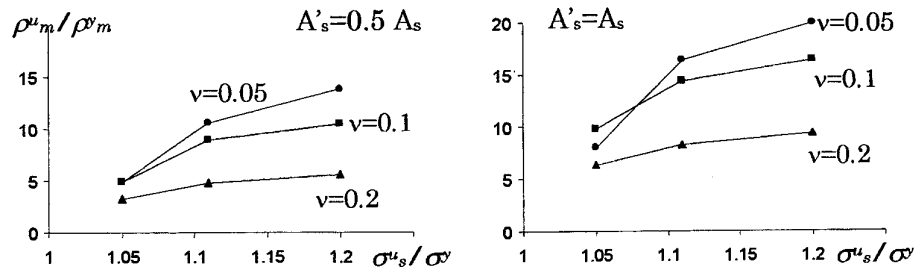


Fig.5 10 – Rapporto di incrudimento-rapporto di curvature

Incrementi di σ_s^u / σ_s^y sono sempre favorevole ad un migliore comportamento duttile dell'elemento, soprattutto se è presente sufficiente armatura in compressione.

Lo sforzo normale agisce in duplice maniera sulla capacità di plasticizzazione e per valori molto modesti di tale sollecitazione può essere prevalente l'effetto positivo soprattutto se il rapporto di incrudimento è basso poiché la forte localizzazione conseguente a tale parametro è leggermente smorzata. Nell'esempio illustrato incrementi di forza da 0.05 a 0.2 N_u conducono a riduzioni di duttilità che possono anche risultare maggiori di 1/3.

4. Confronti: Modello CEB

Il problema della valutazione della curvatura media di un elemento pressoinflesso è affrontato in modo semplificato dal CEB²¹ che riconduce tale caso di sollecitazione alla flessione semplice, con il conseguente vantaggio di poter utilizzare i coefficienti già introdotti nel Cap.4, par.6.

In questo paragrafo rispettando la simbologia del CEB la curvatura sarà indicata come $1/r$. Il comportamento medio è sempre compreso tra uno stadio relativo alla sezione completamente reagente (I), ed uno legato alla fessurazione della stessa (II). In un diagramma momento-

$$M_o = -Nx_{12} \frac{1}{1 - \kappa_{s1} / \kappa_{s2}}$$

$$\frac{1}{r_{2N}} = -M_o \frac{EI_1 - EI_2}{EI_1 \cdot EI_2}$$

essendo i coefficienti κ , espressi nel Cap.4, par.6, e funzione del rapporto tra l'inerzia geometrica della sezione di calcestruzzo e quella della sezione reagente nei due stadi considerati.

Le curvature limite così definite vengono utilizzate per la formulazione della curvatura media:

$$\frac{1}{r_m} = (1 - \zeta_o) \frac{1}{r_1} + \zeta_o \left(\frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_{2N}} \right)$$

ed il coefficiente ζ_o è fornito dalle seguenti:

$$\text{- se } \sqrt{\beta_1 \beta_2} M_{cr} \geq M_o$$

$$\zeta_o = 1 - \left(\frac{\sqrt{\beta_1 \beta_2} M_{cr} - M_o}{M - M_o} \right)^2$$

$$\zeta_o = 0 \quad \text{per } M < M_{cr}$$

$$\text{- se } \sqrt{\beta_1 \beta_2} M_{cr} < M_o$$

$$\zeta_o = 1 \quad \text{per } M \geq M_o$$

$$\zeta_o = 0 \quad \text{per } M < M_o$$

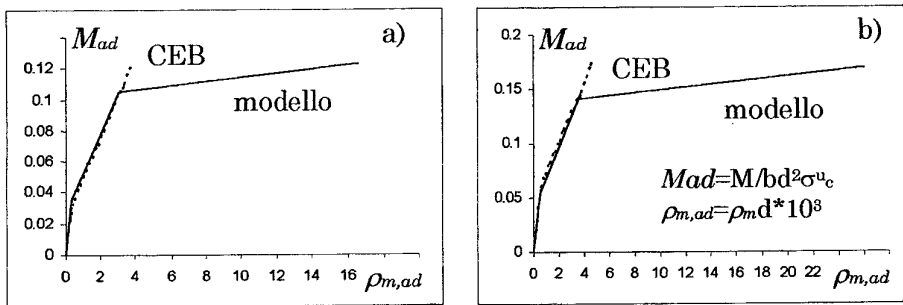
I coefficienti β_1 e β_2 , funzione del tipo di carichi e del tipo di aderenza delle barre sono gli stessi del caso di flessione semplice (Cap.4, par.6).

Nelle successive figure sono posti a confronto due esempi di diagrammi momenti curvatura media valutati con la procedura proposta e con il modello CEB, relativi ad elementi di caratteristiche riportate nella seguente Tab.5.1.

Tab.5.1 – Caratteristiche delle sezioni analizzate

	b [cm]	H [cm]	A _s [cm ²]	A' _s [cm ²]	N/N _u
a)	30	60	9.0	4.5	0.05
b)	30	60	9.0	9.0	0.15

La quasi perfetta coincidenza dei valori, fatta esclusione per il tratto relativo all'incrudimento dell'acciaio, che come già discusso nel Cap.4, par.6 e nel Cap.3, par.6, non è previsto nel codice, conferma la validità della procedura illustrata

Fig.5.12 – Confronto con il modello CEB²¹