

1

Il vento nello strato limite atmosferico

1.1 I venti

Lo studio dei processi che inducono e caratterizzano lo spostamento di masse d'aria in corrispondenza dell'atmosfera terrestre sviluppando i venti, è una delle forme di analisi più antiche della meccanica dei fluidi. Lo stesso Ulisse, nell'Odissea di Omero, è tormentato dai repentini e bruschi cambiamenti delle correnti, dall'alternanza di momenti di bonaccia con condizioni di burrasca, risultati dell'avversa volontà di Eolo, il dio dei venti.

L'era dell'osservazione scientifica e delle applicazioni pratiche in cui il vento è studiato come un fluido in moto ha inizio con Galileo Galilei ed Isaac Newton e trova sviluppo attraverso i contributi fondamentali di scienziati quali Bernoulli, Eulero, Navier, Stokes, Reynolds fino ad arrivare a Davenport che, nel 1961, per primo applicò concetti di natura statistica per caratterizzare i carichi del vento sulle strutture [1.2].

I venti sono fondamentalmente originati dal riscaldamento differenziato dell'atmosfera terrestre da parte del sole che produce, tra l'altro, differenze di pressione tra punti alla stessa quota rispetto al livello del mare. Tali differenze si caratterizzano attraverso la considerazione del complesso di fenomeni termodinamici e meccanici che, in modo disuniforme nel tempo e nello spazio, occorrono all'interno dell'atmosfera. Pertanto, l'energia necessaria allo sviluppo di tali fenomeni è fornita dal sole attraverso radiazioni. D'altra parte, se il sole è la sorgente primaria, la sorgente energetica che più direttamente influenza i fenomeni atmosferici è la superficie della Terra. Infatti, l'atmosfera è sostanzialmente trasparente alle radiazioni solari incidenti sulla superficie terrestre, le quali vengono in parte riflesse e diffuse ed in parte

assorbite dalla Terra producendone il riscaldamento. A sua volta la Terra emette radiazioni termiche con lunghezze d'onda più ampie rispetto a quelle solari nei confronti delle quali l'atmosfera non risulta trasparente. Parte di tali radiazioni saranno allora interamente assorbite dall'atmosfera riscaldandola e parte riflesse nuovamente verso la superficie terrestre.

Dal riscaldamento differenziato delle masse d'aria costituenti l'atmosfera ne consegue una variazione di pressione e densità che produce il loro spostamento dalle zone a pressione maggiore verso quelle a pressione minore. Tanto più è elevata la pressione, tanto più l'aria è densa: in una area di alta pressione (detta zona anticiclonica) le masse d'aria che si trovano al centro, più dense e pesanti, tendono a dirigersi verso la periferia; mentre in un'area di bassa pressione (zona ciclonica) l'aria al centro è più rarefatta e leggera e viene sollevata da quella più pesante delle aree vicine. A seguito della contiguità tra le zone anticicloniche e quelle cicloniche al suolo si ha uno spostamento di aria dall'area anticiclonica verso quella ciclonica. La forza che da origine al vento è quindi una forza di pressione e la velocità della corrente è direttamente proporzionale al gradiente barico tra le due zone. Le condizioni di vento sono inoltre fortemente influenzate dalla rotazione terrestre e dall'attrito che la base della massa d'aria incontra con il suolo.

L'influenza della rotazione terrestre si estrinseca mediante la forza di Coriolis. Questa fa sì che nell'emisfero settentrionale i venti vengano deviati verso destra rispetto alla direzione del gradiente barico e verso sinistra nell'emisfero australe. Pertanto, nell'emisfero boreale i venti soffiano dalle aree anticicloniche ruotando in senso orario e convergono verso il centro delle aree cicloniche ruotando in senso antiorario (figura 1.1). Inoltre, l'attrito al suolo che la massa d'aria incontra tende a ridurre l'effetto della forza di Coriolis ed in condizioni stazionarie, *i.e.* quando sussiste un mutuo bilanciamento fra il campo di pressione atmosferico, la forza di Coriolis e la forza di attrito al suolo, il vento soffia lungo le direzioni isobare.

Una classificazione delle correnti atmosferiche può compiersi in ragione della loro scala orizzontale, *i.e.* riferita al suolo terrestre. In particolare, si individuano: circolazioni di tipo primario o caratterizzate da una macroscale; circolazioni di natura secondaria, connesse ad una scala detta sinottica; venti di natura locale, relativi alla mesoscale e microscale.

Le circolazioni primarie comprendono i moti atmosferici che occorrono stagionalmente su zone dell'ordine delle migliaia di chilometri e che influenzano gli aspetti climatologici globali del pianeta.

Le circolazioni di natura secondaria sono relative ai venti che si formano nelle zone di alta e bassa pressione, causati dal raffreddamento o riscaldamento locale degli strati inferiori dell'atmosfera. Tali circolazioni influenzano le condizioni climatiche

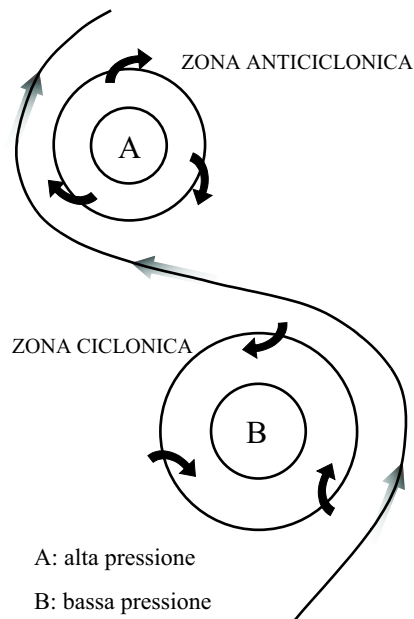


Fig. 1.1: Rappresentazione schematica delle condizioni di vento in corrispondenza delle zone anticicloniche e cicloniche.

locali delle zone cui esse si riferiscono. A queste categoria appartengono, ad esempio, i cicloni tropicali¹ ed i monsoni².

I venti di natura locale sono invece correnti che non alterano le proprietà delle circolazioni di natura secondaria e sono relativi ad estensioni geografiche dell'ordine della mesoscala e della microscala. Essi generalmente si originano da particolari condizioni geografiche o atmosferiche di natura locale. Venti locali dovuti a particolari condizioni geografiche sono ad esempio le brezze³ e la bora⁴. Venti locali causati da

¹I cicloni tropicali, anche detti nelle regioni di Estremo Oriente tifoni o semplicemente cicloni in Australia o nelle zone dell'Oceano Indiano, si originano per effetto dell'energia termica rilasciata nel processo di condensazione di grandi quantità di vapore acqueo. In questi casi la velocità del vento può raggiungere valori dell'ordine di 120 ÷ 200 km/h.

²I monsoni sono dei venti stagionali causati dal contrasto termico tra gli oceani ed i continenti. Tali circolazioni si verificano nel Continente Asiatico e nelle zone dell'Oceano Indiano.

³Le brezze sono venti moderati che si destano a seguito del contrasto termico tra la terra ed il mare o tra le zone montuose e le valli

⁴La bora è un vento tipico della costa nord-est dell'Adriatico. Esso si genera quando masse d'aria passano, raffreddandosi, su barriere montuose o altopiani. L'energia potenziale che l'aria acquisisce variando quota è successivamente convertita in energia cinetica con conseguenti velocità del vento dell'ordine di 150 ÷ 200 km/h.

particolari condizioni atmosferiche sono i venti temporaleschi⁵ ed i tornadi⁶.

1.2 Lo strato limite atmosferico

Le masse d'aria in movimento, così come ciascun fluido che scorre in corrispondenza di una superficie solida, sono rallentate in corrispondenza della superficie terrestre per effetto della sua rugosità. In particolare, la velocità delle particelle fluide al suolo è praticamente nulla, mentre lontano dalla superficie terrestre la velocità delle masse d'aria tende a quella della corrente indisturbata. Gli strati fluidi tra il suolo e la corrente indisturbata costituiscono il cosiddetto strato limite atmosferico.

La presenza di irregolarità del suolo, *i.e.* la sua rugosità, in sinergia con l'inerzia delle masse d'aria inducono all'interno dello strato limite la formazione di strutture a carattere vorticoso che, per effetto di un processo in cascata, sottraggono energia al moto medio della corrente. In particolare (*cf.* appendice A), le strutture vorticoso più grandi, a carattere prevalentemente inerziale, sottraggono quantità di moto alla corrente indisturbata trasferendola ai vortici più piccoli. Questi ultimi, governati da effetti prevalentemente viscosi, tendono a dissipare energia. Il carattere turbolento dello strato limite atmosferico è immediatamente evidente in ragione dei rilievi sperimentali che mostrano, al variare della quota dal suolo e del tempo, continue fluttuazioni del valore istantaneo della velocità del vento (figura 1.2).

L'altezza z_g dello strato limite si definisce come la distanza tra il suolo ed il punto dove la velocità del vento raggiunge il 99% di quella del flusso indisturbato. Tale altezza cresce all'aumentare delle condizioni di rugosità del terreno.

Generalmente, per i venti che lambiscono grandi superfici orizzontali con rugosità sufficientemente uniforme, si assume valida l'ipotesi di omogeneità orizzontale. In altri termini, si assume che lo spessore dello strato limite sia sostanzialmente uniforme su tutta la regione. Tale assunzione è supportata dalla caratterizzazione delle differenze che sussistono tra lo strato limite atmosferico e, ad esempio, quello di un flusso che investe longitudinalmente una lastra piana. In quest'ultimo caso è noto, infatti, che lo strato limite, generato dalla decelerazione del flusso per effetto degli sforzi viscosi alla parete, tende ad accrescere il suo spessore all'aumentare della distanza dal bordo di incidenza del fluido. Nello strato limite atmosferico, invece,

⁵I venti che occorrono in un temporale sono connessi alla formazione di nubi stratificate prodotte dall'ascesa di masse d'aria calda ed umida. Tali correnti possono generarsi per effetto di una instabilità termica o a seguito della presenza di zone montuose.

⁶I tornadi sono i venti più potenti che si conoscano e consistono in un vortice d'aria, dell'ordine di 300 m di diametro, che si sviluppa a seguito di un temporale e si sposta rispetto alla superficie della Terra con una velocità dell'ordine di 30 ÷ 100 km/h. La massima velocità tangenziale del vortice è stimata intorno ai 350 ÷ 700 km/h.

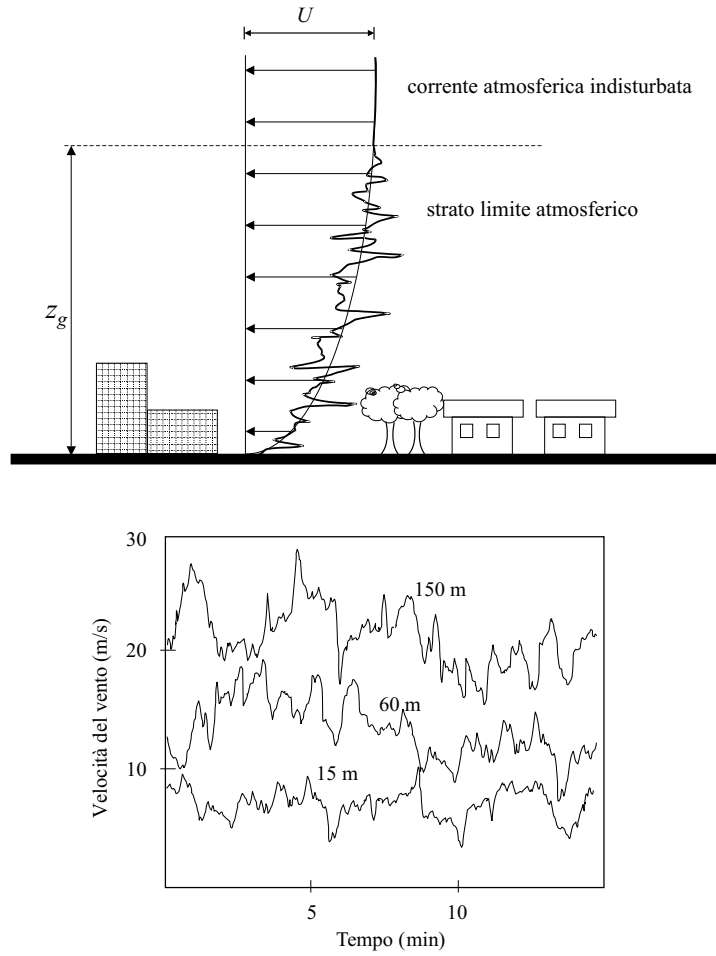


Fig. 1.2: Lo strato limite atmosferico. Fluttuazioni della velocità del vento al variare del tempo e della quota [1.1].

la presenza di un gradiente di pressione orizzontale, solo parzialmente bilanciato per quote inferiori a z_g dall'effetto della forza di Coriolis, trasferisce in modo continuativo energia al flusso e conseguentemente fa sì che lo strato limite presenti uno spessore praticamente costante nella regione di interesse.

A partire da questa ipotesi ed immaginando lo strato limite atmosferico suddiviso in due regioni, una interna, prossima al suolo, ed una più esterna, prossima alla corrente indisturbata, è possibile ricavare in forma analitica un'espressione che caratterizza nella zona prossima al suolo il profilo di velocità media. In particolare, si ricava la legge logaritmica [1.7]

$$u(z) = \frac{1}{\kappa} u^* \ln \frac{z}{z_o} \quad (1.1)$$

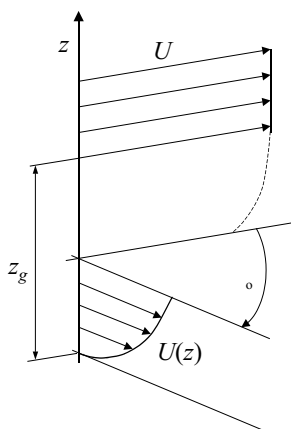


Fig. 1.3: Deviazione angolare per effetto della forza di Coriolis della corrente indisturbata rispetto alla direzione del flusso al suolo.

essendo z l'altezza dal suolo, z_o la scala di rugosità del terreno, κ la costante di von Kármán circa pari a 0.4 [1.9] ed u^* la velocità di attrito definita come

$$u^* = \left(\frac{\tau_o}{\rho} \right)^{1/2} \quad (1.2)$$

La quantità τ_o che compare nella (1.2) rappresenta lo sforzo tangenziale al suolo ed è naturale attendersi che esso dipenda dalla velocità U della corrente indisturbata, dalla scala di rugosità del terreno z_o , dalla quota z e dalla densità dell'aria ρ .

Inoltre, imponendo la continuità del flusso tra la zona interna dello strato limite e quella esterna è possibile ricavare [1.7]: l'altezza z_g

$$z_g = C \frac{u^*}{|f|} \quad (1.3)$$

la velocità della corrente indisturbata

$$U = \frac{u^*}{\kappa} \sqrt{\left[\ln \left(\frac{u^*}{|f| z_o} \right) - A \right]^2 + B^2} \quad (1.4)$$

la deviazione angolare causata dalla forza di Coriolis della corrente indisturbata rispetto alla direzione dello sforzo tangenziale al suolo (figura 1.3)

$$|\alpha_o| = \arcsin \left(\frac{B}{U} \right) \quad (1.5)$$

Nelle precedenti relazioni la quantità f rappresenta il cosiddetto parametro di Coriolis definito come $f = 2\omega_T \sin \phi_L$, essendo ω_T la velocità angolare di rotazione della Terra e ϕ_L la latitudine della regione in considerazione. Inoltre, le quantità

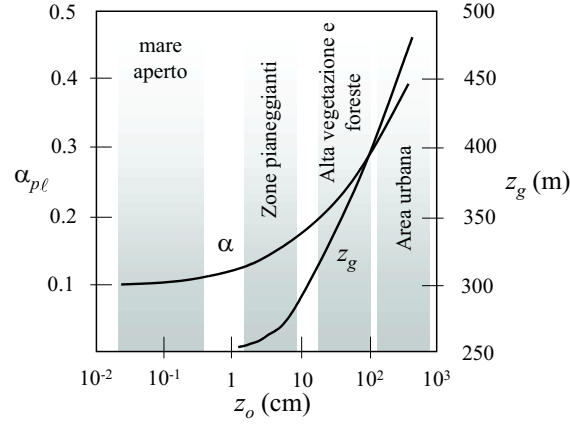


Fig. 1.4: Valori tipici dei parametri z_o , z_g e α_{pl} al variare del tipo di suolo.

A , B e C rappresentano delle costanti semi-empiriche il cui valore è generalmente assunto pari a [1.7]: $0 < A < 2.8$, $4.3 < B < 5.3$, $C \sim 0.15 \div 0.3$.

Storicamente, comunque, la prima rappresentazione del profilo di velocità media nello strato limite, assunto orizzontalmente omogeneo, è la cosiddetta *power law*, proposta nel 1916 da Hellman [1.5] e successivamente utilizzata da Davenport [1.4]:

$$u(z_1) = u(z_2) \left(\frac{z_1}{z_2} \right)^{\alpha_{pl}} \quad (1.6)$$

Nella (1.6) α_{pl} è un esponente dipendente dalla rugosità del terreno mentre z_1 e z_2 rappresentano due diverse quote dal suolo.

Pertanto, nota la velocità media della corrente indisturbata U , anche detta velocità di gradiente in quanto derivante dal gradiente barico presente in una certa regione dell'atmosfera terrestre, si ricava alla generica quota z la velocità media:

$$u(z) = U \left(\frac{z}{z_g} \right)^{\alpha_{pl}} \quad (1.7)$$

Tipici valori delle quantità z_o , z_g e α_{pl} sono riportati in figura 1.4 al variare del tipo di suolo⁷.

1.3 Turbolenza atmosferica

Come accennato in precedenza, la velocità del vento in un punto fissato varia in modo *random* nel tempo a seguito del carattere turbolento delle correnti atmosferiche.

Le caratteristiche salienti della turbolenza atmosferica sono di fondamentale importanza nelle applicazioni dell'ingegneria strutturale per tre motivi sostanziali. Il

⁷Davenport propose di assumere α_{pl} e l'altezza dello strato limite z_g tra di loro indipendenti.

primo è derivante dalla considerazione che le strutture e gli elementi costruttivi investiti dal vento sono soggetti a carichi ciclici dipendenti dalla turbolenza. Inoltre, le strutture flessibili possono presentare effetti di amplificazione risonante indotti dalle fluttuazioni turbolente della velocità del flusso incidente. Infine, le caratteristiche aerodinamiche delle strutture e corrispondentemente le prove sperimentali effettuate per caratterizzarle possono essere fortemente dipendenti dalla turbolenza presente nella corrente.

1.3.1 Intensità della turbolenza

Il più semplice parametro descrittivo della turbolenza atmosferica è rappresentato dalla sua intensità. Se $\tilde{u}(z)$ rappresenta la componente fluttuante della velocità nella direzione del flusso medio in corrispondenza della quota z , l'intensità della turbolenza longitudinale è definita come:

$$I_{\tilde{u}}(z) = \frac{\overline{\tilde{u}^2(z)}^{1/2}}{u(z)} \quad (1.8)$$

essendo $u(z)$ la velocità media della corrente a quella quota e $\overline{\tilde{u}^2(z)}^{1/2}$ lo scarto quadratico medio della componente di velocità diretta come il flusso medio, *i.e.*, in termini probabilistici, la deviazione standard della funzione aleatoria \tilde{u} e per questo anche indicata con $\sigma_{\tilde{u}}$. Generalmente si assume $\sigma_q^2 = \beta_q u_*^2$ ($q = u, v, w$) essendo β_q un coefficiente adimensionale valutato sperimentalmente al variare di z_o ed assunto indipendente dalla quota z [1.7].

Analogamente a quanto fatto per la (1.8) si possono definire le intensità della turbolenza laterale $I_{\tilde{v}}$ e verticale $I_{\tilde{w}}$, avendo indicato con \tilde{v} e \tilde{w} rispettivamente le componenti fluttuanti della velocità in direzione trasversale rispetto alla corrente media ed in direzione verticale.

Nell'ambito della progettazione strutturale si adottano generalmente le seguenti relazioni [1.8]:

$$I_{\tilde{u}}(z) \sim \frac{1}{\ln(z/z_o)} \quad (1.9)$$

$$I_{\tilde{v}}(z) \sim 0.74 I_{\tilde{u}}(z) \quad (1.10)$$

$$I_{\tilde{w}}(z) \sim 0.50 I_{\tilde{u}}(z) \quad (1.11)$$

1.3.2 Scale integrali della turbolenza

Le fluttuazioni di velocità in un punto della corrente si possono ritenere causate dal passaggio dei vortici trasportati dal flusso medio. In dettaglio, ciascun vortice può

vedersi come la causa di una fluttuazione periodica nel punto in esame contraddistinta dalla pulsazione $\omega = 2\pi n$, corrispondente alla velocità angolare di rotazione del vortice stesso. È allora possibile definire una lunghezza d'onda del vortice, $\lambda = U/n$, la quale può riguardarsi come una misura delle sue dimensioni, ed il corrispondente numero d'onda $k = 2\pi/\lambda$.

Le scale integrali della turbolenza rappresentano, in un certo qual modo, una stima della lunghezza d'onda media nel *range* di frequenze relativo ai vortici presenti all'interno del flusso e quindi si possono interpretare come una misura della dimensione media dei vortici turbolenti. In generale, è possibile introdurre nove scale integrali della turbolenza corrispondenti alle dimensioni dei vortici nelle tre direzioni coordinate e, riferite alle tre componenti fluttuanti della velocità del flusso. Ad esempio, $L_{\tilde{u}}^x$, $L_{\tilde{u}}^y$ e $L_{\tilde{u}}^z$ rappresentano, rispettivamente, una misura della dimensione media longitudinale, trasversale e verticale dei vortici, ciascuna associata alle fluttuazioni \tilde{u} di velocità nella direzione della corrente media, indicata con x . Da un punto di vista matematico la scala integrale $L_{\tilde{u}}^x$ è definita come:

$$L_{\tilde{u}}^x = \frac{1}{\sigma_{\tilde{u}}^2} \int_0^\infty R_{\tilde{u}_1\tilde{u}_2}(x) dx \quad (1.12)$$

dove $R_{\tilde{u}_1\tilde{u}_2}(x)$ rappresenta la funzione di covarianza mista⁸ per le componenti fluttuanti della velocità longitudinale $\tilde{u}_1 = \tilde{u}(x_1, y_1, z_1, t)$ e $\tilde{u}_2 = \tilde{u}(x_1 + r, y_1, z_1, t)$.

Definizioni analoghe possono ricavarsi nel caso delle altre scale integrali della turbolenza. Dalla relazione (1.12) risulta quindi che dette scale integrali sono piccole se le funzioni di covarianza mista decrescono rapidamente con la distanza r tra i punti in cui si valutano le fluttuazioni di velocità. In particolare, fluttuazioni di velocità in punti separati da una distanza ben più grande della corrispondente scala integrale della turbolenza si dicono scorrelate, *i.e.* indipendenti l'una dall'altra.

⁸[1.7] Considerati in un punto di osservazione fissato due segnali *random* a media nulla $Z_1(t)$ e $Z_2(t)$, si definisce la funzione di covarianza mista per i due segnali

$$R_{Z_1 Z_2}(\sigma) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} Z_1(t) Z_2(t + \sigma) dt$$

Analogamente, se ad un istante fissato si valuta il segnale Z in corrispondenza di punti differenti, *i.e.* si pone $Z_1 = Z(x, t)$ e $Z_2 = Z(x + r, t)$, si definisce la covarianza mista per il segnale in esame come:

$$R_{Z_1 Z_2}(r, \sigma) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} Z(x, t) Z(x + r, t + \sigma) dt$$

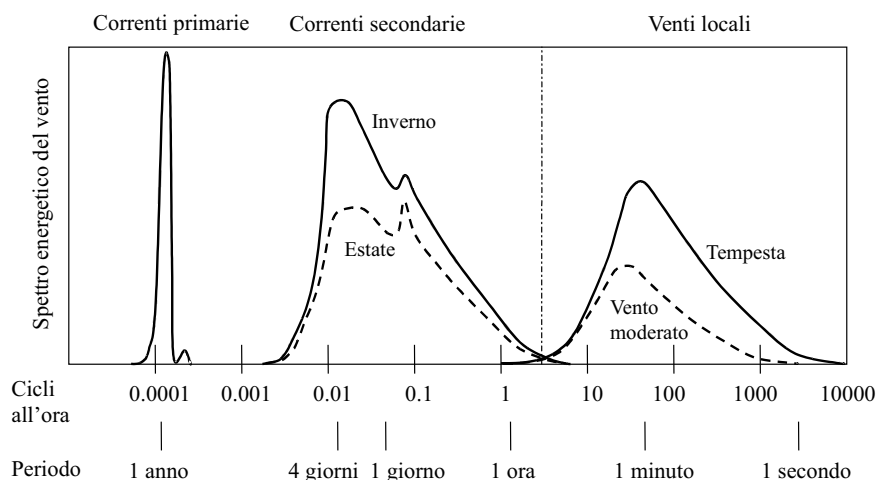


Fig. 1.5: Rappresentazione schematica dello spettro energetico associato alle correnti atmosferiche per un intervallo esteso della frequenza [1.1].

1.3.3 Spettri del vento

Come accennato in precedenza (*cf.* sezione 1.3.2), le fluttuazioni turbolente della velocità del vento possono riguardarsi come causate dall'azione contemporanea delle strutture vorticosi presenti nella corrente, ciascuna caratterizzata da un moto rotazionale con pulsazione $\omega = 2\pi n$ (o equivalentemente da un numero d'onda $k = 2\pi/\lambda$, dove λ è la lunghezza d'onda). L'energia cinetica totale del moto turbolento può allora considerarsi come somma dei contributi energetici associati a ciascun vortice. La funzione $E(n)$, che esprime la dipendenza di tali contributi energetici dalla frequenza n di rotazione dei vortici, *i.e.* dalla frequenza delle perturbazioni da essi causate, è detta spettro energetico della corrente turbolenta.

Una rappresentazione schematica della funzione $E(n)$ in un intervallo esteso della frequenza n è fornita nella figura 1.5. Picchi nello spettro energetico corrispondono ad una concentrazione dell'energia del vento associata ad una particolare frequenza.

Il picco in corrispondenza di un periodo di un anno è dovuto alla variazione annuale ciclica del clima e quindi si riferisce a circolazioni di natura primaria.

Il picco relativo ad un periodo di 4 giorni è associato ai sistemi meteorologici di larga scala che influenzano le condizioni climatiche di regioni dal diametro medio dell'ordine delle centinaia di chilometri. In altri termini, il picco detto è connesso a circolazioni di natura secondaria.

I picchi corrispondenti a periodi dell'ordine del minuto o meno sono invece tipici dei venti locali all'interno dello strato limite atmosferico ed è a questi che ci si deve riferire nell'ambito della progettazione strutturale.

Considerando allora l'intervallo di frequenze che compete detti venti di natura locale, è possibile distinguere tre intervalli caratteristici per n .

Il primo, detto intervallo della basse frequenze, è quello associato alla generazione, a seguito di effetti di natura meccanica e termica, di energia cinetica all'interno dell'atmosfera. A tali frequenze si associano vortici di grande scala fortemente governati da effetti inerziali. In questo *range* di frequenze si assume generalmente che lo spettro energetico del vento e gli spettri associati alle fluttuazioni di velocità rispetto al moto medio varino più o meno proporzionalmente con n^0 [1.9].

Alle frequenze del secondo intervallo, *i.e.* a frequenze cosiddette medie, si associano vortici di medie dimensioni per i quali non si ha nè la produzione di energia nè tantomeno dissipazione, confermando un equilibrio fra gli effetti inerziali e quelli viscosi (ipotesi di Kolmogorov). Tali vortici hanno pertanto la funzione di trasferire l'energia dalle strutture vorticose grandi a quelle piccole. L'intervallo di frequenze cui ci si riferisce è anche indicato come intervallo inerziale e lo spettro energetico e quelli delle fluttuazioni della velocità si considerano generalmente proporzionali a $n^{-5/3}$ [1.9].

Per valori alti della frequenza, *i.e.* per frequenze all'interno del terzo intervallo detto di alte frequenze, le strutture vorticose sono di piccola scala e fortemente dipendenti dagli effetti di natura viscosa, i quali provocano la dissipazione dell'energia assorbita dalle strutture più grandi. In questo intervallo di frequenze lo spettro energetico e quelli delle fluttuazioni della velocità si considerano generalmente proporzionali a n^k con $k \sim -7$ [1.9].

In particolare, per la generica componente fluttuante di velocità \tilde{q} ($q = u, v, w$) si definisce la densità spettrale (o semplicemente spettro) come [1.7]:

$$S_{\tilde{q}}(n) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} R_{\tilde{q}}(\sigma) \cos(2\pi n\sigma) d\sigma \quad (1.13)$$

essendo

$$R_{\tilde{q}}(\sigma) = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T/2}^{T/2} \tilde{q}(t) \tilde{q}(t + \sigma) dt \quad (1.14)$$

la funzione di autocovarianza per \tilde{q} , la quale fornisce una misura dell'interdipendenza fra la funzione \tilde{q} al tempo t ed al tempo $t + \sigma$.

Rappresentazioni usuali degli spettri atmosferici relativi alle componenti fluttuanti di velocità longitudinale, trasversale e verticale sono [1.7]:

$$S_{\tilde{u}}(n) = \frac{200zu^{*2}}{u(z) \left[1 + \frac{50nz}{u(z)}\right]^{5/3}} \quad (1.15)$$

$$S_{\tilde{v}}(n) = \frac{15zu^{*2}}{u(z) \left[1 + \frac{9.5nz}{u(z)}\right]^{5/3}} \quad (1.16)$$

$$S_{\tilde{w}}(n) = \frac{3.36zu^{*2}}{u(z) \left[1 + 10 \left(\frac{nz}{u(z)}\right)^{5/3}\right]} \quad (1.17)$$

dove $u(z)$ può ricavarsi dalla (1.1) ed avendo indicato al solito con \tilde{u} le fluttuazioni lungo la direzione della corrente media, con \tilde{v} quelle trasversali e con \tilde{w} quelle verticali, *i.e.* riferite alla direzione lungo cui varia la quota z .

Noti gli spettri atmosferici delle fluttuazioni di velocità, la varianza di ciascuna componente è posta pari a:

$$\sigma_q^2 = \int_0^\infty S_{\tilde{q}}(n) dn \quad (q = u, v, w) \quad (1.18)$$

1.3.4 Correlazione delle fluttuazioni longitudinali della velocità

Considerata la componente fluttuante della velocità longitudinale della corrente, essa risulta in generale funzione del tempo e dello spazio: $\tilde{u} = \tilde{u}(P, t)$. Si indichino con $\tilde{u}_1(t)$ e $\tilde{u}_2(t)$ le funzioni del solo tempo relative alla valutazione di \tilde{u} in due punti distinti a distanza r . Una misura di quanto \tilde{u}_1 e \tilde{u}_2 sono tra loro correlate, cioè tendano a variare dipendentemente l'una dall'altra, è lo spettro misto $S_{\tilde{u}_1\tilde{u}_2}(r, n)$ definito come:

$$S_{\tilde{u}_1\tilde{u}_2}(r, n) = S_{\tilde{u}_1\tilde{u}_2}^C(r, n) + iS_{\tilde{u}_1\tilde{u}_2}^Q(r, n) \quad (1.19)$$

dove i è l'unità immaginaria e $S_{\tilde{u}_1\tilde{u}_2}^C(r, n)$, $S_{\tilde{u}_1\tilde{u}_2}^Q(r, n)$ rappresentano rispettivamente il co-spettro e la quadratura dello spettro per i due segnali considerati, *i.e.*

$$S_{\tilde{u}_1\tilde{u}_2}^C(r, n) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} R_{\tilde{u}_1\tilde{u}_2}(r, \sigma) \cos(2\pi n\sigma) d\sigma \quad (1.20)$$

$$S_{\tilde{u}_1\tilde{u}_2}^Q(r, n) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} R_{\tilde{u}_1\tilde{u}_2}(r, \sigma) \sin(2\pi n\sigma) d\sigma \quad (1.21)$$

essendo $R_{\tilde{u}_1\tilde{u}_2}(r, \sigma)$ la covarianza mista di \tilde{u} (*cf.* nota 8 di questo capitolo).

A partire da tali definizioni è utile introdurre la funzione di coerenza $\mathcal{C}(r, n)$

$$\mathcal{C}(r, n) = \frac{[S_{\tilde{u}_1\tilde{u}_2}^C(r, n)]^2 + [S_{\tilde{u}_1\tilde{u}_2}^Q(r, n)]^2}{S_{\tilde{u}_1}(n)S_{\tilde{u}_2}(n)} = [Coh(K)]^2 \quad (1.22)$$

essendo $S_{\tilde{u}_i}(n)$ ($i = 1, 2$) lo spettro della funzione \tilde{u}_i .

È allora evidente che $\mathcal{C} = 1$ indica perfetta correlazione delle due funzioni, mentre $\mathcal{C} = 0$ è indice di completa indipendenza delle stesse.

I rilievi sperimentali effettuati su venti turbolenti mostrano che al crescere della distanza r la correlazione fra le due funzioni tende a diminuire in modo praticamente esponenziale. Pertanto, considerati due punti posti alle quote z_1 e z_2 , la radice quadrata della funzione di coerenza, indicata anche come fattore di correlazione, si pone generalmente nella forma [1.7]:

$$Coh(|z_1 - z_2|, n) = e^{\frac{-C_z n |z_1 - z_2|}{U}} \quad (1.23)$$

dove C_z rappresenta una costante da determinare sperimentalmente in ragione delle condizioni di rugosità del terreno.

Bibliografia

- [1.1] R. D. Blevins, "Flow-induced vibration", R. E. Krieger Publ. Comp., Florida (1986).
- [1.2] A. G. Davenport, "Applications of statistical concepts to the wind loading of structures", *Proc. Inst. Civil Engrs*, **19**, (1961), 449-472.
- [1.3] A. G. Davenport, "Rationale for determining design wind velocities", *J. Struct. Div. ASCE*, **86**, (1960).
- [1.4] A. G. Davenport, "The relationship of wind structure to wind loading", *Proc. Symp. on Wind Effects on Buildings and Structures*, Vol. 1. National Physical Laboratory. Teddington, U.K. (1963), 53-102.
- [1.5] G. Hellman, "Über die Bewegung der Luft in den untersten Schichten der Atmosphäre", *Meteorol. Z.*, **34**, (1916), 273.
- [1.6] E. Simiu, "Logarithmic profiles and design wind speeds", *J. Engng. Mech. ASCE*, **99**, (1973).
- [1.7] E. Simiu, R. H. Scanlan, "Wind effects on structures", John Wiley and Sons, Inc. (3rd ed.) (1996).
- [1.8] G. Solari, "Turbulence modeling for gust loading", *J. Struct. Engng.*, ASCE, **113**, (1987).
- [1.9] H. Tennekes, J. L. Lumley, "A first course in turbulence", MIT press (1972).