Capitolo 2

Stato dell'Arte

2.1 Introduzione

I problemi associati alla diffusione di forze concentrate sono stati oggetto di un' intensa ricerca fin da quando nel 1924 Mörsch [54] introdusse un semplice modello basato sull'equilibrio per visualizzare il flusso di forze in strutture soggette ad un carico concentrato (fig 2.1).

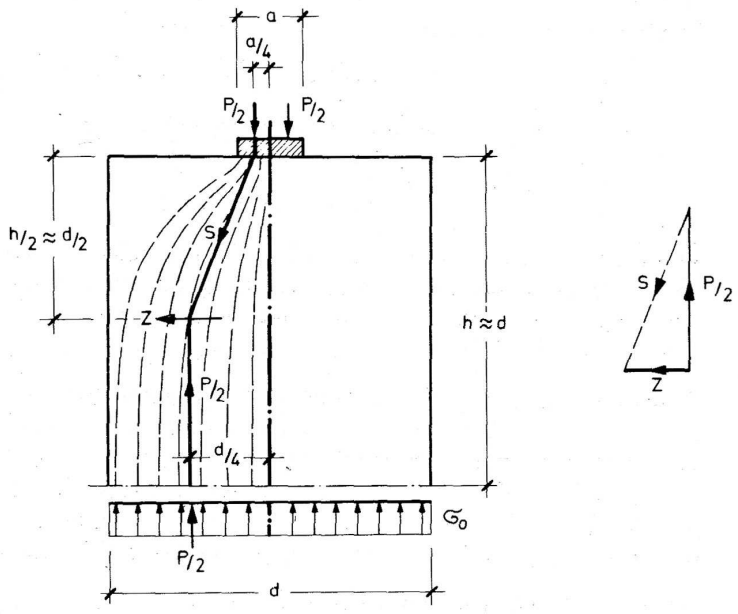


Figura 2.1: Determinazione della forza di fenditura Z da un poligono delle forze secondo Mörsch [54]

La letteratura scientifica annovera molti contributi, dai primi studi basati sulla teoria dell'elasticità alle più recenti analisi non lineari agli elementi finiti o con modelli strut-and-tie. Alla fine degli anni '60, in seguito ai lavori di Guyon [28], Magnel [49], Gergely [27], Zielinski [84], Iyengar [39], Yettram [80], l'analisi elastica è già pienamente sviluppata. Tale analisi è molto utile per conoscere la distribuzione di tensione prima della fessurazione e in particolare per predire la probabile ubicazione e orientazione delle fessure. Tuttavia non è in grado di descrivere la ridistribuzione di tensione che ha luogo dopo la fessurazione e il contributo dell'armatura. Per questi motivi, verso la fine degli anni '80, la ricerca si è orientata verso metodi che consentono una migliore comprensione del comportamento della struttura fessurata, quali l'analisi non lineare agli elementi finiti (Collins [4], Foster [26]) e i modelli strut-and-tie (Schlaich[67], Breen et al. [9]). Negli ultimi anni, infine, si sta valutando la possibilità di applicare nuovi materiali, quali il calcestruzzo fibrorinforzato, per migliorare le proprietà meccaniche delle zone di ancoraggio (Nur Yazdani [55], Man-Cho Choi e Ibell [50]). Nel seguito si passa in rassegna lo stato dell'arte con riferimento sia alla letteratura scientifica (paragrafo 2.2) sia al quadro normativo europeo ed americano (paragrafo 2.3).

2.2 Letteratura scientifica

Gli studi sulle zone di ancoraggio possono essere suddivisi principalmente in 6 approcci:

- studi basati sulla teoria dell'elasticità;
- metodi di analisi basati sull'equilibrio;
- indagini foto-elastiche;
- analisi agli elementi finiti;
- modelli Strut-and-Tie;
- indagini sperimentali.

2.2.1 Studi basati sulla teoria dell'elasticità

Se si suppone che la zona di ancoraggio di una struttura precompressa sia costituita da un materiale omogeneo, isotropo, elastico lineare, si possono studiare gli effetti della

diffusione di un carico concentrato con la teoria dell'elasticità. Il maggior contributo iniziale a tale analisi è stato fornito da Guyon, in seguito dettagliatamente sviluppato per la sua importanza. Una serie di altri studi è stata poi condotta intorno ai primi anni '60, la maggior parte dei quali ha fornito risultati generalmente in accordo con quelli presentati inizialmente da Guyon.

Guyon

Guyon [28, 29] ha sviluppato una soluzione teorica sulla base di un'analisi elastica bidimensionale delle zone di ancoraggio, che ha poi ricondotto a un pratico metodo di progetto, noto come l'analogia del prisma simmetrico, tuttora usato in molti paesi. Ha usato una serie di indagini fotoelastiche sviluppate da Tesar [74] per confermare tale teoria (Fig. 2.2). Oltre a verificare la presenza delle tensioni di fenditura, ha studiato anche le tensioni di spalling. Ha dimostrato che la variabile più importante nel determinare l'intensità delle tensioni è il rapporto a/h tra l' altezza *a* della piastra di carico e l'altezza *h* della sezione. Molto attento alle implicazioni pratiche dei suoi studi, ha sviluppato una serie di grafici per assistere il progettista in alcune delle più comuni situazioni, quali il singolo cavo rettilineo centrato, il singolo cavo rettilineo eccentrico e ancoraggi multipli.

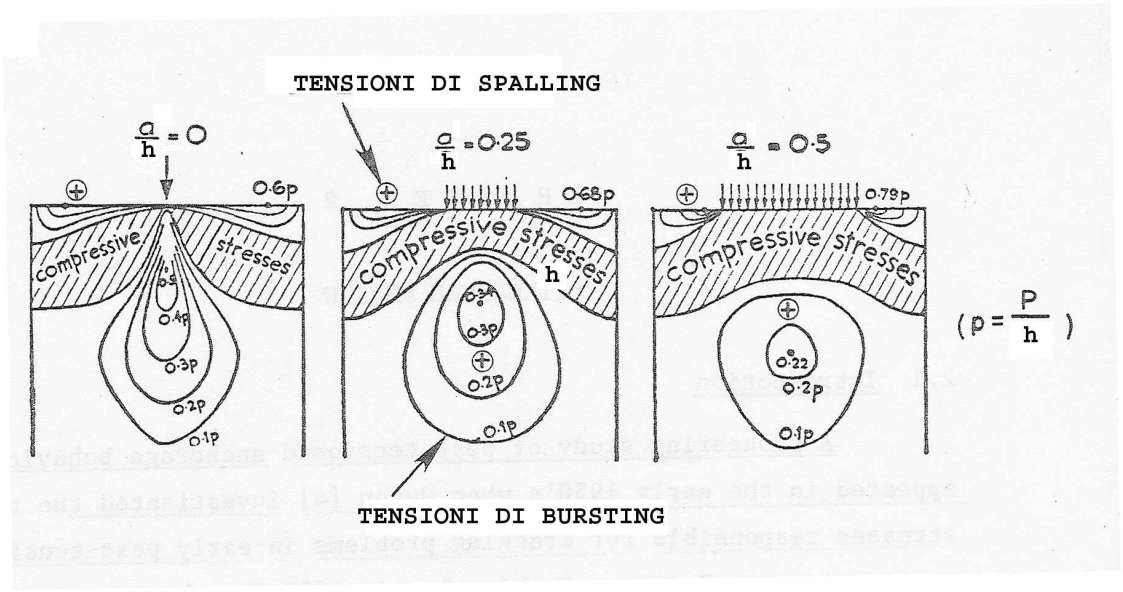


Figura 2.2: Zone soggette a tensioni di bursting e di spalling secondo l'indagine fotoelastica di Tesar [74]

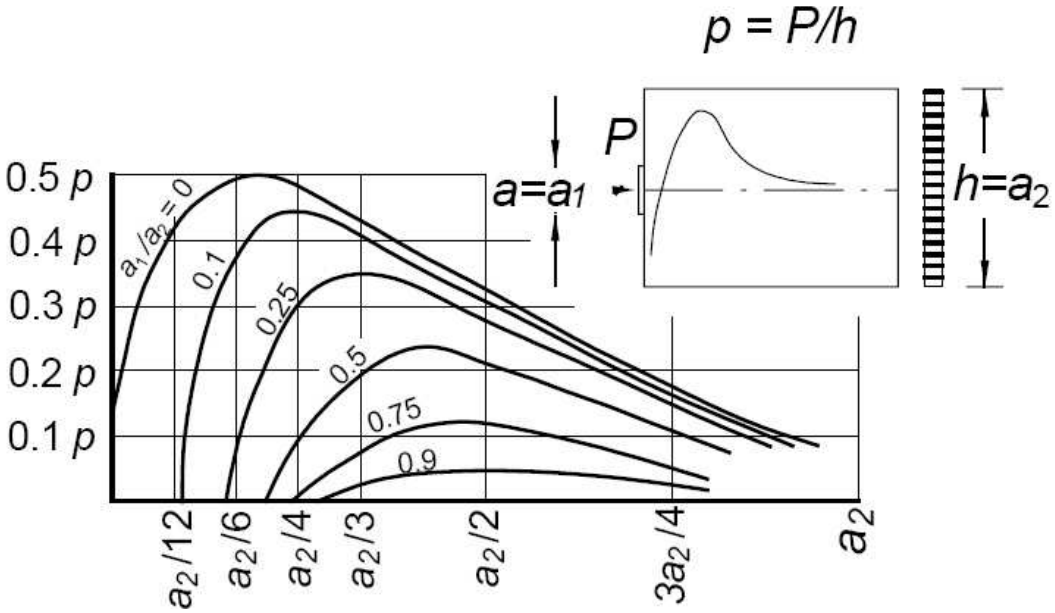


Figura 2.3: Geometria e distribuzione delle tensioni lungo l'asse nell precompressione centrata secondo Guyon [28]

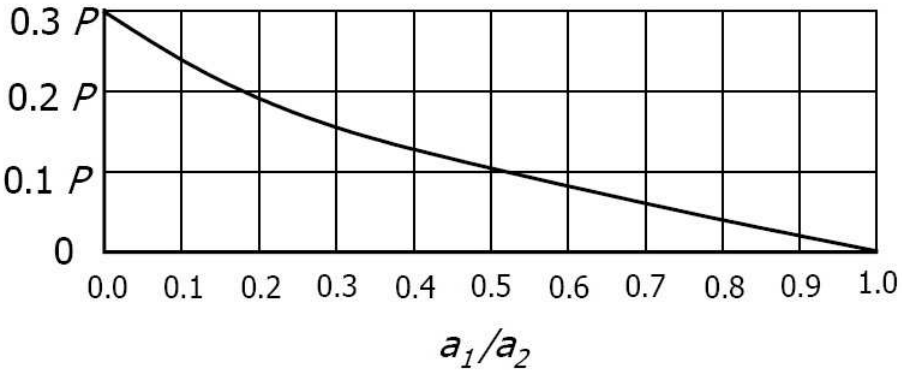


Figura 2.4: Forze di fenditura secondo Guyon [28]

Nella Fig. 2.3 è illustrata la distribuzione di tensioni trasversali di trazione lungo l'asse per vari valori del rapporto *a/h* tra la larghezza della piastra di carico e la larghezza della sezione. La Fig. 2.4 mostra l'andamento della massima forza di fenditura con cui si deve dimensionare l'armatura, ottenuta per integrazione delle tensioni di trazione. Guyon ha dimostrato che i risultati ottenuti per la precompressione centrata possono essere ancora utilizzati quando la forza è applicata in maniera eccentrica sulla sezione. L'andamento delle tensioni trasversali e la determinazione della forza di fenditura sono riferite in questo caso non all'altezza *h* della sezione, ma ad un'altezza a_2 pari a 2 volte la distanza minima del baricentro del cavo dallo spigolo della sezione. La Fig. 2.6 illustra i "contour plots" delle tensioni trasversali nel caso di carico eccentrico. Indica chiaramente che le tensioni di fenditura sono limitate al prisma equivalente. Con eccentricità crescenti, il rapporto a/h usato per il calcolo delle tensioni di fenditura, tende verso il valore unitario. Le tensioni di fenditura quindi diminuiscono all'aumentare dell'eccentricità.

Il concetto del prisma simmetrico può essere applicato anche al caso di ancoraggi multipli agenti sulla sezione, come mostrato in Fig. 2.7. In questo caso, i vari prismi simmetrici sono limitati o dalla distanza da uno spigolo del calcestruzzo o da un prisma adiacente.

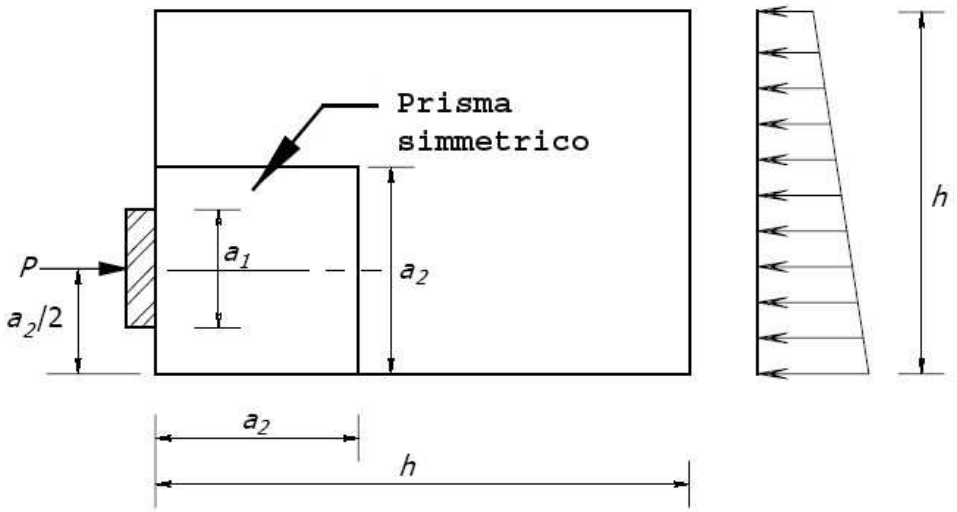


Figura 2.5: Analogia del prisma simmetrico secondo Guyon [28]

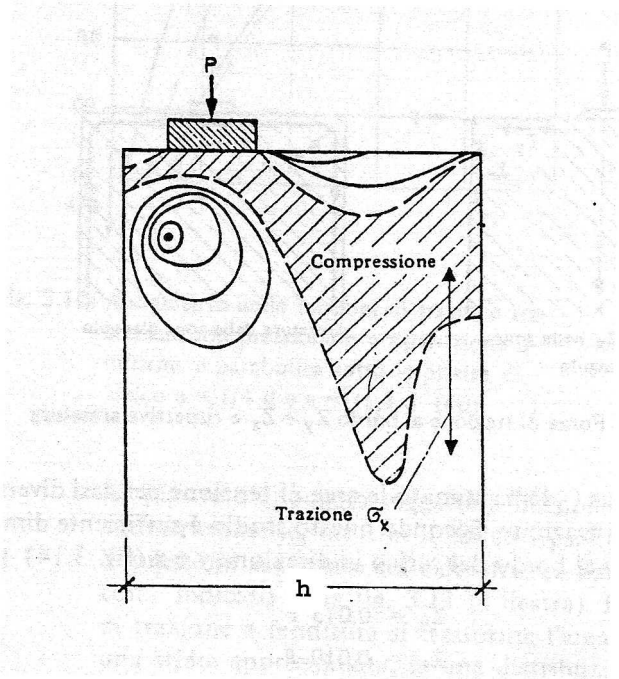


Figura 2.6: Contour plots delle tensioni trasversali per un carico eccentrico (Leonhardt [46])

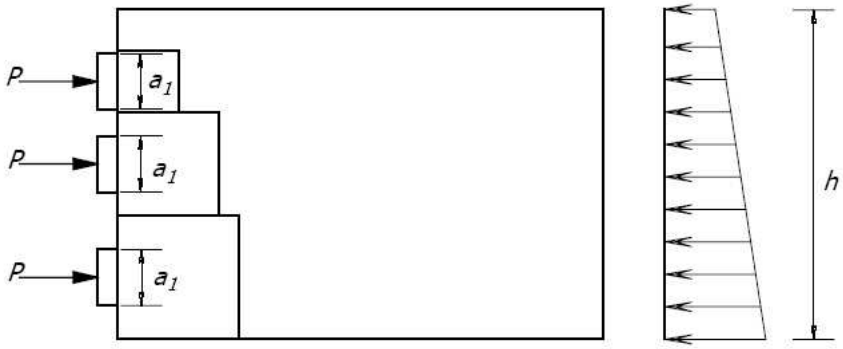


Figura 2.7: Metodo delle successive risultanti per il caso di numerosi carichi concentrati secondo Guyon [28]

Guyon era inoltre consapevole della presenza delle tensioni di trazione di spalling, agenti lungo le superfici caricate. Basandosi sull'indagine foto-elastica sviluppata da Tesar [74], ha calcolato la forza risultante di spalling per vari valori di a/h:

a/h =	0	0.1	0.25	0.5
Forza di Spalling	0.04 P	0.03 P	0.025 P	0.02 P

Douglas e Trahair

Douglas e Trahair [21] hanno studiato l'influenza dell'area della piastra di carico e della presenza del condotto del cavo. La loro indagine è consistita in una serie di esperimenti e di analisi elastiche su cilindrici cavi di calcestruzzo. Hanno trovato risultati in buon accordo con la teoria di Guyon, tranne nel fatto che non hanno rilevato tensioni di spalling perchè hanno considerato solo elevati rapporti tra l'area di carico e la sezione trasversale. La presenza del condotto del cavo riduce il carico ultimo del 9%.

Iyengar

Iyengar [37, 39] ha presentato una soluzione teorica per il problema bidimensionale trovando dei risultati sulla distribuzione delle tensioni di fenditura in accordo con quelli di Guyon. Sulla base dei suoi studi concluse che il prisma simmetrico è una buona tecnica per modellare in generale la zona di ancoraggio, ma non è accurata vicino al bordo o in presenza di tensioni longitudinali e di taglio. Insieme a Prabhakava [39], ha sviluppato una soluzione elastica tridimensionale per una sezione circolare con un foro concentrico e ha individuato le tensioni di spalling già evidenziate da Guyon. Le tensioni di picco della soluzione elastica di Guyon sono circa il 12% più piccole di quelle determinate da Iyengar.

2.2.2 Metodi di analisi basati sull'equilibrio

I metodi di analisi basati sull'equilibrio sono stati introdotti per risolvere il problema della zona di ancoraggio dopo che la fessurazione ha avuto luogo. In questi metodi si suppone di conoscere la posizione in cui si manifesta la fessura e si impone l'equilibrio della struttura.

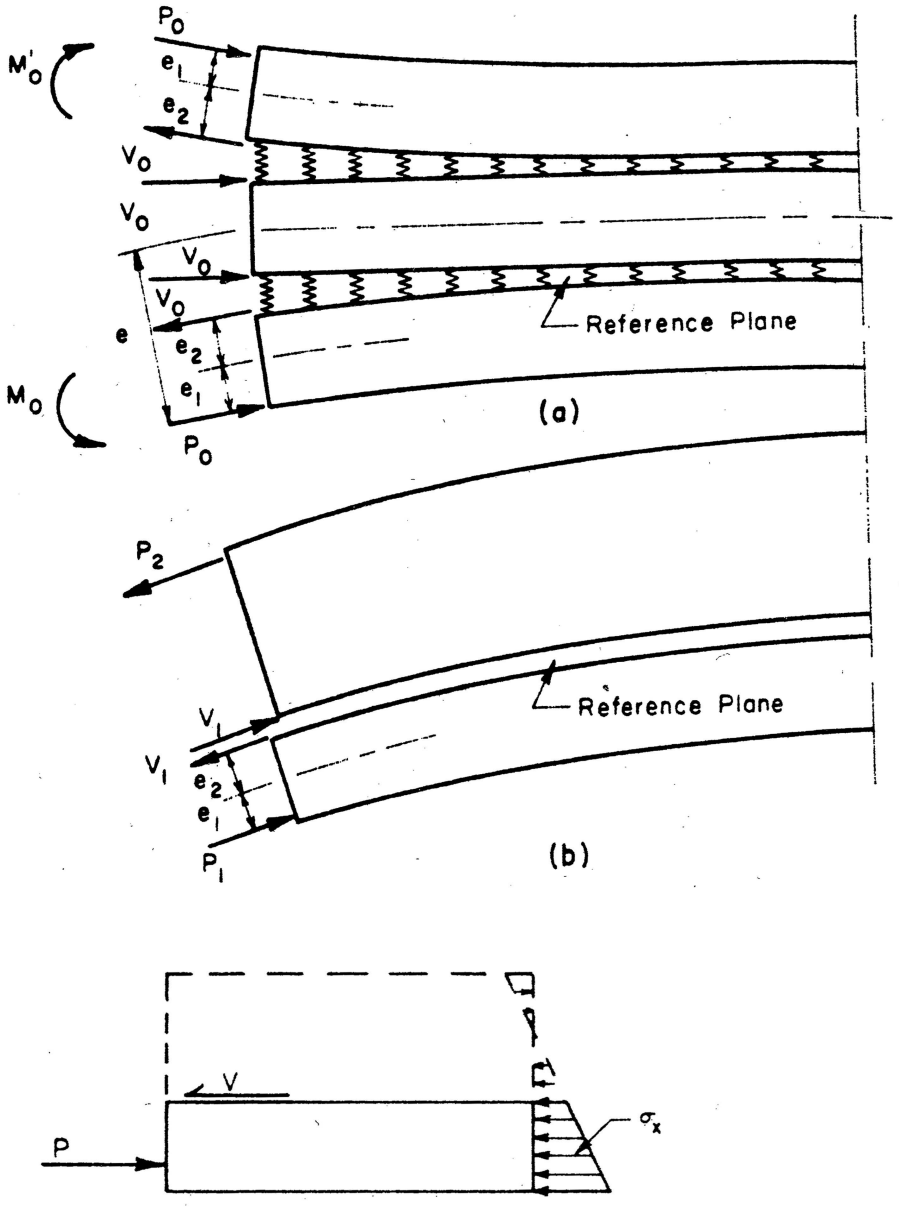


Figura 2.8: Analogia della trave su suolo elastico di Lenschow e Sozen [45]

Lenschow e Sozen

Lenschow e Sozen [45] hanno introdotto un metodo approssimato di analisi delle zone di ancoraggio fessurate basandosi sull'analogia della trave su suolo elastico, come illustrato in Fig. 2.8. L'obiettivo è di determinare le tensioni trasversali di trazione lungo una sezione chiamata piano di riferimento, parallela all'asse longitudinale. Al posto dei classici metodi elastici, la trave può essere rappresentata da più travi come mostrato in Fig. 2.8. Il metodo usa le relazioni di equilibrio e compatibilità per analizzare la zona di ancoraggio sotto il piano di riferimento come trave su suolo elastico. Le forze nelle molle sono uguali alle tensioni di bursting. La difficoltà principale di questo metodo consiste nel definire il valore della rigidezza delle molle.

Gergely e Sozen

Gergely e Sozen [27] hanno sviluppato un metodo di analisi basato sulle condizioni di equilibrio di zone terminali fessurate che costituisce un ulteriore sviluppo del lavoro di Lenschow e Sozen. La Fig. 2.9 mostra lo stato tensionale nelle zone di ancoraggio: la distribuzione della tensione di compressione nel calcestruzzo causata alla forza di precompressione diviene lineare ad una distanza *l* dall'estremità della trave.

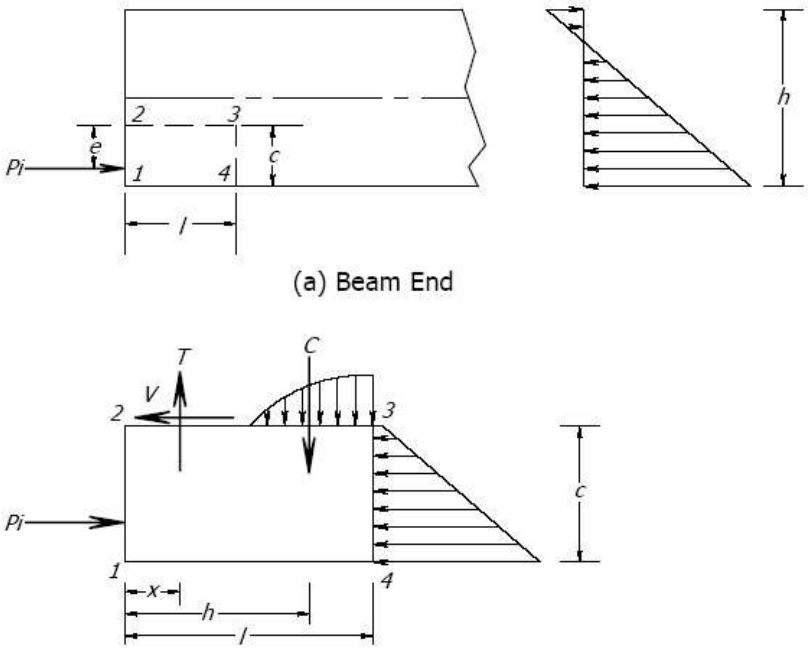


Figura 2.9: Analisi della trave di Gergely [27]

Se una fessura orizzontale si forma ad una distanza *c* dal bordo inferiore della trave, si possono definire le condizioni di equilibrio del corpo libero definito dai punti 1,2,3,4, come illustrato in Fig 2.9. La forza di precompressione non può essere bilanciata solo dalle tensioni normali agenti sulla faccia 3-4 e per l'equilibrio deve generalmente essere presente un momento ed una forza tagliante sulla faccia 2-3. La posizione più probabile di tale superficie e quindi della fessurazione è individuata trovando l'altezza *c* per cui assume valore massimo il momento interno M che si manifesta su qualsiasi superficie orizzontale compresa tra la superficie superiore ed inferiore della trave. Questo è il piano su cui probabilmente inizia la fessurazione. Il momento resistente è determinato dalla forza di trazione T nell'armatura di bursting e dalla forza risultante di compressione C nel calcestruzzo, come indicato in Fig. 2.9. Approssimazioni conservative suggerite per il progetto consistono nel supporre che la forza di compressione C nel calcestruzzo agisca alla fine della fessura e che la relazione aderenza-scorrimento per l'armatura sia rigida plastica con un valore limite di $4\sqrt{f'_c}$. Ai fini del progetto Gergely suggerisce di assumere un valore per la lunghezza della fessura pari all'altezza della trave.

2.2.3 Indagini foto-elastiche

Le indagini fotoelastiche sono state usate fino agli anni ottanta per verificare le analisi elastiche. Si ricorda oltre alle indagini di Tesar [74] usate dallo stesso Guyon per convalidare parte dei suoi risultati e i lavori di Christodoulides [18], gli studi di Sargious, riportati da Leonhardt nel suo classico libro [46] e l'indagine tridimensionale di Al-Saadoun e Saadoun Saad [5].

Sargious

Sargious [46] ha condotto una serie di indagini fotoelastiche bidimensionali per analizzare l'effetto della reazione di appoggio sulla distribuzione di tensione nelle zone di ancoraggio post-tese. Ha analizzato travi con sezione rettangolare e a T, soggette sia ad una singola forza eccentrica sia a tre forze, con modesti angoli di inclinazione. I risultati ottenuti sono riportati in Fig 2.10. Sargious ha evidenziato che la reazione di appoggio diminuisce il valore della massima tensione trasversale, poichè induce tensioni trasversali di compressione, ma influenza la posizione della tensione massima.

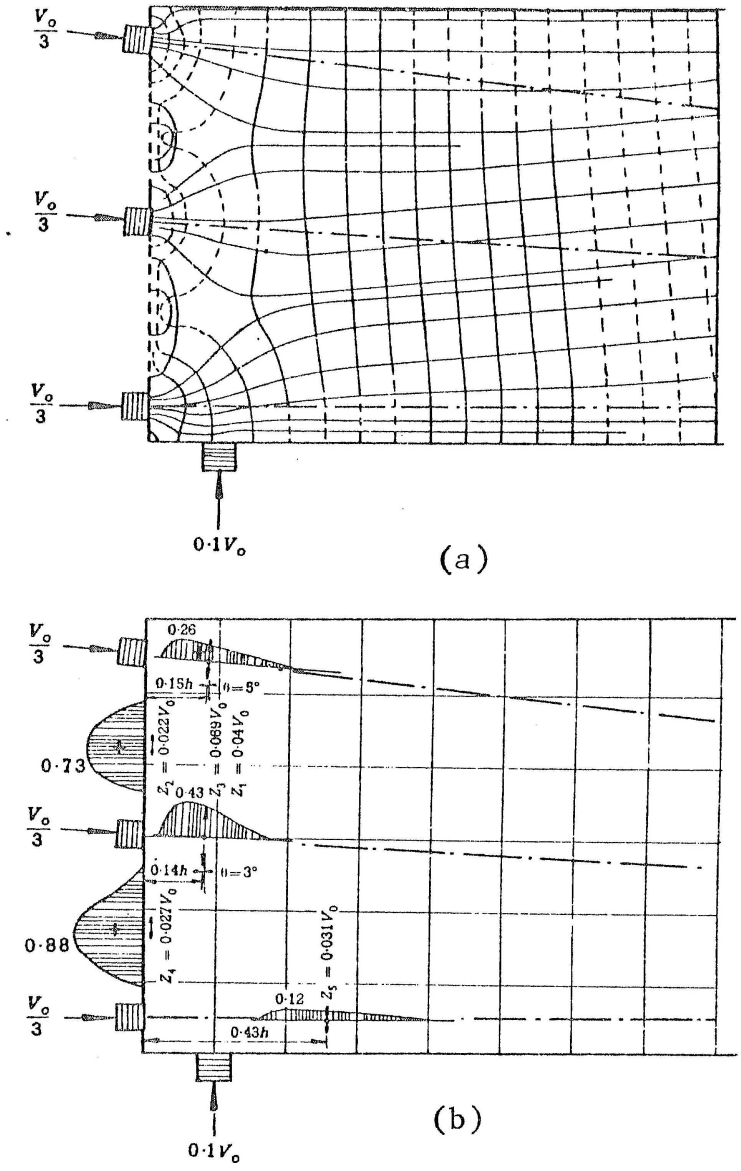


Figura 2.10: Risultati dell'indagine fotoelastica di Sargious [46]

Al-Saadoun e Saadoun Saad

Al-Saadoun e Saadoun Saad [5] hanno condotto indagini fotoelastiche tridimensionali sulle tensioni di compressione dietro il dispositivo di ancoraggio in blocchi rettangolari. Tale indagine ha analizzato la differenza tra ancoraggi interni ed esterni, il caso di ancoraggi multipli e l'influenza della distanza dalla spigolo della sezione. Sulla base dei loro studi hanno evidenziato che gli ancoraggi interni trasmettono la forza di precompressione in parte per taglio in parte per pressione, con circa un terzo della forza trasmessa per taglio. In tali dispositivi si riscontrano delle tensioni massime minori rispetto agli ancoraggi esterni. Nel caso di ancoraggi multipli, gli autori hanno evidenziato che non c'è un'interazione significativa tra ancoraggi adiacenti se le singole unità sono distanziati di almeno due volte la maggiore dimensione dell'ancoraggio. Hanno quindi concluso che il metodo del prisma simmetrico di Guyon fornisce risultati ragionevoli per il calcolo delle forze di fenditura.

2.2.4 Analisi agli elementi finiti

Yettram e Robbins

Nel 1970 Yettram e Robbins [80, 82, 81] hanno condotto una vasta analisi elastica-lineare agli elementi finiti delle zone di ancoraggio post-tese, mostrando per primi le potenzialità di tale metodo nel descrivere lo stato tensionale prima della fessurazione.

La ricerca è stata presentata in una serie di tre articoli. Nel primo di questi fu studiato il caso più semplice di precompressione centrata su una sezione rettangolare. Hanno analizzato sia il problema bidimensionale sia quello tridimensionale arrivando alle seguenti conclusioni.

- La distanza necessaria per avere uno stato di tensione di compressione uniforme è pari a 1.25 *h*, con *h* pari all'altezza del prisma.
- La variazione del modulo di Poisson tra 0.125 e 0.2 ha scarsa influenza sulla distribuzione di tensione.
- I risultati dell'analisi elastica bidimensionale di Iyengar [39, 37] e Guyon [28] sono in buon accordo con i valori delle tensioni medie ottenute dagli autori, sebbene i precedenti autori non avessero considerato le variazioni trasversali nella distribuzione delle tensioni (Fig. 2.11-2.12).

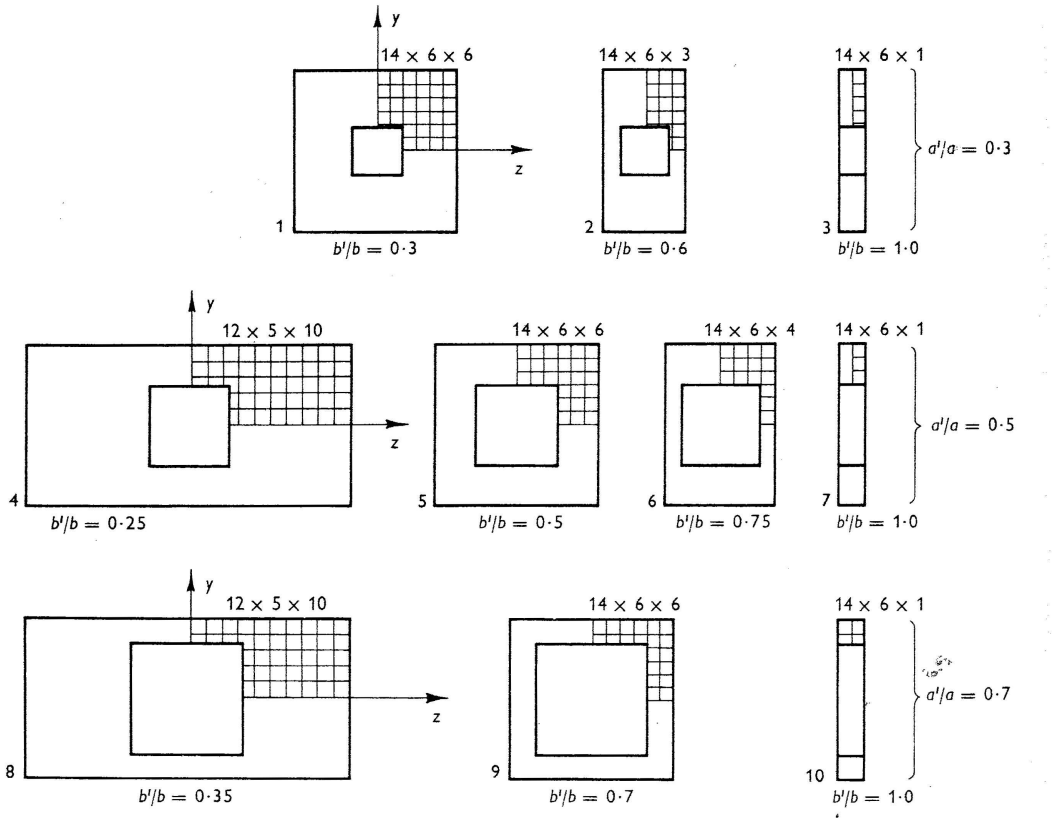


Figura 2.11: Analisi agli elementi finiti di Yettram e Robbins [80]

- I risultati sperimentali di Zielinski e Rowe [84, 85] erano basati su misure superficiali che sovrastimavano considerevolmente la massima tensione di fenditura per tutti i rapporti tra l'area della superficie di carico e l'area della sezione trasversale; per questo motivo i risultati degli autori erano differenti da quelli di Zielinski e Rowe.

Nel secondo articolo, hanno studiato il problema della precompressione eccentrica in sezioni rettangolari e a I. Dalle analisi svolte, gli autori hanno concluso che il metodo del prisma simmetrico fornisce una rappresentazione soddisfacente delle tensioni di fenditura ai fini progettuali e che in sezioni non rettangolari, la presenza delle ali per le sezioni a I riduce generalmente l'importanza delle tensioni di spalling.

Infine nel loro terzo articolo, Yettram e Robbins hanno studiato lo stato tensionale

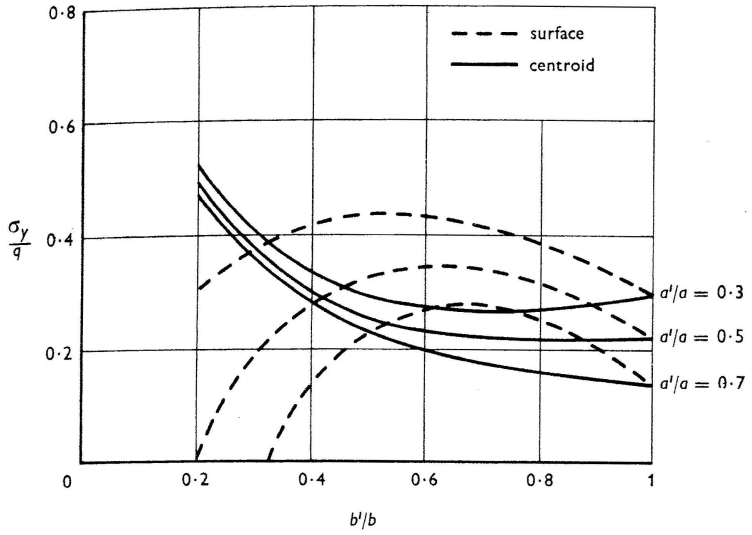


Figura 2.12: Massime tensioni di fenditura in funzione dei rapporti a/a' e b/b' secondo Yettram e Robbins [80]

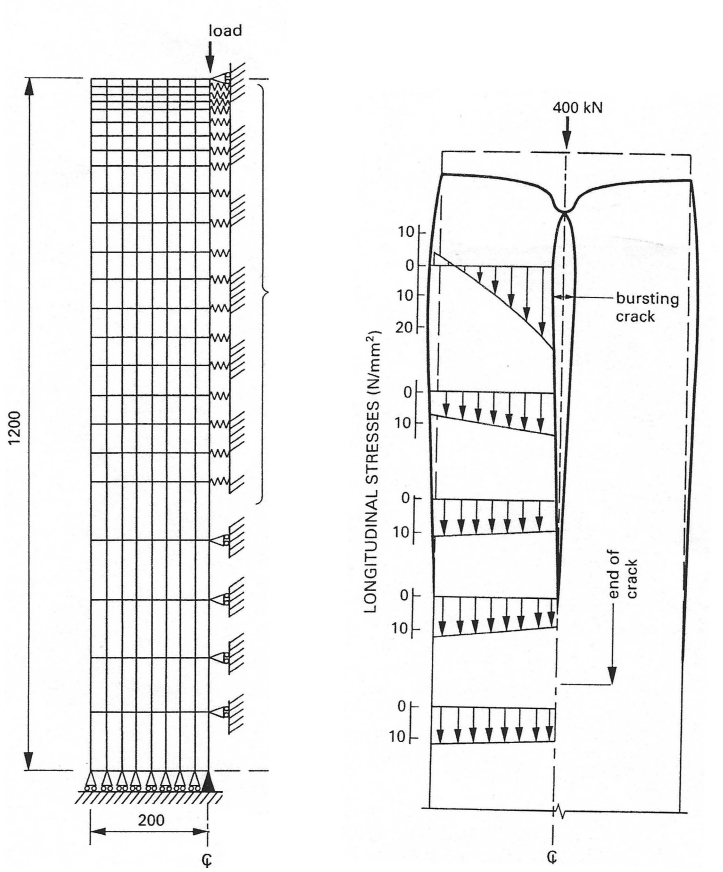
nelle strutture a I con ringrosso finale. In questo studio, la variabile principale è stata la lunghezza del ringrosso e hanno evidenziato che con blocchi di ancoraggio molto corti, le tensioni di fenditura trasversali hanno valori elevati.

Fenwick e Lee

Fenwick e Lee [24] hanno condotto un'indagine sperimentale su 18 travi di sezione rettangolare e a "I". Oltre alla forma della sezione, hanno considerato l'influenza dell'area della piastra di carico e l'interasse delle staffe. Hanno convalidato i risultati sperimentali con una serie di analisi bidimensionali agli elementi finiti in cui hanno utilizzato delle molle nelle zone soggette a trazione per rappresentare l'azione delle staffe che limitano la fessurazione (Fig. 2.13). Hanno evidenziato che la fessurazione comporta una diminuzione della rigidezza trasversale dell'elemento e una conseguente diminuzione dell'intensità della forza di fenditura.

Adeghe e Collins

Adeghe e Collins [4] hanno condotto un'analisi bidimensionale non lineare agli elementi finiti per studiare l'influenza della distribuzione di armatura nella regione soggetta a tensioni di fenditura. I modelli analizzati avevano un rapporto *a/h* pari a 0.1 e una lunghezza

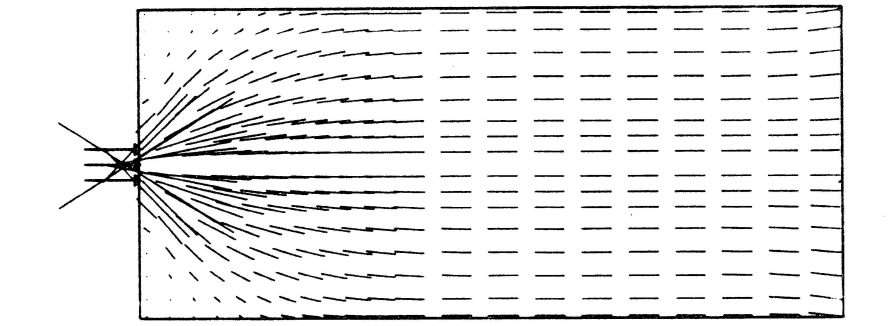


(a) Modello per l'analisi agli elementi finiti

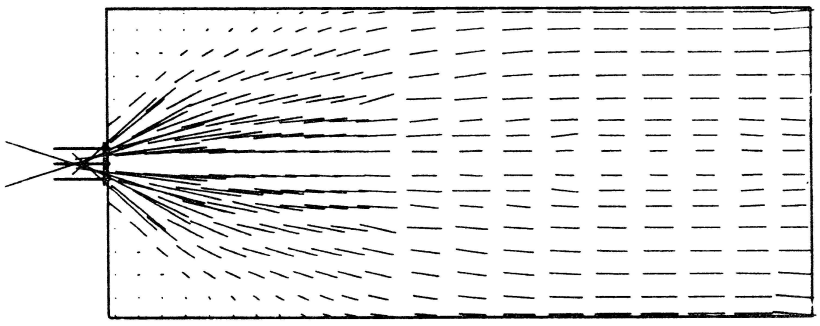
(b) Deformata e distribuzione delle tensioni longitudinali

Figura 2.13: Analisi di Fenwick e Lee [24]

totale di 1220mm. La Fig. 2.15 mostra i risultati di tre differenti distribuzioni di armatura. Gli autori, analizzando lo stato di deformazione nelle staffe dopo il carico di fessurazione hanno concluso che la concentrazione dell'armatura nelle regioni soggette ad elevate tensioni può provocare un comportamento fragile, mentre un comportamento più duttile si ottiene spalmando l'armatura su l'intera regione soggetta a tensioni di fenditura. La Fig. 2.14 mostra le traiettorie delle tensioni principali per un'analisi elastica lineare e l'analisi non-lineare. L'angolo di diffusione delle tensioni di compressione è maggiore nell'analisi elastica rispetto all'analisi non-lineare. Ciò indica che nell'analisi elastica il baricentro delle forze di fenditura è più vicino alla superficie caricata e quindi è maggiore il quantitativo di armatura richiesto per assorbire le trazioni.

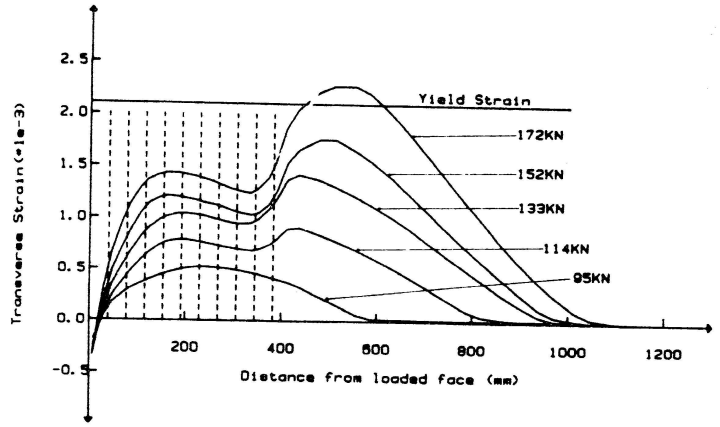


a - Compressive stress flow, Linear elastic analysis

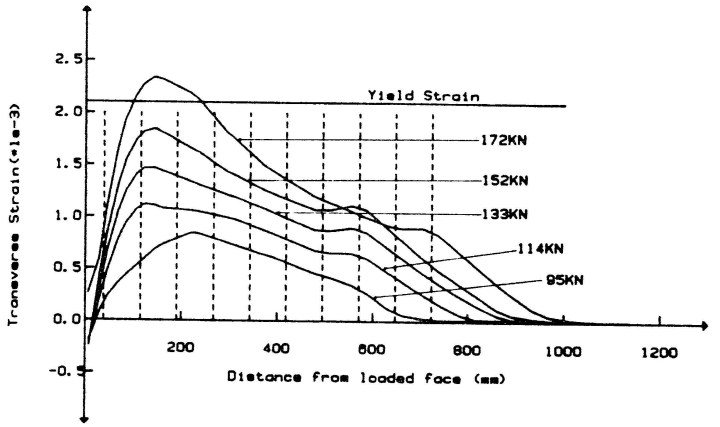


b - Compressive stress flow, Nonlinear analysis

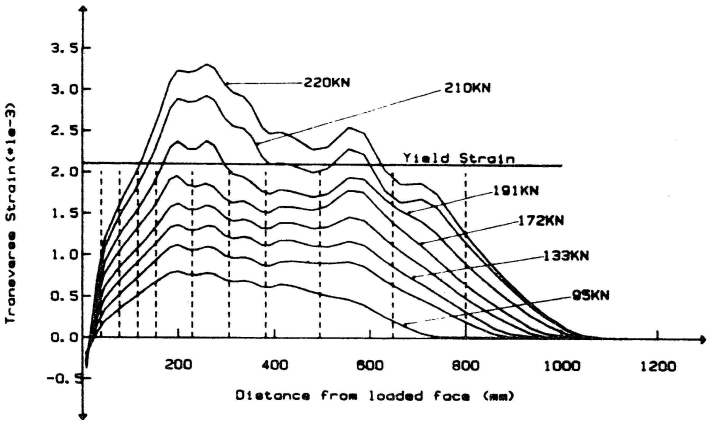
Figura 2.14: Confronto tra il flusso delle tensioni di compressione secondo l'analisi elastica lineare e un'analisi non lineare (Adeghe e Collins [4])



(a) Distribution of transverse strains for stirrup detail 1



(b) Distribution of transverse strains for stirrup detail 2



(c) Distribution of transverse strains for stirrup detail 3

Figura 2.15: Distribuzione delle deformazioni trasversali di trazione pre tre differenti disposizioni di staffe secondo Adeghe e Collins [4]

Burdet

Burdet [10] ha condotto un'analisi agli elementi finiti in campo elastico lineare, analizzando diversi tipi di configurazioni: cavo centrato, eccentrico, inclinato, curvo e gli ancoraggi multipli. Nel caso di una forza di precompressione centrata, ha studiato l'influenza del rapporto (a/h) tra l'altezza della piastra di carico e quella della sezione ottenendo risultati in buon accordo con quelli di Guyon. L'analisi della forze di spalling invece ha mostrato che i valori proposti da Guyon erano quasi due volte più conservativi rispetto a quelli forniti dal suo studio. I risultati ottenuti sono stati usati anche per valutare l'applicabilità dei modelli strut-and-tie. Burdet ha evidenziato che un angolo di diffusione di 26.5 gradi, misurato dal centro del piastra a un quarto della sezione, risulta conservativo per il progetto delle zone di ancoraggio con a/h maggiore di 0.15 e sufficientemente accurato per quelle con a/h più piccole 0.15. Burdet ha confrontato i risultati dei modelli strut-and-tie con lo studio sperimentale condotto da Sanders [64].

Nel caso di un cavo eccentrico, Burdet ha stabilito che la distribuzione di tensioni nelle zone di ancoraggio è simile a quella del caso centrato nel caso di limitata eccentrincità e cioè con un rapporto e/h pari a 0.167. Per valori maggiori di e/h, si manifesta un'ulteriore tensione di trazione sulla superficie esterna parallela al cavo. Questa tensione viene chiamata tensione longitudinale di bordo, secondo la definizione riportata anche nell'AASHTO [1]. Burdet ha dimostrato che l'intensità dalla forza di fenditura decresce all'aumentare del rapporto di e/h e ha convalidato l'applicabilità della teoria del prisma simmetrico di Guyon.

Foster

Foster e Rogowsky [26] hanno studiato le tensioni di bursting in pannelli di cemento armato soggetti a compressione. L'obiettivo di tale studio è stato quello di analizzare la distribuzione di tensione di fenditura nella struttura fessurata sia in condizioni di servizio sia in condizioni ultime. La Fig. 2.16 evidenzia il modello sviluppato agli elementi finiti. La Fig. 2.17 mostra che in condizioni di servizio la distribuzione di tensione ottenuta nell'analisi non-lineare si estende per una lunghezza maggiore e presenta un valore di picco minore a quello previsto dell'analisi lineare.

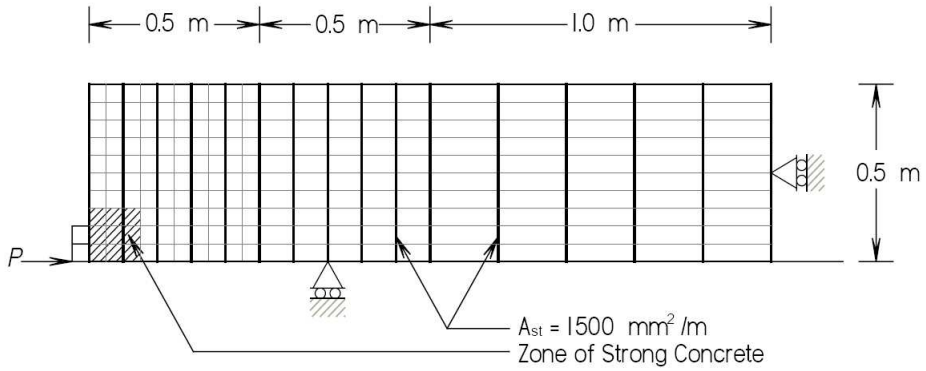


Figura 2.16: Modello agli elementi finiti sviluppato da Foster e Rogowsky [26]

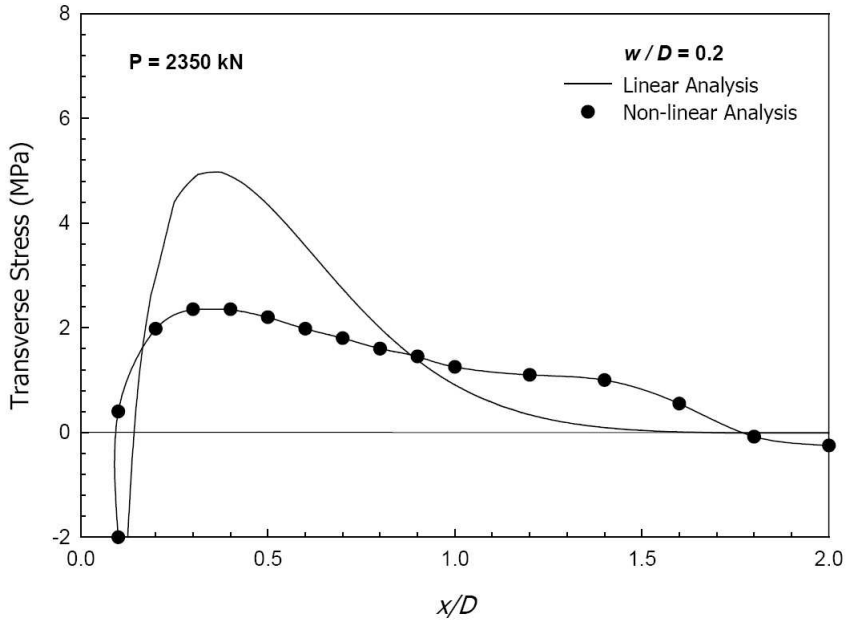


Figura 2.17: Distribuzione delle tensioni trasversali (Foster [26])

Byung Hwan et al.

Byung Hwan et al. [12] hanno condotto un'analisi sperimentale e analitica sul comportamento di travi rettangolari al fine di determinare la distribuzione locale di tensione e il meccanismo di rottura delle zone di ancoraggio. L'indagine analitica è consistita in un'analisi agli elementi finiti tridimensionale non lineare. Gli autori hanno analizzato le tensioni di trazione nelle due direzioni perpendicolari al cavo, chiamate rispettivamente tensioni di bursting radiali e tangenziali (Fig. 2.18). Sia nell'indagine sperimentale sia nell'indagine numerica gli autori hanno evidenziato che le tensioni massime radiali sono minori delle tensioni massime tangenziali. Tali tensioni, quindi, possono essere responsabili della rottura della zona di ancoraggio. Gli autori hanno proposto quindi lo stesso meccanismo di rottura già ipotizzato da Stone e Breen [69] e descritto successivamente.

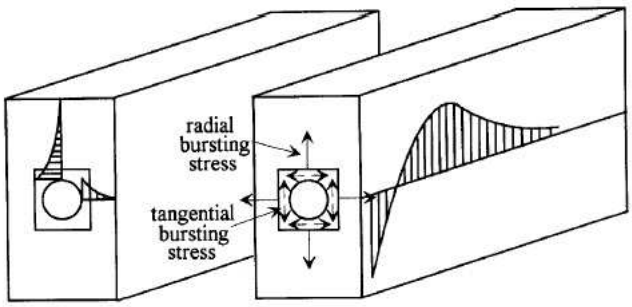


Figura 2.18: tensioni di fenditura radiali e tangenziali secondo Byung [12]

2.2.5 Modelli Strut-and-Tie

I modelli strut-and-tie (STM) rappresentano un valido strumento per la progettazione delle zone di discontinuità. Tali zone rappresentano quelle parti di una struttura in cui è presente un complesso stato di deformazione causato dall'applicazione di una forza concentrata (discontinuità statica) e/o da un brusco cambiamento di sezione (discontinuità geometrica), come avviene nelle travi tozze, le mensole, le pareti con aperture o le zone di ancoraggio delle travi precompresse. In queste regioni non sono applicabili i metodi propri delle travi.

Nei modelli strut-and-tie il flusso di forza è approssimato da un sistema di elementi compressi (puntoni-"struts") e tesi (tiranti-"ties") connessi nei nodi (Schlaich at al. [67]).