

Quanto è grande il numero di Avogadro?

Nel meeting annuale della Società Americana di Fisica del 1959, R. P. Feynman, nella sua ormai famosa comunicazione, *Plenty of room at the bottom*[1], afferma che l'intera conoscenza accumulata dall'umanità può essere scritta, se opportunamente codificata attraverso stringhe di atomi, in un solo granello di polvere. Il numero di Avogadro è davvero enorme.

MASSIMO FANFONI, MASSIMO TOMELLINI

Consideriamo il seguente "gedanken experimente" ossia un esperimento puramente mentale, non realizzabile in pratica, ma perfettamente definito ed il cui esito sarà chiarito sulla base dei risultati di esperimenti reali.

Un bicchiere di acqua, le molecole della quale sono per ipotesi riconoscibili, viene versato in mare e successivamente rimescolato in modo tale che le sue molecole si disperdano omogeneamente sull'intero volume degli oceani. A questo punto il bicchiere viene riempito con l'acqua di mare e si contano quante delle molecole precedentemente versate e mescolate sono finite nel bicchiere. Ebbene, si trova che in media ce ne sono *mille*.

Abbiamo provato a proporre questo esperimento a persone senza una specifica preparazione scientifica, se non quella acquisita (ma nella maggior parte dei casi dimenticata) durante il corso degli studi superiori ed il risultato è stato sempre il medesimo: il numero 1000 desta meraviglia, nel senso che risulta, di primo acchito, enorme. Vedremo che, al contrario, è del tutto ragionevole ed è dovuto al fatto che il numero di Avogadro, N , è un numero colossale, che la nostra mente ha difficoltà a percepire[2]:

602 214 150 000 000 000 000 000.

Grazie alle potenze di dieci $N = 6.0221415 \cdot 10^{23}$: una forma decisamente più compatta e più maneggevole.

Cos'è N , come salta fuori il suo valore e a cosa serve? Inoltre chi era questo signor Avogadro, il cui nome è legato indissolubilmente a questo numero?

Cominciamo col rispondere all'ultima domanda.

Lorenzo Romano Amedeo Carlo Avogadro di Quaregna e di Cerreto (fig. 1) nacque a Torino il 9 giugno del 1776. In ossequio ai desideri paterni si laureò in giurisprudenza nel 1796. Tuttavia, da sempre interessato ed attratto



Fig. 1 Lorenzo Romano Amedeo Carlo Avogadro (1776-1856).

dalle scienze esatte, che coltivava come un hobby insieme al fratello Felice, presto abbandonò la carriera di legale ecclesiastico per divenire, dopo aver effettuato studi privati, professore di matematica e fisica al Reale liceo di Vercelli. Nel 1820 divenne titolare della prima cattedra di matematica e fisica all'Università di Torino che fu soppressa per motivi politici nel luglio del 1822. Ripristinata nel 1832, gli fu restituita nel 1834 e il Nostro la conservò fino alla data del suo ritiro, nel 1850. Introdusse in Piemonte il sistema metrico decimale, in qualità di presidente della commissione di pesi e misure. Avogadro acquisì il titolo di conte alla morte del fratello maggiore Giuseppe, nel 1787; sposò Felicita Mazzé ed ebbe sei figli. Fu un uomo modesto, ottimo insegnante e lavorò, di fatto, in una sorta di isolamento scientifico che indubbiamente è una delle ragioni che impedirono alle sue idee di avere il meritato successo mentre era ancora in vita. Morì il 9 luglio del 1856[3]. Nel 1860, al primo Congresso Internazionale di Chimica voluto e organizzato da August Kekulé, a Karlsruhe in

massa dell'ossigeno nelle due reazioni, giungiamo a:

$$\frac{C_{\text{idrogeno}}^{(1)}}{C_{\text{idrogeno}}^{(2)}} = \frac{C_{\text{ossigeno}}^{(1)}}{C_{\text{ossigeno}}^{(2)}}$$

vale a dire:

$$\frac{C_{\text{idrogeno}}^{(1)}}{C_{\text{ossigeno}}^{(1)}} = \frac{C_{\text{idrogeno}}^{(2)}}{C_{\text{ossigeno}}^{(2)}} = \alpha$$

dove α , indipendente dalla pressione e dalla temperatura, può essere solo funzione della coppia di gas. Il principio di Avogadro consiste, in definitiva, nel porre $\alpha = 1$.

Ecco come si esprime Avogadro nella memoria[7] del 1811:

«La prima ipotesi... è il supporre che il numero intero di molecole in ogni gas sia sempre lo stesso per volumi uguali o sempre proporzionale ai volumi. Infatti se supponessimo che il numero di molecole contenute in un dato volume fosse differente per differenti gas, sarebbe difficilmente concepibile che la legge che regola le distanze tra le molecole possa dare in tutti i casi relazioni semplici ...tra il volume e il numero delle molecole».

Molto tempo dopo la morte di Avogadro fu introdotta l'idea di mole[9, 10]. Il peso molecolare in grammi di ogni sostanza contiene lo stesso numero di molecole o atomi (mole), e così, in base al principio di Avogadro, i volumi molari di tutti i gas devono essere uguali. Il numero di atomi contenuto in una mole è oggi chiamato *costante di Avogadro* in onore del fisico torinese, il quale, dunque, non determinò mai questo numero[11]. Tale designazione è dovuta a J.B. Perrin. Il futuro premio Nobel (1926) scrive nel suo articolo del 1909: *«Il numero N è una costante universale, che può a buon diritto essere denominata costante di Avogadro».*

Per avere un'idea della imponenza del numero di Avogadro si pensi ad una mole di biglie di vetro del diametro di un centimetro, ordinate a guisa di cubo. Il lato del cubo sarebbe composto da circa $8.4 \cdot 10^7$ biglie, ovvero sarebbe un cubo il cui lato misurerebbe 840 km. Si veda la figura 2 in cui è rappresentata la base di detto cubo, messo a confronto con l'estensione dell'Italia. Si pensi, inoltre, che nella terza dimensione arriverebbe nella parte alta dell'esosfera e che la International Space Station si trova ad una altitudine di 400 km dalla superficie terrestre. Un tale cubo, se anche si accatastasse un cubo di biglie di un metro di lato (ovvero contenente un milione di biglie) al secondo, richiederebbe per essere completato $29 \cdot 10^{10}$ anni, ovvero venti volte l'età dell'u-

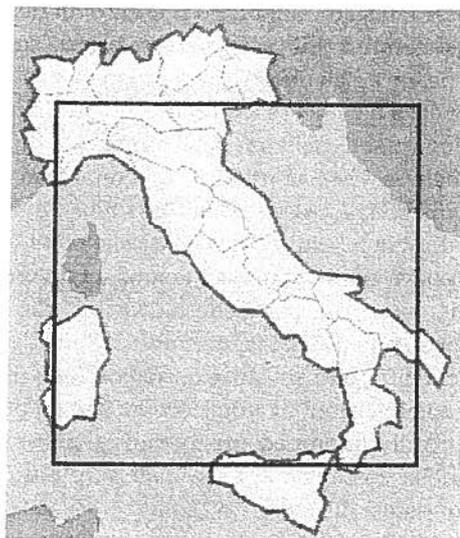


Fig. 2 Base di un cubo contenente un numero di Avogadro di biglie, a confronto con l'estensione dell'Italia.

niverso, ad oggi stimata in circa $15 \cdot 10^9$ anni. Un altro modo pittoresco per visualizzare l'enormità del numero è quello di tradurlo in semi di arachide e di cospargere gli stessi sul territorio degli Stati Uniti: ebbene, in questo caso, l'intero paese si troverebbe sepolto da una coltre di semi spessa ben 14 km.

Esistono vari metodi sperimentali per determinare il numero di Avogadro e noi ne vogliamo proporre uno che può essere riprodotto con un piccolo sforzo anche in una scuola secondaria. Esso è basato sulla legge di Faraday che regola il fenomeno dell'elettrolisi. In particolare se si effettua l'elettrolisi di una soluzione concentrata di NaCl - resa lievemente alcalina per aggiunta di NaOH - utilizzando degli elettrodi di rame, si avrà la formazione di ioni rameosi che in soluzione alcalina formano l'ossido rameoso (Cu_2O), quest'ultimo di colore rosso. L'ossidazione del rame da Cu a Cu^+ avviene all'anodo che, nella configurazione sperimentale adottata per l'elettrolisi, è collegato al polo positivo della pila. La quantità di carica necessaria per ossidare un grammo atomo di rame, vale a dire un numero di Avogadro di atomi di rame, può essere misurata mediante un amperometro. Pertanto, nota la carica di uno ione di rame, Cu^+ , si può determinare il valore del numero di Avogadro. Questo è il principio chimico-fisico su cui si basa il metodo di misura.

Per eseguire la misura si deve disporre di due elettrodi di rame (opportunitamente puliti mediante lana d'acciaio), uno dei quali, l'anodo, deve essere preventivamente pesato. Si versano in un becker da 100 cm^3 , circa

Germania, Stanislao Cannizzaro presentò un nuovo metodo per determinare il peso atomico, basato sul principio di Avogadro. Egli difese la sua proposta con tale forza e veemenza da vincere le ultime perplessità del mondo dei chimici sull'esistenza degli atomi.

Che la materia fosse continua o discreta è un fatto al quale rivolsero la loro attenzione già i filosofi greci. Democrito di Abdera, che «*l mondo a caso pone*», nel 450 a.C. sosteneva che la materia è composta da una miriade di microscopiche particelle indivisibili che chiamò *atomi*, giustappunto, dal greco, *indivisibili*. Egli sosteneva che a differenti sostanze corrispondono differenti atomi o combinazioni di atomi. Anche sommi pensatori del calibro di Platone ed Aristotele rigettarono questa visione della costituzione della materia e così l'atomismo fu messo in disparte. Non cadde però mai del tutto nell'oblio grazie ad Epicuro ed alla sua scuola; Lucrezio, un epicureo, ne parlò, ancorché in forma poetica, nella sua opera *De rerum natura*.

Tuttavia non è nostro intento quello di ripercorrere la storia dell'atomismo, in questo contesto ci interessano solo due dei protagonisti di questa lunga e travagliata vicenda: John Dalton (1766-1844) e Joseph Louis Gay-Lussac (1778-1850).

Dalton era convinto dell'esistenza degli atomi e che ad elementi diversi spettassero atomi diversi. Inoltre assunse l'esistenza di composti d'atomi (molecole): «*Chiamo la particella più piccola di acido carbonico atomo composto. Quest'ultimo può essere diviso, ma in tal caso esso cessa di essere acido carbonico, essendo stato diviso in carbonio ed ossigeno*». La legge di Dalton (1803) dice che:

Legge di Dalton: *quando due elementi si combinano fra loro per dare più di un composto, le quantità in peso di uno che si combinano con una quantità fissa dell'altro stanno tra loro in rapporti esprimibili mediante numeri interi e generalmente piccoli.*

Un esempio. Quando l'idrogeno si combina con l'ossigeno a formare l'acqua, un grammo di idrogeno si combina con otto grammi di ossigeno. Nel nostro linguaggio ci si aspetta che la molecola d'acqua sia composta da un numero fisso di atomi di idrogeno e di ossigeno. Va da sé che la conoscenza del rapporto dei pesi non fornisce alcuna informazione sul numero degli atomi. Dalton introduce l'ipotesi semplice che se due atomi possono dar luogo ad un solo composto, allora la molecola rispettiva possiede un solo atomo per elemento. Così, non essendo ancora stato scoperto il perossido di idrogeno, egli assunse per l'acqua la formula HO. In seguito ad una lunga serie di esperimenti arrivò a suggerire, nel 1810, che l'acqua potesse contenere tre atomi.

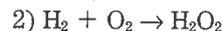
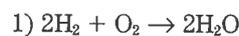
Gay-Lussac studiò a fondo la variazione del volume dei gas in funzione della temperatura per arrivare a formulare [4-6] la seguente legge (1810):

Legge di Gay-Lussac: *se due gas reagiscono per formare un composto gassoso, i rapporti tra i volumi dei reagenti e del composto corrispondono a numeri interi.*

Dalton non comprese l'importanza di questa scoperta, anzi la riteneva erronea. Fu il genio di Avogadro a ricondurre le due leggi di Dalton e Gay-Lussac nello stesso alveo scientifico. Egli, nella memoria del 1811[7] intitolata *Essai d'une manière de déterminer les masses relatives des molécules élémentaires des corps, et les proportions selon lesquelles elles entrent dans ces combinaisons* (Saggio sul modo di determinare le masse relative delle molecole elementari dei corpi e le proporzioni secondo cui esse entrano in queste combinazioni), enuncia quello che è oggi universalmente noto come il Principio di Avogadro:

Principio di Avogadro: *volumi uguali di gas diversi, nelle stesse condizioni di temperatura e pressione, contengono un eguale numero di molecole.*

Consideriamo le reazioni di formazione di acqua e acqua ossigenata, a partire da idrogeno e ossigeno; la massa di quest'ultimo è la medesima nelle due reazioni, mentre va da sé che le condizioni di pressione e temperatura sono differenti:



Sulla base della legge di Dalton abbiamo:

$$\frac{M_{\text{idrogeno}}^{(1)}}{M_{\text{idrogeno}}^{(2)}} = 2, \quad (1)$$

dove M denota la massa del gas coinvolta nella reazione e il soprascritto il tipo di reazione. Invece, dalla legge di Gay Lussac, ricaviamo:

$$\frac{V_{\text{idrogeno}}^{(1)}}{V_{\text{ossigeno}}^{(1)}} = 2 \quad \text{e} \quad \frac{V_{\text{idrogeno}}^{(2)}}{V_{\text{ossigeno}}^{(2)}} = 1. \quad (2)$$

Combinando le equazioni 1-2 otteniamo:

$$\frac{V_{\text{idrogeno}}^{(1)}}{V_{\text{ossigeno}}^{(1)}} = 2 \frac{V_{\text{idrogeno}}^{(2)}}{V_{\text{ossigeno}}^{(2)}} \equiv \frac{M_{\text{idrogeno}}^{(1)}}{M_{\text{idrogeno}}^{(2)}} \frac{V_{\text{idrogeno}}^{(2)}}{V_{\text{ossigeno}}^{(2)}} \quad (3)$$

Se si accetta l'ipotesi corpuscolare [5, 6, 8], il rapporto tra le masse è anche uguale al rapporto tra il numero di particelle che costituiscono il gas. Pertanto, introducendo le concentrazioni C e sfruttando l'uguaglianza della

80 cm³ di una soluzione 1.7 M di NaCl e 0.025 M di NaOH. In questa soluzione si immergono i due elettrodi di rame che devono essere collegati in serie al circuito costituito dal generatore, dall'amperometro e dal reostato. Dopo aver portato la cella elettrochimica alla temperatura di 80 °C, temperatura che dovrà rimanere costante durante lo svolgimento dell'esperimento, si chiude il circuito e si regola il valore della corrente, agendo sul reostato, su un valore compreso tra i 100 e i 200 mA. A questo punto si fa partire il cronometro e si rileva il valore della corrente. Durante l'elettrolisi è importante che il valore della corrente sia, per quanto possibile, costante; a tal fine si può operare sul reostato inserito nel circuito. Dopo 10 minuti circa si interrompe il processo di elettrolisi, si misura il nuovo peso dell'elettrodo (anodo) e, conseguentemente si determina per differenza la perdita di peso dell'elettrodo, in seguito al processo elettrochimico rappresentato dalla seguente semi-reazione di ossidazione: $\text{Cu} \rightarrow \text{Cu}^+ + 1e$. Inoltre, noti il valore (medio) della corrente di elettrolisi e della sua durata (Δt), è immediato il calcolo della quantità di carica

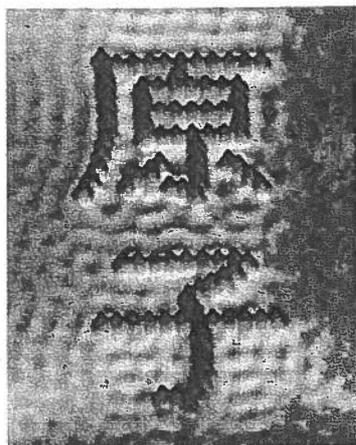


Fig. 3 La parola atomo in caratteri Kanji. Ogni punto è un atomo di Ferro depositato su una superficie di Nichel. L'immagine è stata ottenuta mediante un microscopio ad effetto "tunnel".

che è fluita nel circuito durante l'esperimento: $Q = I\Delta t$. Sulla base della reazione redox sopra riportata, notiamo che questa quantità di carica è stata impiegata per ossidare un numero di atomi di rame pari a Q/e , dove $e = 1.602 \cdot 10^{-19}$ C è il valore assoluto della carica dell'elettrone. Poiché una quantità in grammi di rame uguale al peso atomico del rame contiene un numero di atomi pari al numero di Avogadro, la seguente proporzione consente di calcolare N :

$$\frac{Q}{e} : \Delta M = N : PA,$$

dove PA è il peso atomico del rame (63.57) e ΔM è la perdita di peso dell'elettrodo. In definitiva, esprimendo il risultato in funzione delle grandezze misurate si

ottiene:

$$N = \frac{(PA)I\Delta t}{e\Delta M}$$

Il contributo all'errore in questo esperimento è dovuto principalmente alla misura della corrente, il cui valore deve essere mantenuto costante dallo sperimentatore, attraverso il reostato. In definitiva il numero di Avogadro si determina a meno di un errore relativo dell'ordine del 5-10%.

Un momento! Prima di chiudere, abbiamo l'obbligo di svelare il segreto delle mille molecole di cui si è parlato all'inizio dell'articolo; presto fatto.

Il volume degli oceani è stimato in circa $1370 \cdot 10^6$ km³ = $1.37 \cdot 10^{21}$ dm³; il volume di un tipico bicchiere da cucina è 0.2 dm³ e pertanto il volume degli oceani, misurato in unità di bicchiere da cucina, è circa $7 \cdot 10^{21}$ bicchieri. Il peso molecolare dell'acqua è 18 e quindi per la legge di Avogadro, 18 g di acqua contengono un numero di Avogadro di molecole. Essendo la massa di 1 dm³ di acqua pari ad 1 kg, la massa di acqua contenuta in un bicchiere è di 200 g e dunque un bicchiere contiene $200/18 = 11.1$ moli, ovvero $11.1 \cdot 6.0221367 \cdot 10^{23} = 7 \cdot 10^{24}$ molecole d'acqua. Conseguenza da questi semplici calcoli che versando in mare $7 \cdot 10^{24}$ molecole di acqua, una volta distribuite uniformemente sull'intero volume degli oceani, un volume di 0.2 l, ovvero il volume di un bicchiere, conterrà, in media (numero di molecole in un bicchiere)/(numero di bicchieri necessari per contenere l'intero volume degli oceani) = $7 \cdot 10^{24} / 7 \cdot 10^{21} = 1000$ molecole.

Massimo Fanfoni

Dipartimento di Fisica,

Università degli Studi di Roma «Tor Vergata»

Massimo Tomellini

Dipartimento di Scienze e Tecnologie Chimiche,

Università degli Studi di Roma «Tor Vergata»

Bibliografia

- [1] <http://www.zyvex.com/nanotech/feynman.html>.
- [2] http://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?nalsearch_for=Avogadro+constant.
- [3] E. C. Smith, *Nature* n.88 del 1911, p.142.
- [4] L. Pauling, *Chimica Generale*, Longanesi, Milano, 1962.
- [5] L. Galzigna, *Didattica delle Scienze* n. 147 del 1990, p. 9.
- [6] U. Lucia, *Didattica delle Scienze* n. 173 del 1994, p. 36.
- [7] A. Avogadro, *Journal de Physique* n. 73 del 1811, p. 58.
- [8] F. Pavoni, *Didattica delle Scienze* n. 207 del 2000, p. 5.
- [9] P. Riani, *Didattica delle Scienze* n. 212 del 2001, p. 10.
- [10] G. Lazzeroni, *Didattica delle Scienze* n. 228 del 2003, p. 556.
- [11] J.B. Perrin, *Annales de Chimie et de Physique VIII*, 18 del 1909, p. 5.