

CAPITOLO I

INTRODUZIONE

1.1. Problemi ricorrenti nelle costruzioni per i materiali caratterizzati da differente resistenza a trazione e compressione.

La maggior parte dei materiali in uso nelle costruzioni dai tempi antichi ai più recenti presenta un comportamento differente se sollecitato a trazione o compressione. Muratura e calcestruzzo fanno parte di questi materiali. Essi presentano un comportamento fragile; si fessurano per bassi livelli di dilatazione e hanno un'intrinseca debolezza nel resistere a trazione.

Spesso le strutture di materiali così fatti necessitano dell'apporto di altri costituenti che bilancino le carenze meccaniche, creando così dei nuovi materiali con matrice armata dotati di particolari qualità resistenti.

L'utilizzo del calcestruzzo armato risale al 1860 e si può dire che oggi esso è uno dei materiali più diffusi [1.1]. Per quanto riguarda la muratura, il suo impiego con armatura risale al 1825 e il suo studio sistematico fu affrontato intorno al 1920 in India e Giappone in seguito alle conseguenze dei terremoti. Essa può presentarsi in svariate forme come descritto in [1.2]. All'armatura concentrata (acciaio usualmente), vengono affidati gli sforzi di trazione che la matrice non può sopportare sia nelle sollecitazioni di flessione sia in quelle di taglio.

Mentre il cemento armato come descritto è ampiamente utilizzato nelle costruzioni, l'utilizzo di muratura armata è presente solo in un numero limitato di casi, poiché comporta sezioni di acciaio di area notevole, e di conseguenza soluzioni piuttosto costose. Per la muratura è forse più interessante la tecnica ad *armatura diffusa* ove l'armatura è collocata nei giunti di malta nel caso di mattoni pieni, o nelle cavità dei blocchi nel caso di unità opportunamente

conformate, e che consente di sfruttare al massimo le capacità resistenti dei muri [1.2]. Si utilizzano armature in percentuali ridottissime della sezione lorda di muratura, tali da non aumentare in modo sostanziale la resistenza, ma per conferirle particolari qualità quali duttilità, capacità di dissipazione di energia, limitazione della degradazione di rigidità.

Per quanto riguarda il calcestruzzo, oltre alla possibilità di armatura concentrata c'è da considerare anche quella fibrosa diffusa costituita da fibre di acciaio o di vetro. L'aggiunta di fibre in modesta quantità (fino al 2%) in volume contribuisce a migliorare la risposta del calcestruzzo dopo la fessurazione collegando le fessure, riducendone l'ampiezza e opponendo resistenza alla loro apertura.

1.2. Analisi strutturale per i materiali con diversa resistenza a trazione e a compressione

Nel progetto e nella verifica di strutture è richiesta la determinazione dello stato di sforzo e di deformazione. Numerosi sono i modelli di comportamento del materiale che con minore o maggiore rispondenza alla realtà schematizzano la risposta del materiale sotto carico rendendo poi possibile la traduzione dei risultati dell'analisi strutturale in disposizioni costruttive. Vediamo alcuni modelli di comportamento:

Comportamento elastico

La teoria elastica lineare è il modello più comunemente usato, sia per le murature che per il calcestruzzo. Gli aspetti di semplicità e maneggevolezza analitica, infatti, hanno fatto del modello elastico lineare un potente e valido strumento per la comune analisi strutturale. In tale modello, come è noto, le tensioni vengono supposte proporzionali alle deformazioni.

Comportamento perfettamente plastico a compressione ed elasto-fragile a trazione (figura 1.1

b). Al superamento del limite elastico che può essere più o meno elevato il materiale nella trattazione classica può avere due distinti comportamenti: può deformarsi a tensione costante (comportamento plastico) o rompersi senza attivare ulteriori riserve di resistenza (comportamento fragile). In ogni caso il modello elastico deve essere combinato con un criterio che definisca la rottura del materiale. Tali criteri di rottura possono essere rappresentabili con uno o più parametri [1.3]. Le superfici di rottura che definiscono i criteri possono essere combinate con modelli costitutivi elastici lineari per il progetto in sicurezza delle strutture o per effettuarne l'analisi limite. In alternativa le superfici di rottura vengono utilizzate per rappresentare le superfici di collasso iniziali e quelle successive, dalle quali può essere ricavata la relazione incrementale tensione-deformazione basata sulla teoria incrementale della plasticità e sulla quale torneremo in seguito.

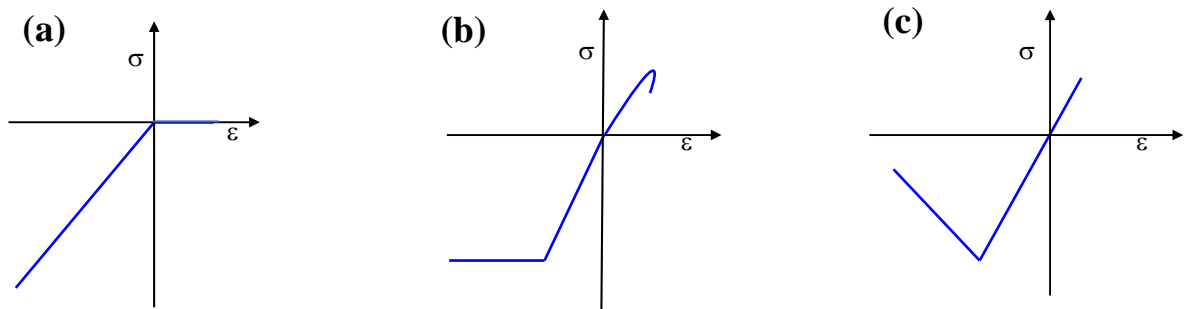


Figura 1.1: Modelli di comportamento.

In compressione triassiale può dirsi che calcestruzzo e muratura presentino una certa duttilità, tenendo conto di questa seppur limitata duttilità è stato sviluppato un modello elasto-plastico. Per descrivere la relazione tensione-deformazione in questo modello è necessaria la schematizzazione di tre fasi: (1) *prima della tensione massima*, (2) *durante il flusso plastico* e (3) *dopo la rottura*. Frequentemente viene considerata la relazione tensione deformazione del tipo elastico lineare sia prima della tensione massima che dopo la rottura. Solo per quanto riguarda la relazione tensione-deformazione plastica durante il flusso è necessario definire la condizione di collasso che, una volta determinata, consentirà di precisare la relazione tensione deformazione a livello incrementale. La dipendenza della funzione di collasso dal primo invariante di tensione e il concetto di flusso plastico portano usualmente ad un incremento plastico del volume sotto pressione. Questo fenomeno, noto come dilatanza è stato osservato sia nei calcestruzzi che nelle rocce (in prossimità del collasso).

Se il flusso plastico sia o non sia normale alla superficie di collasso allo stato corrente di tensione è un argomento controverso, in ogni caso le assunzioni comuni sono:

- 1- materiale perfettamente plastico dopo aver raggiunto la massima capacità portante;
- 2- superficie di collasso fissa nello spazio delle tensioni;
- 3- il vettore incremento di deformazione plastica è normale alla superficie di collasso nel punto rappresentativo dello stato di sforzo.

A tutto questo ci si riferisce quando si parla di *legge di flusso associata*. Per ragioni pratiche la legge di flusso associata è adoperata prevalentemente, anche se diversi tipi di leggi non associate sono state proposte. Un modello comunemente utilizzato è quello della *plasticità perfetta* in compressione e di *perfetta fragilità* a trazione; in entrambi i casi si assume il principio di normalità per la determinazione della direzione della deformazione anelastica.

Di diretta derivazione dalla teoria della plasticità è l'analisi limite che riveste particolare interesse nell'ingegneria strutturale consentendo di effettuare l'analisi a rottura con metodi

relativamente semplici. Essa può essere utilizzata convenientemente per ottenere moltiplicatori del carico di collasso per strutture in calcestruzzo e muratura.

Il materiale non resistente a trazione

Alcuni autori, vista l'inattendibilità di qualsiasi previsione circa la capacità di resistenza a tensioni di trazione dei materiali in oggetto, hanno formulato modelli nei quali essa viene del tutto trascurata, mentre si conserva l'ipotesi di modello elastico lineare in risposta a stati tensionali di compressione (*figura 1.1 a*). Tale idea offre un modello di riferimento indipendente dal materiale e dalle tecniche di costruzione impiegate pur non consentendo di cogliere a pieno la realtà fisica di alcuni fenomeni da studiare come quelli dissipativi e di degrado. Il materiale non reagente a trazione costituisce un'idealizzazione intesa a rappresentare il comportamento di materiali dotati di capacità resistente a trazione molto piccola in confronto alla resistenza a compressione: tale idea fu formulata per la prima volta in modo organico per la muratura da Heyman [1.4, 1.5]. Questo è del resto il punto di vista comunemente assunto nella teoria classica del cemento armato in cui le ipotesi di calcolo, almeno per la parte concernente la verifica presumono che gli sforzi di trazione debbano essere sopportati esclusivamente dalle armature metalliche.

Alcuni autori [1.6, 1.7, 1.8, 1.9, 1.10, 1.11] hanno quindi tentato di esprimere tale assunto in una formulazione generale, con l'obiettivo di individuare delle relazioni costitutive più idonee a rappresentare il comportamento di un ipotetico materiale non reagente a trazione. Pur non riflettendo puntualmente la realtà fisica dei fenomeni da studiare, le ipotesi proposte conducono a risultati che opportunamente interpretati costituiscono un punto di riferimento per le successive decisioni di progetto.

Modelli più complessi tengono conto del cambiamento della risposta del materiale dopo un certo limite, studiando il deterioramento irreversibile e progressivo che il materiale subisce durante il processo di carico. Tale deterioramento delle caratteristiche meccaniche del materiale viene modellato attraverso l'introduzione di un parametro di *danno* [1.12, 1.13, 1.14, 1.15] (*figura 1.1 c*). L'inizio di fratture macroscopiche segna il limite tra meccanica del danno e della frattura. Tale ultima disciplina si occupa infatti dell'influenza che la crescita di pochi difetti macroscopici ha sulla risposta del materiale [1.16, 1.17].

1.3. Modellazione unificata del materiale

Per tutti i materiali lapidei utilizzati nelle costruzioni si individua come elemento comune un comportamento elastico nella fase iniziale e un comportamento a rottura caratterizzato da resistenze a compressione nettamente più elevate rispetto alle resistenze a trazione. Per quanto

riguarda il legame costitutivo di tali materiali nella fase successiva a quella elastica il comportamento è di tipo plastico in presenza di sforzi di compressione e di tipo fragile in presenza di sforzi di trazione. Si osserva tuttavia che, per il calcestruzzo, se si tiene conto della presenza di armatura o fibre diffuse, è possibile schematizzare, anche in presenza di trazione, il comportamento del materiale come duttile.

Analogamente per il materiale muratura, nell'ipotesi di resistenza a trazione nulla, il comportamento prevede deformazioni di fessurazione libere, ed è quindi simile ad un comportamento perfettamente plastico.

Nel seguito vengono descritti i comportamenti di tali materiali in dettaglio al fine di evidenziare la possibilità di adottare, come schema approssimato di comportamento, il legame costitutivo elasto-plastico corrispondente al criterio classico di Rankine. Tale criterio opportunamente modificato per tenere conto della diversa resistenza a trazione e compressione del materiale consente un'analisi semplice ed unificata del comportamento a rottura di elementi in calcestruzzo o muratura nell'ambito delle ipotesi e dei risultati classici relativi al comportamento elastico perfettamente plastico.

L'approccio sopra descritto costituisce la base della presente ricerca, con applicazioni e risultati che riguardano elementi bidimensionali costituiti di tale materiale con eventuale rinforzo concentrato, consentendo un'analisi unificata di pannelli o elementi del tipo lastra-trave, ovvero, sia per strutture murarie che per elementi in calcestruzzo con armatura di rinforzo diffusa.

Si evidenzia infine che tale approccio risulta simile e conforme a numerosi indirizzi relativi, in particolare, ad elementi in calcestruzzo armato, quali le modellazioni "strut and tie" [1.24, 1.29], e le analisi svolte da Nielsen [1.27,1.28].

1.3.1. Descrizione del comportamento dei materiali considerati

Molte sono le prove effettuate su provini di muratura e calcestruzzo per stabilire il comportamento di questi materiali. L'analisi dei risultati sperimentali è infatti una base insostituibile per la modellazione, ed è fondamentale per la valutazione del rapporto tra il comportamento osservato e le ipotesi dei criteri proposti. A tal fine nel seguito si descriverà per linee principali il comportamento dei materiali suddetti.

Calcestruzzo

Il calcestruzzo contiene un largo numero di fessure, la maggior parte all'interfaccia tra malta e inerti. Tale proprietà è decisiva per il comportamento meccanico del calcestruzzo. La propagazione di queste fratture durante la fase di carico contribuisce al comportamento non

lineare del calcestruzzo per livelli bassi di tensione e causa espansione di volume vicino al collasso. La maggior parte delle prove sperimentali riguardano stati monodimensionali di tensione-deformazione. Una tipica relazione tensione-deformazione per il calcestruzzo è mostrata in *figura 1.2 a*. La curva tensione deformazione ha un comportamento elastico lineare fino a quasi il 30% della sua massima resistenza a compressione f_c' . Per tensioni superiori a questo punto la curva mostra un incremento della curvatura. Dopo aver raggiunto f_c' la curva scende sino alla deformazione ultima ϵ_u .

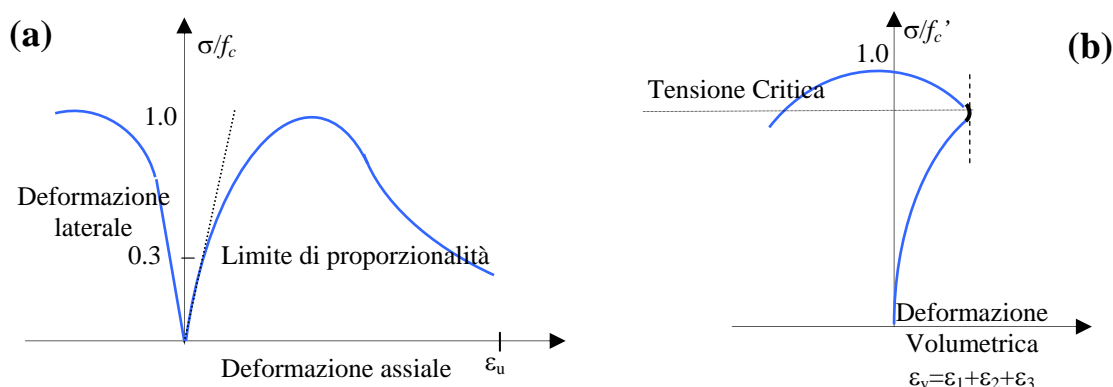


Figura 1.2: *Comportamento a compressione, a) deformazione assiale laterale e b) volumetrica.*

Inizialmente il cambiamento di volume è quasi lineare, dopodiché la variazione di volume si inverte e si ha un espansione volumetrica. La tensione per la quale l'espansione volumetrica è minima viene detta tensione critica (*figura 1.2 b*).

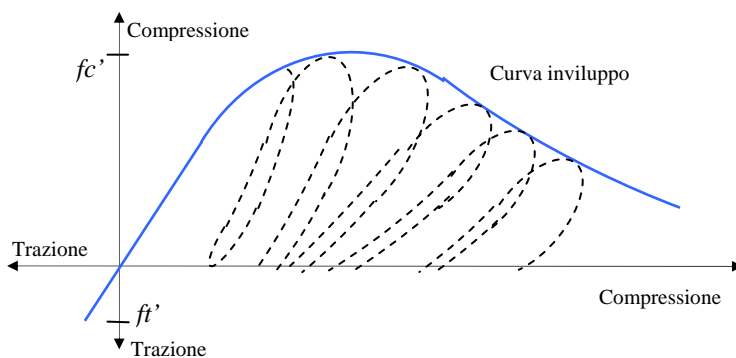


Figura 1.3: *Risposta del calcestruzzo per carico mono-assiale.*

La forma della curva tensione-deformazione (*figura 1.3*) è strettamente associata con il meccanismo di micro-fessurazione interna. Per tensioni tra il 30 e il 50% di f_c' le fratture tendono ad estendersi. Inizialmente la propagazione delle fratture è stabile. Per tensioni fra il 50 e il 70% di f_c' a carico costante le fratture continuano a crescere ed il sistema diventa instabile. Se si scarica l'elemento la curva di scarico è non lineare, ed inoltre si ha una significativa degradazione della rigidità del materiale.

Con l'incremento della deformazione di compressione il danno nel calcestruzzo si accumula e il calcestruzzo descrive la parte discendente della curva, dove appaiono fratture macroscopiche.

La curva a trazione mostra molte similitudini con quella a compressione. Il rapporto tra la resistenza a trazione e compressione varia considerevolmente, usualmente è tra 0.05 e 0.1. Il modulo di elasticità in trazione è usualmente più elevato, mentre quello di Poisson è inferiore. In letteratura è possibile reperire risultati di prove realizzate anche in regime biassiale. Possiamo osservare nella *figura 1.4* la curva di resistenza del calcestruzzo, mentre la *figura 1.5* rappresenta i modi di collasso per carichi biassiali [1.3].

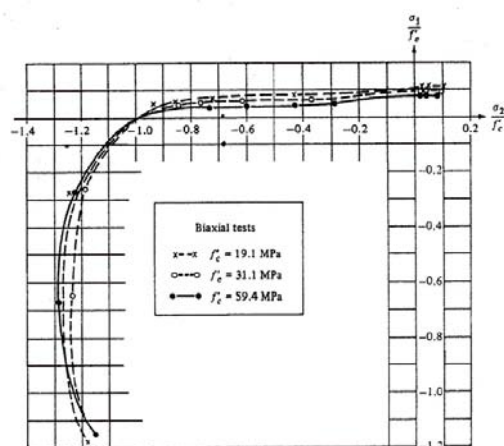


Figura 1.4: Curva di resistenza del calcestruzzo.
[Kupfer, 1969].

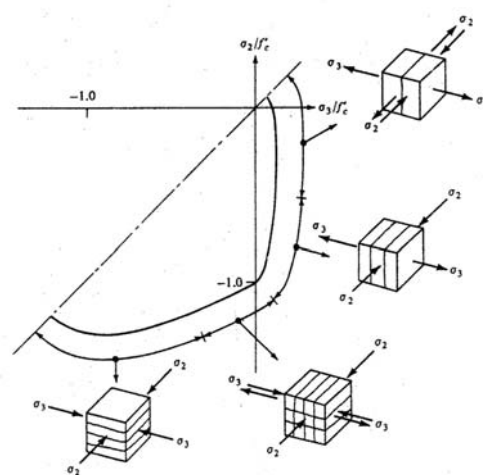


Figura 1.5: Modi di collasso per carichi biassiali.
[Nelissen, 1972].

Calcestruzzo rinforzato con fibre

Le curve sperimentali, ricavate dalle esperienze di Lim sono mostrate in *figura 1.6*. Quella a compressione mostra come le fibre non modificano la resistenza a compressione monoassiale del calcestruzzo, ma aumentano sensibilmente la deformazione ultima a compressione.

Il legame costitutivo a trazione adottato per il calcestruzzo fibrorinforzato è caratterizzato da un valore di picco σ_{cr} che rappresenta la resistenza a trazione del calcestruzzo non fessurato, e da una resistenza residua ultima σ_{tu} , che è dovuta alle azioni trasmesse dalle fibre di acciaio.

Una semplificazione si ottiene trascurando la resistenza di picco del calcestruzzo integro ed adottando una legge tensione-deformazione di tipo elastico perfettamente plastico. Facendo questo si perde il comportamento reale a flessione nel passaggio dalla fase elastica a quella fessurata, ma la curva elastoplastica tende a raccordarsi perfettamente alla curva reale a partire dal tratto iniziale della fase fessurata con un andamento monotono crescente [1.18, 1.19].

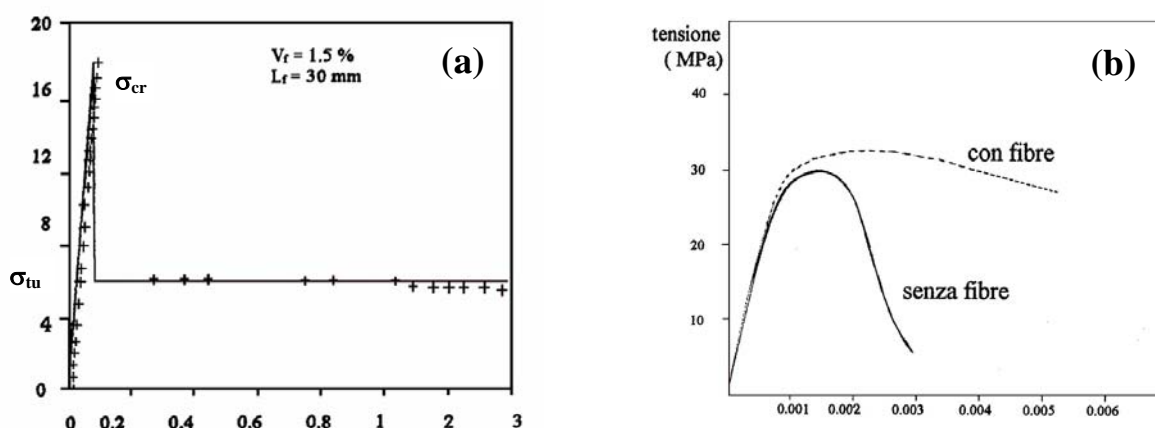


Figura 1.6: Curve sperimentali per un FRC: (a) trazione monoassiale, (b) compressione monoassiale.

Muratura

La muratura è un materiale composito i cui due costituenti, malta e laterizio o qualsiasi altro materiale in blocchi, hanno caratteristiche meccaniche diverse ed il cui comportamento globale si discosta a volte in maniera considerevole da quello dei propri costituenti. La curva uniassiale tensione deformazione per la muratura è mostrata in figura.1.7 [1.20].

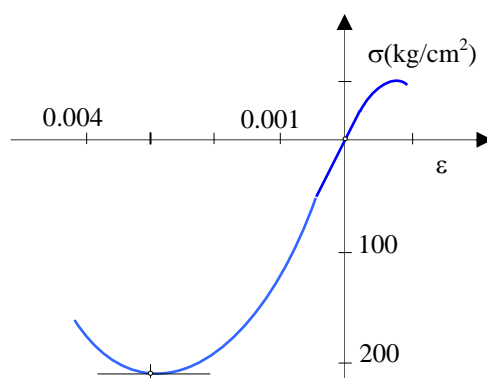


Figura 1.7: Curva uniassiale per la muratura.

Accanto alle proprietà elastiche gli altri parametri significativi sono la deformazione al picco ε_m , la pendenza del ramo discendente e la deformazione ultima ε_u . Per quanto riguarda il comportamento biassiale della muratura, Hegemier [1.21] fece una serie di prove biassiali su pannelli murari in scala reale sia rinforzati che non rinforzati ricavando una superficie di collasso simile a quella del calcestruzzo (figura 1.8). I risultati di altre prove di compressione biassiale effettuati da Page sono mostrati in figura 1.9 [1.22].

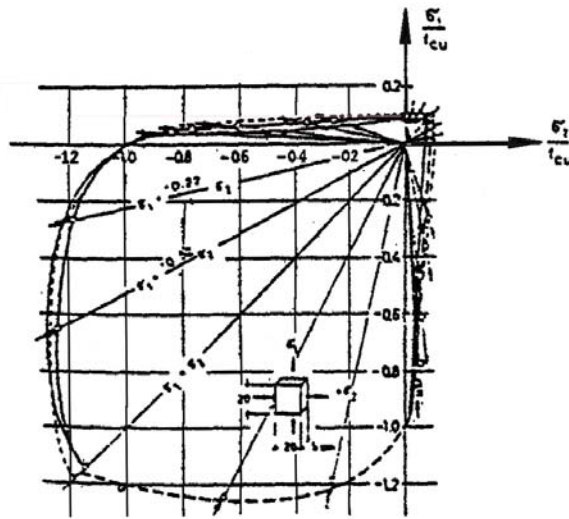


Figura 1.8: Superficie di di collasso biassiale.
[Hegemier].

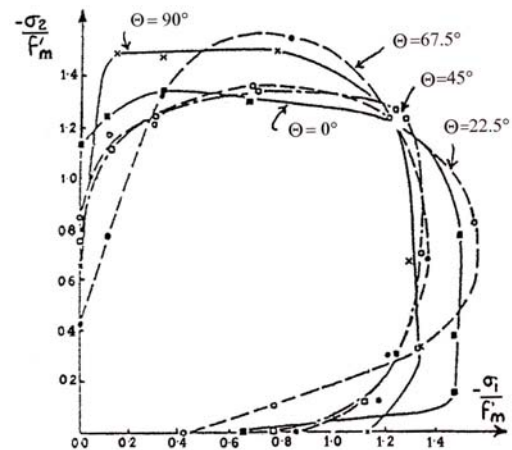


Figura 1.9: Superficie di di collasso biassiale.
[Page].

1.3.2. Il criterio di Rankine

Per l'individuazione del limite elastico in quanto segue ci si baserà sul criterio detto della massima tensione normale attribuito a Rankine e datato 1876, generalmente accettato per la determinazione della rottura per trazione nei materiali fragili [1.23]. Questo criterio assume che la crisi del materiale abbia luogo quando una delle tre tensioni principali raggiunge la tensione limite a trazione o a compressione.

Alcuni materiali come il calcestruzzo, la roccia e i terreni come abbiamo visto hanno una buona resistenza a compressione. Quando sono sollecitati a compressione con confinamento questi materiali mostrano addirittura un comportamento duttile. Sollecitati a carichi di trazione, invece, collassano in maniera fragile per bassi valori di tensione. Per queste ragioni, per modellarne il comportamento il criterio di Rankine è spesso combinato con quello di Tresca o di Von Mises. A tale criterio ci si riferisce come a Tresca o Von Mises con "tension cutoff", e la loro rappresentazione grafica consiste in due superfici corrispondenti ad un comportamento combinato di collasso a taglio in compressione e collasso a trazione per effetto di sforzi di trazione.

Nel seguito si utilizzerà sia a trazione che a compressione il criterio di Rankine; d'altra parte esso produce risultati sufficientemente attendibili per quei materiali che, come il calcestruzzo o la muratura, presentano modeste resistenze a trazione (*figura 1.3, e figura 1.7*) [1.23].

Il criterio di Rankine, comparato sia con i risultati sperimentali per la muratura, sia con quelli per il calcestruzzo (vedi *figura 1.4 e 1.9*), sottostima la resistenza a compressione biassiale, ovvero nel caso di compressione biassiale vi è un incremento di resistenza che non è in perfetto accordo con i criteri di Coulomb e Rankine, come mostrato in *figura 1.10*. Tale circostanza è mostrata in [1.25] a proposito della muratura attraverso una formulazione di criterio di rottura per materiali anisotropi dovuta a Capurso e Sacchi [1.26].

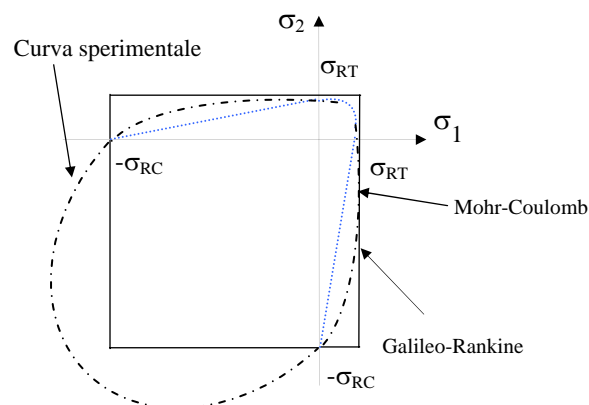


Figura 1.10: Confronto con una curva sperimentale per la muratura.

Il criterio di Rankine con resistenza a trazione nulla è stato utilizzato da Nielsen [1.27] come condizione di snervamento di partenza per lastre di calcestruzzo. Il dominio approssimato ottenuto per la struttura armata nel caso *isotropo*, ossia diffusione dell'armatura omogenea, è ancora un quadrato nel piano delle tensioni principali, ma traslato verso la trazione rispetto al precedente.

1.4. Modellazione strutturale

Si può dire in generale che la stima della capacità portante di una parete in muratura o calcestruzzo risulta difficoltosa e talvolta inefficace se ispirata ai metodi legati alla teoria dell'elasticità. Rispetto al calcolo strutturale tradizionale condotto con i mezzi della teoria della elasticità, l'analisi limite presenta il fondamentale vantaggio di tenere conto in modo più accurato del reale comportamento delle strutture. L'analisi teorica che qui si propone è basata essenzialmente sulle ipotesi dell'analisi limite, di cui di seguito si richiamano i contenuti essenziali. Si descrive poi in sintesi il lavoro svolto.

1.4.1. Analisi limite

I metodi sviluppati traggono spunto dalle condizioni che si verificano in una situazione di collasso plastico:

L'equilibrio: le sollecitazioni interne e le forze esterne soddisfano le equazioni indefinite di equilibrio e le condizioni di equilibrio al contorno.

La conformità: gli sforzi interni non eccedono in alcun punto la resistenza del materiale

Le condizioni di meccanismo: esiste una distribuzione di deformazioni plastiche tali da conferire almeno un grado di libertà alla struttura, inoltre il lavoro dei carichi esterni eguaglia quello dissipato per l'insorgere delle deformazioni.

L'analisi limite utilizza per la ricerca della soluzione l'applicazione del teorema cinematico e del teorema statico. Utilizzando il teorema cinematico si assume un meccanismo di collasso di tentativo ed eguagliando il lavoro dei carichi esterni con l'energia dissipata si perviene alla determinazione di una capacità portante che si dimostra superiore a quella effettiva. Nell'altro caso utilizzando una distribuzione di sforzi conformi con i limiti di resistenza locale, che soddisfi le equazioni indefinite di equilibrio e le condizioni di equilibrio al contorno, si perviene ad una valutazione per difetto della capacità portante.

E' doveroso notare che il calcolo a rottura, pur consentendo la valutazione della resistenza ultima, per sua natura non è uno strumento atto a fornire indicazioni sull'entità degli spostamenti reali. Basandosi sulla schematizzazione del comportamento del materiale elastico perfettamente plastico (vedi *figura 1.11*), schematizza il comportamento dei materiali in maniera semplificata. Nella pratica si presentano delle situazioni in cui la risposta fornita dall'analisi limite è inadeguata [1.25].

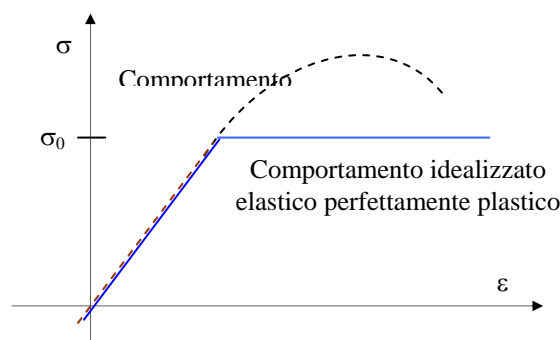


Figura 1.11: Schematizzazione del calcolo plastico.

Le principali semplificazioni sulle quali si basa l'analisi limite sono:

- si trascura l'incrudimento del materiale.
- non esiste un limite alle deformazioni plastiche.

- si trascura la deformazione elastica, ed in tal modo si trascurano completamente le cause di dissesto che possono sopravvenire per eccesso di deformazione elastica, anche in assenza di plasticizzazioni.

1.4.2. Applicazioni

Il lavoro qui presentato è costituito essenzialmente da due parti che sono state sviluppate parallelamente: una parte teorica ed una numerica.

Il percorso di lettura consta di tre tappe principali:

- modellazione ed analisi dei comportamenti di elementi parete in stati di sollecitazione elementari;
- modellazione ed analisi del comportamento di un elemento lastra dotato di armatura concentrata;
- applicazioni tramite un modello agli elementi finiti e confronto con i risultati teorici.

Alcuni elementi strutturali supposti costituiti di materiale con una buona resistenza a compressione e limitata a trazione con comportamento elasto-plastico, utilizzando il dominio di rottura Rankine come limite di resistenza, vengono analizzati per diverse ipotesi di vincolo e di carico. Gli elementi strutturali vengono supposti soggetti a stato piano di tensione.

Lo scopo è quello di valutarne la capacità portante per carichi monotoni. I modelli analizzati sono riportati sinteticamente nella *figura 1.12 a, b, c*.

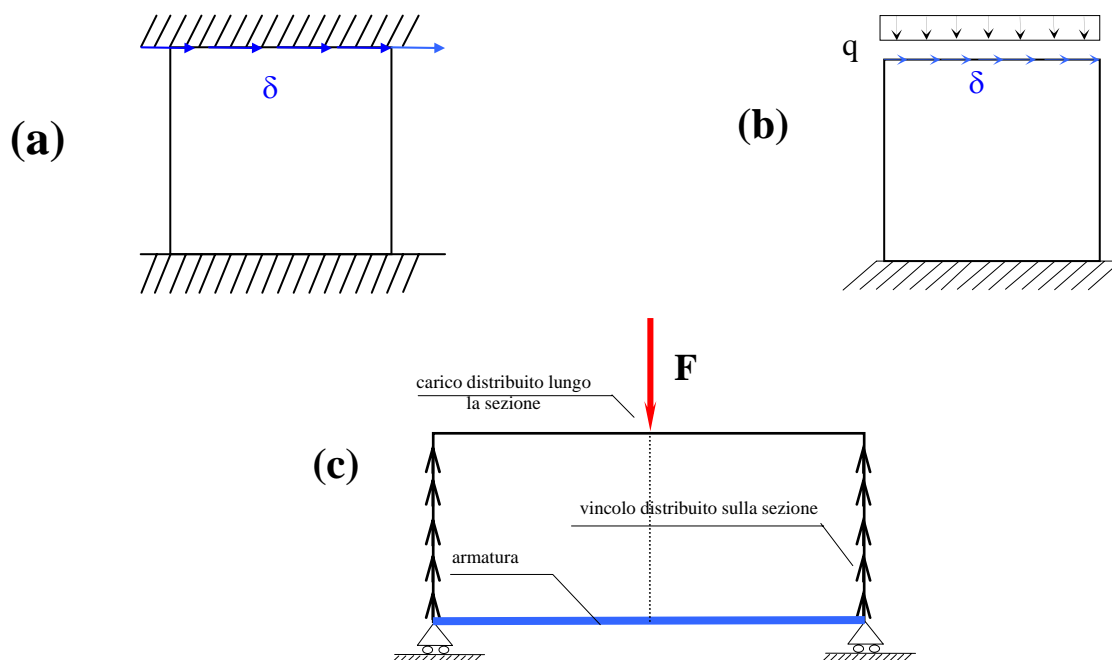


Figura 1.12: (a, b, c), Applicazioni.

1.4.3. Analisi numerica

La modellazione di elementi parete mediante elementi finiti ha comportato la definizione delle seguenti caratteristiche:

- a* legge costitutiva dell'elemento simulante la matrice,
- b* legge costitutiva dell'elemento d'armatura

Il materiale che modella la matrice è stato assunto elasto-plastico rispettoso di un dominio alla Rankine, modificato per esigenze computazionali così come descritto al *capitolo IV*.

L'armatura è caratterizzata attraverso un comportamento elastoplastico con incrudimento isotropo.

E' stato analizzato il comportamento a trazione di un calcestruzzo rinforzato con fibre metalliche (*figura 1.13*). Ai punti (a) e (b) definiti precedentemente si aggiungono allora:

- c* legge costitutiva dell'elemento simulante la fibre,
- d* legge costitutiva dell'elemento simulante il contatto fibra-calcestruzzo

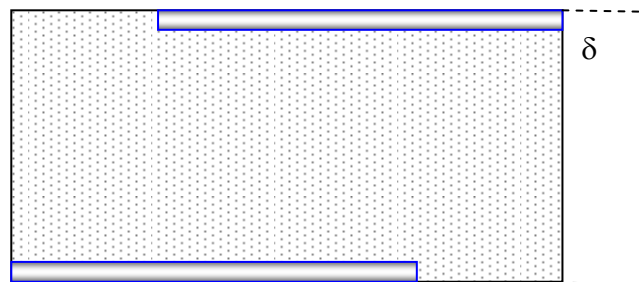


Figura 1.13: Modello per l'analisi di un FRC.

Il modello del calcestruzzo rinforzato è basato su una rappresentazione bidimensionale di entrambi i materiali calcestruzzo e acciaio. L'acciaio delle fibre è supposto indefinitamente elastico. Il contatto tra fibra e matrice è supposto a comportamento elasto-plastico con incrudimento isotropo.

Una volta validato il modello numerico attraverso l'analisi del fibrorinforzato, tale modello è stato utilizzato nello studio del comportamento degli elementi parete individuati nella *figura 1.12 a, .b, c* sotto carico fino al collasso. Consentendo l'indagine del comportamento globale e, in seguito, un confronto con i moltiplicatori individuati attraverso l'analisi teorica

1.5. Conclusioni

Obiettivo del presente lavoro è un'analisi unificata di elementi bidimensionali costituiti da calcestruzzo armato e muratura. Il legame costitutivo adottato è di tipo elastico perfettamente plastico con superficie limite corrispondente al criterio di Rankine.

Il capitolo II è una rassegna dei lavori esistenti sul comportamento dei materiali che si vogliono rappresentare.

Nel capitolo III viene formulato, per il modello presentato, il problema dell'analisi limite con applicazione a pannelli rettangolari, corrispondenti agli elementi strutturali ricorrenti nelle tipologie di edifici in muratura e di lastre in calcestruzzo.

Nel capitolo IV è sviluppata un'analisi numerica del comportamento dei modelli esaminati al crescere dei carichi applicati sino alla situazione limite.

Nell'ultimo capitolo, infine viene presentato un confronto tra le valutazioni di resistenza ultima fornite dall'applicazione diretta dei teoremi dell'analisi limite e i risultati ottenuti con l'analisi numerica.

Attualmente si sta effettuando un'ulteriore indagine numerica, sviluppata con un diverso programma agli elementi finiti ed utilizzando altri criteri di rottura. I risultati di tale indagine consentiranno un valido confronto ed un'ulteriore verifica del lavoro svolto.

BIBLIOGRAFIA DEL CAPITOLO I

- [1.1] Frampton K., *Storia dell'architettura moderna*. Zanichelli Editore, Bologna, 1982.
- [1.2] Cantù E., *Murature armate*, Le costruzioni in muratura. A cura di Del Piero G., lezioni tenute al secondo convegno di studio sul consolidamento delle costruzioni, Udine 20-24 giugno 1983, CISM, Collana di ingegneria strutturale n° 2, pp.23-35.
- [1.3] Chen W. F., *Plasticity in Reinforced concrete.*, McGraw-Hill Book Company, London.
- [1.4] Heyman J., *The stone skeleton*. Int. Journ. Solids Structures, 1966, vol. 2, pp. 249-279.
- [1.5] Heyman J., *The Safety of Masonry Arches*. Int. Journ. Mech. Sciences, 1969, pp. 363-384.
- [1.6] Di Pasquale S., *Questioni di Meccanica dei Solidi non Reagenti a Trazione*. Atti VI Congresso AIMETA, Genova, 1982.
- [1.7] Baratta A., Toscano R., *Stati Tensionali in Pannelli di Materiale non Reagente a Trazione*. Atti VI congresso AIMETA, Genova 1982.
- [1.8] Villaggio P., *Stress diffusion in Masonry Walls*. Journal of Struct. Mech., Vol. 9, n°4, 1981.
- [1.9] Giangreco E., Russo Spena F., Sparacio R., *Stress Analysis and Strengthening Techniques of Masonry Buildings*. VWCEE, San Francisco, U.S.A., 1984.
- [1.10] Como M., Grimaldi A., *Analisi limite di pareti murarie sotto spinta*. Quaderni di teoria e tecnica delle strutture, Istituto di tecnica delle costruzioni, n° 546, 1983.
- [1.11] Baratta A., Occhiuzzi A., *Considerazioni sulle lastre non reagenti a trazione*. Atti dell'istituto di Costruzioni della facoltà di Architettura di Napoli, n° 174, 1983.
- [1.12] Gambarotta L., *Stati limite di resistenza per materiali fragili a danneggiamento isotropo*. AIMETA 3-6 ottobre 1995, Napoli.
- [1.13] Cervenka V., *Constitutive Model for Cracked reinforced Concrete*. ACI Journal, Nov.-Dec., pp. 877-882.
- [1.14] Lemaitre J., Chaboche J.L., *Mechanics of Solid Materials*. Springer Verlag, 1992.
- [1.15] Mazars J., *Application de la Mecanique de l'Endommagement au Comportement Non Lineaire et a la Rupture du Beton de Structure*. Thesis Presented to the University of Paris 6, France, 1984.
- [1.16] Mazars J., Pijaudier-Cabot G., *Continuum Damage Theory: Application to Concrete*. ASCE, J. Engrg. Mech., Vol. 115, 1989, pp. 345-365.
- [1.17] Pijaudier-Cabot G., Bazant Z. P., *Non local Damage Theory*. ASCE, J. Engrg. Mech., Vol. 113, n°10, 1987, pp. 1512-1513.
- [1.18] Lim T.Y., Paramasivam P., and Lee S.L., *Analytical model for tensile behavior of steel-fiber concrete*. ACI Material Journal July/August, 1987, pp. 286-298.
- [1.19] Fera C., *Modellazione e applicazioni del calcestruzzo fibrorinforzato*. Tesi di laurea in Ingegneria Civile-Edile, relatore prof. Ing. Grimaldi G., correlatore prof. Ing. Abruzzese D., anno accademico 1994-1995.
- [1.20] Anthoine A., *In plane behaviour of Masonry a literature review*. Commission of the European Communities Industrial process, 1992.

- [1.21] Hegemeir G.A., Nunn R.O., Arya S.K., *Bheaviour of concrete masonry under biaxial stresses*. Proc. North American Masonry Conference, U.S.A.4.2-4.21., 1978.
- [1.22] Page A.W., *The biaxial compressive strenght of brick masonry*. Proc. Instn. of Civ. Engrs, Part 2, Vol.71, pp. 893-906, 1981.
- [1.23] Corradi Dell'Acqua L., *Meccanica delle strutture*. Vol. I, "Il comportamento dei mezzi continui", McGraw-Hill Italia s.r.l., 1992.
- [1.24] Baldassino N., *Analisi Limite di elementi strutturali in cemento armato*, tesi di specializzazione anno accademico 1991/92, relatore prof. ing. Malerba P. G., Scuola di specializzazione in costruzioni in cemento armato.
- [1.25] Del Piero G., *Le costruzioni in muratura*. Lezioni tenute al 2° convegno di studio sul consolidamento delle costruzioni, Udine 20-24 giugno 1983, in *collana di ingegneria strutturale* n°2. Capitolo 7 pp.123-136.
- [1.26] Sacchi G., *Caratteristiche meccaniche dei materiali e problemi di statica delle murature portanti*, Corso di aggiornamento sul recupero strutturale, Centro Edile, Milano 1981.
- [1.27] Nielsen M. P., *Yield Conditions for reinforced concrete shell in the membrane state*. Proc. IASS Symp., North-Holland, Amsterdam (1963).
- [1.28] Nielsen M. P., *Limit analysis and concrete Plasticity*, Prentice Hall , 1984.
- [1.29] Biondini F., Bontempi F., Malerba P.G., *Ricerca di modelli strut-and-tie mediante programmazione lineare*, Studi e ricerche Vol. 17, 1996, Scuola di specializzazione in Costruzioni in cemento armato "Fratelli Pesenti", Politecnico di Milano, Italia.