

DESCRIZIONE DELLA MORFOLOGIA DEI GRANI TRAMITE L'ANALISI FRATTALE

Giulia Guida

Università degli Studi Niccolò Cusano

e-mail giulia.guida@unicusano.it

Francesca Casini

Università degli Studi di Roma "Tor Vergata"

e-mail francesca.casini@uniroma2.it

Giulia Viggiani

Università degli Studi di Roma "Tor Vergata"

e-mail viggiani@uniroma2.it

Sommario

L'analisi frattale è uno strumento utilizzato per studiare la morfologia di oggetti in diversi settori dell'ingegneria, che spaziano dall'elettronica fino all'ingegneria medica (*e.g.* Rangayyan & Nguyen, 2007). Tra i primi autori ad aver applicato il metodo alla descrizione della morfologia di grani di terreno si citano Orford & Whalley (1983) e Vallejo (1995). L'analisi frattale consiste nel misurare il perimetro del contorno utilizzando una serie di bacchette di lunghezza via via decrescente e studiare l'andamento di questo in funzione della lunghezza della bacchetta adottata. L'obiettivo del lavoro riportato in questa nota è quello di presentare un metodo per interpretare i risultati dell'analisi frattale, eseguita su oggetti di forma semplice e su immagini di grani naturali, con l'obiettivo di lungo termine di stabilire un collegamento tra le caratteristiche morfologiche dei grani terreni e il comportamento meccanico dei terreni.

1. Introduzione

La morfologia di una particella può essere descritta attraverso tre proprietà potenzialmente indipendenti: la forma, l'angolarità e la rugosità (Barrett, 1980), relative a tre diverse scale di osservazione, macro, meso e micro rispettivamente. L'analisi di un ampio numero di dati sperimentali, condotto da Cho *et al.* (2006), mostra come la morfologia delle particelle influisca sullo stato e sul comportamento meccanico del materiale. L'irregolarità delle particelle porta a configurazioni più aperte, quindi a valori più elevati dell'indice dei vuoti massimo e minimo; genera, inoltre, una riduzione della rigidità del terreno, e un aumento dell'indice di compressibilità C_c e dell'angolo di attrito di stato critico, φ_{cs} .

In letteratura sono state proposte diverse definizioni di forma e di angolarità (*e.g.* Wadell, 1932; Krumbein, 1941; Powers, 1953; Krumbein and Sloss, 1963; Lees, 1964; Barrett, 1980; Stachowiak, 1998) mentre la definizione di rugosità risulta ancora vaga.

Per essere quantificate, sia la angolarità sia la rugosità richiedono tecniche più sofisticate rispetto alla

misura della forma, quali l'acquisizione di immagini mediante microscopio elettronico e tramite scansione tomografica delle particelle (Bowman *et al.*, 2001; Meloy, 1977).

L'obiettivo di questo lavoro è quello di proporre un metodo per interpretare i risultati dell'analisi frattale del contorno di immagini bidimensionali di particelle al fine di caratterizzarne la forma, l'angolarità e la rugosità (Guida *et al.* 2017).

2. Metodo dell'analisi frattale del contorno

Il metodo dell'analisi frattale del contorno consiste nel calcolo automatizzato del perimetro di una particella, mediante un insieme di bacchette di dimensione decrescente. Il metodo è chiamato frattale a causa della proprietà di auto-similarità che assumono le caratteristiche morfologiche del contorno di una particella alle diverse scale.

Partendo da una immagine bidimensionale della particella, vengono estratte le coordinate del contorno e vengono eseguiti diversi cicli di calcolo, nei quali, riducendo progressivamente la dimensione delle bacchette, si calcola il numero di bacchette necessarie per percorrere l'intero contorno. I risultati ottenuti sono quindi diagrammati in un piano bi-logaritmico in termini di perimetro p in funzione della lunghezza della bacchetta b , entrambi normalizzati rispetto a una dimensione caratteristica della particella $D = 2(\pi A_p)^{0.5}$, definita come diametro del cerchio avente la stessa area A_p della particella in esame.

L'idea è che bacchette di dimensioni maggiori forniscano informazioni sulla forma complessiva della particella, bacchette intermedie sull'angolarità e quelle piccole sulla rugosità.

Il metodo è stato applicato innanzitutto a forme geometriche semplici per riconoscere le relazioni esistenti tra l'andamento dei risultati e le caratteristiche morfologiche alle tre scale di osservazione. Le forme lisce sono servite per studiare l'influenza della forma (da isometrica ad allungata) e dell'angolarità (da cerchi a quadrati). Per comprendere il ruolo della rugosità, sono stati creati cerchi rugosi mediante profili a denti di sega con diverse ampiezze e frequenze. Infine, l'analisi è stata condotta su una particella reale di argilla espansa LECA (Light Expanded Clay Aggregate).

3. Forme semplici

3.1 Forme lisce

Per studiare l'effetto della forma e dell'angolarità, si sono considerati quattro ellissi (Figura 1a) e quattro rettangoli (Figura 1b) con differenti rapporti di allungamento. L'allungamento di ogni forma è quantificato dal *Bounding Box Ratio* (BBR) definito come il rapporto tra la dimensione minima e massima del rettangolo che circoscrive la forma. Il BBR è un parametro adimensionale che assume valori compresi tra 0 (forme estremamente allungate, ad esempio linee) e 1 (forme isometriche, ad esempio, cerchi o quadrati).

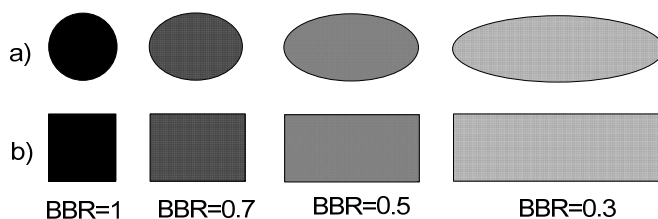


Fig. 1. Forme lisce: a) cerchi b) rettangoli con BBR pari a 1, 0.7, 0.5 e 0.3.

La Figura 2 mostra i valori calcolati di p/D , in funzione di b/D , per: (a) la famiglia delle ellissi e (b) la famiglia dei rettangoli. Come previsto, il perimetro aumenta al diminuire della lunghezza delle bacchette utilizzate.

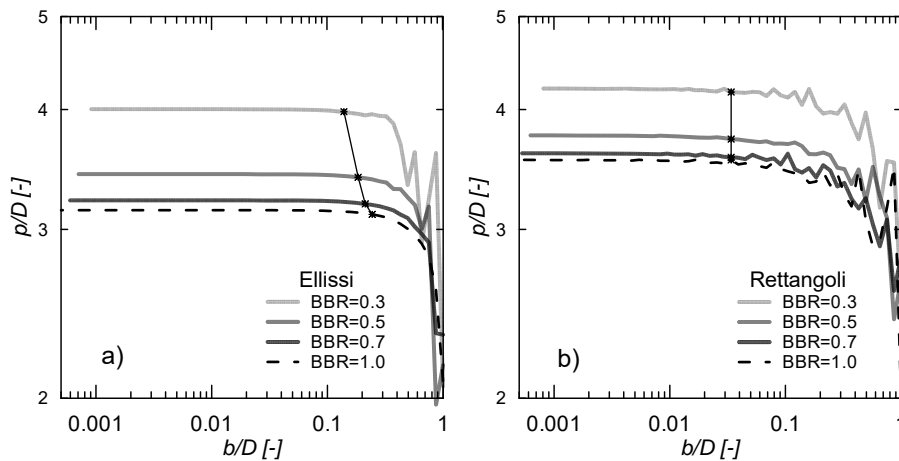


Fig. 2. Risultati dell'analisi frattale per: a) le ellissi; b) i rettangoli.

I simboli in nero di Figura 2 mostrano i punti in cui viene raggiunto il valore asintotico del perimetro con una tolleranza dell'1%. Per le ellissi (Figura 2a) questi punti corrispondono a una lunghezza di b/D che va da 0.13 a 0.24 e aumenta con il BBR . Per i rettangoli (Figura 2b) questi punti corrispondono a un valore di $b/D=0.03$, sostanzialmente indipendente dal BBR . Ciò indica che il valore di b/D al quale viene raggiunto il perimetro asintotico dipende dalla scala delle asperità: il cerchio, non presentando irregolarità, raggiunge subito il suo valore asintotico, mentre le ellissi maggiormente schiacciate, presentando curvature di scala più ridotta, raggiungono l'asintoto per lunghezze di bacchette minori. I rettangoli presentano angolarità di dimensione costante, a prescindere dal rapporto di allungamento, relative ad una scala inferiore rispetto alle curvature delle ellissi, a causa della presenza degli spigoli. Il valore asintotico p/D contiene informazioni sull'isometria della forma: il cerchio è la forma più isometrica e infatti è caratterizzato dal valore minimo di $p/D = \pi$. Esso aumenta con l'allungamento della forma raggiungendo il valore massimo $p/D \sim 4$ per $BBR=0.3$ (vedi Figura 2a), lo stesso discorso vale per la famiglia dei rettangoli (Figura 2b).

Le oscillazioni presenti in Figura 2 per valori elevati di $b/D > 0.5$, sono legate alle variazioni di angolarità lungo il perimetro, infatti nessuna oscillazione si verifica nelle forme circolari, prive di irregolarità. Le informazioni sui descrittori morfologici alla meso e alla macro scala sono dedotte principalmente nell'intervallo di b/D che varia tra 0.1 e 1.

3.2 Forme rugose

Gli effetti della rugosità sono stati studiati esaminando una famiglia di cerchi con rugosità regolari a dente di sega, caratterizzate da tre diverse ampiezze e frequenze (vedi Figura 3). La rugosità a dente di sega è stata ottenuta traslando ogni punto del contorno pari esternamente e ogni punto del contorno dispari internamente di una quantità pari all'ampiezza. La frequenza è legata al numero di punti costituenti il contorno (100, 500 e 1000): maggiore è il numero di punti, più piccola è la distanza tra due asperità successive. Le ampiezze dei denti a sega considerate in questo studio sono pari allo 0,2%, allo 0,6% e all'1,0% del raggio del cerchio e sono riportate in Figura 3a-b. Nella Figura 3a, l'ampiezza è fissata allo 0,6% e il numero di punti varia da 100 a 1000 punti, mentre nella Figura 3b il numero di punti è fissato a 500 e l'ampiezza varia da 0,2% a 1,0%.

I risultati dell'analisi frattale condotta sulle forme rugose sopra descritte sono riportati in Figura 3c-d, rispettivamente al variare dell'ampiezza e al variare della rugosità. La dimensione della bacchetta per la quale si ha l'innescò dell'incremento di perimetro dipende dell'ampiezza della rugosità (Fig. 3c). A parità di ampiezza invece, Figura 3d, l'incremento del perimetro s'innescò ad una stessa dimensione di bacchetta b/D , mentre il valore finale del perimetro risulta fortemente influenzato dalla frequenza delle asperità. È interessante notare come tutte le curve si sovrappongono per $b/D > 0.04$, a testimonianza del fatto che la rugosità non ha effetti sulla morfologia delle particelle alla meso e macro scala (Guida

et al. 2017).

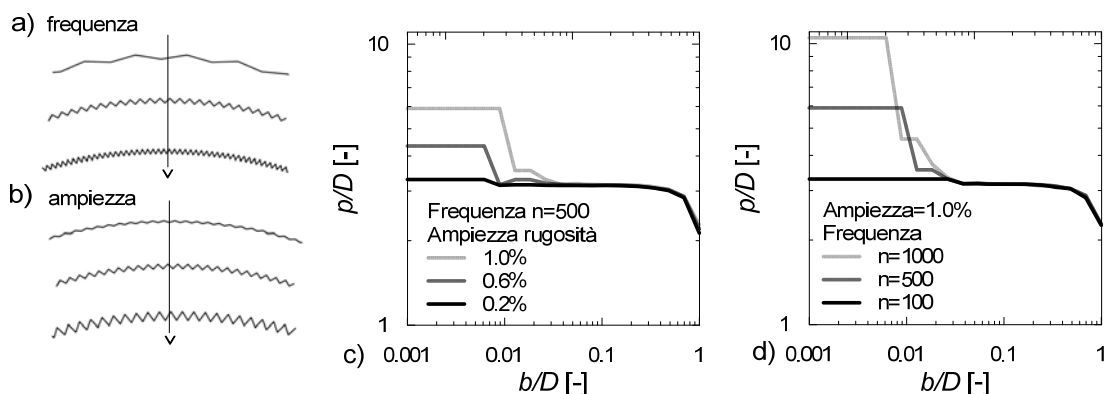


Fig. 3. Rugosità artificiale: a) ampiezza costante 0.6% (frequenza da 100 a 1000 punti); b) frequenza costante 500 punti (ampiezza da 0.2% a 1%); c) effetto dell'ampiezza; d) effetto della frequenza.

4. Grani naturali

La procedura descritta nei paragrafi precedenti è stata utilizzata finalmente per la descrizione delle caratteristiche del contorno di una particella di LECA. Il LECA è un materiale granulare artificiale utilizzato in molte applicazioni di ingegneria civile, per la sua elevata leggerezza e la bassa conducibilità termica. Le particelle sono caratterizzate da una porosità occlusa ed esposta che conferisce ai grani una forma irregolare, angolare e con elevata rugosità (ad esempio Guida *et al.* 2016).

L'immagine originale (Figura 4a) è stata elaborata, segmentata e ne è stato estratto il contorno. È stata eseguita l'analisi frattale del contorno (Figura 4b-d) utilizzando bacchette di diverse lunghezze, da 0.001 D a 1 D , e i risultati sono stati rappresentati nel piano bi-logaritmico adimensionale p/D vs b/D (Figura 5).

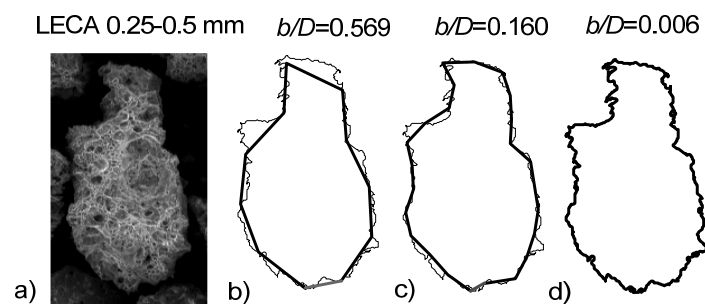


Fig. 4. Particella di LECA: a) immagine SEM originale; b), c), d) definizione dei perimetri al diminuire della lunghezza della bacchetta.

La particella analizzata ha dimensione compresa tra i setacci 0.25 e 0.50 mm e rapporto di allungamento $BBR=0.45$. Le Figure 4 b-d mostrano il perimetro della particella misurato con lunghezze delle bacchette decrescenti, corrispondenti asterischi nella Figura 5. Il perimetro ottenuto con la bacchetta di lunghezza $b/D = 0.569$ (Figura 4b) non coincide perfettamente con il contorno della particella ma fornisce informazioni sulle proporzioni della forma (macro-scala). Il perimetro ottenuto con $b/D = 0.16$ riesce ad apprezzare le angolarità e il perimetro relativo al punto (d), calcolato con la bacchetta $b/D = 0.006$, ricalcando perfettamente il contorno della particella, fornisce informazioni sull'ampiezza delle rugosità.

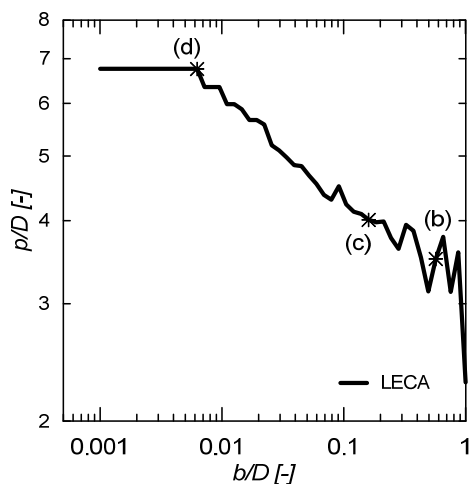


Fig. 5. Risultato dell'analisi frattale su una particella di LECA.

I risultati dell'analisi frattale sulla particella di LECA mostrati in Figura 5, presentano molte oscillazioni specialmente nell'intervallo di b/D compresi tra 0.3 e 1 a causa delle irregolarità. Una variazione di pendenza della curva è rilevabile per un valore di $b/D \sim 0,1$ dove è presente un punto di flesso della curva. Questo punto rappresenta lo spartiacque tra le caratteristiche morfologiche relative alla micro-scala e quelle relative alla macro-scala. Per profili lisci corrisponde all'inizio dell'andamento asintotico orizzontale, mentre per i profili rugosi rappresenta l'inizio di un tratto lineare legato alla rugosità. Il tratto lineare risulta tanto più lungo, quante più famiglie di rugosità e ampiezze caratterizzano il contorno, proprie della natura frattale delle particelle naturali. Le forme artificialmente rugose presentate nel paragrafo 3 infatti, caratterizzate da una rugosità definita da una sola ampiezza e frequenza, mostrano un incremento di perimetro quasi istantaneo.

5. Conclusioni

L'analisi frattale del contorno è uno strumento facile e efficiente per lo studio e la caratterizzazione della morfologia delle particelle alle diverse scale di osservazione: macro (forma), meso (angolarità) e micro (rugosità). Diverse forme sono state analizzate per comprendere gli effetti della morfologia alle diverse scale, e tali risultati sono stati utilizzati come supporto per interpretare l'analisi condotta su una particella di LECA. Particolare attenzione è stata data alla caratterizzazione della rugosità, proprietà ancora limitatamente definita in letteratura, legata alla pendenza del tratto lineare relativo a bacchette di lunghezza $b/D < 0.1$.

Bibliografia

- Barrett P.J. (1980). "The shape of rock particles, a critical review", *Sedimentology*, 27, 291-303.
- Bowman E.T., Soga K., Drummond W. (2001) "Particle shape characterization using Fourier descriptor analysis", *Géotechnique*, 51(6), 545-554.
- Cho G.C., Dodds J., Santamarina J.C. (2006) "Particle shape effects on packing density, stiffness, and strength: natural and crushed sands", *Journal of geotechnical and geoenvironmental engineering*, 132(5), 591-602.
- Guida G., Bartoli M., Casini F., Viggiani G.M.B. (2016) "Weibull Distribution to Describe Grading Evolution of Materials with Crushable Grains", *Procedia Engineering*, 158, 75-80.
- Guida G., Casini F., Viggiani G.M.B. (2017) "Contour fractal analysis of grains". *Powders & Grains* (in print), Montpellier France.
- Krumbein W.C. (1941) "Measurement and geological significance of shape and roundness of sedimentary particles", *Journal of Sedimentary Research*, 11(2).
- Krumbein W.C., Sloss L.L. (1963) "Stratigraphy and sedimentation", 2nd Ed. Freeman and Company, San Francisco.

- Lees, G. (1964). A new method for determining the angularity of particles. *Sedimentology*, 3(1), 2-21.
- Meloy T.P. (1977) "Fast Fourier transforms applied to shape analysis of particle silhouettes to obtain morphological data", *Powder Technol.*, 17, 27-35.
- Orford J.D., Whalley WB. (1983). "The use of the fractal dimension to quantify the morphology of irregular-shaped particles", *Sedimentology*, 30(5), 655-668.
- Powers M.C. (1953) "A new roundness scale for sedimentary particles", *J. Sediment. Petrol.*, 23(2), 117-119.
- Rangayyan R.M., Nguyen T.M. (2007). "Fractal analysis of contours of breast masses in mammograms", *Journal of Digital Imaging*, 20(3), 223-237.
- Stachowiak, G. W. (1998). Numerical characterization of wear particles morphology and angularity of particles and surfaces. *Tribology International*, 31(1), 139-157.
- Vallejo L.E. (1995). "Fractal analysis of granular materials", *Géotechnique* 45(1), 159-163.
- Wadell H. (1932) "Volume, shape and roundness of rock particles", *J. Geol.*, 40, 443-451.