



**GIANNI NICOLINI**

**GLI STRUMENTI FINANZIARI  
DERIVATI**

*Definizioni, caratteristiche e utilizzi*

**UNIVERSITA' DI ROMA TOR VERGATA**

EIF-e.Book (*<http://www.eifebook.com>*)

ISBN 978-88-96639-14-6

Venezia - Treviso, Ottobre 2012

Prima edizione

# Gli strumenti finanziari derivati

*Definizioni, caratteristiche e utilizzi*

## INDICE

<b>Introduzione</b>	pag.	<b>1</b>
<b>Cap. 1 – Introduzione ai derivati</b>	>>	<b>5</b>
1.1 I derivati	>>	5
1.2 Le principali tipologie	>>	5
1.3 I sottostanti	>>	7
1.4 I mercati di negoziazione	>>	7
1.5 Le finalità di utilizzo	>>	8
1.6 Le dimensioni del mercato	>>	8
1.7 I derivati: the beauty or the beast?	>>	11
<b>Cap. 2 - I forward</b>	>>	<b>13</b>
2.1 I forward: definizione	>>	13
2.2 Le caratteristiche contrattuali	>>	13
2.3 Il pricing	>>	16
2.3.1 <i>Pricing di un forward scritto su un'attività che non paga flussi intermedi</i>	>>	16
2.3.2 <i>Pricing di un forward scritto su un'attività che paga flussi intermedi</i>	>>	21
2.3.3 <i>Pricing di un forward scritto su un'attività che paga flussi nel continuo</i>	>>	25
2.3.4 <i>Pricing di un forward scritto su un'attività che prevede costi di custodia o immagazzinamento</i>	>>	26
2.3.5 <i>Pricing di un forward su valute</i>	>>	30
2.4 Il valore di mercato	>>	31
2.5 Gli utilizzi	>>	33
<i>Appendice – I regimi di capitalizzazione</i>	>>	37
<i>A.1 – Il regime dell'interesse semplice</i>	>>	37
<i>A.2 – Il regime dell'interesse composto</i>	>>	37
<i>A.3 – Il regime dell'interesse esponenziale</i>	>>	38
<i>A.4 – Regimi a confronto</i>	>>	39
<b>Cap. 3 - I future</b>	>>	<b>41</b>
3.1 I future: definizione	>>	41
3.2 Le caratteristiche contrattuali	>>	41
3.3 Pricing e valore di mercato	>>	50
3.4 Gli utilizzi	>>	50

<b>Cap. 4 – I Forward Rate Agreement (FRA)</b>	pag.	<b>55</b>
4.1 I forward rate agreement: definizione e caratteristiche	>>	55
4.2 Il pricing	>>	56
4.2.1 Arbitraggio “Indebitamento a lungo termine + investimento a breve termine”	>>	56
4.2.2 Arbitraggio “Indebitamento a breve termine + investimento a lungo termine”	>>	57
4.3 Il valore a scadenza	>>	58
4.4 Il valore di mercato	>>	59
4.5 Utilizzi	>>	63
4.6 Le quotazioni	>>	65
4.6.1 Arbitraggio “Indebitamento a lungo termine + investimento a breve termine”	>>	66
4.6.2 Arbitraggio “Indebitamento a breve termine + investimento a lungo termine”	>>	68
4.6.3 Double way quote e verifica delle possibilità di arbitraggio: alcuni esempi	>>	69
4.7 Replica dei FRA e rischio di controparte	>>	71
<i>Appendice – Flussi di un arbitraggio tramite forward: un approfondimento</i>	>>	73
 <b>Cap. 5 – Gli Swap</b>	 >>	 <b>77</b>
5.1 Gli swap: definizione	>>	77
5.2 Gli Interest Rate Swap (IRS)	>>	77
5.2.1 Le caratteristiche contrattuali	>>	77
5.2.2 Le altre tipologie	>>	79
5.3 Il pricing	>>	81
5.4 Il valore di mercato	>>	82
5.5 Gli utilizzi	>>	86
5.6 Il ruolo degli intermediari	>>	90
5.7 I currency swap	>>	90
<i>Appendice</i>	>>	93
A.1 – La determinazione del tasso fisso di un IRS	>>	93
A.2 – Il valore di mercato di un’obbligazione a tasso variabile	>>	95
 <b>Cap. 6 – Le options</b>	 >>	 <b>97</b>
6.1 Le options: definizione	>>	97
6.2 Le caratteristiche contrattuali ed i payoff	>>	97
6.2.1 Option call	>>	97
6.2.2 Option put	>>	103
6.2.3 Una visione d’insieme	>>	108
6.3 Il pricing	>>	113
6.3.1 Valore intrinseco e valore temporale	>>	113
6.3.2 Valori minimi e massimi	>>	117
6.4 Gli utilizzi	>>	120
6.4.1 Le strategie di copertura	>>	120
6.4.2 Le strategie di trading	>>	121

---

<b>Cap. 7 – Cap, Floor e Collar</b>	<b>pag.</b>	<b>131</b>
7.1 I cap: definizione e caratteristiche	>>	131
7.2 I floor: definizione e caratteristiche	>>	133
7.3 I collar: definizione e caratteristiche	>>	135
7.4 Il pricing: elementi di base	>>	137
7.5 Gli utilizzi	>>	138
 <b>Cap. 8 – Le opzioni esotiche</b>	 >>	 <b>141</b>
8.1 Introduzione	>>	141
8.2 Boston option	>>	141
8.3 Bermuda option e Swaption	>>	142
8.4 Forward start option	>>	142
8.5 Compound option	>>	142
8.6 As you like it option	>>	143
8.7 Barrier option	>>	143
8.8 Binary option	>>	143
8.9 Look-back option	>>	144
8.10 Asian option	>>	144
8.11 Rainbow option	>>	144
8.12 Basket option	>>	144
 <b>Cap. 9 – I titoli strutturati</b>	 >>	 <b>145</b>
9.1 Definizioni di base	>>	145
9.2 Equity linked	>>	145
9.3 Reverse convertible	>>	146
9.4 Obbligazioni trasformabili	>>	146
9.5 Reverse floater e Fixed-reverse floater	>>	147
9.6 Credit Default Obligation (CDO)	>>	149
9.7 I certificates	>>	149
 <b>Conclusioni</b>	 >>	 <b>153</b>
 <i>Bibliografia</i>	 >>	 <i>155</i>



## Introduzione

La necessità degli operatori del mercato finanziario di gestire i rischi collegati alle oscillazioni dei prezzi di strumenti finanziari (es. azioni e obbligazioni), di variabili di mercato quali tassi di interesse, tassi di cambio e valute, o dei prezzi di asset non finanziari quali le commodities (materie prime, energia, oro, ecc.) ha trovato negli strumenti finanziari derivati una risposta in grado di trasferire da un soggetto all'altro gli effetti di tali oscillazioni. Se contratti con caratteristiche riconducibili a quelle dei derivati sono stati utilizzati anche nei secoli passati, è a partire dagli anni '70 che si è cominciato ad utilizzare tali strumenti in misura sempre più frequente da parte di operatori di diversa natura (banche, altri intermediari finanziari, imprese, governi, ecc.) facendoli entrare a far parte degli strumenti basilari degli operatori economici impegnati nell'ambito del risk management.

L'impiego originario in attività di copertura (hedging) è stato affiancato nel tempo da attività con finalità speculative (trading) nelle quali la capacità dei derivati di trasferire il rischio legato alle attività sottostanti è stata sfruttata al fine di trarre profitto da aspettative in merito all'andamento dei prezzi e dei tassi di mercato. L'utilizzo dei derivati, sia come strumenti finanziari a sé stanti, sia mediante il loro inserimento sotto forma di clausole contrattuali nell'ambito di rapporti più ampi<sup>1</sup>, è così entrato a far parte dell'operatività di un numero sempre maggiore di soggetti, rendendo la conoscenza delle caratteristiche, del funzionamento e delle modalità di impiego di tali strumenti sempre più rilevante.

L'obiettivo del presente lavoro è fornire una descrizione accurata delle caratteristiche, del funzionamento e soprattutto delle possibili modalità di impiego delle diverse tipologie di derivati (forward, future, options, ecc.). A tal fine verranno analizzate le logiche alla base dei derivati per poi soffermarsi sui meccanismi sottostanti le diverse forme tecniche. Il confronto tra i diversi derivati consentirà di valutarne i possibili impieghi e di valutarne le differenze rispetto ad altri strumenti finanziari.

La trattazione porrà particolare attenzione agli aspetti di funzionamento dei derivati e agli effetti derivanti dal loro impiego nelle diverse possibili finalità (copertura, speculazione ed arbitraggio), pur non tralasciando gli elementi fondamentali riguardanti il pricing. Dopo un'introduzione volta a fornire i concetti fondamentali che accomunano tutti i derivati, nei successivi capitoli si procederà ad analizzare le diverse forme tecniche, seguendo una logica di complessità crescente. All'analisi dei contratti a termine presente nei mercati OTC (forward) seguirà la trattazione degli strumenti presenti sui mercati regolamentati (future), mentre il tema dei contratti a termine sui tassi di interesse o "forward rate agreement" (FRA) sarà oggetto di apposita trattazione. Gli swap introdurranno il tema della multiperiodicità, mentre le options consentiranno l'analisi dei contratti asimmetrici nei quali la natura opzionale del rapporto e la condizione non paritaria delle controparti richiederà l'adozione di logiche e ragionamenti più articolati rispetto ai contratti a termine. La trattazione delle strategie di trading offrirà lo spunto per verificare la possibilità di costruire portafogli con pay-off complessi ottenuti attraverso l'aggregazione di diversi strumenti. La traslazione delle logiche caratteristiche dei contratti opzionali in una prospettiva multiperiodale verrà affrontata nell'analisi dei cap, floor e collar. Gli ultimi due capitoli sono dedicati rispettivamente alle opzioni esotiche ed ai titoli strutturati. Le prime sottolineano la

---

<sup>1</sup> Il riferimento è, ad esempio, a rapporti di credito come i mutui ipotecari, nei quali l'inserimento di clausole volte a limitare l'oscillazione dell'importo delle rate sottintende l'utilizzo di derivati su tassi di interesse. Un altro esempio di ricorso a schemi contrattuali tipici dei derivati all'interno di altri prodotti finanziari può essere fatto nel caso del leasing, dove la facoltà per il locatario di riscattare il bene al termine del contratto ad un prezzo prestabilito riproduce la fattispecie tipica delle opzioni di acquisto (call).

possibilità di dar vita a pay-off più complessi rispetto alle soluzioni standard prospettate nei capitoli precedenti. Nel caso dei titoli strutturati l'abbinamento di obbligazioni (bond) con uno o più strumenti derivati offrirà lo spunto per una trattazione di soluzioni di investimento che, incorporando diversi rapporti (creditizio, opzionale, ecc.), hanno un grado di complessità maggiore e richiedono capacità di analisi al fine di comprendere le determinanti della performance delle singole soluzioni e quantificare i rischi ai quali viene esposto l'investitore.

Il lavoro si rivolge a coloro che sono interessati a comprendere le caratteristiche dei derivati e ad apprendere le opportunità ed i rischi ad essi collegati. La maggiore attenzione alle logiche e alle modalità di impiego di tali strumenti differenzia tale lavoro dalla manualistica orientata agli aspetti più quantitativi, nella quale gli aspetti di dettaglio relativi, ad esempio, ai temi del pricing o della stima dei parametri ad esso sottostanti vengono preferiti a considerazioni relative alle modalità di impiego e alle conseguenze dell'inserimento dei derivati in portafogli di attività e/o passività di diversa natura.

Il lavoro può quindi rappresentare sia un testo di riferimento nell'ambito di un insegnamento universitario o post-universitario, sia uno strumento di apprendimento per operatori del mercato che vogliono approfondire le proprie conoscenze nell'ambito degli strumenti derivati e del risk management.



## **Ringraziamenti**

L'autore desidera ringraziare tutti coloro che hanno contribuito, in diversi modi, alla realizzazione del presente lavoro. Un ringraziamento particolare va al Prof. Alessandro Carretta, al Prof. Ugo Pomante e al Prof. Paolo Biffis per i loro preziosi suggerimenti in fase di stesura.



## Cap. 1 – Introduzione ai derivati

Lo sviluppo dei mercati dei derivati testimonia una crescente attenzione verso tali strumenti da parte degli operatori del mercato. Tale attenzione, oltre a trovare giustificazione in un impiego crescente da parte degli operatori è stata alimentata anche dagli effetti negativi provocati da utilizzi poco attenti di tali strumenti, che hanno portato operatori di diversa natura (istituzioni finanziarie, imprese industriali, enti locali, ecc.) in situazioni di difficoltà.

Nel presente capitolo si analizza il concetto di strumento finanziario derivato e si introducono le principali tipologie contrattuali, fornendo alcuni dati sulle dimensioni del mercato. Un'analisi delle finalità di utilizzo offrirà lo spunto per alcune riflessioni in merito al rapporto tra il mercato dei derivati ed i mercati dove sono negoziati i sottostanti dei derivati stessi.

### 1. I derivati

Gli strumenti finanziari derivati, o più semplicemente “i derivati”, sono strumenti finanziari il cui valore dipende dal valore di altre attività sottostanti. Il termine derivato richiama la circostanza che il valore dello strumento deriva dal valore di un altro strumento o di un'altra attività presi come riferimento. Il legame che c'è tra il derivato e l'attività sottostante (al quale si fa riferimento generalmente con il termine “sottostante” o “underlying asset”) va oltre una generica influenza, in quanto per conoscere il valore del derivato è indispensabile conoscere il valore del sottostante.

Si può quindi parlare di derivato ogni volta che il valore di un'attività è legato al valore di un'altra attività. Il concetto di derivato fa quindi riferimento più ad una modalità di costruzione che ad un insieme chiuso di strumenti finanziari. Se è vero che la definizione di nuove tipologie di strumenti finanziari è possibile, si possono individuare alcune tipologie di derivati che nella pratica vengono maggiormente utilizzate dagli operatori del mercato finanziario.

### 2. Le principali tipologie

Le principali tipologie di derivati negoziate nei mercati finanziari sono:

- forward (o “contratti a termine”);
- future;
- options;
- swap;
- cap;
- floor;
- collar.

I forward sono strumenti finanziari che differiscono da una normale compravendita (compravendita spot) per il fatto di prevedere un gap temporale tra il momento dell'accordo (definizione delle caratteristiche dell'attività sottostante oggetto di negoziazione, del prezzo e della quantità della compravendita) ed il momento del regolamento (pagamento del prezzo e contestuale trasferimento della proprietà del bene oggetto di scambio).

I future sono, come i forward, dei contratti di compravendita con regolamento differito (contratti a termine) che, a differenza dei forward, hanno caratteristiche standard e vengono conclusi in un mercato regolamentato (Borsa). È quindi possibile definire un future come un contratto forward regolamentato o standardizzato.

Le options sono strumenti finanziari nei quali un soggetto ha la facoltà, ma non l'obbligo, di dare esecuzione ad un contratto di compravendita le cui caratteristiche sono state definite in accordo con una controparte. Le options possono essere di due tipi: call option e put option.

In una call option il soggetto ha la facoltà di comprare una determinata quantità di una attività sottostante ad un determinato prezzo. Per garantirsi tale diritto nei confronti della controparte, il compratore dell'opzione paga alla controparte un controvalore in denaro definito premio.

In una put option il compratore dell'opzione ha il diritto di vendere alla controparte dell'opzione una quantità predefinita di attività sottostante ad un prezzo anch'esso prestabilito. L'acquisizione di tale diritto avviene anch'esso a seguito del pagamento di un premio.

Un'opzione, sia essa call o put, è di tipo americano se il compratore dell'opzione (writer) ha la possibilità di far valere il suo diritto nei confronti della controparte in un qualsiasi momento tra la data nella quale l'opzione è stata scritta e la data di scadenza (expiration date). Se il compratore può esercitare il suo diritto solo alla data di scadenza l'opzione viene definita di tipo europeo.

Uno swap è un contratto nel quale due parti si accordano per scambiarsi periodicamente dei flussi finanziari calcolati su dei parametri di riferimento.

I cap, i floor ed i collar sono strumenti finanziari che consentono di gestire il rischio di tasso di interesse. Un cap garantisce al suo acquirente un flusso finanziario qualora, in ciascuna delle "n" date previste, il tasso di interesse di mercato preso come riferimento risulterà essere superiore al tasso soglia fissato nel cap. Tale differenza di tasso (spread) sarà utilizzata per calcolare gli interessi su un capitale di riferimento (notional). Qualora invece in una delle date previste dal cap il tasso di mercato dovesse essere inferiore del tasso soglia cap il contratto non prevederebbe nessun flusso finanziario. Un floor, al pari del cap, prevede dei flussi finanziari ottenuti confrontando un tasso di mercato con un tasso soglia di riferimento, ma nel floor il pagamento è dovuto se il tasso di mercato risulterà essere inferiore al tasso di riferimento. Il collar, pur prevedendo una pluralità di date nelle quali si confrontano dei tassi soglia con un tasso di mercato, vede una parte maturare il diritto ad ottenere un flusso finanziario se il tasso supererà una soglia superiore, impegnandosi però contestualmente a riconoscere alla controparte un flusso finanziario se il tasso di interesse dovesse scendere al di sotto di una soglia inferiore. Se sottolineando la forte natura opzionale di questi derivati (cap, floor e collar) si può affermare che essi rappresentano delle tipologie particolari di opzione, la circostanza che vengano utilizzate con riferimento ai soli tassi di interesse e le finalità di impiego altrettanto specifiche suggerisce una loro trattazione separata.

### 3. I sottostanti

Le attività prese come riferimento per la definizione di un derivato possono essere diverse. Anche se quasi ogni attività potrebbe costituire il sottostante di un derivato, è possibile identificare un insieme di attività che fungono più frequentemente da underlying:

- azioni (stock);
- obbligazioni (bond);
- tassi di interesse (interest rate);
- tassi di cambio (exchange rate / currencies);
- indici azionari (stock indexes);
- beni reali (commodities);
- crediti (credit derivatives);
- fenomeni metereologici (weather derivatives).

Gli operatori del mercato tendono a preferire alcuni abbinamenti derivato-sottostante rispetto ad altri, facendo sì che non sia possibile trovare sul mercato tutte le tipologie di derivati per ciascun sottostante. La Tabella 1.1 sintetizza l'offerta del mercato il quale ha visto nel tempo, con lo sviluppo progressivo dei mercati derivati, nascere nuove combinazioni, a testimonianza del fatto che all'insorgere di nuove esigenze da parte degli operatori vi è la tendenza del mercato a proporre nuove soluzioni.

**Tabella 1.1: offerta di derivati nei mercati finanziari**

	<b>Forward</b>	<b>Futures</b>	<b>Options</b>	<b>Swap</b>	<b>Cap, Floor, Collar</b>
<b>Stock</b>		<b>X</b>	<b>X</b>		
<b>Bond</b>		<b>X</b>	<b>X</b>		
<b>Interest rates</b>	<b>X</b>	<b>X</b>	<b>X</b>	<b>X</b>	<b>X</b>
<b>Exchange rates (currencies)</b>	<b>X</b>	<b>X</b>	<b>X</b>	<b>X</b>	
<b>Stock indexes</b>		<b>X</b>	<b>X</b>		
<b>Commodities</b>	<b>X</b>	<b>X</b>	<b>X</b>	<b>X</b>	
<b>Credit</b>	<b>X</b>		<b>X</b>	<b>X</b>	
<b>Weather</b>	<b>X</b>	<b>X</b>	<b>X</b>		

### 4. I mercati di negoziazione

Come per altri strumenti finanziari, anche per i derivati è possibile distinguere tra mercati regolamentati (Borse o *Exchanges*) e mercati non regolamentati (detti anche mercati *over the counter* o OTC) a seconda che domanda ed offerta si incontrino all'interno di strutture appositamente predisposte a tal fine (borse) o lo facciano al di fuori di esse nell'ambito di una transazione privata.

Nei mercati over the counter le parti di un derivato possono definire liberamente i tutti termini dell'accordo, mentre nei mercati regolamentati è possibile negoziare solo strumenti standardizzati che, in quanto tali, prevedono limitazioni nella scelta del tipo e della quantità del sottostante, del prezzo di riferimento e della scadenza del derivato. A fronte di questa maggiore rigidità, i mercati regolamentati offrono, rispetto al mercato OTC, maggiori garanzie in termini di riduzione del rischio di controparte.

Tenendo conto della distinzione tra mercati regolamentati (exchanges) e mercati non regolamentati (over the counter) il grado di copertura dell'offerta nei mercati derivati è quello sintetizzato nella Tabella 1.2.

**Tabella 1.2: grado di copertura sui derivati offerto dai mercati ufficiali e dai mercati OTC**

	Forward	Futures	Options	Swap	Cap, Floor, Collar
<b>Exchanges</b>		X	X		
<b>Over the counter</b>	X		X	X	X

## 5. Le finalità di utilizzo

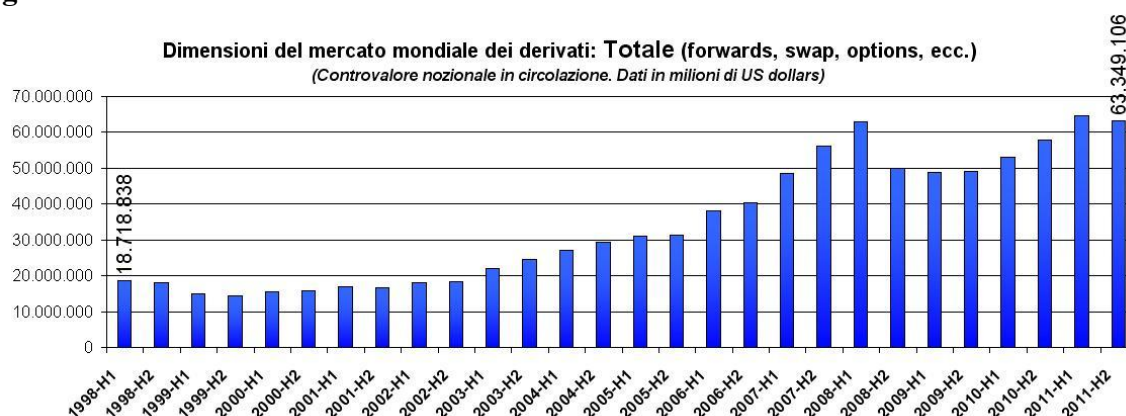
I derivati possono essere utilizzati con finalità di speculazione, di copertura o di arbitraggio. Si parla di utilizzo a fini speculativi (trading) quando il ricorso ai derivati è finalizzato all'ottenimento di un guadagno derivante dallo sfruttamento di aspettative sull'andamento del prezzo del sottostante (es. tassi di interesse, tassi di cambio, ecc.), a fronte dell'assunzione di un rischio. Qualora l'aspettativa alla base dell'investimento dovesse essere disattesa, la posizione in derivati comporterà una perdita.

L'utilizzo dei derivati per finalità di copertura (hedging) si ha quando l'inserimento di un derivato all'interno di una posizione finanziaria ha l'effetto di ridurre il rischio complessivo. Si parla di arbitraggio quando sfruttando delle imperfezioni del mercato si riesce ad ottenere un guadagno senza l'uso di capitale proprio (capital free) ed in assenza di rischio (risk free).

## 6. Le dimensioni del mercato

I mercati dei derivati hanno mostrato negli ultimi quindici anni tassi di crescita particolarmente elevati. Secondo la Bank of International Settlement (BIS) a fine 2011 i valori nominali dei derivati emessi a livello internazionale (controvalore nozionale) ha superato i 63.349 miliardi di dollari (Figura 1.1). Considerato che lo stesso dato per il 1998 era pari a circa 18.700 miliardi di dollari, in tale arco temporale il mercato ha visto più che triplicare le sue dimensioni.

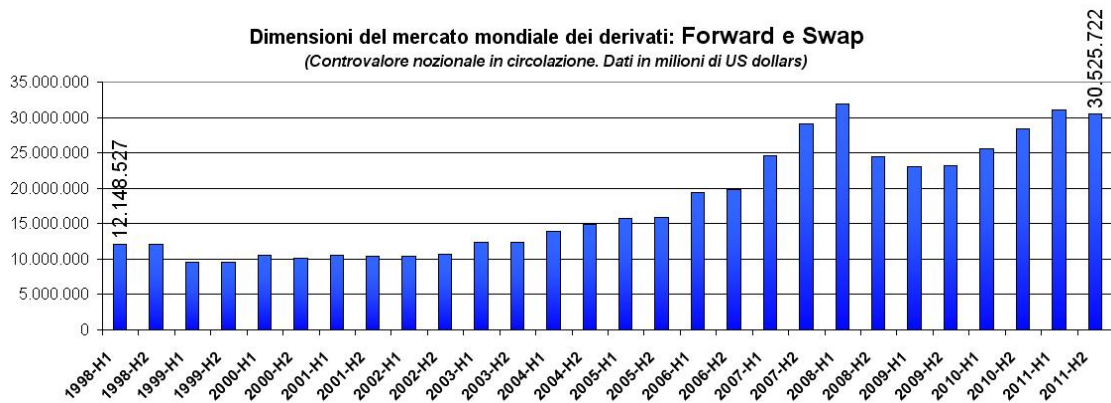
**Figura 1.1: Le dimensioni del mercato mondiale dei derivati - Totale**



Fonte: Elaborazione dell'autore su dati Bank of International Settlement (BIS), *Statistics on Derivatives* (2012)

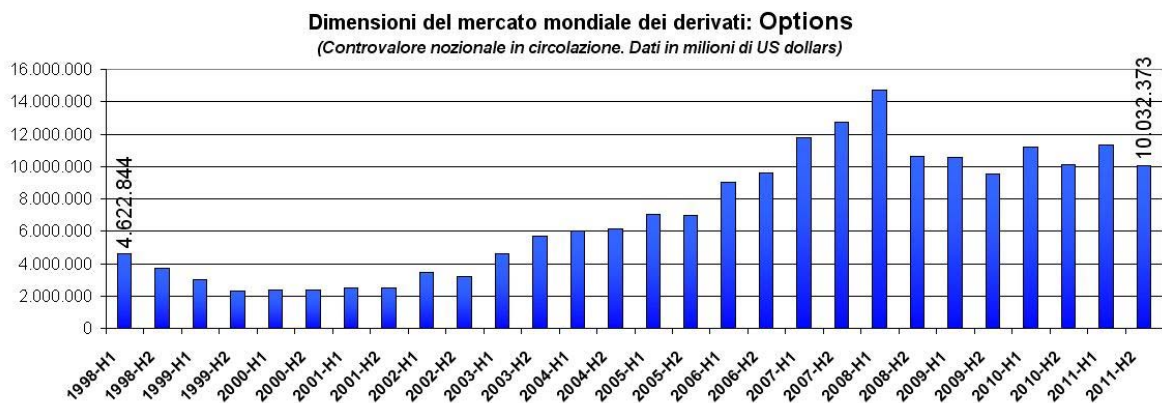
Un'analisi riferita alle singole tipologie contrattuali (forward, swap, options, ecc) evidenzia tassi di crescita omogenei all'interno del mercato (Figure 1.2 e 1.3).

**Figura 1.2: Le dimensioni del mercato mondiale dei derivati – Forward e Swap**



Fonte: Elaborazione dell'autore su dati Bank of International Settlement (BIS), Statistics on Derivatives (2012)

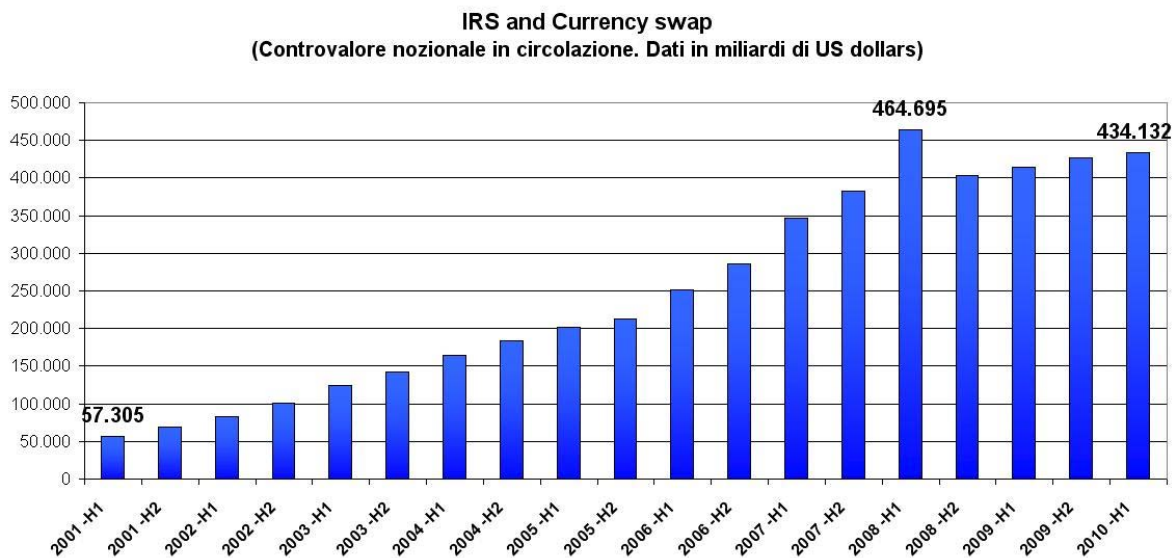
**Figura 1.3: Le dimensioni del mercato mondiale dei derivati – Options**



Fonte: Elaborazione dell'autore su dati Bank of International Settlement (BIS), Statistics on Derivatives (2012)

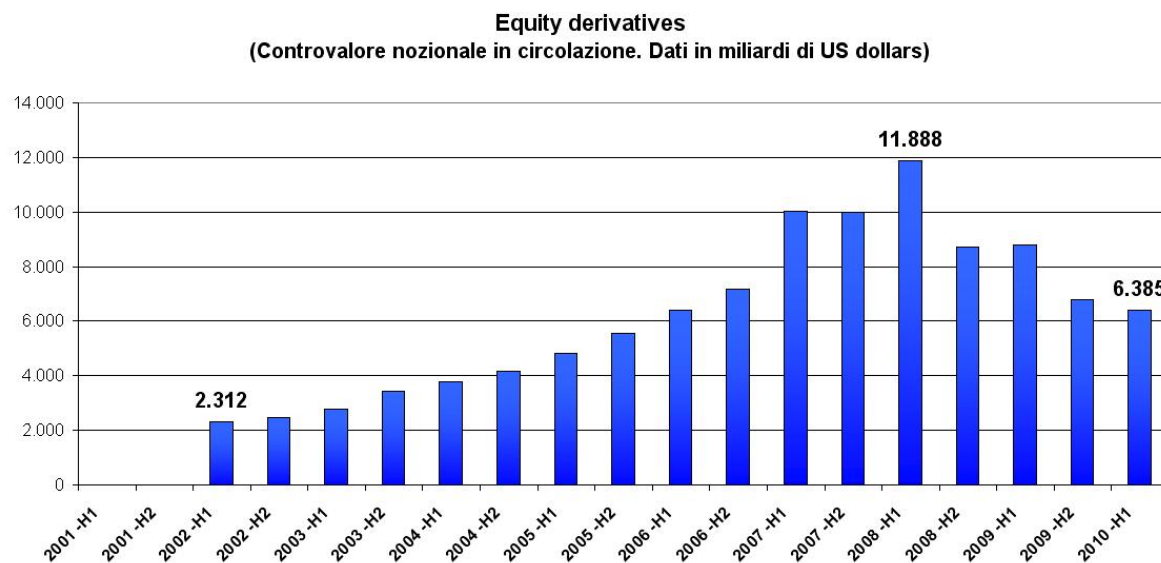
L'analisi dei dati forniti dalla International Swap and Derivatives Association (ISDA) confermano il trend crescente dei mercati derivati ed il ridimensionamento in corrispondenza della crisi finanziaria (Figure 1.4 e 1.5), evidenziando al tempo stesso uno sviluppo particolarmente accelerato per i Credit Default Swap (Figura 1.6).

**Figura 1.4: Le dimensioni del mercato mondiale dei derivati – IRS e Currency Swap**



Fonte: Elaborazione dell'autore su dati International Swap and Derivatives Association (ISDA), ISDA Market Survey (2012)

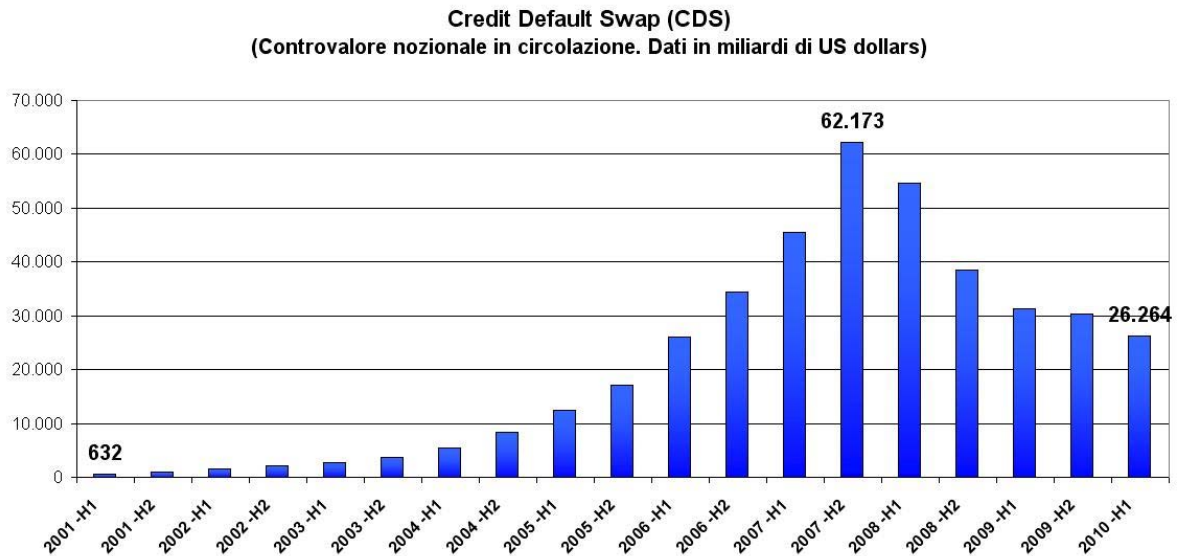
**Figura 1.5: Le dimensioni del mercato mondiale dei derivati – Equity derivatives**



Fonte: Elaborazione dell'autore su dati International Swap and Derivatives Association (ISDA), ISDA Market Survey (2012)



**Figura 1.6: Le dimensioni del mercato mondiale dei derivati – Credit Default Swap (CDS)**



Fonte: Elaborazione dell'autore su dati International Swap and Derivatives Association (ISDA), ISDA Market Survey (2012)

## 7. I derivati: the beauty or the beast?

Negli ultimi quindici anni diverse società industriali e finanziarie hanno riportato ingenti perdite a causa di un uso errato dei derivati. In alcuni casi gli effetti economici sono stati tali da sfociare nel fallimento. La tendenza di tali situazioni a ripresentarsi nel tempo ha portato ad interrogarsi in merito al possibile effetto destabilizzante dei derivati all'interno dei mercati finanziari ed alla conseguente necessità di produrre una regolamentazione che ne limitasse l'uso.

Tra i casi di *debacle* finanziarie più eclatanti si trovano sia società finanziarie (banche, hedge funds, etc.), sia società non finanziarie (imprese industriali, imprese di servizi, ecc.). I casi più rilevanti tra le società non finanziarie riportati sono elencati nella Tabella 1.3.

**Tabella 1.3: principali casi di perdite in derivati riportate da società non finanziarie**

Anno	Società	Settore di appartenenza	Perdita complessiva
1988	Hammersmith & Fulham (UK)	Ente pubblico	900 Mln \$ (interest rate swap)
1991	Al lied Lyons (UK)	Food and Beverage	150 Mln \$ (call su cambio \$/£)
1993	Metalgesellschaft (Germania)	Conglomerato industriale-finanziario	1.300 Mln \$ (future su petrolio)
1994	Caterpillar (USA)	Scavatori e macchine per edilizia	83 Mln \$ (cap e swaptions)
1996	Sumimoto corporation (Giappone)	Ferro, acciaio, chimica, industria estrattiva	2.600 Mln \$ (future su rame)
1997	Shell (USA)	Idrocarburi	1.000 Mln \$ (currency futures)
1998	Yakult Honsha (Giappone)	Farmaceutica	769 Mln \$ (derivati su valute asiatiche)

La Tabella 1.4 riporta i dati per le società finanziarie.

**Tabella 1.4: principali casi di perdite in derivati riportate da società finanziarie**

<b>Anno</b>	<b>Società</b>	<b>Perdita complessiva</b>
1993	Midland bank (UK)	500 Mln \$ (derivati su tassi di interesse)
1995	Barings (UK)	1.400 Mln \$ (future su Nikkei futures)
1997	National Westminster Bank (UK)	130 Mln \$ (errato modello di valutazione applicato ad opzioni su tassi di interesse e swaptions)
1997	Daiwa Bank (Giappone)	1.000 Mln \$ (speculazione su derivati)
2003	Allfirst Bank (USA)	691 Mln \$ (derivati su yen giapponese)
2007	Banca Italease <sup>2</sup> (Italia)	Circa 730 Mln € (interest rate swap)
2008	Société Generale (Francia)	4.900 Mln €
2008	Morgan Stanley (USA)	8.670 Mln € (Credit Default Swap)
2012	JP Morgan (UK)	5.800 Mln € (Credit Default Swap)

La circostanza che a subire tali perdite siano state sia società finanziarie che non-finanziarie rende poco plausibile l'ipotesi che le perdite siano da attribuire ad una scarsa conoscenza degli strumenti. Se la conoscenza dei derivati può non rientrare tra le "core competence" delle società industriali, essa fa parte del know-how degli operatori del mercato finanziario. Si può quindi supporre che nella stragrande maggioranza dei casi le perdite siano da attribuire ad operazioni di natura speculativa (trading) poste in essere consapevolmente dai traders.

In merito alla presunta natura destabilizzante per i mercati finanziari da parte dei derivati Robert Merton<sup>3</sup> ha affermato che *"It's not derivatives that are the problem, but it's how they are used"*. Merton ha altresì precisato come *"The balance between product innovation and infrastructures (the ability to use it) could at time become great enough to jeopardise the functioning of the system"*.

<sup>2</sup> I dati su Banca Italease sono provvisori in quanto la vicenda è ancora oggetto di approfondimento da parte delle autorità competenti.

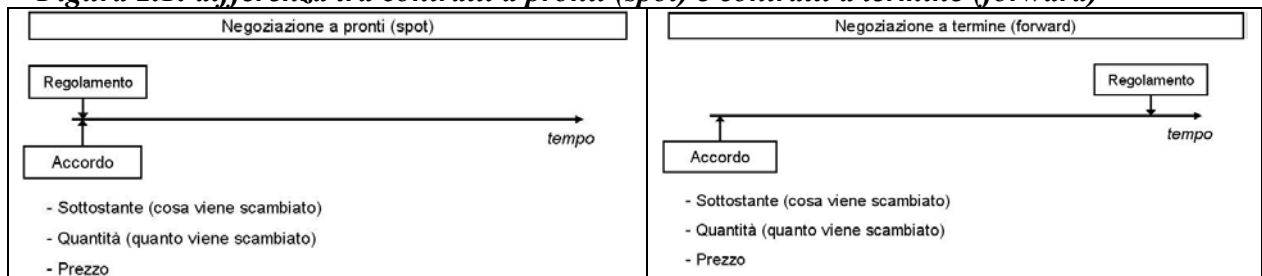
<sup>3</sup> Robert C. Merton è Professor Emeritus presso la Harvard Business School, nonché School of Management Distinguished Professor of Finance presso la MIT's Sloan School of Management. Nel 1997 ha vinto il premio Nobel per l'economia per il suo contributo al pricing dei derivati.

## Cap. 2 - I forward

### 2.1 I forward: definizione

Un forward o “contratto a termine” può essere definito come una compravendita nella quale vi è la presenza di un gap temporale tra il momento dell’accordo ed il momento del regolamento. Rispetto ad una normale negoziazione (contratto “a pronti” o negoziazione spot) nella quale le parti (acquirente e venditore), trovato l’accordo (1) sulle caratteristiche del bene scambiato, (2) sul prezzo e (3) sulla quantità oggetto di negoziazione, danno immediata esecuzione al contratto consegnando l’attività oggetto di negoziazione a fronte del pagamento del prezzo, in un contratto a termine le parti, definiti i termini dell’accordo (oggetto, quantità e prezzo), rimandano il momento dello scambio (regolamento o “*settlement*”) ad una data futura (termine del contratto), così come riportato nella Figura 2.1.

**Figura 2.1: differenza tra contratti a pronti (spot) e contratti a termine (forward)**



### 2.2 Le caratteristiche contrattuali

Nel forward le parti si accordano per uno scambio che avverrà solamente ad una data futura. Il fatto che, rispetto ad una negoziazione spot, vi sia una distanza temporale tra il momento dell’accordo e quello del regolamento conferisce ai forward la sua caratteristica distintiva che vede la performance dello strumento dipendere dall’andamento del prezzo di mercato dell’attività sottostante. Al fine di analizzare le conseguenze derivanti dalla presenza di questo gap temporale, si procederà analizzando i possibili scenari alla data di regolamento.

La circostanza che il prezzo al quale avverrà lo scambio è definito nel momento iniziale dell’accordo, rende possibili tre diversi scenari, a seconda che il giorno della scadenza del contratto (giorno di regolamento o *settlement day*) il prezzo dell’attività oggetto di negoziazione sia maggiore, uguale o minore al prezzo fissato contrattualmente.

Si ipotizzi che il prezzo al quale le parti si sono accordate sia pari a 10€ per ogni unità di sottostante e si consideri la posizione dell’acquirente a termine, ovvero di colui che, tramite il forward, si è impegnato ad acquistare una certa quantità di un determinato sottostante ad un prezzo prefissato. Se le condizioni di mercato hanno prodotto un apprezzamento del sottostante il cui prezzo sale a 12€, attraverso il forward l’acquirente ha la possibilità di acquistare pagando 10€ (il prezzo stabilito inizialmente) un bene che il giorno dello scambio vale 12€. Attraverso il forward l’acquirente ottiene quindi un guadagno di 2€ per ogni unità di sottostante scambiato. Qualora l’acquirente decida di non rivendere il sottostante mantendone la proprietà, il guadagno ottenuto dal forward si concretizza in un minor costo di acquisto. Qualora l’acquirente decidesse di rivendere sul mercato (incassando 12€) il bene acquistato tramite il forward (pagato 10€), il guadagno ottenuto grazie al forward rappresenta un guadagno monetario.

Si consideri ora l'ipotesi che il giorno della scadenza del forward il prezzo di mercato del bene sia pari al prezzo che le parti (acquirente e venditore del forward) avevano inizialmente concordato. In tal caso l'acquirente del forward non ottiene nessun vantaggio dall'esecuzione del contratto. Egli riesce ad acquistare pagando 10€ (il prezzo forward) qualcosa che, se acquistato direttamente sul mercato, sarebbe stato pagato ugualmente 10€.

Si consideri ora l'ipotesi che l'andamento del mercato abbia prodotto una diminuzione del prezzo del sottostante fino a quota 7€. L'acquirente del forward si trova a dover acquistare il sottostante tramite il forward, pagando 10€ per ogni unità acquistata, quando un acquisto diretto sul mercato avrebbe consentito un esborso di solo 7€. La differenza tra il prezzo forward (10€) ed il prezzo di mercato il giorno della scadenza del forward (7€) mette l'acquirente in condizione di dover pagare, a causa del forward, un sovrapprezzo di 3€ rispetto al prezzo di mercato. Nell'ipotesi in cui l'acquirente decidesse di rivendere il bene acquistato sul mercato, si troverebbe ad aver acquistato il bene (tramite il forward) a 10€ e a rivenderlo sul mercato incassando solo 7€, in tal caso la differenza tra il prezzo concordato nel forward ed il prezzo spot del mercato il giorno di scadenza del forward non rappresenta più un "maggior costo" bensì una perdita monetaria.

Avendo definito il forward come una compravendita con esecuzione differita, essa prevede anche la figura di un venditore. Il venditore di un forward si è accordato con l'acquirente per vendere ad un prezzo noto una certa quantità di un bene ad una certa data futura. Dopo aver considerato i possibili scenari per l'acquirente del forward, si analizza ora la situazione del venditore.

Nel primo caso, in cui si era ipotizzato un apprezzamento del valore di mercato del sottostante (che da 10€ era giunto a 12€) il venditore è obbligato a dare esecuzione al contratto (forward), vendendo il sottostante all'acquirente e riuscendo così ad incassare solo 10€. Il venditore che è in possesso del sottostante subisce così un mancato guadagno derivante dal fatto di incassare 10€ (tramite il forward) anziché i 12€ che egli avrebbe incassato vendendo il titolo al prezzo di mercato. Dobbiamo considerare però anche l'eventualità che il venditore non sia in possesso del sottostante. In un forward infatti la presenza di un gap temporale tra il momento dell'accordo ed il momento (futuro) del regolamento, consente al venditore di accordarsi per vendere qualcosa del quale non è ancora in possesso, ma che conta di acquistare in futuro. Se il venditore arriva alla data di esecuzione del contratto essendo ancora sprovvisto del sottostante, l'obbligo di dare esecuzione al forward, vendendo alla controparte il sottostante, lo obbliga a dover acquistare il sottostante sul mercato. In tal caso così il venditore deve (1) acquistare il sottostante sul mercato pagando 12€ (il prezzo di mercato) e, una volta entrato in possesso del sottostante, (2) venderlo alla controparte del forward incassando da essa solo 10€ (il prezzo inizialmente pattuito). In questo caso la perdita di 2€ (12€-10€) non rappresenta più un mancato guadagno ma si concretizza in una perdita monetaria.

Il caso in cui il prezzo di mercato il giorno della scadenza coincida con il prezzo concordato alla stipula del contratto, mette il venditore in condizione di indifferenza. Egli infatti vende a 10€ (prezzo del forward) qualcosa che sul mercato avrebbe venduto comunque a 10€.

Si consideri ora il caso in cui il sottostante abbia subito un deprezzamento tale da portare il suo prezzo di mercato a 7€. In tal caso il venditore dà esecuzione al forward riuscendo ad incassare un prezzo di 10€ (il prezzo forward) che nessun operatore sul mercato gli avrebbe garantito. Ipotizzando che il venditore sia già in possesso del sottostante, la differenza tra il prezzo incassato grazie al forward (10€) ed il prezzo che avrebbe ottenuto sul mercato (7€)

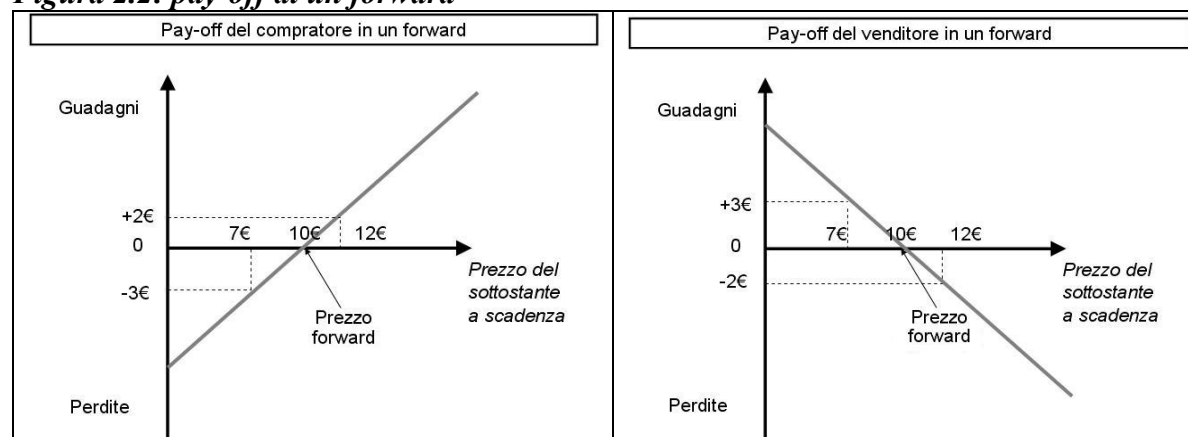
rappresenta il sovrapprezzo di vendita. Nell'ipotesi in cui il venditore, per dare esecuzione al contratto, debba acquistare il sottostante sul mercato, la differenza tra il prezzo pagato per l'acquisto (7€) ed il prezzo incassato per la vendita (10€) gli assicura un guadagno di 3€.

Accostando i risultati del compratore a termine e del venditore a termine nelle tre ipotesi formulate sull'andamento del prezzo del sottostante si può notare come il guadagno di una parte corrisponde sempre alla perdita subita dall'altra. Si può facilmente verificare che qualunque sia il prezzo del sottostante il giorno della scadenza del forward (giorno di regolamento), sommando i guadagni (perdite) di una parte con i guadagni (perdite) dell'altra si ottiene sempre un valore nullo. Nel primo caso (prezzo di mercato 12€) l'acquirente, riuscendo a comprare a 10€ una attività che vale 12€, ottiene un guadagno di 2€. Contemporaneamente il venditore dovendo vendere a 10€ una attività che sarebbe riuscito a vendere sul mercato a 12€, ha una perdita di 2€. Dato che la perdita del venditore corrisponde in valore assoluto al guadagno del compratore, il risultato dell'operazione è nullo. Il fatto che, per qualunque prezzo di mercato, la somma dei risultati è sempre nulla consente di definire il forward come un "gioco a somma zero" (o "zero sum game").

È facile intuire come tanto più il prezzo di mercato il giorno della scadenza si discosta dal prezzo pattuito contrattualmente (prezzo forward), tanto più il guadagno o la perdita delle parti assume, in termini assoluti, valori più elevati.

Rappresentando in forma grafica la relazione tra il risultato dell'operazione (guadagno o perdita) al variare del prezzo del sottostante nel giorno di scadenza del contratto si ottiene il "pay-off" del forward. (Figura 2.2 seguente).

**Figura 2.2: pay-off di un forward**



Una caratteristica del forward è quella di essere un contratto simmetrico. La simmetria di uno strumento viene valutata dall'osservazione del modo in cui maturano i guadagni e le perdite a seconda dell'andamento del prezzo del sottostante. Il forward è un contratto simmetrico in quanto in corrispondenza di un aumento del prezzo del sottostante il risultato dell'operazione (guadagno/perdita) matura proporzionalmente alla distanza tra il prezzo forward ed il prezzo di mercato; la stessa proporzionalità si ha in caso di diminuzione del prezzo del sottostante. Nel caso dell'acquirente del forward si può vedere come ad un aumento del prezzo del sottostante corrisponde una crescita lineare del guadagno alla quale corrisponde una linearità delle perdite in caso di diminuzione del prezzo del sottostante.

Nel gergo degli operatori, colui che entra in un contratto forward come compratore a termine "assume una posizione lunga", mentre il venditore a termine "assume una posizione corta".

Allo stesso modo “essere lunghi” o “essere corti” su un forward sono espressioni che indicano l’ingresso in un forward rispettivamente come compratori o venditori a termine.

Come si è già evidenziato, una delle caratteristiche più significative del forward è quella di essere negoziato sul mercato *over the counter* (OTC). Le controparti del forward hanno quindi la possibilità di definire in piena libertà il sottostante, la quantità oggetto di negoziazione (a termine) e la data di scadenza.

Inoltre i forward, come tutti i contratti negoziati *over the counter*, espongono i soggetti coinvolti al rischio di controparte, ovvero al rischio che la parte che subisce una perdita dall’esecuzione del forward non adempia alle proprie obbligazioni (es. il venditore non mette il sottostante a disposizione del compratore o il compratore non paga il corrispettivo pattuito). Come tutti i contratti OTC anche il forward espone al rischio di chiusura anticipata, cioè al rischio che, qualora lo si desidera, la controparte non sia disposta a chiudere l’operazione anzi tempo oppure non si trovi un altro quale soggetto disposto a sostituirsi nel contratto forward prima della sua naturale scadenza.

## **2.3 Il pricing**

Per calcolare il prezzo equo di un forward (fair value) ci si baserà sull’assunto che un mercato efficiente non offre opportunità di arbitraggio, cioè esclude la possibilità di negoziare attività a prezzi tali da ottenere un guadagno in assenza di rischio e capitale investito. Verificando il livello dei prezzi spot si andrà a verificare quali dovrebbero essere i prezzi forward che, in un’operazione in grado di azzerare il rischio, escluda la possibilità di ottenere un rendimento. Il prezzo forward che esclude la possibilità di arbitraggio mantenendo il mercato in equilibrio indicherà il prezzo equo del contratto. Si può quindi affermare che il prezzo equo di un forward è il prezzo che, inserito in un contratto forward, esclude possibilità di arbitraggio.

Definito il concetto di arbitraggio come la combinazione di due o più operazioni finanziarie le quali congiuntamente considerate consentono di ottenere un guadagno in assenza di capitale investito ed a fronte di un rischio nullo, verranno di seguito presentate le operazioni di arbitraggio consentite attraverso le quali identificare il prezzo equo di un forward .

La prassi vuole che il pricing dei forward avvenga in base al regime dell’interesse esponenziale<sup>4</sup>.

### ***2.3.1 Pricing di un forward scritto su un’attività che non paga flussi intermedi***

Di seguito viene descritta la metodologia di pricing di un forward che ha come sottostante un’attività che non prevede il pagamento di flussi finanziari nel periodo compreso tra l’accordo (inizio del forward) ed il regolamento (scadenza del forward).

Si ipotizzi che il sottostante sia un titolo azionario per il quale non sono previsti pagamenti di dividendi nei mesi compresi tra la data di stipula e la data di scadenza del forward. Il prezzo del titolo sul mercato al momento dell’accordo (prezzo spot al momento della stipula) è 40€.

---

<sup>4</sup> Per un’analisi dei regimi di capitalizzazione si veda l’appendice al capitolo.

Il tasso di interesse a tre mesi in euro è pari al 5% e la distanza tra il momento dell'accordo ed il momento del regolamento (durata del forward) è 3 mesi.

Indicando con S, r e T rispettivamente il prezzo spot del sottostante, il tasso di interesse e la durata del forward espressa in anni si ha:

- $S = 40\text{€}$  (prezzo spot del sottostante)
- $r = 5\%$  (tasso di interesse a tre mesi espresso su base annua)
- $T = 0,25$  (durata del forward espressa in anni:  $3/12=0,25$ )

Per calcolare il prezzo forward equo si procede a verificare due diverse operazioni di arbitraggio:

- arbitraggio “acquisto a pronti + vendita a termine”;
- arbitraggio “vendita a pronti + acquisto a termine”.

### **Arbitraggio “acquisto a pronti + vendita a termine”**

Si ipotizzi di voler verificare la possibilità di guadagnare acquistando il titolo Alfa a pronti e contestualmente vendendone una quantità a termine.

I passaggi da compiere per porre in essere questo arbitraggio sono i seguenti:

*Al momento iniziale:*

- 1) accensione di un finanziamento finalizzato ad acquistare il titolo azionario Alfa;
- 2) acquisto del titolo Alfa sul mercato (e contestuale pagamento del prezzo);
- 3) vendita a termine dell'azione Alfa (vendita di un forward).

*A termine:*

- 4) esecuzione del forward (vendita del titolo Alfa ed incasso del prezzo F previsto nel forward);
- 5) chiusura del finanziamento (pagamento del capitale e degli interessi).

Se dopo aver utilizzato il ricavo derivante dalla vendita (a termine) del sottostante per chiudere il finanziamento dovessero rimanere delle disponibilità liquide, l'arbitraggio darebbe luogo ad un guadagno. Si noti che è possibile utilizzare il termine arbitraggio in quanto la chiusura contestuale dell'acquisto a pronti e della vendita a termine elimina ogni fonte di incertezza sul livello dei prezzi in acquisto ed in vendita, rendendo di fatto l'operazione priva di rischio<sup>5</sup>.

Si analizzi, nella Tabella 2.1 la sequenza dei flussi finanziari delle tre operazioni che compongono l'arbitraggio.

**Tabella 2.1: Struttura arbitraggio “acquisto a pronti e vendita a termine”: esempio**

Operazione	Flussi al momento iniziale	Flussi a scadenza
1) Indebitamento	+40€	$-40e^{0,05 \times 0,25} = -40,503\text{€}$
2) Acquisto del sottostante (acquisto del titolo)	-40€	0
3) Vendita del sottostante (vendita del forward)	0	+F
<i>Somma flussi</i>	0	+F-40,503€

<sup>5</sup> Per il momento non si considera il rischio di controparte, ovvero il rischio che l'acquirente a termine del forward non dia regolare esecuzione al contratto lasciando il venditore a termine in possesso di titoli che, rivenduti sul mercato, non è detto consentano di chiudere l'operazione in utile.

Definito  $F^*$  il prezzo forward calcolato in modo tale che l'operazione di arbitraggio porti ad un risultato nullo, esso è pari a:

$$F^* = 40,503\text{€}.$$

Generalizzando si ottiene che, dati  $S$ ,  $r$ , e  $T$ , i flussi finanziari dell'operazione di arbitraggio risultano essere quelli riportati nella Tabella 2.2

**Tabella 2.2: Struttura arbitraggio “acquisto a pronti e vendita a termine”**

<b>Operazione</b>	<b>Flussi al momento iniziale</b>	<b>Flussi a scadenza</b>
1) Indebitamento	+S	$-S \times e^{r \times T}$
2) Acquisto del sottostante (acquisto del titolo)	-S	0
3) Vendita del sottostante (vendita del forward)	0	$+F^*$
<i>Somma flussi</i>	0	$+F^* - S \times e^{r \times T}$

e quindi:

$$+F^* - S \times e^{r \times T} = 0$$

da cui si ottiene:

$$F^* = S \times e^{r \times T}$$

Il prezzo forward si ottiene quindi capitalizzando il prezzo spot dal momento iniziale dell'accordo al momento finale del regolamento, in base al corrispondente tasso di interesse.

**Arbitraggio “vendita a pronti + acquisto a termine”**

Un'operazione di arbitraggio potrebbe essere costituita anche vendendo il titolo a pronti e accordandosi contestualmente per riacquistarlo (tramite il forward) a termine.

I passaggi da compiere per porre in essere questo arbitraggio sono i seguenti:

*Al momento iniziale:*

- 1) prestito del titolo Alfa<sup>6</sup>;
- 2) vendita del titolo Alfa sul mercato spot (e contestuale incasso del prezzo);
- 3) investimento del corrispettivo incassato dalla vendita per il periodo di durata del forward;
- 4) acquisto a termine dell'azione Alfa (Acquisto di un forward).

*A termine:*

- 5) chiusura dell'investimento (incasso del capitale e degli interessi su di esso maturati);
- 6) esecuzione del forward (acquisto del titolo Alfa e pagamento del prezzo previsto nel forward tramite l'utilizzo delle disponibilità provenienti dall'investimento).

Anche in questo caso è possibile utilizzare il termine arbitraggio in quanto la chiusura contestuale della vendita a pronti e dell'acquisto a termine elimina ogni fonte di incertezza sul livello dei prezzi in acquisto ed in vendita, rendendo di fatto l'operazione priva di rischio.

---

<sup>6</sup> Si ipotizza che il costo dell'operazione di prestito sia nullo.



Si analizzi la sequenza dei flussi finanziari delle tre operazioni che compongono l'arbitraggio (Tabella 2.3)

**Tabella 2.3: Struttura arbitraggio “vendita a pronti e acquisto a termine”: esempio**

Operazione	Flussi al momento iniziale	Flussi a scadenza
1) Prestito del sottostante	0	0
2) Vendita del sottostante (vendita del titolo)	+40€	0
3) Investimento dell'importo ricavato dalla vendita	- 40€	+ 40e <sup>0,05×0,25</sup> =40,503€
4) Acquisto a termine del sottostante (acquisto del forward)		-F
<i>Somma flussi</i>	0	-F+40,503€

Definito F\* il prezzo forward calcolato in modo tale che l'operazione di arbitraggio porti ad un risultato nullo, esso è pari a:

$$F^*=40,503€$$

Generalizzando si ottiene che, dati S, r, e T, i flussi finanziari dell'operazione di arbitraggio risultano essere quelli riportati nella Tabella ...

**Tabella 2.4: Struttura arbitraggio “vendita a pronti e acquisto a termine”**

Operazione	Flussi al momento iniziale	Flussi a scadenza
1) Ottenimento in prestito del sottostante	0	0
2) Vendita del sottostante (vendita del titolo)	+ S	0
3) Investimento dell'importo ricavato dalla vendita	- S	+ S×e <sup>r×T</sup>
4) Acquisto a termine del sottostante (acquisto del forward)		-F*
<i>Somma flussi</i>	0	-F* + S×e <sup>r×T</sup>

e quindi:

$$-F^* + S \times e^{r \times T} = 0$$

da cui si ottiene:

$$F^* = S \times e^{r \times T}$$

Anche in questo secondo caso di arbitraggio senza profitto il prezzo forward è dato dalla capitalizzazione del prezzo spot dal momento iniziale dell'accordo al momento finale del regolamento in base al corrispondente tasso di interesse.

Dimostrato come il prezzo equo di un forward si possa ottenere impostando un'operazione di arbitraggio ed imponendo un risultato nullo, rimane da dimostrare il motivo per il quale la definizione di un arbitraggio a risultato nullo (ovvero l'ipotesi di assenza di possibilità di arbitraggio) consenta di definire il prezzo forward.

Riprendendo l'esempio utilizzato in precedenza, si ipotizzi che il prezzo forward assuma valori diversi dal prezzo equo  $F^*$ .

Si ipotizzi che sul mercato si trovino soggetti disposti a vendere il titolo Alfa a termine (quindi soggetti disposti ad entrare nel forward come venditori) ad un prezzo di 40,30€.

Ponendo in essere l'arbitraggio "vendita a pronti + acquisto a termine" i flussi dell'operazione risultano essere i seguenti (Tabella 2.5):

**Tabella 2.5: Esempio presenza di arbitraggio (1)**

<b>Operazione</b>	<b>Flussi al momento iniziale</b>	<b>Flussi a scadenza</b>
1) Ottenimento in prestito del sottostante	0	0
2) Vendita del sottostante (vendita del titolo)	+40€	0
3) Investimento dell'importo ricavato dalla vendita	- 40€	$+ 40 \times e^{0,05 \times 0,25} = 40,503€$
4) Acquisto a termine del sottostante (acquisto del forward)		-40,30€
<i>Somma flussi</i>	0	$-40,30 + 40,503€ = +0,203€$

Se il mercato consente di chiudere un forward ad un prezzo di 40,30€ (ed in generale ad un qualsiasi prezzo inferiore al valore  $F^* = 40,503€$ ) sarebbe possibile ottenere un guadagno senza investire capitale e senza esporsi al rischio.

La possibilità di ottenere un guadagno in assenza di rischio e di capitali impegnati spingerebbe però gli operatori a ripetere tali operazioni con l'effetto di fare aumentare la domanda di acquisto di forward. L'aumento della domanda spingerà il prezzo forward a salire, riducendo il guadagno della strategia. Il prezzo tenderà a salire fino a quando il guadagno dell'operazione sarà positivo, mentre il prezzo si assesterà ad un valore di equilibrio non appena l'operazione di arbitraggio produrrà guadagni nulli. Dato che il prezzo forward in corrispondenza del quale l'arbitraggio produce guadagni nulli è  $F^* = 40,503€$ , si può affermare che il prezzo di equilibrio del forward non può che essere  $F^*$ , in quanto per ogni valore inferiore la possibilità di giungere ad un guadagno in assenza di rischio spinge gli operatori a porre in essere arbitraggi che fanno aumentare il prezzo forward fino al valore  $F^*$ .

Si ipotizzi ora che sul mercato siano presenti degli operatori disposti a vendere a termine il titolo Alfa ad un prezzo di 40,80€.

Ponendo in essere l'arbitraggio "acquisto a pronti + vendita a termine" i flussi dell'operazione risultano essere i seguenti (Tabella 2.6):

**Tabella 2.6: Esempio presenza di arbitraggio (2)**

Operazione	Flussi al momento iniziale	Flussi a scadenza
1) Indebitamento	+40€	$-40e^{0,05 \times 0,25} = -40,503€$
2) Acquisto del sottostante (acquisto del titolo)	-40€	0
3) Vendita del sottostante (vendita del forward)	0	+40,80€
<i>Somma flussi</i>	0	$+40,80€ - 40,503€ = 0,297€$

Se il mercato consente di chiudere un forward ad un prezzo di 40,80€ (ed in generale ad un qualsiasi prezzo inferiore al valore  $F^* = 40,503€$ ) è possibile ottenere un guadagno privo di rischio (nel caso in questione pari a 0,297€) per ogni azione Alfa.

Anche in questo caso, come nel precedente, la possibilità di ottenere un guadagno in assenza di rischio spinge gli operatori a ripetere tali operazioni con l'effetto di fare aumentare le vendite del di forward. Tali vendite spingeranno il prezzo forward al ribasso, riducendo il guadagno della strategia di arbitraggio. Il prezzo  $F$  tenderà a scendere fino a quando il guadagno dell'operazione sarà positivo, mentre si arresterà non appena l'operazione di arbitraggio produrrà guadagni nulli. Dato che il prezzo forward in corrispondenza del quale l'arbitraggio produce guadagni nulli è  $F^* = 40,503€$ , si può affermare che, il prezzo di equilibrio del forward non può che essere  $F^*$ , in quanto per ogni valore superiore la possibilità di giungere ad un guadagno in assenza di rischio e capitali spinge gli operatori a porre in essere arbitraggi che fanno diminuire il prezzo forward fino al valore  $F^*$ .

Dimostrato che per qualsiasi prezzo diverso da  $F^*$  (sia esso superiore o inferiore) gli arbitraggi posti in essere dagli operatori riconducono il prezzo di mercato verso il prezzo equo  $F^*$ , si è dimostrato che  $F^*$  è l'unico prezzo forward di equilibrio.

### 2.3.2 Pricing di un forward scritto su un'attività che paga flussi intermedi

Si ipotizzi ora che il sottostante del forward sia un'attività che prevede la distribuzione di flussi finanziari durante la durata del forward. Esempi di titoli che pagano flussi intermedi possono essere le azioni o le obbligazioni che possono prevedere rispettivamente dividendi o cedole.

Per calcolare il fair value del forward si può ricorrere nuovamente all'ipotesi di assenza di arbitraggio e replicare la metodologia descritta in precedenza.

Si ipotizzi che il sottostante sia il titolo Beta, il cui valore di mercato è 900€. Si ipotizzi anche che tra 6 mesi il titolo Beta preveda lo stacco di un dividendo pari a 40€ e che il forward abbia una durata di 12 mesi. Il tasso di interesse a 6 mesi (in capitalizzazione continua) è pari al 4%, mentre il tasso a 12 mesi è pari al 5,5%.

Utilizzando sempre  $S$ ,  $r$  e  $T$  per indicare rispettivamente il prezzo spot del sottostante, il tasso di interesse e la durata del forward espressa in anni, ed indicando con "t" la distanza temporale tra la stipula del forward e la data di riferimento del flusso intermedio e con  $I$  l'importo monetario di tale flusso, si ha:

- $S = 900€$  (prezzo spot del sottostante)
- $r_{0,0,5} = 0,04$  (tasso di interesse a sei mesi espresso su base annua)
- $t = 0,5$  (distanza temporale, espressa in anni, tra l'inizio del forward ed il pagamento del flusso)

- $r_{0,1} = 0,055$  (tasso di interesse ad 1 anno espresso su base annua)
- $T = 1$  (durata del forward espressa in anni)
- $I = 40\text{€}$  (importo monetario del flusso intermedio)

Per risalire al prezzo forward equo si procede a verificare due diverse operazioni di arbitraggio:

- Arbitraggio “acquisto a pronti + vendita a termine”
- Arbitraggio “vendita a pronti + acquisto a termine”

### **Arbitraggio “acquisto a pronti + vendita a termine”**

I passaggi da compiere per porre in essere questo arbitraggio sono i seguenti:

*Al momento iniziale:*

- 1) finanziamento finalizzato ad acquistare il titolo azionario Beta;
- 2) secondo finanziamento<sup>7</sup> di durata pari a “t”;
- 3) acquisto del titolo Beta sul mercato (e contestuale pagamento del prezzo);
- 4) vendita a termine dell’azione Beta (vendita di un forward).

*Al momento intermedio “t”:*

- 5) incasso del dividendo;
- 6) rimborso del secondo finanziamento (rimborso di capitale e interessi).

*A termine:*

- 7) Esecuzione del forward (vendita del titolo Beta ed incasso del prezzo previsto nel forward);
- 8) chiusura del finanziamento (rimborso di capitale e interessi).

La sequenza può essere sintetizzata nel modo seguente (Tabella 2.7):

**Tabella 2.6: arbitraggio “acquisto a pronti e vendita a termine” in presenza di flussi positivi intermedi: un esempio**

Operazione	Flussi al momento iniziale	Flussi al momento intermedio	Flussi a scadenza
1) Indebitamento 1	$+(900-40 \times e^{-0,04 \times 0,5}) = +860,792\text{€}$		$-860,792 \times e^{0,055 \times 1} = -909,462\text{€}$
2) Indebitamento 2	$+40 \times e^{-0,04 \times 0,5} = 39,208\text{€}$	-40€	
2) Acquisto del sottostante (acquisto del titolo)	- 900€	+40€	
3) Vendita del sottostante (vendita del forward)	0		+F*
<i>Somma flussi</i>	0		+F* -909,462€

Per la condizione di non arbitraggio si ha

<sup>7</sup> In tale arbitraggio si ipotizzano due finanziamenti in quanto la presenza di un flusso positivo al momento intermedio “t” consente di disporre di un importo con il quale rimborsare anticipatamente parte del finanziamento, ottimizzando i costi per interessi. Il fatto di rimborsare anticipatamente parte del finanziamento può essere formalizzato con la presenza di due distinti finanziamenti: il primo che verrà rimborsato alla scadenza finale T ed il secondo che verrà rimborsato al momento intermedio “t” tramite il flusso intermedio positivo percepito.

$$F^* - 909,462€ = 0$$

da cui

$$F^* = 909,462€$$

Generalizzando (Tabella 2.7):

**Tabella 2.7: arbitraggio “acquisto a pronti e vendita a termine” in presenza di flussi positivi intermedi**

Operazione	Flussi al momento iniziale	Flussi al momento intermedio	Flussi a scadenza
1) Indebitamento	$+(S - I \times e^{-r_{0,t} \times t})$		$-(S - I \times e^{-r_{0,t} \times t}) \times e^{r_{0,T} \times T}$
2) Indebitamento	$+I \times e^{-r_{0,t} \times t}$	$-I$	
2) Acquisto del sottostante (acquisto del titolo)	$-S$	$+I$	
3) Vendita del sottostante (vendita del forward)	0		$+F^*$
<i>Somma flussi</i>	0	0	$+F^* - (S - I \times e^{-r_{0,t} \times t}) \times e^{r_{0,T} \times T}$

Per la condizione di non arbitraggio si ha:

$$+F^* - (S - I \times e^{-r_{0,t} \times t}) \times e^{r_{0,T} \times T} = 0$$

da cui:

$$F^* = (S - I \times e^{-r_{0,t} \times t}) \times e^{r_{0,T} \times T}$$

Qualora con “ $I^{att}$ ” si indichi non il flusso intermedio, ma il suo valore attuale alla data di valutazione, il prezzo forward si ottiene è dato da:

$$+F^* = (S - I^{att}) \times e^{r_{0,T} \times T}$$

**Arbitraggio “vendita a pronti + acquisto a termine”**

I passaggi da compiere per porre in essere questo arbitraggio sono i seguenti:

*Al momento iniziale:*

- 1) prestito del titolo Beta;
- 2) vendita del titolo Beta sul mercato spot (e contestuale incasso del prezzo);
- 3) investimento “a” del corrispettivo incassato dalla vendita, al netto del valore attuale del flusso intermedio, per il periodo di durata del forward “T”;
- 4) investimento “b” di un importo pari al valore attuale del flusso intermedio per il periodo “t”;
- 5) acquisto a termine dell’azione Beta (acquisto di un forward).

*Al momento intermedio “t”:*

- 6) chiusura dell’investimento “a” (incasso del capitale e degli interessi su di esso maturati):

7) pagamento del flusso periodale da riconoscere al prestatore del titolo<sup>8</sup> tramite l'importo incassato dalla chiusura dell'investimento "b".

A termine:

4) chiusura dell'investimento "a" (ottenimento del capitale e degli interessi su di esso maturati);

5) esecuzione del forward (acquisto del titolo Beta e pagamento del prezzo F previsto tramite l'utilizzo delle disponibilità provenienti dall'investimento).

La sequenza può essere sintetizzata nel modo seguente (Tabella 2.8):

**Tabella 2.8: arbitraggio "vendita a pronti e acquisto a termine" in presenza di flussi positivi intermedi: un esempio**

Operazione	Flussi al momento iniziale	Flussi al momento intermedio	Flussi a scadenza
1) Ottenimento in prestito del sottostante			
2) Vendita del sottostante (vendita del titolo)	+900€		
3) Investimento "a"	$-(900 - 40 \times e^{-0,04 \times 0,5})$ =896,0792€		$(900 - 40 \times e^{-0,04 \times 0,5}) \times e^{0,055 \times 1}$ =946,7441€
4) Investimento "b"	$-40 \times e^{-0,04 \times 0,5}$ €	+40€	
5) Acquisto a termine del sottostante (acquisto forward)			-F*
6) Pagamento flusso periodale al prestatore del sottostante		-40€	
<i>Somma flussi</i>	0	0	+F* -946,7441€

Per la condizione di non arbitraggio si ha:

$$+F^* - 946,7441€ = 0$$

da cui:

$$F^* = 946,7441€$$

Generalizzando (Tabella 2.9) si ottiene:

<sup>8</sup> Il prestatore del titolo, cioè colui che ha messo a disposizione dell'arbitraggista il titolo Beta, ha diritto all'ottenimento dei flussi intermedi. Dato che l'arbitraggista ha venduto il titolo Beta sul mercato, deve pagare in prima persona l'equivalente del flusso intermedio.

**Tabella 2.9: arbitraggio “vendita a pronti e acquisto a termine” in presenza di flussi positivi intermedi**

Operazione	Flussi al momento iniziale	Flussi al momento intermedio	Flussi a scadenza
1) Ottenimento in prestito del sottostante			
2) Vendita del sottostante (vendita del titolo)	+S		
3) Investimento “1”	$-(S - I \times e^{-r_{0,t} \times t})$		$(S - I \times e^{-r_{0,t} \times t}) \times e^{r_{0,T} \times T}$
4) Investimento “2”	$-I \times e^{-r_{0,t} \times t}$	+I	
5) Acquisto a termine del sottostante (acquisto forward)			$-F^*$
6) Pagamento flusso periodale al prestatore del sottostante		-I	
<i>Somma flussi</i>	0	0	$-F^* + (S - I \times e^{-r_{0,t} \times t}) \times e^{r_{0,T} \times T}$

Per la condizione di non arbitraggio si ha:

$$-F^* + (S - I \times e^{-r_{0,t} \times t}) \times e^{r_{0,T} \times T} = 0$$

da cui:

$$F^* = (S - I \times e^{-r_{0,t} \times t}) \times e^{r_{0,T} \times T}$$

Qualora con “ $I^{att}$ ”, ma il valore attuale alla data di valutazione del flusso intermedio positivo, il prezzo forward si ottiene...

$$F^* = (S - I^{att}) \times e^{r_{0,T} \times T}$$

### 2.3.3 Pricing di un forward scritto su un'attività che paga flussi nel continuo

È possibile che un forward sia scritto su attività che prevedono il pagamento di flussi finanziari nel continuo. I future su indici azionari, ad esempio, dovrebbero considerare i flussi pagati da ogni titolo alla base dell'indice stesso, nonché la distribuzione temporale di tali flussi. Al fine di evitare la complessità che viene dalla ricostruzione dettagliata dei dividendi futuri attesi, è frequente ipotizzare che il paniere di titoli componente l'indici paghino dividendi nel continuo ad un tasso  $q$ . In tal caso il pricing di un forward scritto su un sottostante che prevede il pagamento di flussi nel continuo è pari a:

$$F^* = S \times e^{(r-q) \times T}$$

Dove:

- $S$  = prezzo spot del sottostante;
- $r$  = tasso di interesse su base annua espresso nel continuo;
- $q$  = tasso al quale l'attività sottostante stacca flussi nel continuo;
- $T$  = durata del forward (espressa in anni).

### **2.3.4 Pricing di un forward scritto su un'attività che prevede costi di custodia o immagazzinamento**

Seguendo le logiche di ragionamento adottate precedentemente, si consideri ora il pricing di un forward scritto su attività che, anziché prevedere la corresponsione di flussi intermedi (es. dividendi, cedole, ecc.), prevedono per il detentore del sottostante dei costi di custodia o immagazzinamento (es. affitto locali di stoccaggio, mantenimento in ambienti refrigerati, costi di assicurazione, ecc.).

Si ipotizzi che il sottostante sia del caffè (qualità “Colombian Mild Arabicas” negoziato sul mercato di New York), il cui valore di mercato è 120\$ per libbra. Si ipotizzi anche che tra 5 mesi l'impianto di immagazzinamento richieda un affitto di 5\$ per libbra e che il forward abbia una durata di 12 mesi. Il tasso di interesse a 5 mesi (in capitalizzazione continua) è pari al 4%, mentre il tasso a 12 mesi è pari al 6%.

Continuando ad indicare con  $S$ ,  $r$  e  $T$  rispettivamente il prezzo spot del sottostante, il tasso di interesse e la durata del forward espressa in anni, ed indicando con “ $t$ ” la distanza temporale tra l'inizio del forward ed il pagamento del flusso intermedio, indicato con  $C$ , si ha:

- $S = 120\$$  (prezzo spot del sottostante);
- $C = 4\$$  (costo relativo all'affitto locali di stoccaggio);
- $r_{0,5/12} = 0,04$  (tasso di interesse a cinque mesi espresso su base annua);
- $t = 0,4166$  (distanza temporale, espressa in anni, tra l'inizio del forward ed il pagamento del flusso);
- $r_{0,1} = 0,06$  (tasso di interesse ad un anno espresso su base annua);
- $T = 1$  (durata del forward espressa in anni);

Per risalire al prezzo forward equo si procede nuovamente a verificare due diverse operazioni di arbitraggio:

- arbitraggio “acquisto a pronti + vendita a termine”;
- arbitraggio “vendita a pronti + acquisto a termine”.

#### **Arbitraggio “acquisto a pronti + vendita a termine”**

I passaggi da compiere per porre in essere questo arbitraggio sono i seguenti:

*Al momento iniziale:*

- 1) Accensione di un finanziamento finalizzato ad acquistare il caffè e a pagare l'affitto dei locali di stoccaggio;
- 2) investimento di una parte del finanziamento (finalizzato al pagamento dell'affitto) per il periodo “ $t$ ”;
- 3) acquisto del caffè sul mercato (e contestuale pagamento del prezzo);
- 4) vendita a termine del caffè (vendita di un forward).

*Al momento intermedio “ $t$ ”:*

- 5) chiusura dell'investimento (incasso capitale + interessi);
- 6) pagamento dell'affitto (tramite incasso derivante dalla chiusura dell'investimento).

*A termine:*

- 7) esecuzione del forward (vendita del caffè ed incasso del prezzo  $F$  previsto nel forward);
- 8) chiusura del finanziamento (rimborso del capitale ed interessi)

La sequenza dei flussi viene riportata nella Tabella 2.10 seguente:



**Tabella 2.10: arbitraggio “acquisto a pronti e vendita a termine” in presenza di flussi negativi intermedi: un esempio**

Operazione	Flussi al momento iniziale	Flussi al momento intermedio	Flussi a scadenza
1) Indebitamento	$+(120+4e^{-0,04 \times 0,4166})=$ +123,9339\$		$-123,9339e^{0,06 \times 1}=$ -131,5975\$
2) Acquisto sottostante (acquisto caffè)	- 120		
3) Investimento	$-4e^{-0,04 \times 0,4166}=$ - 3,9338\$	+4\$	
4) Vendita a termine del sottostante (vendita del forward)			+F*
5) Pagamento costo intermedio (affitto locali)		- 4\$	
<i>Somma flussi</i>	0	0	+F* -131,5975\$

Per la condizione di non arbitraggio si ha:

$$+F^* - 131,5975\$ = 0$$

da cui:

$$F^* = 131,5975\$$$

Generalizzando si ottiene (Tabella 2.11):

**Tabella 2.11: arbitraggio “acquisto a pronti e vendita a termine” in presenza di flussi negativi intermedi**

Operazione	Flussi al momento iniziale	Flussi al momento intermedio	Flussi a scadenza
1) Indebitamento	$+(S + C \times e^{-r_{0,t} \times t})$		$-(S + C \times e^{-r_{0,t} \times t}) \times e^{r_{0,T} \times T}$
2) Acquisto sottostante (acquisto caffè)	- S		
3) Investimento	$-C \times e^{-r_{0,t} \times t}$	+C	
4) Vendita a termine del sottostante (vendita del forward)			+F*
5) Pagamento costo intermedio (affitto locali)		- C	
<i>Somma flussi</i>	0	0	$+F^* - (S + C \times e^{-r_{0,t} \times t}) \times e^{r_{0,T} \times T}$

Per la condizione di non arbitraggio si ha:

$$+F^* - (S + C \times e^{-r_{0,t} \times t}) \times e^{r_{0,T} \times T} = 0$$

da cui:

$$F^* = (S + C \times e^{-r_{0;t} \times t}) \times e^{r_{0;T} \times T}$$

Qualora si indichi con “ $C^{att}$ ” il valore attuale del flusso negativo intermedio l’equazione può essere riscritta nel modo seguente:

$$F^* = (S + C^{att}) \times e^{r_{0;T} \times T}$$

### **Arbitraggio “vendita a pronti + acquisto a termine”**

I passaggi da compiere per porre in essere questo arbitraggio sono i seguenti:

*Al momento iniziale:*

- 1) prestito del caffè
- 2) vendita del caffè sul mercato spot (e contestuale incasso del prezzo);
- 3) investimento del corrispettivo incassato dalla vendita per il periodo di durata del forward “T”;
- 4) finanziamento di un importo pari al valore attuale del flusso intermedio (C) per il periodo “t”;
- 5) acquisto a termine del caffè (Acquisto di un forward).

*Al momento intermedio “t”:*

- 6) incasso del canone di affitto;
- 7) chiusura del finanziamento tramite il denaro incassato dal canone di affitto<sup>9</sup>.

*A termine:*

- 8) chiusura dell’investimento (incasso del capitale e degli interessi su di esso maturati);
- 9) esecuzione del forward (acquisto del caffè e pagamento del prezzo F previsto nel forward tramite l’utilizzo delle disponibilità provenienti dall’investimento).

La sequenza dei flussi è riportata nella Tabella 2.12 seguente.

---

<sup>9</sup> Il prestatore di caffè corrisponde il canone di affitto in quanto proprietario del caffè. Dato che l’arbitraggista ha venduto il caffè non è tenuto al pagamento del canone di affitto. In tal modo può utilizzare il canone di affitto per rimborsare il finanziamento.

**Tabella 2.11: arbitraggio “vendita a pronti e acquisto a termine” in presenza di flussi negativi intermedi: un esempio**

Operazione	Flussi al momento iniziale	Flussi al momento intermedio	Flussi a scadenza
1) Ottenimento in prestito del sottostante			
2) Vendita del sottostante (vendita del caffè)	+120\$		
3) Finanziamento	$+4 \times e^{-0,04 \times 0,4166} = +3,9338\$$	-4\$	
4) Investimento	$-(120 + 4 \times e^{-0,04 \times 0,4166}) = -123,9338\$$		$+(120 + 4 \times e^{-0,04 \times 0,4166}) \times e^{0,06 \times 1} = +131,5975\$$
5) Acquisto a termine del sottostante (acquisto forward)			-F*
6) Incasso da parte del prestatore del sottostante del costo intermedio		+4\$	
<i>Somma flussi</i>	0	0	-F* + 131,5975\$

Per la condizione di non arbitraggio si ha:

$$-F^* + 131,5975\$ = 0$$

da cui:

$$F^* = 131,5975\$$$

Generalizzando (Tabella 2.12):

**Tabella 2.12: arbitraggio “vendita a pronti e acquisto a termine” in presenza di flussi negativi intermedi**

Operazione	Flussi al momento iniziale	Flussi al momento intermedio	Flussi a scadenza
1) Ottenimento in prestito del sottostante			
2) Vendita del sottostante (vendita del caffè)	+S		
3) Finanziamento	$+C \times e^{-r_{0,t} \times t}$	-C	
4) Investimento	$-(S + C \times e^{-r_{0,t} \times t})$		$+(S + C \times e^{-r_{0,t} \times t}) \times e^{r_{0,T} \times T}$
5) Acquisto a termine del sottostante (acquisto forward)			-F*
6) Incasso da parte del prestatore del sottostante del costo intermedio		+C	
<i>Somma flussi</i>	0	0	$-F^* + (S + C \times e^{-r_{0,t} \times t}) \times e^{r_{0,T} \times T}$

Per la condizione di non arbitraggio si ha:

$$-F^* + (S + C \times e^{-r_{0,t} \times t}) \times e^{r_{0,T} \times T} = 0$$

da cui:

$$F^* = (S + C \times e^{-r_{0,t} \times t}) \times e^{r_{0,T} \times T}$$

Qualora si indichi con “ $C^{att}$ ” il valore attuale alla data di valutazione del flusso intermedio negativo, il prezzo forward di equilibrio sarà dato da:

$$F^* = (S + C^{att}) \times e^{r_{0,T} \times T}$$

### **2.3.5 Pricing di un forward su valute**

In un forward su valute l'acquirente a termine si impegna ad acquistare una determinata quantità di valuta estera ad un tasso di cambio predefinito. Per effettuare il pricing di un forward su valuta è necessario definire le modalità di cambio utilizzate per esprimere il rapporto tra le due valute (tasso di cambio).

Dato che un tasso di cambio può essere espresso secondo due modalità (“certo per incerto” o “incerto per certo”) è necessario definire la modalità di quotazione alla quale si farà riferimento nel resto della trattazione. I tassi di cambio saranno espressi in modalità “certo per incerto” e quindi il tasso di cambio esprimerà la quantità di valuta estera necessaria per acquistare un'unità di valuta domestica. Tale quotazione è quella adottata dalla Banca Centrale Europea per l'Euro<sup>10</sup>.

Si consideri un forward sul tasso Euro Vs U.S. Dollar (cambio €/€). Definito  $r_{NAZ}$  come il tasso di interesse dell'area UME (euro) ed  $r_{EST}$  il tasso di rendimento presente sul mercato estero della valuta oggetto del forward (\$ USA), si può utilizzare l'ipotesi di assenza di opportunità di arbitraggio per verificare il prezzo equo di un forward:

#### **Acquisto di valuta a pronti + vendita di valuta a termine**

*Al momento iniziale:*

- 1) Finanziamento in valuta (\$);
- 2) acquisto di valuta domestica sul mercato spot (ovvero conversione dell'importo del finanziamento, acquistando euro contro la vendita di dollari: \$→€);
- 3) investimento sul mercato domestico (investo ai tassi di interesse in €);
- 4) vendita di valuta estera sul mercato a termine (vendita del forward al fine di convertire l'importo dell'investimento sul mercato domestico; si acquistano dollari vendendo euro: € → \$).

*A termine:*

- 5) Chiusura dell'investimento in euro (incasso del capitale e degli interessi su di esso maturati);
- 6) esecuzione del forward (acquisto di dollari contro vendita di euro);
- 7) chiusura del finanziamento in dollari (pagamento in dollari del capitale e degli interessi su di esso maturati).

---

<sup>10</sup> Per completezza espositiva si ricorda che la modalità di quotazione alternativa “Incerto per Certo” prevede che il tasso di cambio esprima la quantità di valuta domestica necessaria per acquistare un'unità (certa) di valuta estera.

La Tabella 2.13 riporta la sequenza delle operazioni richieste per l'arbitraggio:

**Tabella 2.13: arbitraggio su valute “acquisto di valuta a pronti e vendita di valuta a termine”**

Operazione	Flusso t (inizio)	Flusso T (scadenza)
1) Finanziamento in valuta	+S	$-S \times e^{r_{EST} \times T}$
2) Acquisto valuta domestica sul mercato spot (conversione di dollari in euro)	-S + 1€ <i>(N.B. essendo S la quantità di valuta estera necessaria per ottenere 1€, la conversione di S dollari in euro è per definizione pari a 1€)</i>	
3) Investimento dell'euro sul mercato domestico	- 1€	$+1 \times e^{r_{NAZ} \times T}$
4) Vendita del sottostante a scadenza (Vendita del forward)		$-1 \times e^{r_{NAZ} \times T}$ (cedo il capitale in €...) $+ F^* \times e^{r_{NAZ} \times T}$ (...per acquistare \$)
<i>Somma flussi</i>	0	$-S \times e^{r_{EST} \times T} + F^* \times e^{r_{NAZ} \times T}$

Per la condizione di non arbitraggio si ha:

$$-S \times e^{r_{EST} \times T} + F^* \times e^{r_{NAZ} \times T} = 0$$

da cui

$$F^* = S \times \frac{e^{r_{EST} \times T}}{e^{r_{NAZ} \times T}}$$

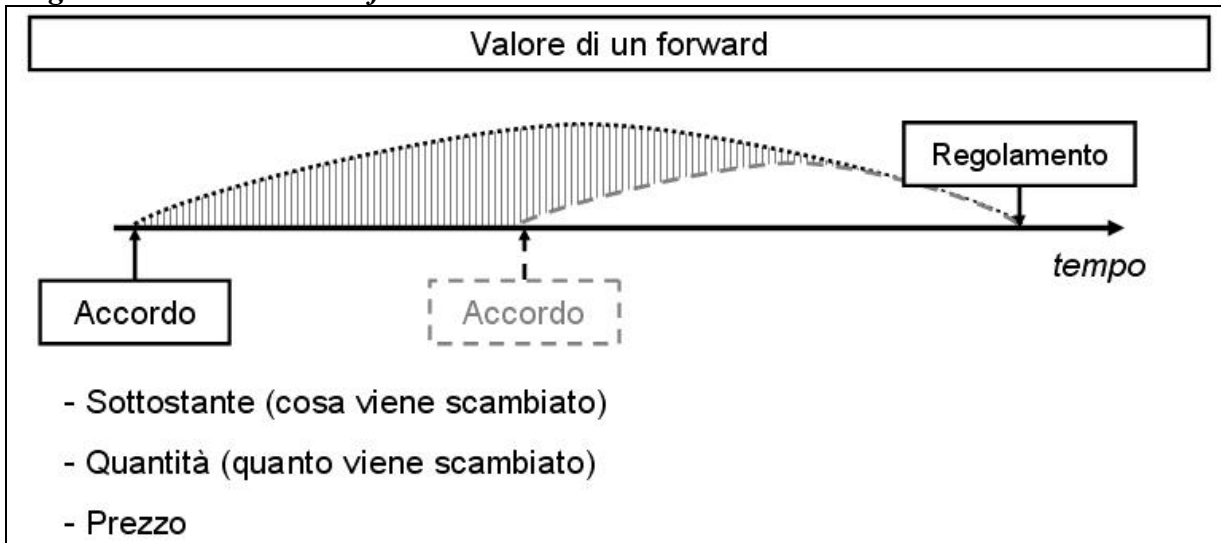
## 2.4 Il valore di mercato

Oltre alla conoscenza del prezzo equo di un forward al momento della stipula, necessario per decidere la convenienza ad entrare o meno nel contratto, può essere necessario effettuare una valutazione del forward durante la vita del contratto. La valutazione del contratto può rendersi necessaria per adempimenti contabili (es. valutazione ai fini IAS – International Accounting Standard – per la redazione di un bilancio di esercizio) o può essere necessaria per valutare l'opportunità di uscire dal contratto in via anticipata<sup>11</sup>.

Il valore di mercato di un forward si ottiene confrontando il prezzo originariamente fissato nel forward con il prezzo di un ipotetico forward stipulato al momento della valutazione sul medesimo sottostante e con una durata pari alla vita residua del forward oggetto di valutazione (Figura 2.3).

<sup>11</sup> Sulla possibilità di uscita anticipata dal forward si tornerà successivamente.

Figura 2.3: il valore di un forward



Non potendo ignorare il valore finanziario del tempo, ovvero il fatto che il prezzo forward del contratto originario oggetto di valutazione  $F_{0;T}$  ed il prezzo forward al momento della valutazione "t" indicato come  $F_{t;T}$  non si riferiscono al medesimo istante, è necessario ricondurre i flussi finanziari dei due forward al periodo t nel quale si sta compiendo la valutazione.

Bisogna inoltre tener presente che entrambi i forward (quello valutato e quello ipotizzato) produrranno i loro effetti solo il giorno del regolamento, ovvero alla fine del periodo T.

Detto ciò è possibile definire il valore di un forward al tempo t scritto al tempo 0 e di durata pari a T (dove  $0 < t < T$ ) nel modo seguente.

Per l'acquirente a termine (posizione lunga)...

$$W = (F_{t;T} - F_{0;T}) \times e^{-r \times (T-t)}$$

Per il venditore a termine (posizione corta)...

$$W = (F_{0;T} - F_{t;T}) \times e^{-r \times (T-t)}$$

Da questa definizione del valore di mercato di un forward derivano interessanti osservazioni.

Anzitutto si può notare come il valore di un forward al momento dell'accordo, nell'ipotesi che le parti abbiano definito come prezzo forward il suo prezzo equo (fair value), è per definizione nullo. Applicando la relazione appena definita facendo coincidere il tempo t della valutazione con il tempo 0 dell'accordo si ottiene:

$$W = (F_{0;T} - F_{0;T}) \times e^{-r \times (T-t)} = 0$$

Dalle relazioni descritte deriva inoltre che per la posizione lunga il valore di un forward è positivo ogni volta che il prezzo del forward ipotetico stipulato in t è superiore al prezzo

forward fissato nel contratto al momento dell'accordo ( $F_{t,T} > F_{0,T}$ ). Viceversa il forward per il soggetto con la posizione corta assume un valore positivo se il prezzo del forward ipotetico stipulato in  $t$  è inferiore al prezzo del forward originario ( $F_{t,T} < F_{0,T}$ ). Come già sottolineato, le posizioni sono speculari: un valore positivo per una delle parti corrisponde ad un valore di uguale entità, ma di segno negativo per la controparte. Poiché la somma del valore del forward per la posizione lunga e per la posizione corta dà sempre un risultato nullo il forward si definisce un "gioco a somma zero".

### *Esempio – Valore del Forward*

Il 1° Gennaio due soggetti si sono accordati per scambiarsi una certa quantità di un'attività che non paga flussi intermedi. Il regolamento avverrà il 1° Gennaio dell'anno successivo. Il prezzo  $F_{0,T}$  fissato nel contratto è pari a 24€ per ogni unità di sottostante.

Si procede al calcolo del valore del forward per il soggetto con la posizione lunga al 1° Agosto, sapendo che il prezzo spot del sottostante a tale data è pari a 25€ e che la curva dei rendimenti è piatta e pari al 10%.

Per valutare il forward al 1° Agosto è necessario calcolare il prezzo forward a tale data. Sapendo che  $F = S \times e^{r \times (T-t)}$  si ottiene:  $F_{t,T} = 25 \times e^{0,10 \times 5/12} = 26,063€$ .

Sapendo che il valore del forward per la posizione lunga (acquirente a termine) è pari a:

$$W = (F_{t,T} - F_{0,T}) \times e^{-r \times (T-t)}$$

il valore del forward per l'acquirente è:

$$W = (26,063 - 24) \times e^{-0,10 \times 5/12} = 1,978€$$

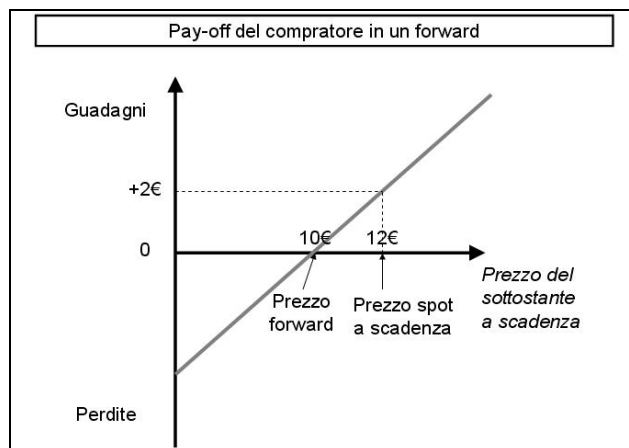
## 2.5 Gli utilizzi

Come tutti i derivati, i forward possono essere utilizzati con finalità di arbitraggio, speculazione e copertura. L'utilizzo a fini di arbitraggio è già stato descritto affrontando la tematica del pricing. In genere, in un mercato efficiente non dovrebbero esserci spazi per arbitraggisti. Non si può comunque escludere che in particolari momenti di mercato e comunque per brevi periodi, ci sia la possibilità di utilizzare i forward per ottenere dei guadagni positivi a fronte di rischi nulli (ed in assenza di utilizzo di capitale investito) sfruttando le imperfezioni del mercato.

Si parla di utilizzo a fini di speculazione (trading) quando l'inserimento del forward da parte di un soggetto all'interno della sua posizione finanziaria ha l'effetto di aumentare il grado complessivo di esposizione al rischio. Tipicamente una speculazione tramite forward prevede l'assunzione di una posizione (lunga o corta) finalizzata allo sfruttamento di aspettative circa il futuro andamento del prezzo del sottostante.

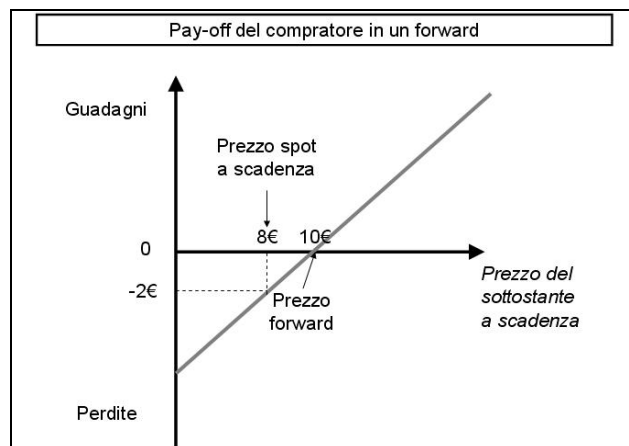
L'acquirente di un forward è un soggetto che si impegna ad acquistare a termine ad un prezzo (ad esempio pari a 10€) una determinata quantità di sottostante, nella convinzione che alla scadenza del forward il prezzo di mercato aumenti (ad esempio arrivando a 12€). In tal caso, infatti, l'acquirente del forward pagando 10€ ha la possibilità di acquistare qualcosa che può rivendere sul mercato a scadenza del forward incassando 12€ e lucrando così 2€ (Figura 2.3).

**Figura 2.3: Pay-off dell'acquirente di un forward (prezzo forward 10 e prezzo di mercato a scadenza 12)**



Il rischio di tale utilizzo del forward è che le aspettative dell'acquirente a termine vengano disattese dal mercato e che il giorno della scadenza esso si trovi a dover acquistare pagando 10€ qualcosa che sul mercato può rivendere incassando, ad esempio, solamente 8€, riportando in tal modo una perdita di 2€ (Figura 2.4).

**Figura 2.4: Pay-off dell'acquirente di un forward (prezzo forward 10 e prezzo di mercato a scadenza 8)**



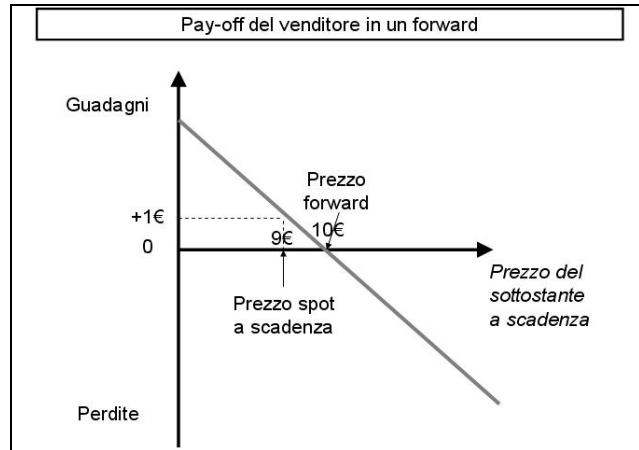
Si noti come nel caso di utilizzi a fini speculativi l'ottenimento della disponibilità del sottostante il giorno della scadenza non interessa di per sé l'acquirente. La detenzione del sottostante è infatti un evento strumentale al conseguimento di un guadagno di natura finanziaria. L'acquirente a termine è infatti interessato ad entrare in possesso del sottostante solo per avere la possibilità di rivenderlo successivamente sul mercato.

Il venditore di un forward assume una posizione speculativa nella convinzione che il giorno della scadenza il prezzo del sottostante sul mercato spot sarà più basso del prezzo F fissato con il forward. Se il prezzo F fosse pari a 10€ e le aspettative del venditore-speculatore



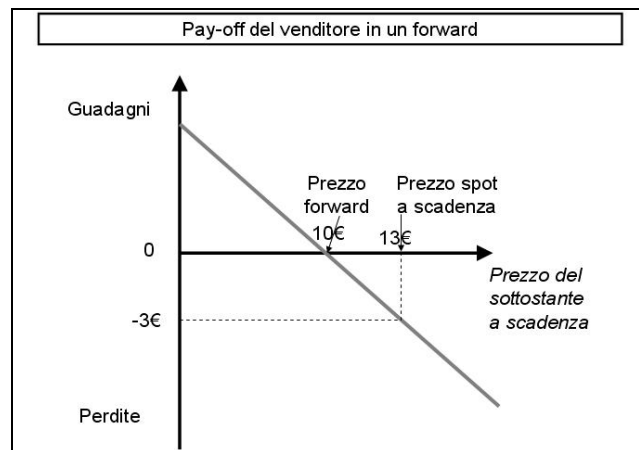
dovessero realizzarsi, esso potrebbe acquistare il sottostante sul mercato ad un prezzo, ad esempio di 9€<sup>12</sup>, potendo poi rivendere il sottostante alla controparte del forward incassando 10€ ed ottenendo così un guadagno di 1€ (Figura 2.5).

**Figura 2.5: Pay-off de venditore di un forward (prezzo forward 10 e prezzo di mercato a scadenza 9)**



Anche in questo caso, però, qualora le aspettative del venditore dovessero essere smentite dal mercato ed il prezzo spot a scadenza fosse superiore a 10€ (ad esempio 13€), il venditore si troverebbe a dover adempiere alla sua obbligazione, cioè vendere il sottostante (che non ha) alla controparte del forward, acquistando il sottostante sul mercato spot al prezzo di 13€, nella consapevolezza che dal contratto forward otterrà per la vendita un prezzo di soli 10€. L'errata valutazione sul prezzo futuro del sottostante avrebbe così causato una perdita di 3€ (Figura 2.6).

**Figura 2.6: Pay-off de venditore di un forward (prezzo forward 10 e prezzo di mercato a scadenza 13)**



Si parla di utilizzo del forward per **copertura** (hedging) quando l'inserimento del forward all'interno della posizione finanziaria di un soggetto ha l'effetto di ridurre il rischio complessivo della sua posizione. Ipotizzando un forward sul grano, un agricoltore assumendo una posizione corta (venditore a termine) riesce ad eliminare il rischio di prezzo che correrebbe vendendo il grano in futuro, solo al momento della sua maturazione. La scelta di vendere il grano solo una volta che questo sia stato raccolto espone l'agricoltore al rischio

<sup>12</sup> Se le sue aspettative si sono realizzate infatti il prezzo offerto dal mercato spot il giorno di scadenza del forward è inferiore al prezzo fissato nel forward stesso (10€).

che il prezzo del grano sul mercato sia per quell'anno particolarmente basso. In tal caso i ricavi derivanti dalla vendita del grano penalizzerebbero fortemente i risultati della sua azienda. La scelta di attendere però potrebbe premiare l'agricoltore qualora il prezzo del grano sul mercato spot dovesse invece risultare particolarmente elevato<sup>13</sup>. L'agricoltore quindi sa che attendere la maturazione del grano aumenta il grado di incertezza (e quindi di rischio) dei risultati economici della sua azienda. Assumendo una posizione corta sul forward l'agricoltore riesce invece ad assicurarsi un determinato prezzo, avendo la certezza di quale saranno i ricavi provenienti dalla sua attività. Riducendo il rischio della sua posizione, l'agricoltore che ha assunto la posizione corta su forward sta quindi ponendo in essere un'operazione di copertura. Si noti come nel caso di operazioni poste in essere con finalità speculative (trading) l'ottenimento della disponibilità del sottostante non rappresenta l'obiettivo principale. In questi casi il sottostante assume natura strumentale all'ottenimento di un guadagno di natura monetaria. In un'operazione di copertura (hedging) la necessità di negoziare il sottostante è alla base dell'utilizzo del derivato.

Allo stesso modo ipotizziamo che un industriale attivo nel settore alimentare, veda nel grano una delle principali materie prime del suo processo di produzione. Le alternative che l'industriale ha sono ancora due. La prima è aspettare che il grano arrivi a maturazione ed acquistarlo sul mercato spot. La situazione, rispetto all'agricoltore, è speculare. L'industriale beneficia infatti di un livello dei prezzi contenuto ed è penalizzato da un livello dei prezzi elevato. Qualora il prezzo del grano risultasse basso, egli beneficerebbe di costi di approvvigionamento delle materie prime più contenuti. Nel caso il prezzo del grano fosse elevato egli è invece penalizzato dal fatto di dover sopportare un costo elevato di approvvigionamento della materia prima. La seconda alternativa per l'industriale è entrare in un forward assumendo la posizione lunga (acquirente a termine). Fissando il prezzo nel contratto forward, l'industriale riesce a ridurre l'incertezza (e quindi il rischio) riguardante il prezzo delle materie prime. Egli può quindi disinteressarsi dell'andamento del mercato del grano, in quanto il forward gli consente di essere svincolato dagli andamenti del mercato spot. Impegnandosi ad acquistare il grano tramite il forward l'industriale evita però, oltre l'eventualità (negativa) di pagare un prezzo più alto, anche la possibilità (positiva) di pagare un prezzo più basso di quello fissato nel forward. Questo secondo esempio di copertura conferma quanto già evidenziato in precedenza. Nel caso di operazioni di copertura il derivato viene utilizzato al fine di negoziare effettivamente il sottostante (in questo caso acquistandolo), mentre nelle operazioni di natura speculativa il collegamento con il sottostante è limitato all'osservazione del prezzo, che rappresenta un parametro per quantificare un guadagno/perdita di natura monetaria.

---

<sup>13</sup> Nel caso in cui eventi atmosferici o altri elementi avessero danneggiato le colture penalizzando la produzione di grano, la scarsa offerta di grano, a parità di domanda, porterebbe ad un innalzamento del prezzo sul mercato spot.

## Appendice - I regimi di capitalizzazione

### Introduzione

Nell'affrontare il pricing dei derivati bisogna considerare che nella pratica i mercati utilizzano regimi di capitalizzazione differenti per diversi derivati. È quindi necessario conoscere le regole di capitalizzazione ed attualizzazione nei diversi regimi finanziari ed essere in grado di applicarle indistintamente ai diversi derivati. Si procederà quindi a richiamare le principali relazioni matematiche alla base dei regimi di capitalizzazione semplice, composta ed esponenziale.

### A.1 - Il regime dell'interesse semplice

L'ipotesi di fondo del regime dell'interesse semplice è la linearità con la quale gli interessi tendono a maturare nel tempo. Dato un capitale ed un tasso di interesse, l'interesse ottenuto dal capitale stesso per un generico periodo  $t=10$  sarà esattamente il doppio di quello ottenuto in un periodo di tempo  $t=5$ . Quindi ad un periodo di investimento doppio corrisponde un importo monetario per interessi doppio.

Focalizzando l'attenzione sui concetti di montante e valore attuale, le relazioni fondamentali nel regime dell'interesse semplice sono le seguenti.

<b>Montante</b>	
$M = C \times (1 + i \times t)$	Dove: $M$ = Montante $C$ = Capitale $i$ = tasso di interesse $t$ = tempo
<b>Valore attuale</b>	
$V.A. = \frac{C}{(1 + i \times t)}$	Dove: $V.A.$ = Valore attuale $C$ = Capitale $i$ = tasso di interesse $t$ = tempo

### A.2 - Il regime dell'interesse composto

Nel regime dell'interesse composto si abbandona l'ipotesi di crescita lineare degli interessi per adottare regole di capitalizzazione che ipotizzano implicitamente il reinvestimento degli interessi al termine di ogni periodo di capitalizzazione.

Le relazioni fondamentali da tener presente nel pricing dei derivati sono:

<b>Montante</b>	
$M = C \times (1 + i)^t$	Dove: $M$ = Montante $C$ = Capitale $i$ = tasso di interesse $t$ = tempo
<b>Valore attuale</b>	
$V.A. = C \times (1 + i)^{-t}$ oppure $V.A. = \frac{C}{(1 + i)^t}$	Dove $V.A.$ = Valore attuale $C$ = Capitale $i$ = tasso di interesse $t$ = tempo

### A.3 - Il regime dell'interesse esponenziale

Il regime dell'interesse esponenziale si basa sull'ipotesi che la capitalizzazione degli interessi non avvenga più ad intervalli discreti di tempo, ma abbia luogo nel continuo. Ad ogni istante quindi l'importo del capitale sul quale vengono calcolati gli interessi viene addizionato degli interessi maturati dall'istante precedente, in modo tale che all'istante successivo gli interessi verranno calcolati sia sul capitale iniziale che sugli interessi (istantanei) maturati su di esso.

Prescindendo dagli aspetti matematici di dettaglio, il regime di capitalizzazione continua può essere visto come il risultato ottenuto partendo dal regime di capitalizzazione composta ed aumentando la frequenza di capitalizzazione (annuale, mensile, giornaliera, ecc.) fino a rendere la durata del periodo di riferimento istantanea. L'ampio ricorso all'interno dei modelli di pricing dei derivati, sottolinea la rilevanza del regime di capitalizzazione esponenziale.

Le regole di capitalizzazione ed attualizzazione in questo caso sono le seguenti:

<b>Montante</b>	
$M = C \times e^{i \times t}$	Dove: $M$ = Montante $C$ = Capitale $e$ = “Numero di Nepero” <sup>14</sup> $i$ = tasso di interesse $t$ = tempo
<b>Valore attuale</b>	
$V.A. = C \times e^{-(i \times t)}$ oppure $V.A. = \frac{C}{e^{i \times t}}$	Dove: $V.A.$ = Valore attuale $C$ = Capitale $e$ = “Numero di Nepero” $i$ = tasso di interesse $t$ = tempo

#### A.4 - Regimi a confronto

A volte può essere necessario passare da un regime di capitalizzazione all’altro. È quindi opportuno conoscere le corrispondenti relazioni matematiche.

In particolare definendo...

$R_c$  = Tasso di interesse in capitalizzazione continua;

$R_m$  = Tasso di interesse in capitalizzazione composta.

si può vedere come per passare dalla capitalizzazione continua alla capitalizzazione composta si può sfruttare la seguente relazione:

$$R_c = \ln(1 + R_m)$$

Se invece si conosce il valore di  $R_c$  (capitalizzazione continua) e si vuole passare al tasso equivalente in capitalizzazione composta  $R_m$  si può applicare la formula seguente:

$$R_m = e^{R_c} - 1$$

Una proprietà utile della capitalizzazione continua è che il calcolo del rendimento di un investimento si può ottenere nel modo seguente:

---

<sup>14</sup> Il numero di Nepero “e” è dato dal limite  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$ . Come base di un esponenziale è invariante sia per l’operazione di derivazione che di integrazione, può essere utilizzato per rappresentare i numeri complessi ed è la base dei cosiddetti logaritmi naturali o Neperiani.

$$R_c = \ln\left(\frac{S_1}{S_2}\right)$$

Dove:

- $R_c$  = rendimento in capitalizzazione continua
- $S_1$  = valore dell'attività al tempo 1 (capitale)
- $S_2$  = valore dell'attività al tempo 2 (montante)

In particolare, nell'ipotesi che il valore dell'attività cresca secondo la tabella 2A.1 seguente

**Tabella 2A.1 – Ipotesi di rendimenti**

Prezzo	Rendimento	Rendimento in capitalizzazione continua
Periodo 1	+20%	18,23%
Periodo 2	-10%	-10,54%
Periodo 3	+15%	13,98%
Periodo 4	+10%	9,53%

Il calcolo del rendimento in capitalizzazione composta viene calcolato nel modo seguente:

$$(1+r_1) \times (1+r_2) \times (1+r_3) \times (1+r_4) - 1 =$$

$$= (1,20 \times 0,90 \times 1,15 \times 1,10) - 1 = 36,62\%$$

Al medesimo risultato si sarebbe potuti giungere considerando che, in capitalizzazione continua, il rendimento si può calcolare nel modo seguente ...

$$(18,23\% - 10,54\% + 13,98\% + 9,53\%) = 31,2\%$$

Ricordando poi la relazione che consente di passare da un tasso di rendimento in capitalizzazione continua ad un tasso di capitalizzazione semplice, si sarebbe ottenuto:

$$R_m = (e^R - 1) = (e^{31,2\%} - 1) = 36,62\%$$

## Cap. 3 – I future

### 3.1 I future: definizione

Un future può essere definito come un contratto a termine regolamentato, ovvero negoziato in un mercato di borsa. La natura dello strumento che lo vede essere una negoziazione con regolamento differito è quindi la medesima sia per il forward che per il future. Come il forward, anche il future prevede la presenza di due soggetti che si accordano ad una data iniziale per scambiarsi una certa quantità di sottostante ad una determinata data futura ad un prezzo  $F$  fissato nel momento iniziale.

### 3.2 Le caratteristiche contrattuali

Concretizzandosi in una compravendita a termine, il future condivide con il forward gran parte delle sue caratteristiche. Per cogliere le differenze tra i due strumenti è quindi opportuno soffermarsi sulle caratteristiche distintive del future.

Le principali differenze tra un future ed un forward sono le seguenti:

- 1) i future vengono negoziati su mercati ufficiali (borse) mentre i forward vengono scambiati over the counter (OTC);
- 2) i future sono strumenti standardizzati, mentre i forward sono strumenti personalizzabili (tailor made);
- 3) i future, grazie alla presenza di una clearing house ed al meccanismo del marking to market (MTM), riducono notevolmente il rischio di controparte insito nei forward;
- 4) i future consentono di uscire dal contratto molto più facilmente di quanto avvenga nei forward;
- 5) i future utilizzano il *cash settlement* più spesso di quanto non avvenga nel caso dei forward.

#### Negoziazione su mercati ufficiali

Ciò che consente di distinguere un future da un forward è il mercato di negoziazione. Una negoziazione con regolamento a termine viene denominata forward se acquirente e venditore hanno raggiunto l'accordo non utilizzando un mercato ufficiale (borsa), mentre la stessa negoziazione assume la denominazione di future se le parti dello scambio hanno raggiunto l'accordo all'interno di un mercato ufficiale. Da ciò deriva che un forward è per definizione uno strumento appartenente al mercato OTC, mentre i future non possono che essere scambiati che su un mercato regolamentato<sup>15</sup>.

#### Grado di standardizzazione

Il fatto di essere negoziati all'interno di un mercato regolamentato impone ai future un grado di standardizzazione non richiesto ai forward. Gli elementi oggetto di standardizzazione sono:

- A) il sottostante;
- B) la quantità;

<sup>15</sup> Non si può quindi parlare di “forward negoziati in borsa”, in quanto un forward negoziato in borsa è per definizione un future. Allo stesso modo non si può parlare di “future OTC” in quanto un future, se negoziato fuori da un mercato regolamentato, è per definizione un forward.

- C) la scadenza;
- D) il prezzo;
- E) il luogo di consegna (per i future su commodities);
- F) gli orari di negoziazione.

Per quanto riguarda il sottostante, la società di gestione del mercato (della borsa) definisce le caratteristiche tecniche che un'attività deve possedere per essere utilizzata nel regolamento di un determinato contratto future. Se le caratteristiche tecniche di un derivato scritto su strumenti finanziari possono essere piuttosto facili da definire (nel caso di derivati su titoli azionari è sufficiente identificare il codice ISIN del titolo<sup>16</sup>), nel caso di derivati su beni reali (commodities) le specifiche del sottostante possono essere maggiormente articolate.

Si consideri il future sul caffè negoziato sul Nyse-Euronext<sup>17</sup>. In particolare si consideri il Robusta Coffee Futures Contract. Nelle specifiche del future viene indicato che il sottostante deve essere caffè di qualità “Robusta” proveniente da piantagioni di un elenco chiuso di Paesi (Angola, Brasile, Camerun, Repubblica centro-africana, Ecuador, Ghana, Guinea, India, Indonesia, Costa d’Avorio, Liberia, Nigeria, Filippine, Repubblica dello Zaire, Sierra Leone, Tanzania, Togo, Trinidad, Uganda, Vietnam). Il grado di maturazione del caffè dovrà essere pari a quello indicato dallo standard qualitativo internazionale (CTML standard grade) e, qualora non lo sia, sono previste degli sconti al prezzo di esercizio tanto maggiori quanto minore è la qualità del caffè consegnato rispetto alla qualità standard<sup>18</sup>.

Anche la quantità è oggetto di standardizzazione. Mentre nel mercato OTC le parti di un forward possono concordare una qualsiasi quantità di sottostante, nei mercati di borsa i future prevedono quantità predefinite. Riprendendo l’esempio del future sul caffè, il regolamento del contratto prevede che ogni future abbia come sottostante cinque tonnellate di caffè. La quantità oggetto di scambio nel singolo future identifica la “dimensione” del contratto. Nel caso in cui un soggetto avesse la necessità di acquistare una quantità di caffè pari a sette tonnellate dovrà valutare la possibilità di acquistare un future (ottenendo solo 5 tonnellate) o acquistarne due (ottenendo 10 tonnellate). Mentre nel primo caso l’acquirente a termine si trova ad aver acquistato una quantità inferiore a quella desiderata, nel secondo si trova a dover acquistare quantità in eccesso.

Con riferimento alla scadenza le borse tendono ad adottare dei “cicli di scadenze”. Particolarmente diffuso è il “ciclo di marzo”. In base ad esso i future vengono strutturati in modo che il regolamento del contratto avvenga il terzo venerdì del mese di marzo, oppure di giugno, settembre o dicembre. I soggetti che vogliono negoziare un future con scadenze diverse da quelle indicate dovranno adeguare le proprie necessità scegliendo di utilizzare il future con la scadenza più vicina a quella desiderata. Se ad esempio l’acquirente ha la

---

<sup>16</sup> ISIN è l’acronimo di International Securities Identification Number. Ad ogni strumento finanziario negoziato all’interno di un mercato viene attribuito un codice alfanumerico di 12 cifre/lettere (ISIN) che consente di riferirsi univocamente ad uno specifico strumento finanziario. Per negoziare un determinato titolo è quindi possibile identificare il titolo esclusivamente tramite il suo ISIN.

<sup>17</sup> Nyse-Euronext è il mercato nato (nel 2007) dalla fusione della borsa di New York (NYSE – New York Stock Exchange) e Euronext, mercato di borsa che raggruppa le borse di Parigi, Amsterdam, Bruxelles e Lisbona.

<sup>18</sup> La qualità del caffè viene valutata misurando il numero di “defects” del sottostante. Sono considerati elementi in grado di ridurre la qualità del sottostante la presenza di pietre, foglie, arbusti o terra all’interno dei contenitori che ospitano i chicchi di caffè. Sono altresì considerati elementi quali il colore dei chicchi o la presenza di insetti parassitari o potenzialmente in grado di rovinare la qualità dei chicchi. Ad ogni “defect” viene associato un punteggio di penalizzazione. La somma dei punteggi di penalizzazione è utilizzata come parametro per misurare la qualità del sottostante e conseguentemente per indicare la necessità di correggere il prezzo per esso pagato.



necessità di acquistare caffè prevedendone la consegna per il mese di aprile, in assenza della scadenza di aprile, le alternative sono di una negoziazione per il mese di marzo o per il mese di giugno.

Riguardo il prezzo (anch'esso indicato normalmente con la lettera F), si è avuto modo di dimostrare nel capitolo sui forward come l'ipotesi di assenza di opportunità di arbitraggio consenta di giungere al pricing di un contratto a termine, facendo sì che il prezzo non sia un elemento contrattuale lasciato alla discrezione delle controparti (acquirente e venditore), ma sia fissato dalle condizioni del mercato relative al prezzo spot del sottostante, alla durata del contratto, ai tassi di interesse di mercato e alla presenza di eventuali flussi di cassa rilevanti. Dato che le caratteristiche tecniche dei forward e dei future coincidono, le formule di pricing dei forward possono essere utilizzate anche per i future<sup>19</sup>.

Infine operare su un mercato regolamentato impone, rispetto al mercato OTC, di poter negoziare solo durante le giornate di borsa aperte e nel rispetto degli orari della borsa.

Da quanto descritto si può facilmente intuire come la standardizzazione prevista per i future li renda contratti meno flessibili rispetto ai forward, in quanto le parti di un future sono chiamate ad adeguare le proprie necessità alle condizioni di mercato.

### **Il rischio di controparte**

Se è vero che i future, causa l'elevata standardizzazione, risultano essere strumenti meno appetibili rispetto ai forward, in quanto richiedono adattamenti anche forti rispetto alle esigenze degli operatori, essi hanno il vantaggio di neutralizzare il rischio di controparte.

In un forward il soggetto che a scadenza ottiene un profitto dal regolamento del contratto non ha nessuna garanzia del fatto che la controparte terrà fede agli impegni presi. Questa, causa fallimento o difficoltà finanziarie, potrebbe non dare esecuzione al contratto. La mancata esecuzione del contratto esporrà il soggetto inadempiente ad azioni di rivalsa da parte del soggetto che si è visto negare l'ottenimento del guadagno maturato. Quest'ultimo però non ha nessuna certezza in merito all'eventualità di riuscire ad ottenere quanto previsto, rimanendo esposto ad un rischio di controparte. Ne deriva che in un forward l'identità e la reputazione della controparte sono elementi fondamentali per ridurre i rischi di inadempimento della controparte, che saranno comunque sempre presenti.

I future, rispetto ai forward, hanno il vantaggio di garantire le parti in merito all'esecuzione del contratto, eliminando di fatto il rischio di controparte. Tale risultato è assicurato sia dalla presenza di un organismo di mercato, definito Clearing House (CH), che frapponendosi tra le parti svolge il ruolo di controparte centrale del mercato (CCP – Central CounterParty), sia dall'applicazione da parte della CH stessa del meccanismo del marking to market (MTM) o *daily settlement*. In base a tale meccanismo la CH, ogni volta che identifica sul mercato due parti che hanno inserito delle proposte di negoziazione compatibili, richiede ad entrambi i soggetti della transazione (acquirente e venditore a termine) un importo in denaro a titolo cauzionale (definito "margine iniziale") che viene depositato su un conto presso la CH. Trovato l'accordo tra le parti e concluso il contratto la CH verifica quotidianamente l'andamento del prezzo di mercato rispetto al prezzo fissato, accreditando o addebitando sui conti da essa gestiti i guadagni e le perdite che le parti del future avrebbero maturato se il contratto venisse regolato in via immediata. In tal modo il contratto viene riallineato

<sup>19</sup> Il tema verrà ripreso nel paragrafo 3.3.

giornalmente alle condizioni di mercato, facendo sì che il giorno successivo si debbano verificare i guadagni e le perdite maturate prendendo come riferimento non più il prezzo fissato nel future inizialmente ma il prezzo di mercato del giorno precedente<sup>20</sup>. In tal modo la CH è come se trattasse il future come una sequenza di contratti a termine di durata giornaliera, i cui risultati (guadagni/perdite) vanno automaticamente ad alimentare i conti di deposito gestiti per conto delle parti.

Si ipotizzi un future con le seguenti caratteristiche:

- sottostante: azione Ipsilon;
- quantità: 100 azioni;
- prezzo: 10€;
- durata: 5 giorni.

Si ipotizzi che la CH abbia chiesto alle parti il versamento di un margine iniziale pari al 10% del valore nominale del contratto<sup>21</sup>, pari quindi a 100€ ( $1.000 \text{Azioni} \times 10\text{€} \times 10\% = 100\text{€}$ ). Si ipotizzi che nei giorni successivi il prezzo di mercato<sup>22</sup> dell'azione Ipsilon abbia seguito l'andamento riportato dalla Tabella 3.1.

**Tabella 3.1: andamento del prezzo del sottostante**

<b>Giorno</b>	<b>Prezzo di mercato</b>
0	10,00€
1	10,20€
2	10,50€
3	10,10€
4	9,50€
5	9,80€

Al termine del primo giorno la CH verifica come il prezzo di mercato sia variato. Verificato che da 10€ il prezzo è salito a 12€ la CH provvede a spostare dal conto del soggetto con la posizione corta a quello del soggetto con la posizione lunga i guadagni/perdite maturate, pari a 20€ ( $[10,2\text{€} - 10\text{€}] \times 100 \text{azioni} = 20\text{€}$ ). (Tabella 3.2).

**Tabella 3.2: gestione dei margini al termine del primo giorno**

<b>Giorno</b>	<b>Prezzo di mercato</b>	<b>Variazione</b>	<b>Conto posiz. Lunga</b>	<b>Conto posiz. Corta</b>
0	10€	-	100€	100€
1	10,20€	+20€	120€	80€

Il giorno successivo la CH verifica nuovamente la variazione del prezzo del sottostante ma, avendo già “scontato” la variazione tra il giorno 1 ed il giorno 0, la CH adegua i conti per allineare le posizioni rispetto al giorno precedente. Essendoci stato un nuovo aumento del prezzo di mercato del sottostante, la CH provvede nuovamente a prelevare denaro dal conto

<sup>20</sup> Se infatti il contratto è stato riallineato alle condizioni di mercato, il guadagno e le perdite rispetto al prezzo fissato nel future sono già stati accreditati/addebitati, mentre rimarranno da considerare le variazioni tra il prezzo di mercato al giorno  $t$  ed il prezzo di mercato al giorno  $t+1$ .

<sup>21</sup> Per valore nominale del contratto si intende il prodotto tra il prezzo fissato nel future e la quantità di sottostante oggetto di negoziazione (dimensione del contratto).

<sup>22</sup> L'espressione prezzo di mercato si riferisce comunque al prezzo future. L'allineamento rispetto al mercato avviene infatti confrontando le quotazioni future del giorno precedente con le quotazioni future della giornata di valutazione. La differenza tra le due quotazioni è comunque influenzata dall'andamento del prezzo del sottostante sul mercato spot.

del soggetto con la posizione corta per accreditarlo sul conto del soggetto con la posizione lunga. Dato che il prezzo di mercato è aumentato di altri 30 centesimi ( $10,50\text{€} - 10,20\text{€} = 0,30\text{€}$ ) e che il future è scritto su 100 azioni, il flusso finanziario tra i due conti è pari a 30€ ( $0,30\text{€} * 100 \text{azioni} = 30\text{€}$ ), come riportato nella Tabella 3.3.

**Tabella 3.3: gestione dei margini al termine del secondo giorno**

<b>Giorno</b>	<b>Prezzo di mercato</b>	<b>Variazione</b>	<b>Conto posiz. Lunga</b>	<b>Conto posiz. Corta</b>
0	10€	-	100€	100€
1	10,20€	+20€	120€	80€
2	10,50€	+30€	150€	50€

Seguendo la stessa procedura la CH verifica come al termine del terzo giorno il prezzo di mercato, passando da 10,50€ a 10,10€ sia diminuito di 40 centesimi. Essa trasferirà (Tabella 3.4) dal conto con la posizione lunga al conto della posizione corta 40€ ( $0,40\text{€} * 100 \text{azioni} = 40\text{€}$ ).

**Tabella 3.4: gestione dei margini al termine del terzo giorno**

<b>Giorno</b>	<b>Prezzo di mercato</b>	<b>Variazione</b>	<b>Conto posiz. Lunga</b>	<b>Conto posiz. Corta</b>
0	10€	-	100€	100€
1	10,20€	+20€	120€	80€
2	10,50€	+30€	150€	50€
3	10,10€	- 40€	110€	90€

Ripetendo il procedimento di allineamento al prezzo di mercato (marking to the market) attraverso un regolamento quotidiano (daily settlement) delle posizioni il giorno della scadenza del future la situazione dei conti è quella riportata nella Tabella 3.5.

**Tabella 3.5: gestione dei margini al termine del quinto giorno (fine contratto)**

<b>Giorno</b>	<b>Prezzo di mercato</b>	<b>Variazione</b>	<b>Conto posiz. Lunga</b>	<b>Conto posiz. Corta</b>
0	10€	-	100€	100€
1	10,20€	+20€	120€	80€
2	10,50€	+30€	150€	50€
3	10,10€	- 40€	110€	90€
4	9,50€	- 60€	50€	150€
5	9,80€	+ 30€	80€	120€

La CH, avendo gestito giornalmente i guadagni e le perdite, è riuscita ad evitare il rischio che il soggetto con la posizione lunga potesse non adempiere alle proprie obbligazioni (cioè si rifiutasse di acquistare a 10€ il sottostante che sul mercato ne vale solo 9,80€), negando al soggetto con la posizione corta il guadagno di 20€ derivante dall'operazione. Il giorno della scadenza del contratto, infatti, il guadagno dell'operazione è già disponibile sul conto del soggetto con la posizione corta, mentre il conto del soggetto con la posizione lunga è già stato decurtato dell'importo della perdita. La CH, quindi, provvederà a chiudere i due conti restituendo alle controparti il saldo disponibile sui conti stessi. Il soggetto con la posizione lunga, a fronte del versamento iniziale di 100€, si vede restituire solo 80€ riportando una perdita di 20€; il soggetto con la posizione corta, invece, a fronte del versamento del margine iniziale di 100€, ottiene 120€, guadagnandone di fatto 20.

Si noti come il risultato finale dell'operazione sia il medesimo che si sarebbe ottenuto regolando il contratto il giorno della scadenza come sarebbe avvenuto in un forward, esponendo però le controparti al rischio di insolvenza dell'altro contraente.

Rimane da considerare l'eventualità che l'andamento di mercato del sottostante renda il conto di una delle parti insufficiente a coprire l'allineamento al mercato.

Si ipotizzi che l'andamento del mercato per il titolo Ipsilon sia stato quello riportato nella Tabella 3.6.

**Tabella 3.6: andamento del prezzo del sottostante (ipotesi 2)**

<b>Giorno</b>	<b>Prezzo di mercato</b>
0	10,00€
1	10,20€
2	10,50€
3	10,90€
4	11,10€
5	11,20€

La gestione dei conti da parte della CH al giorno 3 sarebbe stata quella riportata nella Tabella 3.7.

**Tabella 3.7: gestione dei margini al termine del terzo giorno**

<b>Giorno</b>	<b>Prezzo di mercato</b>	<b>Variazione</b>	<b>Conto posiz. Lunga</b>	<b>Conto posiz. Corta</b>
0	10€	-	100€	100€
1	10,20€	+20€	120€	80€
2	10,50€	+30€	150€	50€
3	10,90€	+40€	190€	10€

L'esiguità del conto del soggetto con la posizione corta espone la CH al rischio di arrivare al termine del quarto giorno con la necessità di prelevare dal conto della posizione corta un importo superiore ai 10€ disponibili, esponendo di fatto la clearing house ad un rischio di controparte.

Onde evitare il rischio di inadempienza della controparte, il meccanismo del marking to market prevede, oltre ad un margine iniziale, anche un "livello di allerta" (margine di mantenimento), raggiunto il quale, viene chiesto al titolare del conto un "margine di integrazione". La CH, verificata la situazione di rischio scarsa capienza del conto, chiede al titolare (che nell'esempio proposto è il soggetto con la posizione corta) di versare nuovo denaro sul conto (ad esempio, 50€). Qualora questo avvenga le posizioni in future verranno mantenute ed il marking to market riportato porterebbe alla situazione descritta nella Tabella 3.8.

**Tabella 3.8: gestione dei margini al termine del quinto giorno (fine contratto)**

Giorno	Prezzo di mercato	Variazione	Conto posiz. Lunga	Conto posiz. Corta
0	10€	-	100€	100€
1	10,20€	+20€	120€	80€
2	10,50€	+30€	150€	50€
3	10,90€	+40€	190€	10€
	Richiesta integrazione margini da parte della CH			+ 50€ (TOT. 60€)
4	11,10€	+20€	210€	40€
5	11,20€	+10€	220€	30€

Il soggetto in posizione lunga ottiene un guadagno di 120€ ( $220€ - 100€ = 120€ = [11,20€ - 10€] \times 100$  azioni) mentre il soggetto in posizione corta subisce una perdita di 120€ ( $30€ - 100€ - 50€ = [10€ - 11,20€] \times 100$  azioni).

Ad una richiesta della CH di integrare il margine il soggetto contattato può non avere la possibilità o l'intenzione di investire nuove disponibilità finanziarie nell'operazione. In tal caso egli ha l'alternativa di chiudere la posizione. Nell'ipotesi che egli non risponda alla richiesta di integrazione dei margini, la CH si adopera per verificare sul mercato la presenza di operatori disposti a sostituire il soggetto che non ha provveduto al versamento del margine integrativo. Indicando con A il soggetto con la posizione lunga e B il soggetto con la posizione corta, la CH cerca sul mercato un soggetto C disposto a chiudere un contratto con B nel quale B assume ora la posizione lunga (e quindi C assume la posizione corta). L'apertura da parte della CH di un nuovo future che vede B in posizione opposta rispetto a quella originariamente assunta, ha l'effetto di neutralizzare la posizione di B sul mercato che viene di fatto sostituito dal soggetto C.

Dopo l'intervento della CH il soggetto B si troverebbe impegnato in due contratti. Nel primo (quello originario) avrebbe una posizione corta che lo fa guadagnare in caso di ribasso del sottostante e lo farebbe perdere in caso di rialzo. Nel secondo contratto (quello aggiuntivo) avrebbe una posizione lunga che invece lo porterebbe a perdere in caso di ribasso e guadagnare in caso di rialzo. Qualunque sia l'andamento del prezzo del sottostante quindi B si troverebbe a non guadagnare né perdere. Se il prezzo del sottostante aumenta, B guadagna nel contratto in cui ha la posizione lunga ma contemporaneamente perde nel contratto in cui ha una posizione corta. In caso di ribasso del sottostante la posizione lunga farà perdere a B un importo esattamente pari a quello che guadagna grazie alla posizione corta dell'altro contratto. In realtà, dato che il soggetto B, pur avendo in essere due contratti, di fatto non assume una posizione aperta sul mercato, nel momento in cui la CH interviene sul mercato egli viene di fatto estromesso. Sono i soggetti A e C a diventare di fatto gli unici operatori ad essere interessati dall'andamento del mercato.

L'ipotesi di fondo del meccanismo del marking to market è la possibilità, da parte della CH, di trovare sul mercato un soggetto disposto a "subentrare" ad una controparte che vuole chiudere la propria posizione. Tale ipotesi però risulta facilmente verificabile per almeno due ordini di motivi. Si consideri la situazione del soggetto B al momento dell'uscita dal mercato. Se la sua aspettativa di ribasso del prezzo del sottostante è stata disattesa (il prezzo è passato progressivamente da 10€ a 11,20€) e B è stato chiamato ad integrare il margine, ciò implica che il prezzo del titolo sottostante è notevolmente aumentato negli ultimi giorni. In tale situazione la probabilità di trovare sul mercato un soggetto C disposto a "scommettere" su un ridimensionamento del prezzo è elevata, facilitando il ruolo della CH nella ricerca di una nuova controparte. Allo stesso modo in caso di forti ribassi del sottostante, la probabilità

di trovare un soggetto disposto a scommettere su un rialzo (entrando sul mercato con una posizione lunga al posto di A) è altrettanto elevata e con essa la probabilità che la CH riesca a trovare una controparte per sostituire soggetti che non abbiamo risposto ad una richiesta di integrazione (*margin call*).

Una seconda argomentazione che rende valida l'ipotesi di bilanciamento di una posizione tramite conclusione di un nuovo contratto è legata al grado di standardizzazione dei future. Se infatti gli operatori del mercato tendono ad adeguare le proprie esigenze concentrando la domanda e l'offerta verso le soluzioni offerte dal mercato (i future negoziati), l'interesse del mercato non può non alimentare la domanda di questi strumenti mantenendone elevato il grado di liquidità. Se ciò accade la probabilità di trovare operatori disposti ad entrare in nuovi contratti (sia come acquirenti che come venditori) è per definizione elevata.

Da quanto detto deriva che la maggiore flessibilità garantita da un forward (le parti decidono liberamente tutti i termini contrattuali) viene bilanciata dal maggior rischio di controparte (l'eventualità che la controparte non dia esecuzione al contratto viene verificata solo alla data di regolamento), mentre l'annullamento del rischio di controparte assicurato dai future (grazie all'intervento della CH ed al meccanismo del daily settlement) bilancia la non perfetta corrispondenza delle caratteristiche dei future rispetto alle reali esigenze degli operatori.

### **Maggiore liquidità dei future e possibilità di uscita anticipata dal contratto**

L'elevato grado di standardizzazione che caratterizza i future rispetto ai forward aumenta la probabilità di trovare un soggetto disposto a subentrare nel contratto, indipendentemente dall'andamento del sottostante. La possibilità per le parti di un forward di calibrare i termini del contratto in modo da renderli perfettamente coincidenti con le proprie esigenze/aspettative, rende i forward dei contratti altamente personalizzati. L'elevato grado di personalizzazione rende però difficile un eventuale ricollocamento dello strumento sul mercato secondario. Qualora quindi un operatore decidesse di trovare un soggetto terzo disposto ad entrare nel contratto al suo posto, il fatto di aver disegnato il forward in base alle proprie esigenze (probabilmente diverse da quelle degli altri operatori del mercato) contribuisce a rendere meno probabile l'individuazione di un sostituto.

Nei mercati regolamentati i future, in quanto contratti standardizzati, facilitano la probabilità di trovare controparti disposte a chiudere nuovi contratti. Attraverso il meccanismo (descritto in precedenza) della compensazione di posizioni tramite l'apertura di nuovi contratti, si è visto come l'uscita da un contratto può agevolmente avvenire identificando sul mercato un soggetto disposto ad assumere una posizione di dimensioni uguali e di medesimo segno rispetto a quella chiusa. A caratterizzare i future rispetto ai forward contribuisce quindi anche la maggiore liquidità dei primi rispetto ai secondi.

### **Il cash settlement**

Si consideri il future sul titolo Ipsilon analizzato in precedenza<sup>23</sup>. Al termine del future la situazione dei margini gestiti dalla CH era la seguente (Tabella 3.9).

---

<sup>23</sup> Si ipotizzerà che l'andamento del sottostante abbia seguito l'andamento ipotizzato nel primo dei due casi utilizzati.

**Tabella 3.9: gestione dei margini al termine del quinto giorno (fine contratto)**

<b>Giorno</b>	<b>Prezzo di mercato</b>	<b>Variazione</b>	<b>Conto posiz. Lunga</b>	<b>Conto posiz. Corta</b>
0	10€	-	100€	100€
1	10,20€	+20€	120€	80€
2	10,50€	+30€	150€	50€
3	10,10€	- 40€	110€	90€
4	9,50€	- 60€	50€	150€
5	9,80€	+ 30€	80€	120€

Il regolamento di qualsiasi contratto a termine (sia forward che future) può avvenire secondo due modalità alternative: consegna fisica del sottostante o regolamento per contanti (*cash settlement*).

Si ipotizzi che il regolamento del future sul titolo Ipsilon avvenga per consegna fisica del sottostante<sup>24</sup>. Il soggetto con la posizione corta incasserà i 120€ del suo conto-margini. Essendosi impegnato a vendere alla controparte 100 azioni Ipsilon, egli dovrà comprare sul mercato le 100 azioni che, pagate 9,80€ l'una, gli determineranno un esborso di 980€. Successivamente questi trasferirà i titoli alla controparte del future che dovrà pagare 1.000€ (10€×100 azioni = 1.000€). Poiché nei 120€ ottenuti dalla CH erano compresi anche i 20€ di guadagno dell'operazione, l'acquirente a termine dovrà pagare solo la differenza di 980€, ovvero il prezzo sul mercato spot nel giorno della scadenza del future.

Qualora la negoziazione a termine fosse avvenuta OTC, il forward avrebbe richiesto al soggetto con la posizione corta di (1) comprare i titoli sul mercato pagandoli 9,80€, (2) rivenderli alla controparte del forward incassando 10€, (3) ottenendo alla fine un guadagno di 20€ ( $[10€ - 9,80€] \times 100 \text{ azioni} = 20€$ ).

I due casi ipotizzati sono entrambi esempi di regolamento tramite consegna fisica del sottostante. In ambo i casi chiudere alla chiusura del forward/future, il venditore a termine entra in possesso dei titoli sottostanti il derivato.

Le parti possono però decidere di regolare il contratto tramite cash settlement. In tal caso lo scambio di sottostante versus denaro viene sostituito da un unico flusso finanziario, trasferito dal soggetto che ha maturato una perdita a favore del soggetto che ha ottenuto un guadagno. Nell'esempio del titolo Ipsilon, il future vede l'operazione concludersi con il trasferimento degli importi presenti nei conti di gestione alle parti del contratto. Il venditore a termine, quindi, incassati i 120€, ritorna in possesso del margine iniziale (100€) ed ottiene il guadagno dell'operazione (20€) direttamente in forma monetaria, senza quindi bisogno di acquistare i titoli sul mercato per poi cederli alla controparte.

Nell'esempio del forward, invece, l'acquirente a termine, verificato che il contratto prevede l'acquisto di 100 azioni al prezzo di 10€ l'una mentre il prezzo di mercato è di soli 9,80€, prende atto che l'operazione si è conclusa in perdita per 20€ ed effettua un unico pagamento in denaro (cash) per tale importo a favore del venditore a termine.

Pur essendo possibile ricorrere al cash settlement e al regolamento per consegna fisica del sottostante sia nei mercati regolamentati sia nel mercato over the counter, la prassi dei

<sup>24</sup> La decisione in merito alla modalità di regolamento del contratto è una condizione definita al momento dell'accordo. Le parti sanno quindi dall'inizio se il contratto prevedrà la consegna fisica del sottostante o se invece si risolverà in un pagamento in denaro.

mercati tende a prevedere con una maggiore frequenza il ricorso al cash settlement nei mercati ufficiali rispetto a quanto avvenga nel mercato OTC.

Bisogna notare come in alcuni casi il cash settlement rappresenti l'unica soluzione concretamente percorribile. Nel caso ad esempio dei future su indici azionari, il ricorso alla consegna fisica richiederebbe di verificare la composizione dell'indice di riferimento il giorno della scadenza, alla quale dovrebbe seguire un acquisto sul mercato spot dei titoli che compongono l'indice. A rendere poco agevole tale operazione ci sono almeno due circostanze. La prima è che i costi di negoziazione dei titoli sul mercato azionario potrebbero compromettere il risultato dell'operazione<sup>25</sup>. La seconda è che spesso la ponderazione dei titoli alla base di un indice prevede l'inserimento nell'indice stesso di quantità non intere di titoli, mentre l'acquisto sul mercato spot è possibile solo per quantità discrete di titoli<sup>26</sup>.

Si vuole infine richiamare l'attenzione sul fatto che il cash settlement implica un utilizzo del sottostante come semplice attività di riferimento. Con il cash settlement né il compratore né il venditore a termine entrano sul mercato spot per acquistare o vendere il sottostante del forward/future.

### **3.3 Pricing e valore di mercato**

La natura di contratti a termine che accomuna i forward ed i future, consente di utilizzare le medesime logiche di pricing. La valutazione di un future dovrebbe tenere in considerazione, a differenza di quanto avviene nei forward, che i guadagni/perdite dell'operazione non sono temporalmente collocati nel medesimo istante (alla scadenza del contratto), bensì essi sono distribuiti in una sequenza di flussi giornalieri. Qualora i conti di deposito presso la Clearing House prevedano la maturazione di interessi, le formule di pricing dei forward dovrebbero essere adattate per tener conto del valore finanziario del tempo. La considerazione che per durate contenute le differenze sono trascurabili, consentono in ogni caso di utilizzare i modelli di pricing sviluppati per i forward anche per il pricing dei future<sup>27</sup>. Allo stesso modo il valore di mercato di un future può essere calcolato ricorrendo alle formule utilizzate per i forward.

### **3.4 Gli utilizzi**

Come i forward, anche i future possono essere utilizzati a fini speculativi (trading), di copertura (hedging) e di arbitraggio. Con riferimento alle posizioni speculative, gli operatori assumeranno posizioni lunghe in previsione di rialzi del prezzo del sottostante e posizioni corte in caso di previsioni ribassiste.

Nel caso della copertura bisogna invece tenere in considerazione che il grado di standardizzazione dei future richiede alcuni accorgimenti volti a contenere le differenze relative ai seguenti fattori:

---

<sup>25</sup> In presenza di un costo fisso per la singola negoziazione di borsa, l'elevato numero di titoli sottostanti l'indice comporterebbe un elevato numero di transazioni al quale seguirebbe un elevato costo complessivo.

<sup>26</sup> Se, ad esempio, l'indice prevede che al suo interno debbano essere comprese 7,4 azioni Gamma, per il venditore a termine l'acquisto di 7,4 azioni non è possibile in quanto l'acquisto potrà avvenire per 7 azioni o per 8 azioni, ma non per 7,4.

<sup>27</sup> Sul rapporto tra prezzi forward e prezzi future Cox, Ingersoll e Ross (1981) dimostrano come nell'ipotesi di costanza dei tassi di interesse il prezzo future coincide con il prezzo forward.



- 1) non coincidenza tra dimensione della copertura e dimensione del future;
- 2) non coincidenza tra scadenza della copertura e scadenza del future;
- 3) non perfetta coincidenza tra il sottostante del future e l'attività oggetto di copertura.

Si è già visto come tra gli elementi di standardizzazione di un future rientra la dimensione del contratto, cioè la quantità di sottostante oggetto di negoziazione. Il fatto che tale valore venga imposto dalla borsa fa sì che gli operatori debbano necessariamente scegliere se coprirsi solo in parte o se invece preferiscono porre in essere una copertura eccessiva. In ambo i casi gli operatori rimarranno esposti al rischio di prezzo per la differenza tra l'importo oggetto di copertura ed il valore effettivamente coperto tramite i future. Si parla in questi casi di copertura imperfetta.

La standardizzazione delle scadenze espone gli operatori ad un rischio di copertura imperfetta anche dal punto di vista temporale. In questo caso l'indicazione è in genere di acquistare future con scadenze leggermente superiori alla scadenza desiderata per la copertura, valutando la possibilità di chiudere la posizione sul mercato negoziando contratti di segno opposto. Qualora invece il mercato non preveda al momento della copertura dei future con scadenza successiva alla data di copertura desiderata, è consigliabile procedere ad un roll-over, negoziando il future con la scadenza massima disponibile per poi, alla scadenza, negoziarne uno (ormai disponibile) con scadenza superiore a quella desiderata.

Nel porre in essere una copertura basata sull'utilizzo di future scritti su un'attività diversa da quella oggetto di copertura è necessario tenere in considerazione le tendenze dei due prezzi (quello dell'attività che si vuole coprire e quello del sottostante) a variare in misura più o meno proporzionale. Considerando il coefficiente di correlazione lineare tra le due attività, la quantità di future che si dovrebbe acquistare dovrebbe essere la seguente:

$$h = \rho \times \frac{\sigma_S}{\sigma_F}$$

Dove:

- $S$  = prezzo Spot del sottostante;
- $F$  = prezzo Future;
- $\sigma_S$  = deviazione standard di  $S$ ;
- $\sigma_F$  = deviazione standard di  $F$ ;
- $\rho$  = coefficiente di correlazione tra  $S$  e  $F$

***Esempio – Copertura tramite future su petrolio***

Si ipotizzi che una società voglia programmare l'acquisto di 1.000.000 di galloni di carburante per jet tra 3 mesi. Il valore di  $\sigma_S$  (deviazione standard delle variazioni trimestrali del prezzo del carburante per jet) è pari al 3,2%.

Non esistendo un future su tale sottostante, la società decide di coprirsi acquistando future sul petrolio greggio. Le dimensioni del future sul petrolio sono di 42.000 galloni per contratto.

Dato che il valore di  $\sigma_F$  (deviazione standard delle variazioni trimestrali del prezzo del petrolio greggio) è pari al 4% e che la correlazione tra il prezzo dei due carburanti è pari a 0,80, è possibile stimare il coefficiente di copertura ottimale nel seguente modo:

$$h = \rho \times \frac{\sigma_S}{\sigma_F} = 0,8 \times \frac{0,032}{0,04} = 0,64$$

La società dovrebbe quindi acquistare un numero di future pari a:

$$0,64 \times (1.000.000 / 42.000) = 15,2$$

Dato che la società non può comprare 15,2 contratti, acquisterà 15 contratti rimanendo soggetta al rischio di prezzo del carburante per jet per 0,2 contratti (42.000 × 0,2 = 8.400 galloni).

Una copertura indiretta è possibile anche nel caso si voglia coprire un portafoglio azionario. In tal caso si può ricorrere ai future su indici azionari. Al fine di verificare la tendenza del portafoglio a variare rispetto all'andamento dell'indice è necessario stimare il  $\beta$ .

La copertura ottimale si ottiene come:

$$\beta \times \frac{P}{A}$$

Dove:

- $\beta$  = beta del portafoglio (rispetto all'indice);
- $P$  = valore di mercato del portafoglio;
- $A$  = valore del sottostante del future.

**Esempio – Copertura tramite future su indici azionari**

Si ipotizzi che, in previsione di un ribasso dei corsi azionari, si voglia coprire un portafoglio azionario del valore di mercato di 750.000\$, utilizzando a tale scopo un future sullo S&P500 (i titoli appartengono al mercato americano). Il valore di mercato dell'indice alla data di negoziazione è pari a 200.

La durata della copertura è pari a 4 mesi, il  $\beta$  del portafoglio rispetto all'indice è 1,8 ed il tasso di rendimento nel continuo dell'indice è pari al 4%. Ipotizzando una curva dei rendimenti piatta e pari al 10% si determini il numero di contratti che è necessario sottoscrivere per porre in essere la copertura. Per regolamento, il valore del sottostante si ottiene moltiplicando per 500 il valore dell'indice S&P500.

Sapendo che

$$F = 200 \times e^{(10\% - 4\%) \times (4/12)} = 204,04$$

Il valore di mercato del future è quindi pari a

$$VM_{future} = 204,04 \times 500 = 102.020\$$$

il numero di future sarà :

$$N^* = 1,8 \times \frac{750.000}{102.020} = 13,23$$

Dato che non si possono comprare 13,23 future, tale valore viene arrotondato a 13.

Si consideri infine una copertura su un portafoglio obbligazionario.

In questo caso emerge il problema della non perfetta coincidenza tra la durata del future e la durata (media finanziaria) del portafoglio obbligazionario. Utilizzando la duration come indicatore di vita residua sia per il portafoglio obbligazionario, sia per il future, è possibile identificare il numero di contratti future (su tassi di interesse) ottimale nel seguente modo:

$$N = \frac{P \times D_p}{F \times D_f}$$

Dove:

- $N$  = numero ottimale di contratti future;
- $P$  = valore di mercato del portafoglio obbligazionario;
- $D_p$  = duration del portafoglio di mercato;
- $F$  = valore di mercato del future;
- $D_f$  = duration del future.

***Esempio – Copertura tramite future su tassi di interesse***

In previsione di un rialzo dei tassi di interesse, che comporterebbe una diminuzione del valore dei portafogli obbligazionari a tasso fisso, un operatore ha deciso di porre in essere una copertura tramite ricorso ad interest rate future. Il valore del portafoglio oggetto di copertura è pari a 10.000.000€ ed il valore di mercato del future utilizzato per la copertura è pari a 1.000.000€. Sapendo che la duration del portafoglio e quella del future sono rispettivamente 5 anni e 3 anni, si procederà ad identificare il numero di future da negoziare nel modo seguente.

$$N = \frac{10.000.000 \times 5}{1.000.000 \times 3} = 16,66$$

Dato che non è possibile negoziare quantità non intere, il numero ottimale di contratti per porre in essere la copertura sarà 17.

## Cap. 4 – I Forward Rate Agreement (FRA)

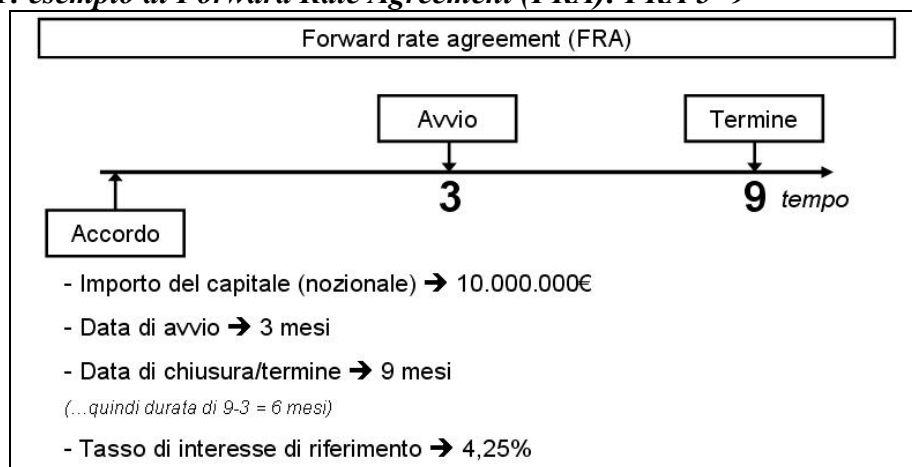
### 4.1 I forward rate agreement: definizione e caratteristiche

Un forward rate agreement (FRA) è un contratto nel quale due parti si accordano sul tasso di interesse da applicare ad un certo capitale oggetto di scambio, per un certo periodo di tempo futuro. In un FRA quindi due soggetti si accordano in un momento iniziale sulle condizioni di quello che sarà un ipotetico finanziamento (per il soggetto acquirente) o un ipotetico investimento (per il soggetto venditore), definendone l'importo, la durata ed il tasso di interesse che, generalmente, coincide con il tasso forward di mercato corrispondente all'operazione di finanziamento implicita nel FRA.

Si è parlato di finanziamento/investimento "ipotetico" (o teorico) in quanto il capitale oggetto del finanziamento è solo nozionale, esso cioè non viene mai fisicamente scambiato tra le parti, essendo preso solo come riferimento per il calcolo dei flussi finanziari dell'operazione.

Un FRA nel quale le parti si accordano su un finanziamento che verrà (teoricamente) erogato tra 3 mesi e che avrà una durata di 6 mesi viene sinteticamente indicato come FRA 3×9 (Figura 4.1). I valori "3" e "9" indicano il tempo espresso in mesi che separa le due date del contratto (erogazione e restituzione del finanziamento) dal momento iniziale della stipula.

**Figura 4.1: esempio di Forward Rate Agreement (FRA): FRA 3×9**



Il FRA si conclude alla prima data (il tempo "3") e non alla seconda (il tempo "9"). Così in un FRA 3×9 le parti, passati i tre mesi dal momento dell'accordo, verificano qual è il tasso spot di mercato per finanziamenti/investimenti di durata semestrale e confrontano le condizioni di mercato (tasso spot a sei mesi  $r_{0,6}$ ) con le condizioni fissate originariamente nel FRA. Nel caso in cui il tasso di mercato sia maggiore del tasso FRA, la parte che nel finanziamento implicito nel FRA ha assunto la posizione di debitore-finanziato (acquirente del FRA) si trova a dover accendere un finanziamento di durata semestrale ad un tasso più vantaggioso rispetto ai tassi di mercato. Contemporaneamente la parte del FRA che ha assunto la posizione di creditore-finanziatore (venditore del FRA) dovrebbe erogare un finanziamento ad un tasso di interesse inferiore rispetto al tasso che, qualora non si fosse impegnato in un FRA, il mercato gli avrebbe offerto per investimenti della stessa durata. In questo caso, quindi, è l'acquirente del FRA ad essere avvantaggiato dall'aver bloccato in via anticipata il costo del finanziamento.

Nel caso opposto in cui al terzo mese il tasso spot di mercato a 6 mesi fosse diminuito rispetto alle condizioni pattuite nel FRA, il debitore si trova a doversi finanziare ad un tasso superiore a quello di mercato, mentre il creditore riesce, tramite il FRA, a garantirsi un rendimento superiore a quello che avrebbe ottenuto non entrando nel FRA ed attendendo i tre mesi prima di investire direttamente sul mercato spot.

In entrambi i casi le parti non procederanno con l'erogazione del finanziamento, ma utilizzeranno gli elementi fissati nel FRA (importo del finanziamento, durata e tasso di interesse) per calcolare il guadagno/perdita che deriverebbe dal procedere con il finanziamento implicito nel FRA rispetto ad un finanziamento stipulato alle condizioni di mercato. Tale valore differenziale, è l'importo che la parte per la quale il FRA ha assicurato condizioni migliori rispetto al mercato si vedrà trasferire dalla controparte. Con tale trasferimento monetario il FRA giunge a scadenza.

## **4.2 Il Pricing**

Effettuare il pricing di un FRA vuol dire individuare il tasso di interesse equo da fissare contrattualmente.

Per identificare il tasso "fair" di un FRA  $T_1 \times T_2$  è necessario verificare la relazione tra i due tassi spot relativi ad investimenti di durata  $T_1$  e  $T_2$ , ovvero i tassi  $r_{0;T_1}$  e  $r_{0;T_2}$ . Così, per il pricing di un FRA 3×9 è necessario conoscere i tassi di interesse spot  $r_{0;3}$  e  $r_{0;9}$ .

Partendo dai tassi spot è necessario verificare l'assenza di due diverse condizioni di arbitraggio:

- indebitamento a lungo termine + investimento a breve termine;
- indebitamento a breve termine + investimento a lungo termine.

Di seguito vengono illustrate le strutture delle due operazioni di arbitraggio in regime di capitalizzazione semplice. Il ricorso a tale regime di capitalizzazione è dovuto al fatto che è questo il regime generalmente utilizzato nella pratica dagli operatori del mercato finanziario.

### **4.2.1 Arbitraggio "Indebitamento a lungo termine + investimento a breve termine"**

I passaggi da compiere per porre in essere questo arbitraggio sono i seguenti:

*Al momento iniziale:*

- 1) Accensione di un finanziamento a lungo termine (dal momento 0 al momento  $T_2$ );
- 2) investimento a breve termine (dal momento 0 al momento  $T_1$ );
- 3) vendita di un FRA (per garantire il reinvestimento del montante del primo investimento per il periodo rimanente tra il momento  $T_1$  ed il momento  $T_2$ ).

*Al momento  $T_1$ :*

- 4) chiusura del FRA con conseguente incasso o esborso monetario;
- 5) chiusura dell'investimento a breve (incasso di capitale e interessi);
- 6) reinvestimento del montante da  $T_1$  a  $T_2$ .

*Al momento  $T_2$ :*

- 7) Chiusura del reinvestimento (incasso del capitale più interessi);
- 8) chiusura del finanziamento a lungo termine (pagamento di capitale e interessi).

Se dopo la chiusura del finanziamento tramite l'incasso derivante dagli investimenti dovessero rimanere delle disponibilità, si sarebbe di fronte ad un arbitraggio, essendo tale guadagno maturato in completa assenza di rischio e senza l'uso di capitale investito.

Si analizzi la sequenza dei flussi finanziari delle operazioni che compongono l'arbitraggio<sup>28</sup>.

Operazione	Flusso al momento iniziale (T <sub>0</sub> )	Flusso al momento intermedio (T <sub>1</sub> )	Flusso al momento finale (T <sub>2</sub> )
1) Indebitamento a lungo (da T <sub>0</sub> a T <sub>2</sub> )	+1€		$-(1 + r_{0;T_2} \times T_2)$
2) Investimento a breve termine (da T <sub>0</sub> a T <sub>1</sub> )	-1€	$+(1 + r_{0;T_1} \times T_1)$	
3) Vendita di un FRA T <sub>1</sub> xT <sub>2</sub> e reinvestimento (da T <sub>1</sub> a T <sub>2</sub> )	0	$-(1 + r_{0;T_1} \times T_1)$	$(1 + r_{0;T_1} \times T_1) \times [1 + r_{T_1;T_2} \times (T_2 - T_1)]$
<i>Somma flussi</i>	0	0	$-(1 + r_{0;T_2} \times T_2) + (1 + r_{0;T_1} \times T_1) \times [1 + r_{T_1;T_2} \times (T_2 - T_1)]$

Nell'ipotesi che il mercato non offra opportunità di arbitraggio, la somma dei flussi al momento finale dovrebbe essere pari a zero:

$$-(1 + r_{0;T_2} \times T_2) + (1 + r_{0;T_1} \times T_1) \times [1 + r_{T_1;T_2} \times (T_2 - T_1)] = 0$$

da cui:

$$r_{T_1;T_2} = \frac{(1 + r_{0;T_2} \times T_2)}{(1 + r_{0;T_1} \times T_1)} - 1 \div (T_2 - T_1)$$

La suddetta formula identifica, partendo dai tassi di interesse del mercato spot, il tasso FRA in ipotesi di assenza di possibilità di arbitraggio.

#### 4.2.2 Arbitraggio "Indebitamento a breve termine + investimento a lungo termine"

I passaggi da compiere per porre in essere questo arbitraggio sono i seguenti:

*Al momento iniziale:*

- 1) Accensione di un finanziamento a breve termine (dal momento 0 al momento T<sub>1</sub>);
- 2) investimento a lungo termine (dal momento 0 al momento T<sub>2</sub>);
- 3) acquisto di un FRA (per garantire il rifinanziamento al termine del primo periodo – momento T<sub>1</sub> – fino al momento T<sub>2</sub>).

*Al momento T<sub>1</sub>:*

- 4) chiusura del FRA con conseguente incasso o esborso monetario;
- 5) chiusura del finanziamento a breve (pagamento di capitale e interessi);
- 6) rifinanziamento dal momento T<sub>1</sub> al momento T<sub>2</sub>;

*Al momento T<sub>2</sub>:*

- 6) chiusura dell'investimento a lungo termine (incasso di capitale e interessi);
- 7) chiusura del rifinanziamento (pagamento di capitale e interessi).

<sup>28</sup> La sequenza dei flussi considera congiuntamente gli effetti del FRA e quelli dell'operazione di reinvestimento. In appendice al presente capitolo è disponibile un'analisi degli arbitraggi nella quale i flussi del FRA e quelli dell'operazione di reinvestimento vengono riportati separatamente.

Se dopo la chiusura del finanziamento tramite l'incasso derivante dagli investimenti dovessero rimanere delle disponibilità, l'arbitraggio darebbe luogo ad un guadagno.

Si analizzi anche in questo caso la sequenza dei flussi finanziari delle operazioni che compongono l'arbitraggio.

Operazione	Flusso al momento iniziale (T <sub>0</sub> )	Flusso al momento intermedio (T <sub>1</sub> )	Flusso al momento finale (T <sub>2</sub> )
Finanziamento a breve (da T <sub>0</sub> a T <sub>1</sub> )	+€	$-(1 + r_{0;T_1} \times T_1)$	
Investimento a lungo (da T <sub>0</sub> a T <sub>2</sub> )	-€		$+(1 + r_{0;T_2} \times T_2)$
Acquisto di un FRA T <sub>1</sub> ×T <sub>2</sub> e rifinanziamento (da T <sub>1</sub> a T <sub>2</sub> )	0	$+(1 + r_{0;T_1} \times T_1)$	$-\{(1 + r_{0;T_1} \times T_1) \times [1 + r_{T_1;T_2} \times (T_2 - T_1)]\}$
<i>Somma flussi</i>	0	0	$+(1 + r_{0;T_2} \times T_2) - \{(1 + r_{0;T_1} \times T_1) \times [1 + r_{T_1;T_2} \times (T_2 - T_1)]\}$

Per la condizione di non arbitraggio si ha:

$$+(1 + r_{0;T_2} \times T_2) - \{(1 + r_{0;T_1} \times T_1) \times [1 + r_{T_1;T_2} \times (T_2 - T_1)]\} = 0$$

da cui:

$$r_{T_1;T_2} = \frac{\frac{(1 + r_{0;T_2} \times T_2)}{(1 + r_{0;T_1} \times T_1)} - 1}{(T_2 - T_1)}$$

Tale formula consente di calcolare il tasso di equilibrio di un FRA (fair price). Si noti come essa coincida con la formula a cui si giunge con una struttura di arbitraggio differente.

### 4.3 Il valore a scadenza

Si consideri un FRA 4×10 scritto su un valore nozionale di 1.000.000€ ad un tasso del 4,50%. Si ipotizzi che, passati 4 mesi dal giorno della stipula, le parti si incontrino per scambiarsi il flusso differenziale derivante dalla differenza tra il tasso fissato nel forward ed il tasso spot a 6 mesi corrente sul mercato, pari al 5,00%.

Dato che l'acquirente del FRA ha la possibilità di indebitarsi, tramite il FRA, ad un tasso del 4,50% anziché al tasso 5,00% offerto dal mercato, otterrà dalla controparte (o pagherà ad essa) un flusso finanziario pari agli interessi maturati sul capitale nozionale in base al differenziale tra il tasso FRA ed il corrispondente tasso spot il giorno della scadenza.



In formule:

$$C_{acquirente} = \frac{(r_{0;T_2} - r_{FRA}) \times Capitale \times (T_2 - T_1)}{1 + r_{0;T_2} \times (T_2 - T_1)}$$

Dove:

- $C_{acquirente}$  = valore a scadenza del FRA per la posizione dell'acquirente;
- $r_{FRA}$  = Tasso FRA fissato alla stipula del contratto;
- $r_{0;T_2}$  = Tasso spot presente alla data  $T_1$  e relativo ad una operazione di finanziamento avente durata  $T_2 - T_1$
- $Capitale$  = capitale nozionale del FRA;
- $T_1$  = momento nel quale inizia il finanziamento (teorico) del FRA;
- $T_2$  = momento nel quale termina il finanziamento (teorico) del FRA;
- $T_2 - T_1$  = durata (in anni o frazione di anni) del finanziamento implicito nel FRA;

Nell'esempio numerico utilizzato l'acquirente del FRA avrà quindi diritto a ricevere dalla controparte (al momento  $T_1$ ) un importo pari a:

$$C_{acquirente} = \frac{(0,050 - 0,045) \times 1.000.000 \times 0,5}{1 + 0,050 \times 0,5} = 2.439,02\text{€}$$

Essendo il FRA un gioco a somma zero<sup>29</sup>, il guadagno dell'acquirente di un FRA corrisponde alla perdita del venditore del FRA. Qualora si volesse determinare direttamente il valore di mercato del FRA dal punto di vista del venditore, si può quindi utilizzare la formula seguente:

$$C_{venditore} = \frac{(r_{FRA} - r_{0;T_2}) \times Capitale \times (T_2 - T_1)}{1 + r_{0;T_2} \times (T_2 - T_1)}$$

che Applicando la formula all'esempio numerico si ottiene:

$$C_{venditore} = \frac{(0,045 - 0,050) \times 1.000.000 \times 0,5}{1 + 0,050 \times 0,5} = -2.439,02\text{€}$$

A seguito del rialzo dei tassi di interesse, il venditore del FRA subisce una perdita di 2.439,20€.

#### 4.4 Il valore di mercato

Oltre a disporre di una formula per quantificare il valore del contratto il giorno della scadenza, può essere necessario valutare il contratto in un momento antecedente la fine del contratto. Al pari di altri contratti, ciò può essere necessario qualora una delle due parti sia un'impresa soggetta alla redazione di un bilancio di esercizio e si renda necessario valutare il valore di mercato del contratto. Stimare il valore di un FRA nel corso del suo svolgimento

<sup>29</sup> Si definisce un gioco a somma zero un contratto nel quale il guadagno di una parte corrisponde alla perdita dell'altra.

può essere altresì necessario qualora una delle parti voglia valutare l'ipotesi di chiudere anticipatamente la posizione.

Per stimare il valore di un FRA è necessario confrontare le condizioni fissate nel FRA con le condizioni offerte dal mercato. In particolare è necessario domandarsi quali vantaggi (svantaggi) si ottengono dal FRA rispetto alle condizioni offerte dal mercato alla data di valutazione. Se tramite il FRA un soggetto riesce a finanziarsi ad un tasso migliore rispetto a quello offerto dal mercato, il FRA assumerà un valore positivo. Viceversa se le condizioni fissate nel FRA si sono rivelate peggiori rispetto alle condizioni di mercato, il FRA, penalizzando di fatto il soggetto, assumerà un valore negativo.

Per quantificare il valore di un FRA è quindi necessario confrontare il tasso FRA fissato inizialmente e che si riferisce al finanziamento (ipotetico) valido dal momento  $T_1$  al momento  $T_2$ , con il tasso di un FRA fissato al momento della valutazione  $T_k$  (dove  $0 < T_k < T_1$ ) che consente l'accensione di un finanziamento dal momento  $T_1$  al momento  $T_2$ . Dato che entrambi prevedono l'accensione di un finanziamento in  $T_1$  che termina in  $T_2$ , la differenza monetaria derivante dall'utilizzo del FRA originario con il FRA di mercato il giorno della valutazione dovrà essere attualizzata al momento della valutazione. Se infatti il vantaggio/svantaggio di essere entrati nel FRA originario si manifesterebbe, in teoria, al termine dell'ipotetico finanziamento (che avverrebbe in  $T_2$ ), dato che la valutazione viene effettuata in  $T_k$ , la differenza tra gli interessi calcolati al tasso FRA originario e quelli calcolati al tasso di mercato  $T_k$  deve essere attualizzata per un periodo pari a  $T_2 - T_k$ .

Il valore di un FRA in un generico momento  $T_k$  compreso tra la data di stipula (0) e la data di scadenza  $T_1$  si calcola quindi nel modo qui di seguito indicato.

Il valore del FRA per l'acquirente sarà:

$$V_{acquirente} = \frac{(r_{FRAorig} - r_{FRAnew}) \times Capitale \times (T_2 - T_1)}{1 + r_{spot(T_k; T_2)} \times (T_2 - T_k)}$$

Dove:

- $V_{acquirente}$  = Valore del FRA originario per l'acquirente, stimato alla data di valutazione  $T_k$ .
- $r_{FRAorig}$  = tasso FRA fissato nel contratto originario
- $r_{FRAnew}$  = Tasso FRA presente alla data  $T_k$  e relativo ad una operazione di finanziamento che avrà inizio in  $T_1$  per terminare in  $T_2$
- $r_{spot(T_k; T_2)}$  = Tasso spot di mercato (momento della valutazione  $T_k$ ) per un'operazione che terminerà in  $T_2$  e che avrà quindi durata  $T_2 - T_k$ .
- $Capitale$  = capitale nozionale del FRA;
- $T_1$  = momento nel quale inizia il finanziamento (teorico) del FRA;
- $T_2$  = momento nel quale termina il finanziamento (teorico) del FRA;
- $T_2 - T_1$  = durata (in anni o frazione di anni) del finanziamento implicito nel FRA.

mentre il valore del FRA per il venditore sarà:

$$V_{venditore} = \frac{(r_{FRAnew} - r_{FRAorig}) \times Capitale \times (T_2 - T_1)}{1 + r_{spot(T_k; T_2)} \times (T_2 - T_k)}$$

Dove:

- $V_{\text{venditore}}$  = Valore del FRA originario per il venditore, stimato alla data di valutazione  $T_k$ .
- $r_{FRA\ orig}$  = tasso FRA fissato nel contratto originario
- $r_{FRA\ new}$  = Tasso FRA presente alla data  $T_k$  e relativo ad una operazione di finanziamento che avrà inizio in  $T_1$  per terminare in  $T_2$
- $r_{spot(T_k;T_2)}$  = Tasso spot di mercato (momento della valutazione  $T_k$ ) per un'operazione che terminerà in  $T_2$  e che avrà quindi durata  $T_2 - T_k$ .
- Capitale = capitale nozionale del FRA;
- $T_1$  = momento nel quale inizia il finanziamento (teorico) del FRA;
- $T_2$  = momento nel quale termina il finanziamento (teorico) del FRA;
- $T_2 - T_1$  = durata (in anni o frazione di anni) del finanziamento implicito nel FRA.

**Esempio – Valore di mercato di un FRA**

Si ipotizzi un che al tempo  $k$  sia possibile prendere/dare denaro in prestito alle seguenti condizioni:

- $r_{0,1} = 10,00\%$
- $r_{0,2} = 10,50\%$

Volendo calcolare il valore di un FRA scritto in un momento precedente ad un tasso del 12,00%, su un capitale nozionale di 1.000.000€, si procederà calcolando anzitutto il tasso FRA offerto dal mercato (ed implicito nella struttura dei tassi spot).

Sapendo che

$$r_{T_1;T_2} = \frac{\frac{(1 + r_{0;T_2} \times T_2)}{(1 + r_{0;T_1} \times T_1)} - 1}{(T_2 - T_1)}$$

Si ottiene

$$r_{1;2} = \frac{\frac{(1 + 0,1050 \times 2)}{(1 + 0,1000 \times 1)} - 1}{(2 - 1)} = 0,1 = 10\%$$

A questo punto, conoscendo sia il tasso FRA del contratto oggetto di valutazione, sia il tasso FRA di mercato e sapendo che:

$$V_{acquirente} = \frac{(r_{FRAorig} - r_{FRAnew}) \times Capitale \times (T_2 - T_1)}{1 + r_{spot(T_k;T_2)} \times (T_2 - T_k)}$$

e

$$V_{venditore} = \frac{(r_{FRAnew} - r_{FRAorig}) \times Capitale \times (T_2 - T_1)}{1 + r_{spot(T_k;T_2)} \times (T_2 - T_k)}$$

si ottiene

$$V_{acquirente} = \frac{(0,10 - 0,12) \times 1.000.000 \times (2 - 1)}{1 + 0,105 \times (2 - 0)} = -16.528,93\text{€}$$

e

$$V_{venditore} = \frac{(0,12 - 0,10) \times 1.000.000 \times (2 - 1)}{1 + 0,105 \times (2 - 0)} = +16.528,93\text{€}$$

## 4.5 Utilizzi

Come altri derivati, anche i FRA possono essere utilizzati con finalità di copertura, speculazione e di arbitraggio. Un utilizzo a fini di arbitraggio si rende possibile qualora non vengano rispettate le condizioni imposte dalle relazioni tra i tassi spot ed i tassi forward descritte in precedenza ed utilizzate per il pricing dello strumento.

Il FRA può essere utilizzato con finalità di copertura (hedging) qualora un soggetto avesse la necessità di indebitarsi in un periodo futuro, ma volesse fissare da subito le condizioni dell'indebitamento. Dato che il FRA si conclude al tempo  $T_1$ , un indebitamento che avesse realmente luogo tra il periodo  $T_1$  e  $T_2$  avverrebbe ai tassi di mercato. La possibilità di bloccare il costo del finanziamento verrebbe quindi garantita dal fatto di abbinare il guadagno/perdita ottenuto in  $T_1$  dal FRA, al costo del finanziamento calcolato in base ai tassi di mercato al tempo  $T_1$ . Il FRA può ovviamente essere utilizzato anche per garantirsi un rendimento prefissato da un investimento futuro.

Trattandosi comunque di uno strumento simmetrico<sup>30</sup>, l'utilizzo del FRA per finalità di copertura mette le parti in condizione di coprirsi da eventuali variazioni sfavorevoli dei tassi di interesse, sterilizzando allo stesso tempo gli effetti di variazioni che, al contrario, avrebbero garantito alle parti il conseguimento di un guadagno (o la riduzione di un costo).

I FRA possono infine essere utilizzati con finalità di speculazione. La natura nozionale del capitale, che ha come conseguenza la possibilità di assumere una posizione sul mercato anche in assenza di disponibilità finanziarie, consente agli speculatori di sfruttare le loro aspettative sul futuro andamento dei tassi di interesse senza l'investimento di capitale. In caso di aspettative di rialzo dei tassi uno speculatore assumerà la posizione di acquirente del FRA. Viceversa, ad aspettative di ribasso dei tassi, segue la vendita di FRA da parte degli speculatori.

---

<sup>30</sup> Un derivato si definisce simmetrico quando ad andamenti opposti del sottostante le variazioni del risultato dell'operazione (guadagno/perdita) si sviluppano secondo le medesime modalità. Un FRA è un contratto simmetrico in quanto ad aumenti dei tassi di interesse corrisponde per l'acquirente (venditore) un aumento (diminuzione) del valore del contratto esattamente pari alla diminuzione (aumento) del valore del contratto subita in caso di diminuzione dei tassi di interesse.

**Esempio – Copertura tramite FRA**

Una società sa che tra 3 mesi dovrà effettuare un finanziamento per 1.000.000 € di durata pari a 9 mesi. Il tasso applicato al FRA 3×12 è del 4,75%.

L'impresa, per coprirsi dal rischio di eventuali rialzi dei tassi di interesse, decide di comprare un FRA 3×12 su un nozionale di 1.000.000 €.

Ipotizzando che a scadenza del FRA (dopo 3 mesi) il tasso di interesse spot a 9 mesi (=12-3) sia pari al 5%, la società riceverà un pagamento pari a:

$$ValoreFRA = \frac{(0,05 - 0,0475) \times 1.000.000 \times \frac{270}{360}}{1 + 0,05 \times \frac{270}{360}} = 1.807,23€$$

Questo flusso di interessi può poi essere capitalizzato alla data di scadenza del finanziamento da realizzare. Il montante dell'operazione sarà pari a:

$$1.807,23 \times \left(1 + 0,05 \times \frac{270}{360}\right) = 1.875€$$

Il finanziamento emesso dalla società produrrà un flusso di interessi da pagare pari a:

$$1.000.000 \times 0,05 \times \frac{270}{360} = 37.500€$$

Gli interessi al netto del flusso assicurato dal FRA saranno quindi

$$37.500 - 1.875 = 35.625€$$

esattamente pari al 4,75% del capitale nozionale:

$$1.000.000 \times 0,0475 \times \frac{270}{360} = 36.625€$$

Il maggior costo per interessi sopportato dall'impresa e derivante dall'aumento dei tassi di mercato è stato quindi compensato dal guadagno ottenuto dal FRA. Grazie al FRA l'impresa è riuscita a garantirsi un costo per interessi pari al 4,75% (tasso FRA).

**Esempio- Speculazione tramite FRA**

Dalle analisi della situazione macroeconomica europea e dall'analisi previsionali condotte sui mercati finanziari, un trader ha maturato aspettative di rialzo dei tassi di interesse.

A tal fine ha deciso di sfruttare tali aspettative acquistando un FRA 3x12. Il tasso applicato al FRA 3x12 è del 4,75%.

Passati tre mesi e giunti quindi alla scadenza del FRA, il trader verifica che le sue aspettative si sono realizzate e che il tasso spot  $r_{0,9}$  sul mercato è pari al 5%.

Il guadagno ottenuto tramite il FRA sarà quindi pari a:

$$ValoreFRA = \frac{(0,05 - 0,0475) \times 1.000.000 \times \frac{270}{360}}{1 + 0,05 \times \frac{270}{360}} = 1.807,23\text{€}$$

Qualora però le aspettative del trader si fossero rivelate errate ed i tassi di interesse fossero diminuiti fino, ad esempio, al 4,25%, l'acquisto del FRA avrebbe determinato una perdita:

$$ValoreFRA = \frac{(0,0425 - 0,0475) \times 1.000.000 \times \frac{270}{360}}{1 + 0,05 \times \frac{270}{360}} = -3.614,46\text{€}$$

determinando quindi una perdita per il trader.

**4.6 Quotazioni**

I FRA vengono quotati secondo la forma “double-way quote” o “bid-ask quote”. Rivolgendosi ad un intermediario finanziario per concludere un FRA, bisognerà specificare quindi la posizione che si vuole assumere (acquirente o venditore) dato che i tassi di interesse ai quali è possibile chiudere un FRA saranno diversi a seconda che si voglia acquistare o vendere denaro a termine.

Qualora si volesse assumere la posizione di acquirente nel FRA (ovvero ci si vuole indebitare a termine) bisognerà considerare la quotazione ask (o “offer rate”), ovvero il prezzo al quale l'intermediario è disposto ad assumere la posizione di venditore. Per assumere la posizione di venditore del FRA (ovvero si vuole investire a termine) bisognerà considerare la quotazione bid, quella alla quale l'intermediario è disposto ad assumere la posizione di acquirente.

La quotazione per un FRA 6x9 sarà quindi espressa da due tassi. Ad esempio: FRA 6x9: 2,65% - 2,75%.

Tali valori vanno interpretati nel modo seguente:

- 2,65% (bid quote) → Tasso al quale l'intermediario è disposto ad acquistare il FRA  
→ tasso al quale la controparte può vendere il FRA
- 2,75% (ask quote o offer quote) → Tasso al quale l'intermediario è disposto a vendere il FRA → tasso al quale la controparte può acquistare il FRA.

Per definizione la quotazione bid è sempre inferiore alla quotazione ask. La differenza tra le quotazioni bid e le quotazioni ask è definita bid-ask spread<sup>31</sup> e rappresenta il potenziale margine di profitto per l'intermediario.

La circostanza di dover utilizzare tassi differenti per operazioni di finanziamento e di indebitamento, richiede di riscrivere le formule utilizzate per il pricing nel modo di seguito riportato.

#### **4.6.1 Arbitraggio “Indebitamento a lungo termine + investimento a breve termine”**

Riprendendo la sequenza di operazioni prevista da un arbitraggio “indebitamento a lungo + investimento a breve termine” abbiamo:

*Al momento iniziale:*

- 1) Accensione di un finanziamento a lungo termine (dal momento 0 al momento  $T_2$ )... quotazione ask (o “tasso lettera”);
- 2) investimento a breve termine (dal momento 0 al momento  $T_1$ )... quotazione bid (o “tasso denaro”);
- 3) vendita di un FRA (per garantire il reinvestimento del montante del primo investimento per il periodo rimanente tra il momento  $T_1$  ed il momento  $T_2$ ) ... trattandosi di una vendita di FRA (= investimento di denaro) questa avverrà ad un tasso bid (o “tasso denaro”).

*Al momento  $T_1$ :*

- 4) Chiusura dell'investimento a breve (incasso di capitale e interessi);
- 5) chiusura del FRA con conseguente incasso o esborso monetario;
- 6) reinvestimento (dal momento  $T_1$  al momento  $T_2$ ).

*Al momento  $T_2$ :*

- 6) Chiusura del reinvestimento (incasso di capitale e interessi);
- 7) chiusura del finanziamento a lungo termine (pagamento di capitale e interessi).

La sequenza dei flussi finanziari previsti dall'arbitraggio può essere così riassunta:

---

<sup>31</sup> Il bid-ask spread viene spesso utilizzato come misura di efficienza del mercato: minore è lo spread, maggiore è il grado di efficienza/concorrenza del mercato.



Operazione	Flusso al momento iniziale (T <sub>0</sub> )	Flusso al momento intermedio (T <sub>1</sub> )	Flusso al momento finale (T <sub>2</sub> )
Indebitamento a lungo (da T <sub>0</sub> a T <sub>2</sub> )	+€		$-(1 + r^{A}_{0;T_2} \times T_2)$
Investimento a breve (da T <sub>0</sub> a T <sub>1</sub> )	-€	$+(1 + r^{B}_{0;T_1} \times T_1)$	
Vendita di un FRA T <sub>1</sub> xT <sub>2</sub> e reinvestimnto (da T <sub>1</sub> a T <sub>2</sub> )	0	$-(1 + r^{B}_{0;T_1} \times T_1)$	$+(1 + r^{B}_{0;T_1} \times T_1) \times [1 + r^{B}_{T_1;T_2} \times (T_2 - T_1)]$
<i>Somma flussi</i>	0	0	$-(1 + r^{A}_{0;T_2} \times T_2) + (1 + r^{B}_{0;T_1} \times T_1) \times [1 + r^{B}_{T_1;T_2} \times (T_2 - T_1)]$

L'ottenimento di un guadagno dall'arbitraggio richiede che la somma algebrica dei flussi al periodo T<sub>2</sub> sia positiva. Dobbiamo quindi imporre la seguente condizione:

$$-(1 + r^{A}_{0;T_2} \times T_2) + (1 + r^{B}_{0;T_1} \times T_1) \times [1 + r^{B}_{T_1;T_2} \times (T_2 - T_1)] > 0$$

dalla quale è possibile identificare il tasso FRA bid (o "tasso denaro")  $r^{B}_{T_1;T_2}$  attraverso i seguenti passaggi algebrici:

$$(1 + r^{B}_{0;T_1} \times T_1) \times [1 + r^{B}_{T_1;T_2} \times (T_2 - T_1)] > (1 + r^{A}_{0;T_2} \times T_2)$$

$$1 + r^{B}_{T_1;T_2} \times (T_2 - T_1) > \frac{(1 + r^{A}_{0;T_2} \times T_2)}{(1 + r^{B}_{0;T_1} \times T_1)}$$

$$r^{B}_{T_1;T_2} \times (T_2 - T_1) > \frac{(1 + r^{A}_{0;T_2} \times T_2)}{(1 + r^{B}_{0;T_1} \times T_1)} - 1$$

$$r^{B}_{T_1;T_2} > \frac{\frac{(1 + r^{A}_{0;T_2} \times T_2)}{(1 + r^{B}_{0;T_1} \times T_1)} - 1}{(T_2 - T_1)}$$

Qualora il tasso FRA bid offerto dal mercato rispettasse questa condizione, cioè fosse superiore al membro destro della disuguaglianza, si aprirebbero sul mercato delle possibilità di arbitraggio.

#### 4.6.2 Arbitraggio “Indebitamento a breve termine + investimento a lungo termine”

I passaggi da compiere per porre in essere questo arbitraggio sono i seguenti:

Al momento iniziale:

- 1) Accensione di un finanziamento a breve termine (dal momento 0 al momento  $T_1$ )... al tasso ask (o “tasso lettera”);
- 2) investimento a lungo termine (dal momento 0 al momento  $T_2$ )... al tasso bid (o “tasso denaro”);
- 3) acquisto di un FRA (per garantire il rifinanziamento al termine del primo periodo – momento  $T_1$  – fino al momento  $T_2$ )... trattandosi di un acquisto di FRA (= finanziamento in denaro) questa avverrà ad un tasso ask (o “tasso lettera”).

Al momento  $T_1$ :

- 4) Chiusura del FRA con conseguente incasso o esborso monetario;
- 5) rifinanziamento (dal momento  $T_1$  al momento  $T_2$ );
- 5) chiusura del finanziamento a breve (pagamento di capitale e interessi).

Al momento  $T_2$ :

- 6) Chiusura dell’investimento a lungo termine (incasso di capitale e interessi);
- 7) chiusura del rifinanziamento (pagamento di capitale e interessi).

Se dopo la chiusura del finanziamento tramite l’incasso derivante dagli investimenti dovessero rimanere delle disponibilità, l’arbitraggio darebbe luogo ad un guadagno.

Sintetizzando la sequenza dei flussi finanziari previsti dall’arbitraggio si ottiene...

Operazione	Flusso al momento iniziale ( $T_0$ )	Flusso al momento intermedio ( $T_1$ )	Flusso al momento finale ( $T_2$ )
1) Finanziamento a breve (da $T_0$ a $T_1$ )	+€	$-(1 + r^{A}_{0;T_1} \times T_1)$	
2) Investimento a lungo (da $T_0$ a $T_2$ )	-€		$+(1 + r^{B}_{0;T_2} \times T_2)$
3) Acquisto di un FRA $T_1 \times T_2$ e rifinanziamento (da $T_1$ a $T_2$ )	0	$+(1 + r^{A}_{0;T_1} \times T_1)$	$-\{(1 + r^{A}_{0;T_1} \times T_1) \times [1 + r^{A}_{T_1;T_2} \times (T_2 - T_1)]\}$
<i>Somma flussi</i>	0	0	$+(1 + r^{B}_{0;T_2} \times T_2) - \{(1 + r^{A}_{0;T_1} \times T_1) \times [1 + r^{A}_{T_1;T_2} \times (T_2 - T_1)]\}$

L’ottenimento di un guadagno (derivante dall’arbitraggio) si avrebbe in base alla seguente condizione:

$$+(1 + r^{B}_{0;T_2} \times T_2) - \{(1 + r^{A}_{0;T_1} \times T_1) \times [1 + r^{A}_{T_1;T_2} \times (T_2 - T_1)]\} > 0$$

dalla quale è possibile identificare il tasso FRA ask (o “tasso lettera”)  $r^{A}_{T_1;T_2}$  attraverso i seguenti passaggi algebrici:

$$-\{(1 + r^{A}_{0;T_1} \times T_1) \times [1 + r^{A}_{T_1;T_2} \times (T_2 - T_1)]\} > -(1 + r^{B}_{0;T_2} \times T_2)$$

$$\{(1 + r^{A}_{0;T_1} \times T_1) \times [1 + r^{A}_{T_1;T_2} \times (T_2 - T_1)]\} < (1 + r^{B}_{0;T_2} \times T_2)$$

$$1 + r^{A}_{T_1;T_2} \times (T_2 - T_1) < \frac{(1 + r^{B}_{0;T_2} \times T_2)}{(1 + r^{A}_{0;T_1} \times T_1)}$$

$$r^A_{T_1;T_2} \times (T_2 - T_1) < \frac{(1 + r^B_{0;T_2} \times T_2)}{(1 + r^A_{0;T_1} \times T_1)} - 1$$

$$r^A_{T_1;T_2} < \frac{(1 + r^B_{0;T_2} \times T_2)}{(1 + r^A_{0;T_1} \times T_1)} - 1 \div (T_2 - T_1)$$

Qualora il tasso FRA ask offerto dal mercato rispettasse questa condizione, cioè fosse inferiore al membro destro della disuguaglianza, si aprirebbero sul mercato delle possibilità di arbitraggio.

#### 4.6.3 Double way quote e verifica delle possibilità di arbitraggio: alcuni esempi

Vengono di seguito proposti alcuni esempi di FRA con double-way quote al fine di verificare le condizioni di arbitraggio definite precedentemente e alla base del pricing.

Si ipotizzi che sul mercato interbancario sia possibile operare alle seguenti condizioni:

<b>Tassi Libor (maturity)</b>	<b>Bid (Denaro)</b>	<b>Ask (Lettera)</b>
1 mese	3,60%	3,65%
3 mesi	3,77%	3,82%
6 mesi	4,01%	4,07%
9 mesi	4,46%	4,53%
12 mesi	5,22%	5,28%

Si ipotizzi inoltre che un intermediario operi come price maker quotando i seguenti tassi FRA:

<b>FRA</b>	<b>Bid (Denaro)</b>	<b>Ask (Lettera)</b>
FRA 3×6	4,25%	4,35%
FRA 9×12	6,85%	6,95%

Procedendo a verificare la possibilità di porre in essere un arbitraggio si può verificare che nel caso del **FRA 3×6** le condizioni di arbitraggio impongono che

Bid quote	Ask quote
$r^B_{T_1;T_2} > \frac{(1+r^A_{0;T_2} \times T_2) - 1}{(1+r^B_{0;T_1} \times T_1) - 1} \frac{(T_2 - T_1)}{(T_2 - T_1)}$	$r^A_{T_1;T_2} < \frac{(1+r^B_{0;T_2} \times T_2) - 1}{(1+r^A_{0;T_1} \times T_1) - 1} \frac{(T_2 - T_1)}{(T_2 - T_1)}$
$r^B_{3;6} > \frac{(1+r^A_{0;6} \times \frac{6}{12}) - 1}{(1+r^B_{0;3} \times \frac{3}{12}) - 1} \frac{(\frac{6}{12} - \frac{3}{12})}{(\frac{6}{12} - \frac{3}{12})}$	$r^A_{3;6} < \frac{(1+r^B_{0;6} \times \frac{6}{12}) - 1}{(1+r^A_{0;3} \times \frac{3}{12}) - 1} \frac{(\frac{6}{12} - \frac{3}{12})}{(\frac{6}{12} - \frac{3}{12})}$
$r^B_{3;6} > \frac{(1+0,0407 \times \frac{6}{12}) - 1}{(1+0,0377 \times \frac{3}{12}) - 1} \frac{(\frac{6}{12} - \frac{3}{12})}{(\frac{6}{12} - \frac{3}{12})} = 0,0433 = 4,33\%$	$r^A_{3;6} < \frac{(1+0,0401 \times \frac{6}{12}) - 1}{(1+0,0382 \times \frac{3}{12}) - 1} \frac{(\frac{6}{12} - \frac{3}{12})}{(\frac{6}{12} - \frac{3}{12})} = 0,0416 = 4,16\%$

Dato che entrambe le condizioni per porre in essere un arbitraggio non sono rispettate ( $4,25\% = r^B_{3;6(\text{quotato})} > 4,33\%$  è falso, così come anche  $4,35\% = r^A_{3;6(\text{quotato})} < 4,16\%$  è falso) non ci sono possibilità di arbitraggio.

Verificando la presenza di possibilità di arbitraggio per il **FRA 9×12** si ottiene:

Bid quote	Ask quote
$r^B_{T_1;T_2} > \frac{(1+r^A_{0;T_2} \times T_2) - 1}{(1+r^B_{0;T_1} \times T_1) - 1} \frac{(T_2 - T_1)}{(T_2 - T_1)}$	$r^A_{T_1;T_2} < \frac{(1+r^B_{0;T_2} \times T_2) - 1}{(1+r^A_{0;T_1} \times T_1) - 1} \frac{(T_2 - T_1)}{(T_2 - T_1)}$
$r^B_{9;12} > \frac{(1+r^A_{0;12} \times \frac{12}{12}) - 1}{(1+r^B_{0;9} \times \frac{9}{12}) - 1} \frac{(\frac{12}{12} - \frac{9}{12})}{(\frac{12}{12} - \frac{9}{12})}$	$r^A_{9;12} < \frac{(1+r^B_{0;12} \times \frac{12}{12}) - 1}{(1+r^A_{0;9} \times \frac{9}{12}) - 1} \frac{(\frac{12}{12} - \frac{9}{12})}{(\frac{12}{12} - \frac{9}{12})}$
$r^B_{9;12} > \frac{(1+0,0528 \times \frac{12}{12}) - 1}{(1+0,0446 \times \frac{9}{12}) - 1} \frac{(\frac{12}{12} - \frac{9}{12})}{(\frac{12}{12} - \frac{9}{12})} = 0,0749 = 7,49\%$	$r^A_{9;12} < \frac{(1+0,0522 \times \frac{12}{12}) - 1}{(1+0,453 \times \frac{9}{12}) - 1} \frac{(\frac{12}{12} - \frac{9}{12})}{(\frac{12}{12} - \frac{9}{12})} = 0,0705 = 7,05\%$

In questo caso, mentre la condizione per un arbitraggio non si verifica sulla bid quote (la condizione richiesta  $6,85\% = r^B_{9;12} > 7,49\%$  è falsa) ci sono possibilità di arbitraggio sulla ask quote ( $6,95\% = r^B_{9;12} < 7,05\%$  è vera).

L'arbitraggio avrà la seguente struttura:

*Al momento iniziale:*

- 1) Accensione di un finanziamento per 9 mesi al tasso ask 4,53%;
- 2) investimento per 12 mesi al tasso bid 5,22%;
- 3) acquisto di un FRA 9×12 al tasso ask 6,95%.

*Dopo 9 mesi:*

- 4) Chiusura del FRA con conseguente incasso o esborso monetario;
- 5) rifinanziamento per 3 mesi al tasso di mercato;
- 6) utilizzo del finanziamento per rimborsare il finanziamento iniziale (0:9mesi).

Dopo 12 mesi....:

- 7) Chiusura dell'investimento a lungo termine (0-12 - incasso di capitale e interessi);
- 8) chiusura del rifinanziamento (pagamento di capitale e interessi).

L'arbitraggio darà luogo ai seguenti flussi finanziari

Operazione	Flusso al momento iniziale (T <sub>0</sub> )	Flusso al momento intermedio (T <sub>1</sub> )	Flusso al momento finale (T <sub>2</sub> )
1) Finanziamento a breve (da 0 a 9)	+ €	$-(1 + r^{A}_{0;T_1} \times T_1)$ $-(1+0,0453 \times 0,75)$	
2) Investimento a lungo (da 0 a 12)	- €		$+(1 + r^{B}_{0;T_2} \times T_2)$ $+(1+0,0522 \times 1)$
3) Acquisto di un FRA T <sub>1</sub> ×T <sub>2</sub> e rifinanziamento (da 9 a 12)	0	$+(1 + r^{A}_{0;T_1} \times T_1)$ $+(1+0,0453 \times 0,75)$	$-\{(1 + r^{A}_{0;T_1} \times T_1) \times [1 + r^{A}_{T_1;T_2} \times (T_2 - T_1)]\}$ $-\{(1 + 0,0453 \times 0,75) \times [1 + 0,0695 \times \dots (1-0,75)]\}$
<i>Somma flussi</i>	0	0	$+(1 + r^{B}_{0;T_2} \times T_2) - \{(1 + r^{A}_{0;T_1} \times T_1) \times [1 + r^{A}_{T_1;T_2} \times (T_2 - T_1)]\}$ $+(1+0,0522 \times 1) - \{(1 + 0,0453 \times 0,75) \times \dots [1 + 0,0695 \times (1-0,75)]\}$

$$+(1+0,0522 \times 1) - \{(1 + 0,0453 \times 0,75) \times [1 + 0,0695 \times (1-0,75)]\} =$$

$$= 1,0522 - 1,03397 \times 1,01737 = 0,00026$$

Ipotizzando un capitale investito pari a 10.000.000€ il guadagno derivante dall'operazione di arbitraggio sarebbe pari a:

$$\text{Guadagno} = 10.000.000 \times 0,00026 = 2.600€$$

#### 4.7 Replica dei FRA e rischio di controparte

È possibile ottenere gli stessi effetti di un FRA attraverso una combinazione di finanziamenti ed investimenti spot. La posizione di un **acquirente di un FRA 3×9** (soggetto che si indebita per un semestre a partire fra 3 mesi) è equivalente alla posizione di chi:

- 1) si finanzia per 9 mesi al tasso spot per  $r_{0;9}$ ;
- 2) investe per 3 mesi al tasso spot  $r_{0;3}$ .

L'incertezza in merito a quello che sarà il tasso di mercato per operazioni di durata semestrale (futuro tasso  $r_{0;6}$ ) alla fine del terzo mese, quando l'investimento originario terminerà e sarà necessario porne in essere un altro di durata semestrale, espone al medesimo rischio di chi acquista al momento iniziale un FRA 3×9. Entrambi saranno penalizzati da un ribasso dei tassi di interesse, mentre si avvantaggeranno da un loro rialzo.

Allo stesso modo un **venditore di FRA 3×9** ha come alternativa quella di:

- 1) investire per 9 mesi al tasso spot  $r_{0,9}$ ;
- 2) finanziarsi per 3 mesi al tasso spot  $r_{0,3}$ .

La necessità di rifinanziare l'operazione per il periodo che va dalla fine del terzo mese alla fine del nono, espone l'operatore al medesimo rischio di rialzo dei tassi ai quali si espone un venditore di FRA.

La replica di un FRA tramite la combinazione di investimenti e finanziamenti comporta però un rischio di controparte a carico dell'operatore superiore a quello insito nell'utilizzo di un FRA. Nell'ipotesi in cui il contratto di finanziamento venga concluso con un soggetto diverso da quello con il quale si chiude il contratto di investimento, l'operatore che ha preferito replicare il FRA piuttosto che utilizzarne uno direttamente è esposto al rischio che il debitore-finanziato risulti inadempiente mentre il creditore-finanziatore esiga l'esecuzione per intero del suo contratto. Il ricorso ad un FRA consente di ridurre il rischio di controparte lasciando in essere esclusivamente il rischio che la controparte chiamata a versare una somma relativa al differenziale tra i tassi di interesse di mercato ed il tasso FRA non adempia. In tal caso il rischio, pur presente, è relativo al solo differenziale tra i tassi di interesse anziché all'intero importo del finanziamento/investimento.

## Appendice – Flussi di un arbitraggio tramite forward: un approfondimento

Nel paragrafo 4.2 si è dimostrato come il tasso FRA di equilibrio si ottenga, al pari di altri prezzi forward, impostando una condizione di assenza di possibilità di arbitraggio sul mercato. La sequenza dei flussi finanziari proposta nelle varie tabelle ipotizza la presenza di un unico flusso finanziario al momento  $T_1$  che, nella sequenza dei flussi in  $T_1$ , bilancia il flusso dell'operazione a breve da  $T_0$  a  $T_1$  e che trova corrispondenza in un flusso di segno opposto al momento  $T_2$ . Nel caso di un arbitraggio “indebitamento a lungo termine + investimento a breve termine” i flussi indicati sono quelli riportati nella Tabella A.01.

**Tabella A.01 – Sequenza flussi semplificata**

Operazione	Flusso al momento iniziale ( $T_0$ )	Flusso al momento intermedio ( $T_1$ )	Flusso al momento finale ( $T_2$ )
Indebitamento a lungo (da $T_0$ a $T_2$ )	+1€		$-(1 + r_{0,T_2} \times T_2)$
Investimento a breve (da $T_0$ a $T_1$ )	- 1€	$+(1 + r_{0,T_1} \times T_1)$	
Vendita di un FRA $T_1 \times T_2$ e reinvestimento (da $T_1$ a $T_2$ )	0	$-(1 + r_{0,T_1} \times T_1)$	$+(1 + r_{0,T_1} \times T_1) \times [1 + r_{T_1,T_2} \times (T_2 - T_1)]$
<i>Somma flussi</i>	0	0	$-(1 + r_{0,T_2} \times T_2)$ $+(1 + r_{0,T_1} \times T_1) \times [1 + r_{T_1,T_2} \times (T_2 - T_1)]$

Di seguito si dimostrerà come tale impostazione, pur risultando corretta dal punto di vista metodologico e del risultato, rappresenta una versione semplificata della reale sequenza di flussi finanziari che si avrebbe utilizzando un FRA in un'operazione di arbitraggio. Se è corretto considerare un FRA come un'accordo ad un momento iniziale  $T_0$  per porre in essere un'operazione di finanziamento (posizione lunga su FRA) o di investimento (posizione corta su FRA) che inizierà in  $T_1$  per terminare in  $T_2$ , la circostanza che vede le parti incontrarsi in  $T_1$  e regolare in questa data il FRA con un unico flusso finanziario (cash settlement), richiede di esplicitare i flussi del FRA (posizionandoli in  $T_1$ ) separandoli da quelli del rifinanziamento o reinvestimento che produrrà effetti sia nel momento  $T_1$  sia in  $T_2$ .

La trattazione si limiterà all'arbitraggio “indebitamento a lungo termine + investimento a breve termine”. I ragionamenti sottostanti tale dimostrazione possono comunque essere direttamente mutuati negli altri arbitraggi proposti nel capitolo.

Nel paragrafo 4.2 si è avuto modo di descrivere come la sequenza di operazioni necessaria per porre in essere l'arbitraggio “indebitamento a lungo termine + investimento a breve termine” sia la seguente:

*Al momento iniziale:*

- 1) Accensione di un finanziamento a lungo termine (dal momento 0 al momento  $T_2$ );
- 2) investimento a breve termine (dal momento 0 al momento  $T_1$ );
- 3) vendita di un FRA (per garantire il reinvestimento del montante del primo investimento per il periodo rimanente tra il momento  $T_1$  ed il momento  $T_2$ ).

*Al momento  $T_1$ :*

- 4) chiusura del FRA con conseguente incasso o esborso monetario;
- 5) chiusura dell'investimento a breve (incasso di capitale e interessi);
- 6) reinvestimento del montante da  $T_1$  a  $T_2$ .

*Al momento  $T_2$ :*

- 7) Chiusura del reinvestimento (incasso del capitale più interessi);
- 8) chiusura del finanziamento a lungo termine (pagamento di capitale e interessi).

Se nella dimostrazione proposta nel testo al momento  $T_1$  si propone un unico flusso finanziario negativo, legato al reinvestimento tramite il FRA del montante ottenuto dall'investimento iniziale da  $T_0$  a  $T_1$ , la circostanza che il FRA non prevede fisicamente l'effettuazione di un investimento, bensì la liquidazione in contanti (cash settlement) del valore del FRA in  $T_1$ , vede essere in questa la sua data di regolamento. Ne segue che un'analisi dei flussi dell'operazione richiede di considerare separatamente i flussi del FRA (collocati in  $T_1$ ) da quelli del reinvestimento (collocati in  $T_1$  con riferimento all'effettuazione dell'investimento, ed in  $T_2$  per ciò che riguarda la restituzione del capitale maggiorato degli interessi).

Per quantificare tali flussi è necessario considerare che il reinvestimento da  $T_1$  a  $T_2$  avverrà al tasso spot di mercato presente nel momento  $T_1$  per operazioni di durata pari a  $T_2 - T_1$ . Identificato tale tasso come  $r_{spotT_1;T_2}$  si possono quantificare i flussi del reinvestimento nel modo seguente:

- 1) Flusso (negativo) in  $T_1$  relativo alla cessione del capitale investito. Tale importo sarà pari al montante dell'investimento iniziale (da  $T_0$  a  $T_1$ )  $\rightarrow -(1 + r_{0;T_1} \times T_1)$
- 2) Flusso (positivo) in  $T_2$  relativo al montante ottenuto dalla capitalizzazione dell'importo investito per il periodo da  $T_1$  a  $T_2$   $\rightarrow +(1 + r_{0;T_1} \times T_1) \times [1 + r_{spotT_1;T_2} \times (T_2 - T_1)]$

Si considerino ora i flussi del FRA. Dato che nell'arbitraggio proposto è prevista la vendita di un FRA, al tempo  $T_1$  il flusso finanziario prodotto sarà pari alla differenza tra il tasso FRA bloccato nel momento dell'accordo ( $T_0$ ) ed il tasso di mercato spot in  $T_1$  per operazioni di durata pari a quella del FRA (ovvero  $r_{spotT_1;T_2}$ ). Tale differenza tra tassi (spread) verrà utilizzata per calcolare gli interessi sul capitale nozionale, tenendo conto della durata dell'operazione ( $T_2 - T_1$ ). Il fatto che il vantaggio (svantaggio) derivante dall'aver bloccato un tasso di investimento maggiore (minore) di quello presente sul mercato alla data di regolamento ( $T_1$ ), è relativo ad un ipotetico investimento di importo pari al montante del primo investimento ( $1 + r_{0;T_1} \times T_1$ ) e che si sarebbe concluso in  $T_2$ , richiede di attualizzare tale risultato al momento della valutazione ( $T_1$ ).

Indicando con  $r_{FRA\_T_1;T_2}$  il tasso FRA, il flusso finanziario del FRA liquidato in  $T_1$  sarà pari a

$$\frac{(r_{FRA\_T_1;T_2} - r_{SPOT\_T_1;T_2}) \times (1 + r_{0;T_1} \times T_1) \times (T_2 - T_1)}{(1 + r_{SPOT\_T_1;T_2}) \times (T_2 - T_1)}$$



Tale importo verrà investito fino in  $T_2$ , diventando pari a:

$$\frac{(r_{FRA_{T_1;T_2}} - r_{SPOT_{T_1;T_2}}) \times (1 + r_{0;T_1} \times T_1) \times (T_2 - T_1)}{(1 + r_{SPOT_{T_1;T_2}}) \times (T_2 - T_1)} \times (1 + r_{SPOT_{T_1;T_2}}) \times (T_2 - T_1)$$

che, semplificando, può essere riscritta come

$$(r_{FRA_{T_1;T_2}} - r_{SPOT_{T_1;T_2}}) \times (1 + r_{0;T_1} \times T_1) \times (T_2 - T_1)$$

Inserendo i valori nella tabella dell'arbitraggio si ottiene (Tabella A.02):

**Tabella A.02 – Sequenza flussi con FRA liquidato in  $T_1$ .**

Operazione	Flusso in ( $T_0$ )	Flusso al momento intermedio ( $T_1$ )	Flusso al momento finale ( $T_2$ )
Indebitamento a lungo (da $T_0$ a $T_2$ )	+1€		$-(1 + r_{0;T_2} \times T_2)$
Investimento a breve termine (da $T_0$ a $T_1$ )	-1€	$+(1 + r_{0;T_1} \times T_1)$	
Reinvestimento (da $T_1$ a $T_2$ )		$-(1 + r_{0;T_1} \times T_1)$	$+(1 + r_{0;T_1} \times T_1) \times [1 + r_{SPOT_{T_1;T_2}} \times (T_2 - T_1)]$
Vendita di un FRA $T_1 \times T_2$	0	$\frac{(r_{FRA_{T_1;T_2}} - r_{SPOT_{T_1;T_2}}) \times (1 + r_{0;T_1} \times T_1) \times (T_2 - T_1)}{(1 + r_{SPOT_{T_1;T_2}}) \times (T_2 - T_1)}$	
Reinvestimento flusso FRA*		$-\frac{(r_{FRA_{T_1;T_2}} - r_{SPOT_{T_1;T_2}}) \times (1 + r_{0;T_1} \times T_1) \times (T_2 - T_1)}{(1 + r_{SPOT_{T_1;T_2}}) \times (T_2 - T_1)}$	$(r_{FRA_{T_1;T_2}} - r_{SPOT_{T_1;T_2}}) \times (1 + r_{0;T_1} \times T_1) \times (T_2 - T_1)$
<i>Somma flussi</i>	0	0	$-(1 + r_{0;T_2} \times T_2) + (1 + r_{0;T_1} \times T_1) \times [1 + r_{SPOT_{T_1;T_2}} \times (T_2 - T_1)] + (r_{FRA_{T_1;T_2}} - r_{SPOT_{T_1;T_2}}) \times (1 + r_{0;T_1} \times T_1) \times (T_2 - T_1)$

\* L'ipotesi di reinvestimento ipotizza che il giorno del regolamento ( $T_1$ ) il tasso FRA sia maggiore del corrispondente tasso spot di mercato. Qualora così non fosse ed il regolamento del FRA richiedesse un pagamento alla controparte, l'operazione non sarebbe un reinvestimento bensì un rifinanziamento.

Imponendo la condizione di assenza di arbitraggio si ha

$$-(1 + r_{0;T_2} \times T_2) + (1 + r_{0;T_1} \times T_1) \times [1 + r_{SPOT_{T_1;T_2}} \times (T_2 - T_1)] + (r_{FRA_{T_1;T_2}} - r_{SPOT_{T_1;T_2}}) \times (1 + r_{0;T_1} \times T_1) \times (T_2 - T_1) = 0$$

che può essere riscritta nel modo seguente:

$$\begin{aligned} & -(1 + r_{0;T_2} \times T_2) + (1 + r_{0;T_1} \times T_1) \times (T_2 - T_1) + [r_{SPOT_{T_1;T_2}} \times (1 + r_{0;T_1} \times T_1) \times (T_2 - T_1)] \dots \\ & \dots - [r_{SPOT_{T_1;T_2}} \times (1 + r_{0;T_1} \times T_1) \times (T_2 - T_1)] + r_{FRA_{T_1;T_2}} \times (1 + r_{0;T_1} \times T_1) \times (T_2 - T_1) = 0 \end{aligned}$$

dalla quale, esprimendo con  $r_{T_1;T_2}$  il valore del tasso di equilibrio del FRA ( $r_{FRAT_1;T_2}$ ) si giunge a

$$r_{T_1;T_2} = \frac{(1 + r_{0;T_2} \times T_2)}{(1 + r_{0;T_1} \times T_1)} - 1 \times (T_2 - T_1)$$

che equivale al risultato ottenuto nel par. 4.2.

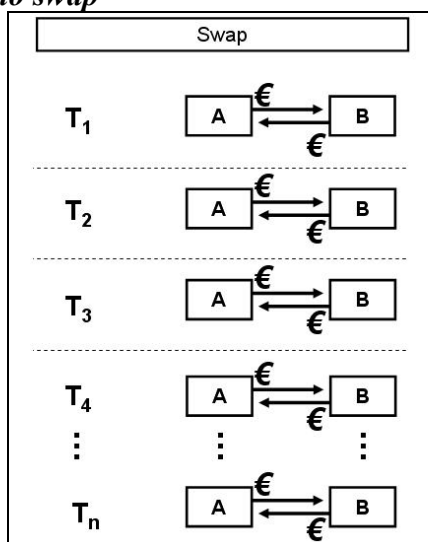
La formulazione proposta nel paragrafo 4.2 rappresenta quindi una versione semplificata rispetto alla sequenza dei flussi finanziari appena presentata. In tale versione non è esplicitata la presenza di due flussi finanziari distinti per il FRA e per l'operazione di rifinanziamento richiesta dall'arbitraggio. Come però si è dimostrato, l'ipotesi in merito al regolamento del FRA in  $T_1$  piuttosto che all'effettuazione dell'operazione in esso prevista (finanziamento o investimento) è ininfluenza ai fini della valutazione del pricing dello strumento.

## Cap. 5 – Gli swap

### 5.1 Gli swap: definizione

Uno swap è un contratto nel quale due parti si accordano per scambiarsi, in date future prestabilite, dei flussi finanziari calcolati sulla base di un capitale nozionale di riferimento (Figura 5.1).

**Figura 5.1: la struttura di uno swap**



Rispetto ai derivati analizzati nei capitoli precedenti, gli swap si differenziano per la loro natura multiperiodale. Mentre in un forward o in un future le parti, trovato l'accordo sulle condizioni dello scambio al momento iniziale, regolano il contratto alla data di scadenza (data di regolamento), in uno swap la verifica tra le condizioni fissate inizialmente e le condizioni di mercato avviene in più di un'occasione, conferendo allo strumento natura multiperiodale. Se quindi i flussi finanziari in un forward ed in un future si manifestano in un'unica data (la scadenza del contratto), in uno swap le parti si scambieranno flussi finanziari in ognuna delle date di verifica stabilite.

Se teoricamente è possibile costruire uno swap su qualsiasi sottostante, l'interesse degli operatori si concentra su tassi di interesse e valute. Nel primo caso si parla di Interest Rate Swap (IRS), nel secondo di currency swap. Nei paragrafi successivi vengono definite le modalità di funzionamento di entrambi e si analizzeranno i modelli di valutazione, facendo particolare riferimento agli IRS.

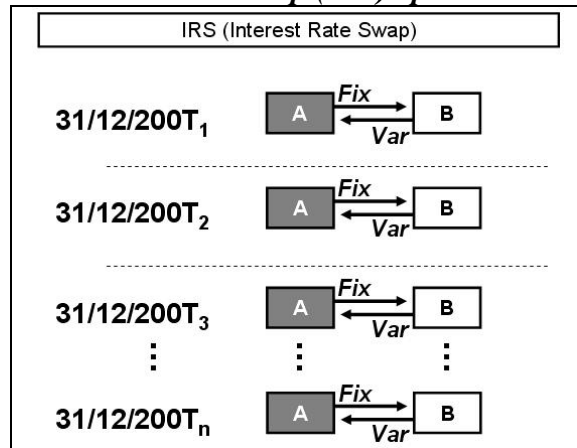
### 5.2 Gli Interest Rate Swap

Vengono di seguito illustrate le caratteristiche contrattuali delle principali tipologie di interest rate swap.

#### 5.2.1 Le caratteristiche contrattuali

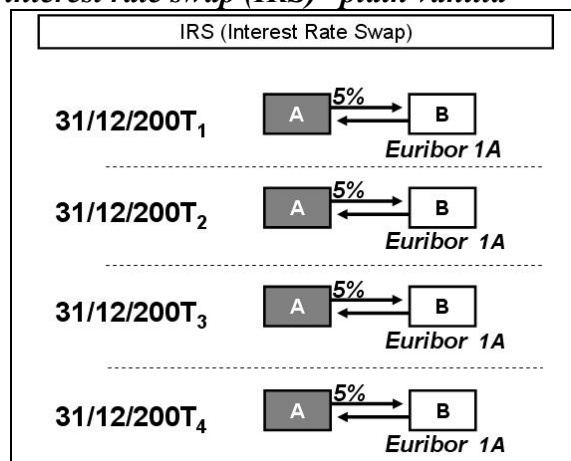
In un Interest Rate Swap (IRS) di tipo *plain vanilla* due soggetti si accordano definendo un capitale nozionale, una serie di date future e due tassi di interesse, di cui uno fisso e l'altro a variabile. Le parti dello swap si impegnano a scambiarsi, in ognuna delle date future, flussi finanziari pari agli interessi periodali calcolati in base al capitale nozionale (Figura 5.2).

**Figura 5.2: struttura di uno interest rate swap (IRS) “plain vanilla”**



Ipotizzando un IRS plain vanilla scritto su un capitale di 1.000.000€, di durata quadriennale, con pagamenti che avverranno al termine di ogni anno e che riferimenti prevede contrattualmente un tasso fisso del 5% e un tasso variabile quale Euribor ad 1 anno, la struttura dello swap sarà la seguente quella riportata nella Figura 5.3 di seguito riportata.

**Figura 5.3: esempio di interest rate swap (IRS) “plain vanilla”**



Dato che al momento della stipula le parti non conoscono l’andamento futuro del tasso variabile, nello swap è insita un’aspettativa sull’andamento del tasso variabile. Il soggetto A, impegnandosi a pagare un tasso fisso a fronte del quale incassa un tasso variabile, ha un’aspettativa rialzista su quest’ultimo tasso. Viceversa il soggetto B, accettando di pagare ogni anno gli interessi su 1.000.000€ calcolati in base al tasso variabile, ha aspettative ribassiste sul quest’ultimo.

Il capitale è nozionale: esso quindi non viene mai scambiato tra le parti, bensì viene semplicemente preso come riferimento (“nozione”) per il calcolo degli interessi periodici oggetto di regolamento. Dato che ad ogni data dello swap le parti devono scambiarsi i rispettivi flussi finanziari, è previsto un meccanismo di compensazione che porta i soggetti A e B a scambiarsi esclusivamente la differenza tra i due importi. Nel caso quindi il tasso variabile risulti superiore al tasso fisso, il soggetto A (che paga il tasso fisso per incassare il variabile) incasserà un importo che, in caso di utilizzo del regime dell’interesse semplice verrà così quantificato:

$$I_x = Capitale \times (r_{var} - r_{fix}) \times (T_x - T_{x-1})$$

In caso di regime dell'interesse composto il flusso scambiato è pari a:

$$I_x = Capitale \times [(1 + r_{var})^{(T_x - T_{x-1})} - (1 + r_{fix})^{(T_x - T_{x-1})}]$$

Si ipotizzi che nel periodo considerato il tasso Euribor 12 mesi abbia avuto l'andamento riportato nella Tabella 5.1.

**Tabella 5.1: ipotesi di andamento del tasso Euribor**

Tempo	Euribor 12 mesi
T <sub>1</sub>	5,2%
T <sub>2</sub>	5,0%
T <sub>3</sub>	4,9%
T <sub>4</sub>	4,8%

Nella Tabella 5.2 sono riportati i flussi finanziari previsti dallo swap.

**Tabella 5.2: flussi finanziari previsti dallo swap**

Tempo	A		B		Differenza	
	Tasso fisso	Importo	Tasso var	Importo	$\Delta$ tasso	$\Delta$ flusso
T <sub>1</sub>	5%	50.000€	5,2%	52.000€	- 0,20%	- 2.000€
T <sub>2</sub>	5%	50.000€	5,0%	50.000€	± 0%	± 0
T <sub>3</sub>	5%	50.000€	4,9%	49.000€	+ 0,10%	+ 1.000€
T <sub>4</sub>	5%	50.000€	4,8%	48.000€	+ 0,20%	+ 2.000€

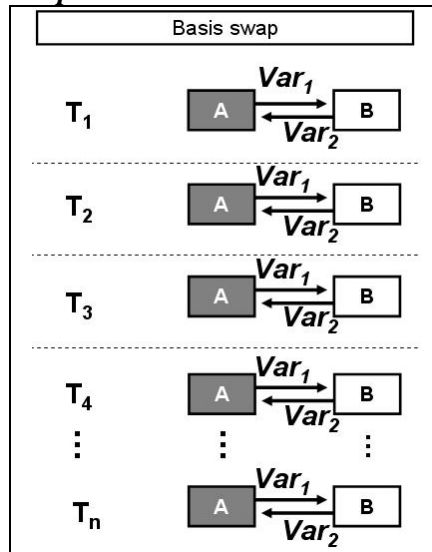
La prassi di mercato vuole che le parti diano luogo allo scambio dei flussi finanziari derivanti dal confronto del tasso fisso con il tasso variabile del periodo di riferimento solo al termine del periodo di riferimento. Nell'esempio riportato nella Tabella 5.2 al tempo T<sub>1</sub>, il tasso di mercato pari al 5.2% sarà il tasso osservato sul mercato ad inizio periodo, ma la differenza con il tasso fisso del 5%, pari al 0,20% (2.000€), verrà scambiata solo al termine del periodo medesimo. Si noti come da ciò si può dedurre che il primo flusso di uno swap, pur essendo scambiato a fine periodo, sarà già noto sin dal momento della stipula del contratto.

### 5.2.2 Altre tipologie

Gli IRS plain vanilla (“fisso contro variabile”), pur essendo la tipologia di swap maggiormente utilizzata, non rappresentano l'unico tipo di interest rate swap.

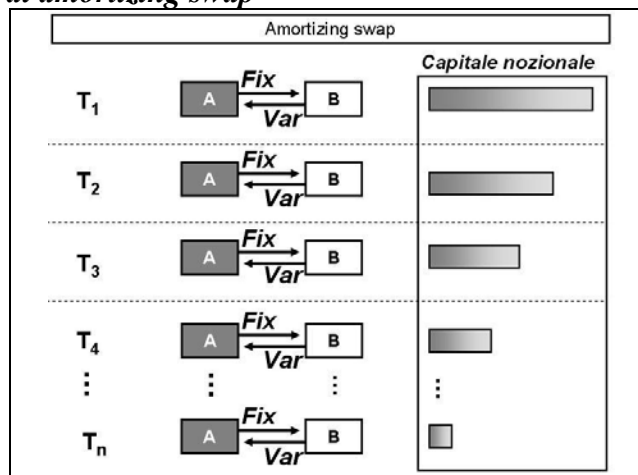
In un **basis swap** le parti si accordano per scambiarsi flussi periodali entrambi legati a tassi variabili (ovviamente) differenti (Figura 5.4).

Figura 5.4: esempio di basis swap



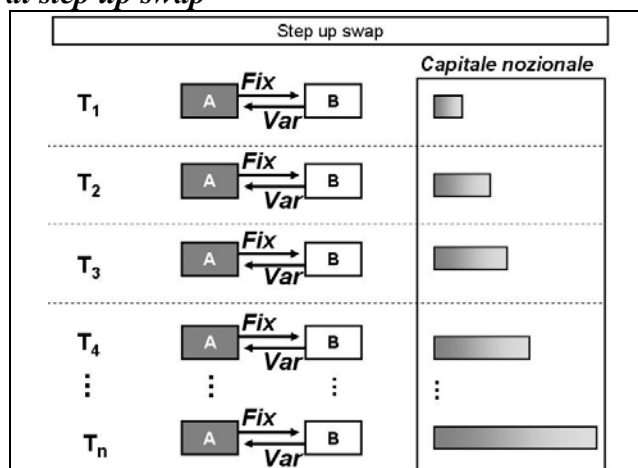
In un **amortizing swap** il capitale nozionale si riduce progressivamente secondo un piano di ammortamento noto (Figura 5.5).

Figura 5.5: esempio di amortizing swap



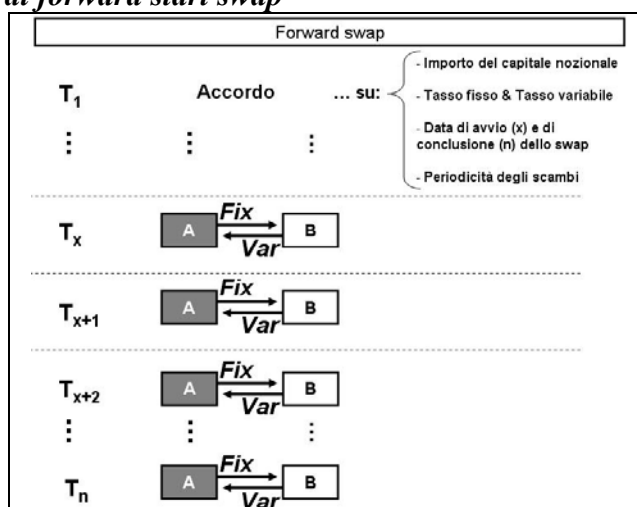
In uno **step up swap** invece il capitale nozionale aumenta nel tempo (Figura 5.6).

Figura 5.6: esempio di step up swap



Un **forward swap** è uno swap nel quale le parti si accordano in via immediata per dar vita ad uno swap che prevede lo scambio di flussi solo a partire da una data futura (Figura 5.7).

**Figura 5.7: esempio di forward start swap**



Una **swaptions** è un'opzione il cui sottostante è uno swap.

È inoltre possibile immaginare swap di diversa natura ottenuti attribuendo ad un medesimo swap le caratteristiche di due o più degli swap appena presentati.

La necessità di modificare le caratteristiche di un IRS plain vanilla può trovare giustificazione nella finalità di impiego dello swap. Ad esempio, nell'ipotesi lo swap venga utilizzato per gestire il rischio di tasso di interesse di un finanziamento a rimborso rateale (es. mutuo ipotecario) la circostanza che gli interessi verranno calcolati su un debito residuo che diminuirà nel tempo suggerisce l'impiego di un amortizing swap. Nel caso in cui il rischio di tasso di interesse riguardi un piano di accumulo dove, a seguito dei contributi periodali di un investitore, il capitale di riferimento aumenterà nel tempo è preferibile il ricorso ad uno step-up swap.

### 5.3 Il pricing

Nel presente paragrafo ci si concentrerà sulla valutazione degli Interest Rate Swap plain vanilla. Per le altre tipologie di swap, pur essendo necessari alcuni accorgimenti, rimangono comunque valide le logiche di valutazione di seguito descritte.

Definire il pricing di un interest rate swap implica la determinazione del valore del tasso fisso del contratto. Dato che nessuno è disposto ad entrare in un contratto swap dal quale ci si attende una perdita e visto che, essendo un gioco a somma zero, i guadagni di una parte corrispondono alle perdite dell'altra, l'unico modo per chiudere uno swap in modo ragionevole è definire un tasso fisso tale per cui il valore attuale dei flussi futuri calcolato in base al tasso fisso eguagli il valore attuale dei flussi futuri calcolato in base ai tassi variabili attesi (tassi forward). Tale ragionamento può essere formalizzato con la seguente equazione:

$$\sum_{i=1}^n \frac{R_{fix\_swap}}{(1+r_{0,i})^{T_i}} = \sum_{i=1}^n \frac{f_{i-1,i}}{(1+r_{0,i})^{T_i}}$$

Dove:

- $R_{fix\_swap}$  = tasso fisso dello swap;
- $f_i$  = tassi forward impliciti nella curva dei tassi spot;
- $r_{0,i}$  = tasso spot di mercato valido per finanziamenti/investimenti con scadenza al tempo  $i$ ;
- $T_i$  = tempo che intercorre dall'emissione dello swap alla scadenza  $i$ .

Dalla quale, esplicitando per  $R_{fix\_swap}$ , si ottiene:

$$R_{fix\_swap} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{f_{i-1,i}}{(1+r_{0,i})^{T_i}}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{(1+r_{0,i})^{T_i}}}$$

Si può dimostrare<sup>32</sup> che il tasso  $R_{fix\_swap}$  ottenibile può essere ottenuto anche dall'equazione:

$$R_{fix\_swap} = \frac{1 - \frac{1}{(1+r_{0;n})^{T_n}}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{(1+r_{0,i})^{T_i}}}$$

che rispetto alla precedente risulta di più agevole determinazione.

## 5.4 Il valore di mercato

Oltre che alla valutazione al momento della stipula, può essere necessario valutare uno swap nel corso della sua esistenza<sup>33</sup>. A tal fine è opportuno ricordare che mentre l'uguaglianza tra la "gamba fissa" e la "gamba variabile"<sup>34</sup> dello swap deve essere rispettata al momento della stipula, successivamente, le variazioni nella struttura dei tassi a termine potrebbero portare lo swap ad assumere valori non nulli. Come per il pricing, anche per la stima del valore di mercato ci si concentrerà sul caso degli IRS. Le logiche di valutazione sono comunque facilmente mutuabili per la valutazione delle altre tipologie presentate nei paragrafi precedenti.

Gli approcci per valutare il valore di uno swap in un qualsiasi momento compreso tra la stipula del contratto e la sua scadenza sono due. Nel **primo** si perviene al valore dello swap attraverso la valutazione di ogni singolo scambio atteso in ciascuna data. Lo swap viene

<sup>32</sup> La dimostrazione dell'uguaglianza delle due equazioni è riportata in appendice al presente capitolo.

<sup>33</sup> Come già indicato in apertura del paragrafo precedente, le considerazioni faranno riferimento al caso degli Interest Rate Swap plain vanilla, pur essendo mutuabili – con i dovuti accorgimenti – alle altre tipologie di swap.

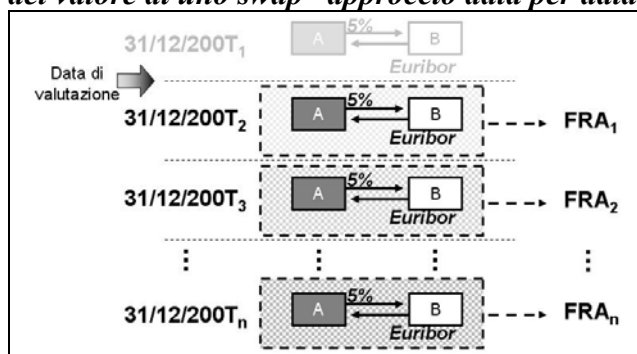
<sup>34</sup> L'espressione "gamba fissa" e "gamba variabile" sono utilizzate per indicare la sequenza dei flussi finanziari legati agli interessi calcolati rispettivamente in base al tasso fisso e al tasso variabile.



“sezionato orizzontalmente” ed il valore dello swap si ottiene come somma del valore di ogni singolo scambio che ci si attende nel futuro.

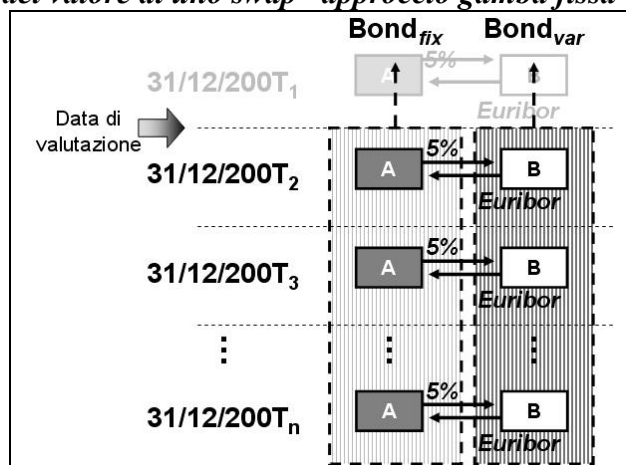
Prendendo come riferimento un IRS, verificato che gli impegni previsti in una singola data dello swap sono i medesimi previsti da un FRA che scada in tale data, si può effettuare la valutazione dello swap attraverso la valutazione degli impegni previsti dalla serie di FRA che replicano gli impegni delle singole scadenze dello swap. Il valore di mercato dello swap si otterrà facendo la somma dei valori attuali, alla data di valutazione, dei valori di mercato dei singoli FRA (Figura 5.11). Qualora la valutazione dello swap venga effettuata in un momento successivo rispetto a quello della stipula, si terrà conto solamente delle date di scambio residue e non anche degli scambi avvenuti precedentemente.

**Figura 5.11: calcolo del valore di uno swap “approccio data per data”**



Il **secondo approccio** valuta lo swap come combinazione di due diverse obbligazioni (bond): una a tasso variabile, corrispondente alla “gamba variabile” dello swap, e l’altra a tasso fisso, corrispondente alla “gamba fissa” dello swap (Figura 5.12). In questo approccio lo swap viene “sezionato verticalmente” ed il valore dello swap si ottiene come differenza tra il valore attuale dei flussi a tasso fisso (valore del bond a tasso fisso) ed il valore attuale dei flussi attesi a tasso variabile (valore del bond a tasso variabile).

**Figura 5.12: calcolo del valore di uno swap “approccio gamba fissa + gamba variabile”**



Di seguito ci si concentrerà esclusivamente su questo secondo approccio.

Se il valore dello swap è dato dalla differenza tra il valore attuale (prezzo) del bond a tasso fisso ed il valore attuale (prezzo) del bond a tasso variabile è anzitutto necessario stimare tali valori.

Il prezzo di un bond a tasso fisso si ottiene nel modo seguente:

$$B_{fix} = \sum_{i=1}^n \frac{k_{fix}}{(1+r_i)^{T_i}} + \frac{L}{(1+r_n)^{T_n}}$$

Dove:

- $k_{fix}$  = flusso monetario relativo agli interessi periodali calcolati in base al tasso fisso;
- $r_i$  = tassi di mercato relativi alle scadenze  $i$ ;
- $L$  = capitale nozionale dello swap;
- $T_i$  = tempo intercorrente tra la data di valutazione e la  $i$ -esima data di scambio (residua).

Secondo la logica di attualizzazione dei flussi di cassa, il prezzo di un titolo a tasso variabile può essere calcolato nel modo seguente:

$$B_{var} = \sum_{i=1}^n \frac{k_{var}}{(1+r_i)^{T_i}} + \frac{L}{(1+r_n)^{T_n}}$$

Dove:

- $k_{var}$  = flusso monetario relativo agli interessi periodali calcolati in base al tasso variabile;
- $r_i$  = tassi di mercato relativi alle scadenze  $i$ ;
- $L$  = capitale nozionale dello swap;
- $T_i$  = tempo intercorrente tra la data di valutazione e la  $i$ -esima data di scambio (residua).

È però dimostrabile<sup>35</sup> che le relazioni tra i tassi di interesse utilizzati per il calcolo di  $k_{var}$  ed i tassi di interesse utilizzati per l'attualizzazione consentono di semplificare il calcolo di  $B_{var}$ . In particolare il valore di un titolo a tasso variabile il giorno dello stacco della cedola è pari al suo valore nominale:

$$B_{var} = L$$

Se invece la valutazione viene compiuta in un momento diverso da un giorno in cui la cedola viene staccata il valore del titolo è pari a<sup>36</sup>:

$$B_{var} = \frac{L + k^*}{(1+r_{t;1})^{1-t}}$$

Dove:

- $k^*$  = flusso monetario relativo agli interessi periodali calcolati in base al tasso variabile osservato ad inizio periodo e che sarà oggetto di scambio nella data di regolamento successiva;
- $r_i$  = tassi di mercato relativo alla scadenza  $i$ ;
- $L$  = capitale nozionale dello swap;
- $1-t$  = tempo intercorrente tra la data di valutazione e la successiva data di regolamento.

---

<sup>35</sup> La dimostrazione è riportata in appendice.

<sup>36</sup> La formula ipotizza l'adozione del regime dell'interesse composto. Qualora si operasse in capitalizzazione continua l'espressione sarebbe  $B_{var} = (L + k^*) \times e^{-r_1^* T_1}$ .

Definiti i valori della gamba fissa ( $B_{fix}$ ) e della gamba variabile ( $B_{var}$ ) è possibile definire il valore di uno swap come la differenza tra i due valori. In particolare il valore dello swap per la parte dello swap che si è assunta l'impegno a pagare interessi a tasso variabile (**floating rate payer**) per incassare quelli a tasso fisso (**fix rate receiver**) è pari a:

$$V = B_{fix} - B_{var}$$

mentre il valore per la controparte (**fix rate payer e floating rate receiver**) è:

$$V = B_{var} - B_{fix}$$

### **Esempio – Valutazione di uno swap**

Si ipotizzi un IRS scritto su un capitale nozionale di 100.000.000€ che prevede pagamenti semestrali in cui un tasso fisso dell'8% annuo viene scambiato con il Libor 6 mesi. Ipotizzando che lo swap abbia una vita residua di 1 anno e 3 mesi, che i tassi Libor presentino la seguente struttura:

Scadenza	Tasso
3 mesi	10%
9 mesi	10,50%
15 mesi	11%

e che il Libor 6-mesi alla data dell'ultimo pagamento era pari al 10,20%, si procede ad calcolare il valore dello swap per il floating rate payer.

Sapendo che per il floating rate payer il valore dello swap è dato da:

$$V = B_{fix} - B_{var}$$

si procede al calcolo del valore di mercato dei due bond fittizi.

$$B_{fix} = \frac{4.000.000}{(1+0,10)^{0,25}} + \frac{4.000.000}{(1+0,105)^{0,75}} + \frac{104.000.000}{(1+0,11)^{1,25}} =$$

$$= 3.906.000 + 3.711.000 + 91.281 = 98.898.000€$$

$$\mathbf{B_{fix}=98.898.000€}$$

$$B_{var} = \left[ \frac{100.000.000 + \left( \frac{0,102}{2} \right) \times 100.000.000}{(1+0,10)^{0,25}} \right] =$$

$$= \frac{100.000.000 + 5.100.000}{(1+0,10)^{0,25}} =$$

$$= \frac{105.100.000}{(1+0,10)^{0,25}} =$$

$$= 102.625.000€$$

$$\mathbf{B_{var}=102.625.000€}$$

E quindi:

$$\mathbf{V = 98.898.000 - 102.625.000 = - 3.727.000€}$$

## **5.5 Gli utilizzi**

Come tutti gli strumenti finanziari derivati anche gli swap possono essere utilizzati con finalità di copertura (hedging), speculazione ed arbitraggio.

Nel caso in cui si entri in un IRS con la sola finalità di trarre un guadagno dalle proprie aspettative sul futuro andamento dei tassi di interesse, si concretizza un utilizzo con finalità di speculazione. Un soggetto rialzista entrerà in uno swap come fix rate payer (e quindi come floating rate receiver). Viceversa uno speculatore al ribasso sui tassi di interesse assumerà la posizione di floating rate payer (e quindi di fix rate receiver).

Maggiormente interessanti sono gli utilizzi con finalità di hedging. L'utilizzo di uno swap per ridurre il rischio di una posizione precedentemente assunta può concretizzarsi in un *liability swap* o in un *asset swap*.

In un liability swap un soggetto che ha assunto un debito a tasso variabile riesce, entrando in un IRS plain vanilla come fix-rate payer (e quindi come floating rate receiver) a trasformare il suo impegno per il servizio del debito da un impegno variabile (legato all'andamento del tasso di interesse di riferimento del debito) in un impegno fisso (pari al tasso fisso nello swap).

**Esempio – Trasformazione di una posizione debitoria da tasso variabile a tasso fisso (Liability swap)**

Si ipotizzi che un'impresa abbia emesso obbligazioni a tasso variabile, indicizzate all'Euribor a 6 mesi più uno spread di 20 punti base. Il prestito di 400.000.000€ ha una durata triennale e prevede il pagamento di cedole con cadenza semestrale.

L'impresa, al fine di stabilizzare il costo per interessi del prestito, si rivolge ad un intermediario finanziario con il quale concludere uno swap che la vede assumere la posizione di fix rate payer. Il tasso fisso dello swap è il 10% mentre il tasso variabile è l'Euribor a 6 mesi meno 10 punti base.

La struttura dello swap risulta essere la seguente:

Capitale nozionale: 400.000.000€

Durata: 3 anni

Periodicità: semestrale

Tasso fisso: 10%

Tasso variabile: Euribor 6 mesi

Periodo	Tasso fisso	Tasso variabile
6 mesi	10%	Euribor 6 mesi
1 anno	10%	Euribor 6 mesi
1,5 anni	10%	Euribor 6 mesi
2 anni	10%	Euribor 6 mesi
2,5 anni	10%	Euribor 6 mesi
3 anni	10%	Euribor 6 mesi

Considerando la posizione dell'impresa i suoi flussi finanziari vengono così stabilizzati

Periodo	Tasso fisso Swap (pagato) (A)	Tasso variabile Swap (ricevuto) (B)	Tasso variabile Obbligazione (pagato) (C)	Flusso netto (C-B+A)
6 mesi	10%	Euribor 6 mesi	Euribor 6 mesi +0,20%	10,20%
1 anno	10%	Euribor 6 mesi	Euribor 6 mesi +0,20%	10,20%
1,5 anni	10%	Euribor 6 mesi	Euribor 6 mesi +0,20%	10,20%
2 anni	10%	Euribor 6 mesi	Euribor 6 mesi +0,20%	10,20%
2,5 anni	10%	Euribor 6 mesi	Euribor 6 mesi +0,20%	10,20%
3 anni	10%	Euribor 6 mesi	Euribor 6 mesi +0,20%	10,20%

Grazie allo swap l'impresa è quindi svincolata dall'andamento dei tassi di mercato (Euribor) riuscendo a trasformare il suo impegno a tasso variabile in un impegno a tasso fisso pari al 10,20%.

In un asset swap un soggetto che detiene un'attività a tasso variabile riesce, attraverso lo swap, a stabilizzare i flussi finanziari legati al rendimento della sua attività.

***Esempio – Trasformazione di un'attività da tasso variabile a tasso fisso (Asset swap)***

Un fondo comune di investimento (FCI) ha in portafoglio obbligazioni a tasso variabile per un valore di 200.000.000€. I titoli prevedono il pagamento di cedole semestrali indicizzate all'Euribor 6 più uno spread di 10 punti base. Temendo un ribasso dei tassi, il gestore del fondo decide di entrare in uno swap come floating rate payer. Dato che le obbligazioni hanno una vita residua di 4 anni, e che la struttura dello swap che il FCI ha concordato con un intermediario finanziario prevede un tasso fisso dell'8% contro un variabile pari all'Euribor 6 + 0,20%, l'operazione è così strutturata:

<b>Periodo</b>	<b>Tasso fisso</b>	<b>Tasso variabile</b>
6 mesi	8%	Euribor 6 + 0,20%
1 anno	8%	Euribor 6 + 0,20%
1,5 anni	8%	Euribor 6 + 0,20%
2 anni	8%	Euribor 6 + 0,20%
2,5 anni	8%	Euribor 6 + 0,20%
3 anni	8%	Euribor 6 + 0,20%
3,5 anni	8%	Euribor 6 + 0,20%
4 anni	8%	Euribor 6 + 0,20%

Considerando la posizione del FCI i flussi finanziari vengono così stabilizzati

<b>Periodo</b>	<b>Tasso fisso Swap (incassato) (A)</b>	<b>Tasso variabile Swap (pagato) (B)</b>	<b>Tasso variabile Obbligazione (incassato) (C)</b>	<b>Flusso netto (C-B+A)</b>
6 mesi	8%	Euribor 6 + 0,20%	Euribor 6 + 0,10%	7,90%
1 anno	8%	Euribor 6 + 0,20%	Euribor 6 + 0,10%	7,90%
1,5 anni	8%	Euribor 6 + 0,20%	Euribor 6 + 0,10%	7,90%
2 anni	8%	Euribor 6 + 0,20%	Euribor 6 + 0,10%	7,90%
2,5 anni	8%	Euribor 6 + 0,20%	Euribor 6 + 0,10%	7,90%
3 anni	8%	Euribor 6 + 0,20%	Euribor 6 + 0,10%	7,90%
3,5 anni	8%	Euribor 6 + 0,20%	Euribor 6 + 0,10%	7,90%
4 anni	8%	Euribor 6 + 0,20%	Euribor 6 + 0,10%	7,90%

Grazie allo swap il FCI è quindi svincolato dall'andamento dei tassi di mercato (Euribor) riuscendo a trasformare il suo rendimento a tasso variabile in un rendimento a tasso fisso pari al 7,90%.

**Esempio – Basis swap**

Si ipotizzi una banca il cui costo della raccolta è indicizzato all'Euribor a 6 mesi e che abbia impiegato i fondi a sua disposizione ottenendo un rendimento pari al tasso dei Bot a 6 mesi più uno spread di 50 punti base (0,50%).

Attraverso un basis swap la banca riesce a stabilizzare il proprio margine di interesse. Ipotizzando una raccolta/impiego di 400 miliardi di €, ed una copertura triennale, lo swap è così costruito.

<b>Periodo</b>	<b>Tasso incassato</b> <i>(dall'intermediario)</i>	<b>Tasso pagato</b> <i>(dall'intermediario)</i>
6 mesi	Euribor 6 mesi	Bot 6 mesi +0,40%
1 anno	Euribor 6 mesi	Bot 6 mesi +0,40%
1,5 anni	Euribor 6 mesi	Bot 6 mesi +0,40%
2 anni	Euribor 6 mesi	Bot 6 mesi +0,40%
2,5 anni	Euribor 6 mesi	Bot 6 mesi +0,40%
3 anni	Euribor 6 mesi	Bot 6 mesi +0,40%

Considerando la posizione della banca si ottiene nel complesso

<b>Periodo</b>	<b>Swap</b>		<b>Raccolta</b> <i>(tasso incassato)</i>	<b>Impieghi</b> <i>(tasso pagato)</i>	<b>Totale</b>
	<b>Tasso incassato</b> <i>(dall'intermediario)</i>	<b>Tasso pagato</b> <i>(dall'intermediario)</i>			
6 mesi	Euribor 6 mesi	Bot <sub>6</sub> +0,40%	Bot <sub>6</sub> + 0,50%	Euribor 6	0,10%
1 anno	Euribor 6 mesi	Bot <sub>6</sub> +0,40%	Bot <sub>6</sub> + 0,50%	Euribor 6	0,10%
1,5 anni	Euribor 6 mesi	Bot <sub>6</sub> +0,40%	Bot <sub>6</sub> + 0,50%	Euribor 6	0,10%
2 anni	Euribor 6 mesi	Bot <sub>6</sub> +0,40%	Bot <sub>6</sub> + 0,50%	Euribor 6	0,10%
2,5 anni	Euribor 6 mesi	Bot <sub>6</sub> +0,40%	Bot <sub>6</sub> + 0,50%	Euribor 6	0,10%
3 anni	Euribor 6 mesi	Bot <sub>6</sub> +0,40%	Bot <sub>6</sub> + 0,50%	Euribor 6	0,10%

Attraverso il basis-swap la banca è riuscita ad immunizzarsi da un eventuale disallineamento dell'andamento dei tassi Bot ed Euribor.

## 5.6 Il ruolo degli intermediari

Le società e gli altri operatori che utilizzano gli swap non stipulano in genere contratti tra loro, ma ricorrono alle banche che svolgono la funzione di controparti. L'intermediario, applicando condizioni di prezzo differenti a seconda che si ponga come fix rate payer o come fix rate receiver, opera come market maker, riuscendo a lucrare (in assenza di fenomeni di insolvenza delle controparti) un differenziale di tasso.

Le quotazioni del mercato degli IRS sono quindi quotazioni bid-ask, mentre il tasso variabile di riferimento è in genere un tasso interbancario (Libor o Euribor). Esempi di quotazioni bid-ask sono riportati nella Tabella 5.3

**Tabella 5.3: Esempio di quotazioni IRS**

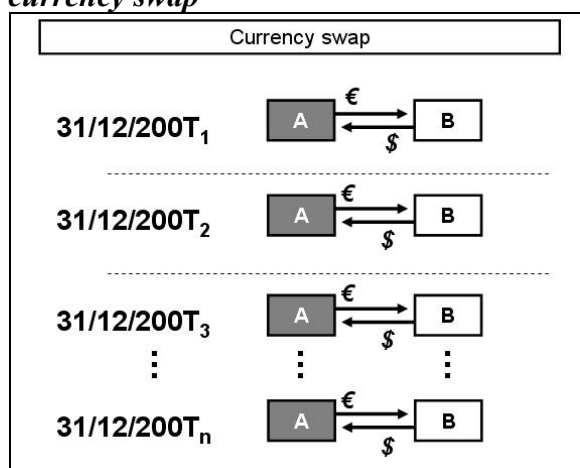
Scadenza (Euro)	Bid	Ask
1Y/6 mesi	1,57%	1,59%
2Y/6 mesi	1,50%	1,52%
3Y/6 mesi	1,49%	1,52%
4Y/6 mesi	1,49%	1,52%
5Y/6 mesi	1,50%	1,53%

La media dei tassi bid-ask è definito swap rate, mentre il differenziale tra il tasso swap rate ed il tasso dei titoli di stato a breve termine è definito swap spread.

## 5.7 I currency swap

In un currency swap le parti si accordano per scambiarsi reciprocamente, in una serie di date prestabilite, un importo monetario espresso in una valuta a fronte di un importo monetario espresso in un'altra valuta (Figura 5.8).

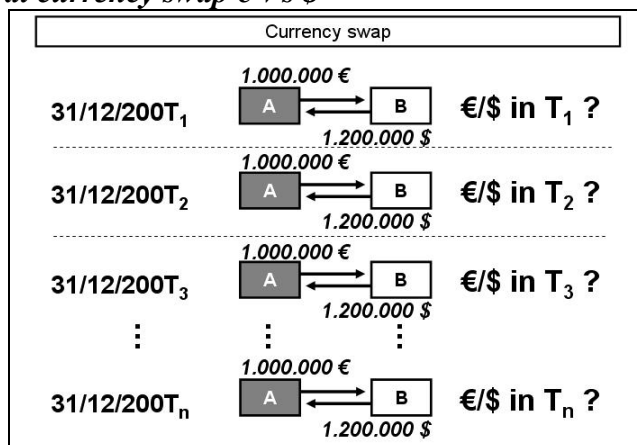
**Figura 5.8: esempio di currency swap**



Le parti conoscono sin dall'inizio l'importo che dovranno pagare e quello che riceveranno, mentre l'elemento di incertezza del contratto è il tasso di cambio. Ipotizzando che lo swap preveda che una parte riconosca all'altra 1.000.000€ ad ogni data di regolamento, per ricevere in cambio 1.200.000\$, la convenienza a pagare l'importo in euro o quello in dollari dipenderà dal tasso di cambio €/€ alla data di regolamento (Figura 5.9).



Figura 5.9: esempio di currency swap € Vs \$

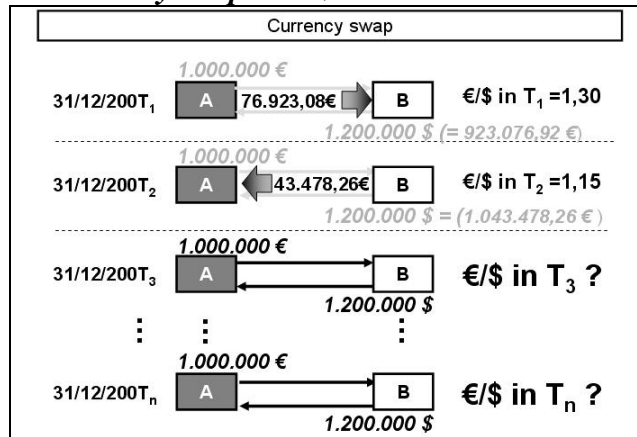


Qualora il tasso di cambio €/ \$ fosse superiore a 1,20, la parte che paga l'importo in euro otterrà in cambio un importo inferiore, dato che convertendo l'importo di 1.200.000\$ in euro in base ad un rapporto di cambio che preveda il pagamento di più di 1,20 dollari per ogni euro, l'equivalente in euro di 1.200.000\$ sarà inferiore ad 1.000.000€. Ipotizzando un tasso di cambio €/ \$ di 1,30, il controvalore in euro di 1.200.000\$ sarà pari a 923.076,92€ (1.200.000 / 1,30). Dato che lo swap non prevede che le parti si scambino fisicamente l'intero ammontare degli impegni previsti, ma che si proceda a compensare gli impegni dando vita ad un unico flusso differenziale, nell'ipotesi di un tasso di cambio €/ \$ pari a 1,30, lo swap vedrà il soggetto che ha preso l'impegno a pagare 1.000.000€ per ricevere 1.200.000\$, dover riconoscere alla sua controparte la differenza tra il suo impegno di (1.000.000€) e l'importo della controparte (1.200.000\$), che convertito in euro in base al tasso di cambio (1,30) sarà pari a 923.076,92€: egli dovrà quindi riconoscere alla sua controparte l'importo di 76.923,08€ (1.000.000€ - 923.076,92€).

Nell'ipotesi in cui il tasso di cambio in una data di regolamento dovesse essere inferiore al tasso di cambio di equilibrio di 1,20<sup>37</sup>, ad esempio 1,15, il soggetto con l'impegno di pagare 1.000.000€ vedrà il suo impegno essere bilanciato da un importo che, convertito in euro, sarà superiore ad un milione di euro. Nell'ipotesi che il tasso di cambio fosse pari ad 1,15, il controvalore in euro di 1.200.000\$ sarà pari a 1.043.478,26€. In tal caso il confronto tra l'impegno a versare 1.000.000€ per ricevere in cambio 1.200.000\$ (pari a 1.043.478,26€) lo vedrà incassare il flusso differenziale di 43.478,26€ (Figura 5.10).

<sup>37</sup> Il tasso di cambio di 1,20 viene definito il tasso di cambio di equilibrio in quanto, qualora ad una data di regolamento il tasso di cambio €/ \$ dovesse assumere tale valore, le parti non dovrebbero scambiarsi nessun flusso finanziario in quanto gli impegni a pagare e gli importi che si ha diritto ad ottenere si compenserebbero perfettamente. Si può facilmente verificare che con un tasso di cambio di 1,20, l'importo di 1.200.000\$, una volta convertito in euro, sarà pari a 1.000.000€.

Figura 5.10: esempio di currency swap € Vs \$



Il guadagno (perdita) complessiva derivante dal ricorso ad un currency swap richiederà di verificare in ognuna delle singole date di regolamento l'andamento del tasso di cambio ed il conseguente importo del flusso finanziario scambiato. Il risultato complessivo dello swap al termine del contratto sarà pari alla somma dei risultati ottenuti nelle singole date, tenendo conto ovviamente della necessità di capitalizzare gli importi da ciascuna delle date di regolamento alla data di valutazione, al fine di tener conto del valore finanziario del tempo.

Le modalità di utilizzo di un currency swap non differiscono da quelle degli altri derivati potendo essere impiegati con finalità di copertura, speculazione o arbitraggio. In particolare, un utilizzo dei currency swap da parte di operatori esposti, direttamente o indirettamente, al rischio di tasso di cambio (es. esportatori, importatori, investitori internazionali, ecc.) consente di ridurre gli effetti dell'oscillazione dei prezzi delle valute sul risultato della propria attività, ponendo in essere attività di hedging. Utilizzi nei quali un operatore cerca di sfruttare delle aspettative sull'andamento di un tasso di cambio esponendosi al rischio di perdite vedrà il currency swap dar vita ad operazioni speculative (trading).

## Appendice – Dimostrazioni analitiche

### A.1 - La determinazione del tasso fisso di un IRS

Nel paragrafo 5.3 si è affermata l'uguaglianza delle seguenti equazioni

$$R_{fix\_swap} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{f_{i-1;i}}{(1+r_{0;i})^{T_i}}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{(1+r_{0;i})^{T_i}}}$$

(0.A)

$$R_{fix\_swap} = \frac{1 - \frac{1}{(1+r_{0;n})^{T_n}}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{(1+r_{0;i})^{T_i}}}$$

(0.B)

Di seguito viene dimostrata la validità di tale affermazione.

Dato che il denominatore delle due equazioni è il medesimo, la dimostrazione dell'uguaglianza delle due equazioni richiede la dimostrazione dell'uguaglianza dei numeratori. Si deve quindi dimostrare che:

$$1 - \frac{1}{(1+r_{0;n})^{T_n}} = \sum_{i=1}^n \frac{f_{i-1;i}}{(1+r_{0;i})^{T_i}} \quad (1)$$

Partendo dalla relazione tra tassi spot e tassi forward si ha che:

$$(1+f_{0;i-1})^{i-1} \times (1+f_{i-1;i})^1 = (1+f_{0;i})^i$$

da cui:

$$(1+f_{i-1;i}) = \frac{(1+f_{0;i})^i}{(1+f_{0;i-1})^{i-1}}$$

da cui:

$$f_{i-1;i} = \frac{(1+f_{0;i})^i}{(1+f_{0;i-1})^{i-1}} - 1$$

Dividendo ambo i membri della (1) per  $(1+f_{0;i})^i$  si ottiene:

$$\frac{f_{i-1;i}}{(1+f_{0;i})^i} = \frac{(1+f_{0;i})^i}{(1+f_{0;i-1})^{i-1} \times (1+f_{0;i})^i} - \frac{1}{(1+f_{0;i})^i}$$

da cui:

$$\frac{f_{i-1;i}}{(1+f_{0;i})^i} = \frac{1}{(1+f_{0;i-1})^{i-1}} - \frac{1}{(1+f_{0;i})^i}$$

Essendo valida tale relazione per ogni valore  $i$ -esimo, la relazione resta valida anche in caso di sommatoria. Si ha quindi:

$$\sum_{i=1}^n \frac{f_{i-1;i}}{(1+f_{0,i})^i} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{(1+f_{0,i-1})^{i-1}} - \sum_{i=1}^n \frac{1}{(1+f_{0,i})^i} \quad (2)$$

Sviluppando la sommatoria di destra si otterrebbe:

$$\left[ \frac{1}{(1+f_{0,0})^0} + \frac{1}{(1+f_{0,1})^1} + \frac{1}{(1+f_{0,2})^2} + \dots + \frac{1}{(1+f_{0,n-1})^{n-1}} \right] - \left[ \frac{1}{(1+f_{0,1})^1} + \frac{1}{(1+f_{0,2})^2} + \frac{1}{(1+f_{0,3})^3} + \dots + \frac{1}{(1+f_{0,n})^n} \right]$$

Dato che il primo termine nella prima parentesi prevede al denominatore un valore elevato alla zero, che per definizione è pari a 1, si ottiene:

$$\left[ 1 + \frac{1}{(1+f_{0,1})^1} + \frac{1}{(1+f_{0,2})^2} + \dots + \frac{1}{(1+f_{0,n-1})^{n-1}} \right] - \left[ \frac{1}{(1+f_{0,1})^1} + \frac{1}{(1+f_{0,2})^2} + \frac{1}{(1+f_{0,3})^3} + \dots + \frac{1}{(1+f_{0,n})^n} \right]$$

Come si può notare i termini della prima parentesi, ad esclusione del primo, coincidono con i termini della seconda parentesi, ad esclusione dell'ultimo. Dato che i valori della prima parentesi vanno sottratti a quelli della seconda, il risultato della sommatoria, indipendentemente dai valori di dei tassi forward  $f$  sarà:

$$1 - \frac{1}{(1+f_{0,n})^n}$$

È quindi possibile riscrivere la (2) nel modo seguente:

$$\sum_{i=1}^n \frac{f_{i-1;i}}{(1+f_{0,i})^i} = 1 - \frac{1}{(1+f_{0,n})^n}$$

che, come volevasi dimostrare, equivale alla (1).

Dividendo ambo i membri per  $\sum_{i=1}^n \frac{1}{(1+r_{0,i})^{T_i}}$  si ottiene:

$$\frac{\sum_{i=1}^n \frac{f_{i-1;i}}{(1+f_{0,i})^i}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{(1+r_{0,i})^{T_i}}} = \frac{1 - \frac{1}{(1+f_{0,n})^n}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{(1+r_{0,i})^{T_i}}}$$

che equivale al valore  $R_{\text{fix\_swap}}$  definito dalle (0.A) e (0.B).

## A.2 - Il valore di mercato di un'obbligazione a tasso variabile

Nel paragrafo 5.4 si è affermato che il valore di un'obbligazione a tasso variabile il giorno dello stacco della cedola è pari al valore nominale del titolo stesso. Ovvero che

$$B_{\text{var}} = \sum_{i=1}^n \frac{k_{\text{var}}}{(1+r_i)^{T_i}} + \frac{L}{(1+r_n)^{T_n}} \quad \Rightarrow \quad B_{\text{var}} = L$$

Per dimostrare l'uguaglianza tra le due equazioni si procede a riscrivere la prima esplicitando i termini della sommatoria:

$$B_{\text{var}} = \frac{k_{\text{var}1}}{(1+r_{0,1})^1} + \frac{k_{\text{var}2}}{(1+r_{0,2})^2} + \frac{k_{\text{var}3}}{(1+r_{0,3})^3} + \dots + \frac{k_{\text{var}n}}{(1+r_{0,n})^n} + \frac{L}{(1+r_{0,n})^n}$$

Dato che  $k_{\text{var}}$  è il valore monetario atteso degli interessi periodali  $k_{\text{var}}$  può essere scritta come  $f_{i-1;i} \times L$ . Quindi:

$$B_{\text{var}} = \frac{f_{0,1} \times L}{(1+r_{0,1})^1} + \frac{f_{1,2} \times L}{(1+r_{0,2})^2} + \frac{f_{2,3} \times L}{(1+r_{0,3})^3} + \dots + \frac{f_{n-1;n} \times L}{(1+r_{0,n})^n} + \frac{L}{(1+r_{0,n})^n}$$

sapendo che  $(1+r_{0,T_1})^{T_1} \times (1+f_{T_1;T_2})^{T_2-T_1} = (1+r_{0,T_2})^{T_2}$   $f_{T_1;T_2} = \sqrt[T_2-T_1]{\frac{(1+r_{0,T_2})^{T_2}}{(1+r_{0,T_1})^{T_1}}} - 1$  si può scrivere:

$$B_{\text{var}} = \frac{r_{0,1} \times L}{(1+r_{0,1})^1} + \frac{\left[ \frac{(1+r_{0,2})^2}{(1+r_{0,1})^1} - 1 \right] \times L}{(1+r_{0,2})^2} + \frac{\left[ \frac{(1+r_{0,3})^3}{(1+r_{0,2})^2} - 1 \right] \times L}{(1+r_{0,3})^3} + \dots + \frac{\left[ \frac{(1+r_{0,n})^n}{(1+r_{0,n-1})^{n-1}} - 1 \right] \times L}{(1+r_{0,n})^n} + \frac{L}{(1+r_{0,n})^n}$$

eseguendo le moltiplicazioni a numeratore si ottiene:

$$B_{\text{var}} = \frac{r_{0,1} \times L}{(1+r_{0,1})^1} + L \times \frac{(1+r_{0,2})^2}{(1+r_{0,1})^1} \times \frac{1}{(1+r_{0,2})^2} - L \times \frac{1}{(1+r_{0,2})^2} + L \times \frac{(1+r_{0,3})^3}{(1+r_{0,2})^2} \times \frac{1}{(1+r_{0,3})^3} - L \times \frac{1}{(1+r_{0,3})^3} + \dots + L \times \frac{(1+r_{0,n})^n}{(1+r_{0,n-1})^{n-1}} \times \frac{1}{(1+r_{0,n})^n} - L \times \frac{1}{(1+r_{0,n})^n} + \frac{L}{(1+r_{0,n})^n}$$

Semplificando:

$$B_{\text{var}} = \frac{r_{0,1} \times L}{(1+r_{0,1})^1} + \frac{L}{(1+r_{0,1})^1} - L \times \frac{1}{(1+r_{0,2})^2} + \frac{L}{(1+r_{0,2})^2} - L \times \frac{1}{(1+r_{0,3})^3} + \dots + \frac{L}{(1+r_{0,n-1})^{n-1}} - L \times \frac{1}{(1+r_{0,n})^n} + \frac{L}{(1+r_{0,n})^n}$$

Che riscritta nel modo seguente:

$$B_{\text{var}} = \frac{r_{0,1} \times L}{(1+r_{0,1})^1} + \frac{L}{(1+r_{0,1})^1} - \frac{L}{(1+r_{0,2})^2} + \frac{L}{(1+r_{0,2})^2} - \frac{L}{(1+r_{0,3})^3} + \dots + \frac{L}{(1+r_{0,n-1})^{n-1}} - \frac{L}{(1+r_{0,n})^n} + \frac{L}{(1+r_{0,n})^n}$$

evidenzia la possibilità di ulteriori semplificazioni giungendo alla seguente espressione:

$$B_{\text{var}} = \frac{r_{0;1} \times L}{(1+r_{0;1})^1} + \frac{L}{(1+r_{0;1})^1}$$

che può essere riscritta come

$$B_{\text{var}} = \frac{L \times (1+r_{0;1})}{(1+r_{0;1})^1}$$

Da questa si ottiene, come volevasi dimostrare, che:

$$B_{\text{var}} = L$$

Per dimostrare l'uguaglianza:

$$B_{\text{var}} = \sum_{i=1}^n \frac{k_{\text{var}}}{(1+r_i)^{T_i}} + \frac{L}{(1+r_n)^{T_n}} \quad \rightarrow \quad B_{\text{var}} = \frac{L + k^*}{(1+r_{t;1})^{1-t}}$$

è possibile sottolineare come la prima può essere scritta come:

$$B_{\text{var}} = \frac{L \times (1+r_{0;1})^1 - L}{(1+r_{t;1})^{1-t}} + \frac{\left[ \frac{(1+r_{t;2})^{2-t}}{(1+r_{t;1})^{1-t}} - 1 \right] \times L}{(1+r_{t;2})^{2-t}} + \frac{\left[ \frac{(1+r_{t;3})^{3-t}}{(1+r_{t;2})^{2-t}} - 1 \right] \times L}{(1+r_{t;3})^{3-t}} + \dots + \frac{\left[ \frac{(1+r_{t;n})^{n-t}}{(1+r_{t;n-1})^{n-t-1}} - 1 \right] \times L}{(1+r_{t;n})^{n-t}} + \frac{L}{(1+r_{t;n})^{n-t}}$$

Dove il numeratore  $L \times (1+r_{0;1})^1 - L$  indica gli interessi che a fine periodo verranno pagati e che sono calcolati al tasso  $r_{0;1}$  già noto in quanto definito ad inizio periodo. Riproponendo i medesimi passaggi algebrici utilizzati in precedenza si giunge alla seguente espressione:

$$B_{\text{var}} = \frac{L \times (1+r_{0;1})^1 - L}{(1+r_{t;1})^{1-t}} + \frac{L}{(1+r_{t;1})^{1-t}}$$

da cui:

$$B_{\text{var}} = \frac{L \times (1+r_{0;1})^1 - L + L}{(1+r_{t;1})^{1-t}}$$

$$B_{\text{var}} = \frac{L \times (1+r_{0;1})^1}{(1+r_{t;1})^{1-t}}$$

Avendo definito il valore  $k^*$  come gli interessi maturati sul capitale  $L$  nel periodo trascorso dall'ultimo stacco di cedola alla data di valutazione  $t$ , ovvero  $k^* = L \times (1+r_{0;1})^t - L$  si può scrivere:

$$B_{\text{var}} = \frac{L + k^*}{(1+r_{t;1})^{1-t}}$$

## Cap. 6 – Le options

### 6.1 Le options: definizione

Un'opzione è un contratto in cui una parte (acquirente dell'opzione), previo pagamento di un premio, acquista il diritto di obbligare una controparte (venditore dell'opzione) a concludere una determinata compravendita avente ad oggetto una determinata attività sottostante (underlying asset o underlying).

Le opzioni si distinguono in opzioni call ed opzioni put. Nelle opzioni call il titolare dell'opzione ha il diritto di acquistare dalla controparte una certa quantità di un determinato bene. Nelle opzioni put il titolare dell'opzione ha il diritto di vendere alla controparte una determinata quantità di un determinato bene.

Nel caso in cui il diritto del compratore possa essere esercitato solo il giorno della scadenza del contratto (expiration day) si parla di opzioni europee. Se il titolare dell'opzione può esercitare il suo diritto in qualunque momento compreso tra la stipula e la scadenza del contratto, si parla di opzioni americane. I termini europee ed americane non hanno quindi nessun riferimento geografico al mercato di negoziazione, ma identificano una modalità di esecuzione del contratto.

Si parla infine di opzioni esotiche per identificare contratti di opzione dove uno o più elementi differiscono da quelli di un contratto di opzione standard<sup>38</sup>.

### 6.2 Le caratteristiche contrattuali ed i pay-off

Vengono di seguito illustrate le caratteristiche contrattuali delle diverse tipologie di opzioni. Per ogni posizione su opzioni viene inoltre ricostruito il pay-off, ovvero il grafico che sintetizza la variazione della performance della posizione su opzione al variare del prezzo dell'attività sottostante sulla quale l'opzione è stata scritta.

#### 6.2.1 Call Option

Una call option è un contratto nel quale una parte (acquirente), dietro pagamento alla controparte di un importo in denaro (premio) si garantisce il diritto di acquistare dalla controparte stessa una determinata quantità di una specifica attività.

Per definire un call option è quindi necessario identificare:

- l'attività sottostante oggetto di scambio (underlying asset o sottostante);
- la data di scadenza nella quale (o entro la quale) l'opzione potrà essere esercitata;
- la quantità di sottostante oggetto di scambio (dimensione)
- l'importo in denaro (premio) che il compratore dell'opzione deve corrispondere alla controparte per garantirsi il diritto di acquisto;
- il prezzo al quale sarà possibile concludere la compravendita (strike price o prezzo di esercizio).

<sup>38</sup> Le opzioni esotiche non saranno trattate in questo capitolo in quanto ad esse è dedicato un apposito capitolo.

Per analizzare il funzionamento di una call option si analizzeranno separatamente prima la posizione dell'acquirente dell'opzione e poi la posizione del venditore.

L'acquirente dell'opzione call è un soggetto che, dietro pagamento di un premio in denaro, acquista la facoltà (il diritto) di acquistare una determinata quantità di un bene ad un determinato prezzo. È opportuno sottolineare come rispetto ad altri strumenti derivati, dove l'impegno preso tra le parti è vincolante, nell'opzione l'acquirente ha la facoltà di decidere se esercitare l'opzione, dando quindi luogo alla negoziazione, o lasciare che l'opzione scada senza che venga esercitata. In questo secondo caso nessuna negoziazione verrà mai effettuata.

La scelta di esercitare o meno l'opzione da parte dell'acquirente dipende dalla convenienza ad acquistare il sottostante alle condizioni fissate. In particolare la scelta di esercitare o meno l'opzione viene compiuta confrontando il prezzo di mercato del sottostante il giorno del possibile esercizio con il prezzo di esercizio, ovvero il prezzo al quale è possibile acquistare il sottostante tramite l'esercizio dell'opzione.

Si ipotizzi di aver acquistato una call option su un titolo azionario Alfa che dà il diritto di acquistare da una controparte 1.000 azioni Alfa al prezzo di 5€ ciascuna. Al fine di concentrarsi sul comportamento degli operatori, si ignorerà per il momento il pagamento del premio, salvo poi riprendere tale elemento nel prosieguo della trattazione. Il giorno della scadenza dell'opzione si valuterà la convenienza ad esercitare l'opzione, acquistando le 1.000 azioni Alfa al prezzo di 5€, confrontando il prezzo fissato nell'opzione (strike price) con il prezzo al quale è possibile acquistare le azioni Alfa sul mercato. Se il prezzo di mercato al termine del contratto è superiore al prezzo di esercizio dell'opzione l'acquirente avrà convenienza ad esercitare l'opzione stessa. Se, ad esempio, il prezzo delle azioni Alfa il giorno della scadenza dell'opzione fosse 6,50€ l'acquirente dell'opzione esercitandola riuscirebbe ad acquistare 1.000 azioni Alfa pagandole ciascuna 5€ (il prezzo concordato inizialmente tra le parti) anziché 6,50€. Nell'ipotesi che il titolare dell'opzione decida di mantenere in portafoglio le 1.000 azioni, attraverso l'opzione avrà ottenuto un risparmio di costo pari a 1.500€ ( $[6,50€ - 5€] \times 1.000 \text{ azioni} = 1.500€$ ). Nell'ipotesi che l'acquirente dell'opzione, dopo aver acquistato le opzioni al prezzo di 5€, decidesse di rivenderle sul mercato incassando 6,50€, l'esercizio dell'opzione porterebbe ad un guadagno monetario di 1.500€. Generalizzando, ogni volta in cui il prezzo di mercato il giorno della scadenza è superiore al prezzo concordato nell'opzione (strike price) l'acquirente dell'opzione esercita il suo diritto chiedendo alla controparte di dar luogo alla negoziazione. Il guadagno derivante dall'esercizio dell'opzione è tanto maggiore quanto maggiore è la differenza (positiva) tra il prezzo di mercato e lo strike price.

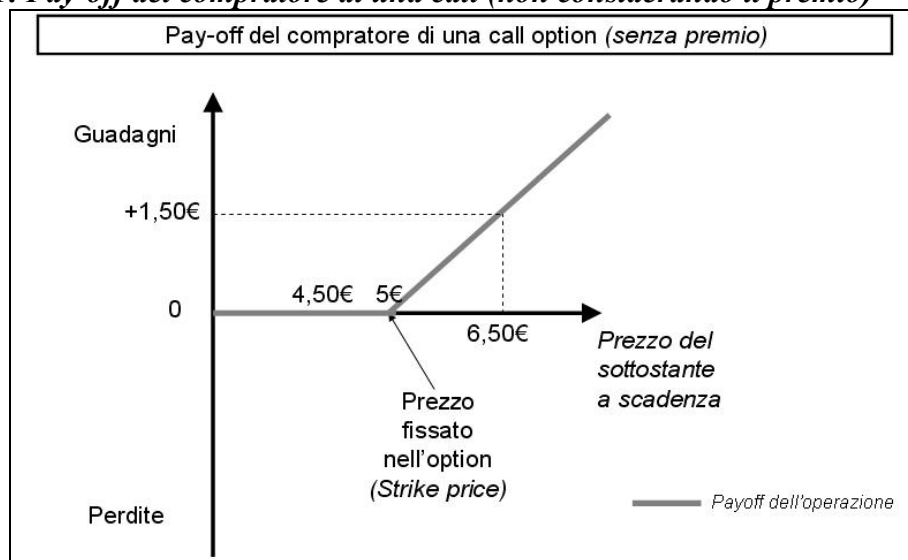
Si consideri ora l'eventualità che il giorno della scadenza dell'opzione, il prezzo di mercato dell'azione Alfa sia 4,50€. In tal caso l'acquirente dell'opzione ha la possibilità di acquistare le 1.000 azioni Alfa sul mercato pagandole 4,50€ o di acquistarle esercitando l'opzione pagandole 5€. Dato che il mercato offre condizioni migliori a quelle concordate nell'opzione, l'acquirente deciderà di acquistare le azioni direttamente sul mercato, lasciando che l'opzione scada senza che venga esercitata. In tal caso l'opzione per l'acquirente non produce effetti né positivi (guadagni) né negativi (perdite). Generalizzando si può affermare che l'acquirente di un option call non esercita l'opzione ogni volta che il prezzo di mercato è inferiore al prezzo fissato nell'opzione (strike price).



Nell'eventualità in cui il prezzo di mercato a scadenza sia esattamente pari al prezzo fissato nell'opzione (entrambi pari a 5€) per l'acquirente dell'opzione sarà indifferente acquistare le 1.000 azioni Alfa sul mercato o dalla controparte dell'opzione.

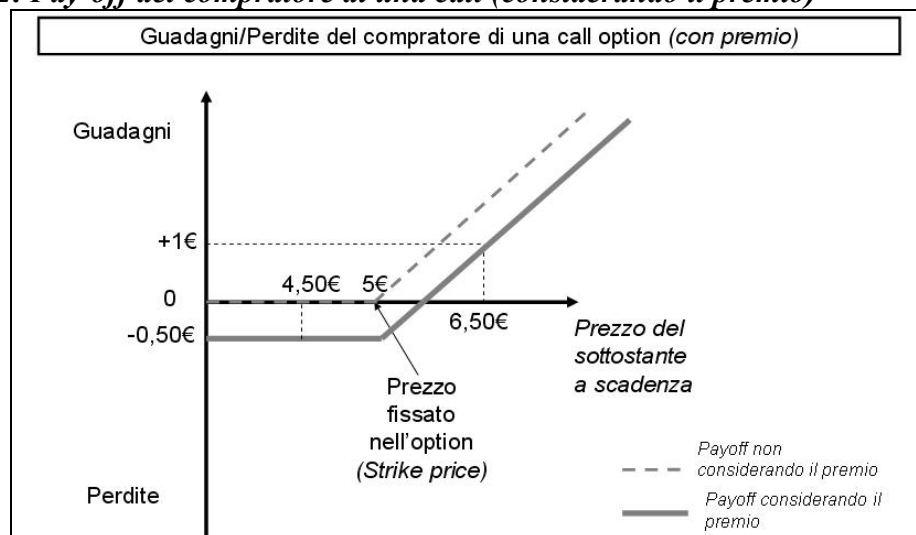
Riportando su un grafico (Figura 6.1) il risultato finale dell'opzione si può notare come questa consenta di beneficiare dei rialzi dell'andamento del corso del sottostante senza essere penalizzato in caso di ribassi.

**Figura 6.1: Pay-off del compratore di una call (non considerando il premio)**



Bisogna considerare che l'acquisto dell'opzione avviene a seguito del pagamento di un importo in denaro (premio) che, indipendentemente dall'esercizio o meno dell'opzione viene corrisposto (ipotizziamo al momento della stipula). Supponendo che il premio pagato per l'opzione sia 0,50€, si può agevolmente verificare come nel caso in cui il prezzo di mercato sia 6,50€, il risultato finale dell'operazione non è pari a 1.500€ ( $[6,50€ - 5€] \times 1.000$  azioni = 1.500€) bensì a 1.000€ ( $[6,50€ - 5€ - 0,50€] \times 1.000$  azioni = 1.000€). Allo stesso modo nel caso in cui il prezzo di mercato sia pari a 4,50€ se si considera il premio pagato non si può affermare che l'operazione non produce effetti, ma si deve concludere che l'operazione si è chiusa con una perdita di 500€ ( $0,50€ \times 1.000$  azioni = 500€). Il pay-off corretto dell'operazione è quello riportato nella Figura 6.2

**Figura 6.2: Pay-off del compratore di una call (considerando il premio)**



Si noti come la scelta di esercitare o meno l'opzione non dipenda dall'importo del premio. L'acquirente infatti deciderà di esercitare l'opzione semplicemente confrontando lo strike price con il prezzo di mercato. La presa in considerazione del premio avverrà solo successivamente, nel momento in cui si valuta il risultato complessivo dell'operazione. È possibile che l'acquirente decida di esercitare l'opzione anche nel caso in cui l'operazione chiuda in perdita.

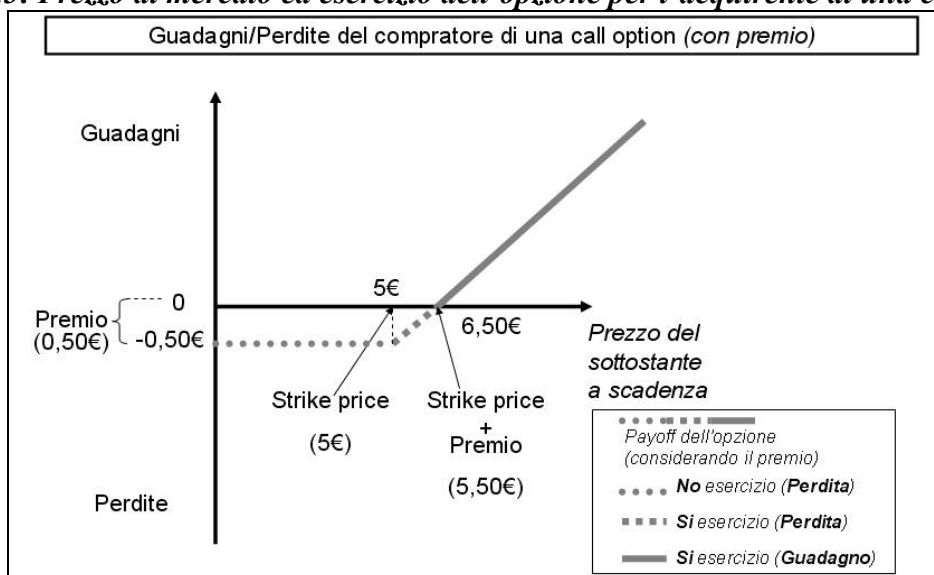
Si ipotizzi che il prezzo di mercato a scadenza sia pari a 5,40€. Essendo il prezzo al quale si possono acquistare ciascuna delle 1.000 azioni Alfa (5€) inferiore al prezzo che si dovrebbe pagare sul mercato (5,40€), l'acquirente deciderà di avvalersi del suo diritto ad acquistare, comprando a 5€ qualcosa che sul mercato vale 5,40€. Considerando però che l'acquirente ha pagato 0,50€ per acquistare l'opzione, il risultato finale dell'operazione è negativo. Il guadagno derivante dall'esercizio dell'opzione, pari a 400€ ( $[5,40€ - 5€] \times 1.000 \text{ azioni} = 400€$ ) viene più che compensato dal prezzo pagato inizialmente per acquistare l'opzione ( $0,50€ \times 1.000 \text{ azioni} = 500€$ ): l'operazione si conclude con una perdita di 100€ ( $[5,40€ - 5€ - 0,50€] \times 1.000 \text{ azioni} = -100€$ ). Si noti che, qualora l'acquirente decidesse di non esercitare l'opzione, il risultato complessivo dell'operazione sarebbe di -500€. In questo caso quindi l'acquirente, attraverso l'esercizio dell'opzione, riesce a ridurre la perdita dell'operazione.

Si può quindi affermare che:

- 1) l'acquirente della call esercita l'opzione ogni volta che il prezzo di mercato è superiore allo strike price;
- 2) l'acquirente della call esercita l'opzione, ma ha una perdita ogni volta che il prezzo di mercato è superiore allo strike price, ma inferiore alla somma tra lo strike price ed il premio pagato;
- 3) l'acquirente della call esercita l'opzione ed ha un guadagno netto dall'operazione ogni volta che il prezzo di mercato è superiore alla somma tra lo strike price ed il premio pagato.
- 4) l'acquirente della call non esercita l'opzione ogni volta che il prezzo di mercato è inferiore allo strike price.

La relazione tra l'esercizio dell'opzione ed il prezzo di mercato a scadenza, nella prospettiva dell'acquirente dell'opzione, è rappresentata nella Figura 6.3

**Figura 6.3: Prezzo di mercato ed esercizio dell'opzione per l'acquirente di una call option**



Si consideri ora la posizione del venditore della call option.

Il venditore dell'opzione call è un soggetto che, a fronte dell'incasso di una somma in denaro (premio), si impegna nei confronti dell'acquirente a vendere una determinata quantità di un bene ad un determinato prezzo (strike price). Dato che la decisione di dar luogo o meno allo scambio spetta alla controparte, la posizione del venditore comporta l'assunzione di un obbligo nei confronti dell'acquirente.

Il venditore dell'opzione è quindi consapevole che la performance della sua posizione (guadagno o perdita) dipende dalla convenienza che l'acquirente avrà nell'esercitare o meno la facoltà di acquisto.

Si consideri l'esempio fatto in precedenza, analizzando questa volta la posizione del venditore:

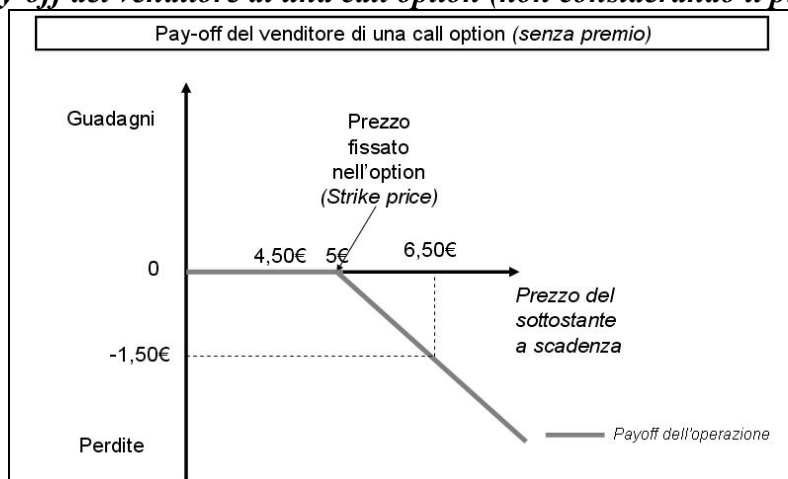
- Sottostante: Azioni Alfa;
- Dimensione: 1000 azioni;
- Prezzo di esercizio (strike price): 5€ per azione;

Nella prima ipotesi, quella in cui il prezzo di mercato delle azioni Alfa il giorno della scadenza dell'opzione è pari a 6,50€, il venditore dell'opzione sa che la controparte avrà convenienza ad avvalersi dell'opzione imponendo la vendita delle 1.000 azioni Alfa al prezzo concordato di 5€. Nell'ipotesi che il venditore della call sia già in possesso di azioni Alfa, egli si vedrà costretto a venderle all'acquirente della call incassando 5.000€ ( $5€ \times 1.000$  azioni = 5.000€) anziché incassarne 6.500€ attraverso la vendita sul mercato ( $6,50€ \times 1.000$  azioni = 6.500€). In tal caso, quindi, il venditore chiude l'operazione in perdita manifestandosi un "mancato guadagno" di 1.500€ ( $[5€ - 6,50€] \times 1.000$  azioni = -1.500€). Può verificarsi però anche l'ipotesi che il venditore dell'opzione abbia preso l'impegno iniziale di vendere i titoli Alfa alla controparte pur non essendo in possesso dei titoli stessi. In tal caso il venditore, per adempiere al suo obbligo, dovrà acquistare i titoli sul mercato, pagandoli 6,50€ l'uno, e rivenderli successivamente all'acquirente della call, incassando solamente 5€ per azione. In tal caso la perdita di 1.500€ non rappresenta più un mancato guadagno ma una perdita monetaria ( $[5€ - 6,50€] \times 1.000$  azioni = -1.500€).

Nella seconda ipotesi, in cui il prezzo di mercato dell'azione Alfa è 4,50€, il venditore sa che la controparte acquirente non ha nessuna convenienza ad esercitare la sua opzione di acquisto data la convenienza ad acquistare le azioni Alfa sul mercato pagandole 4,50€. Dato che al venditore non è chiesta nessuna prestazione, non considerando il premio pagato inizialmente, egli chiude l'operazione senza guadagnare né perdere.

Il pay-off del venditore di una call option è riportato nella Figura 6.4.

**Figura 6.4: Pay-off del venditore di una call option (non considerando il premio)**

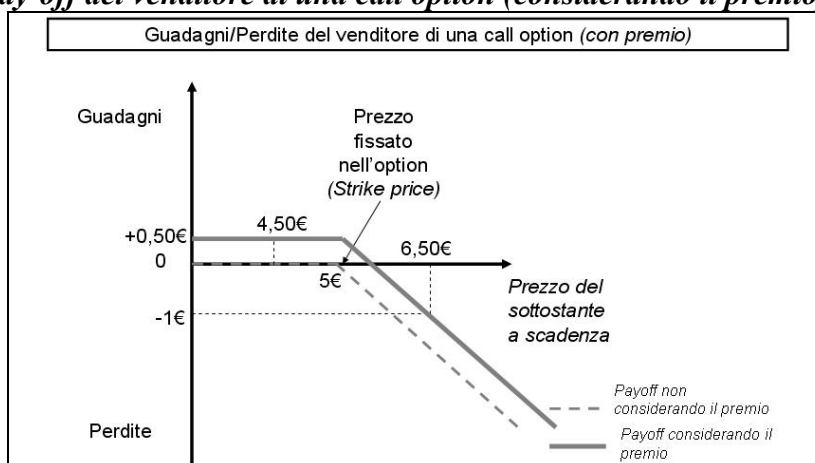


Continuando ad ignorare il premio percepito inizialmente, si dovrebbe concludere che la posizione del venditore di una call option è una posizione irrazionale visto che, nel migliore dei casi, comporta guadagni nulli e, qualora il prezzo di mercato sia superiore al prezzo di esercizio dell'opzione (strike price), la sua posizione comporta perdite tanto maggiori quando maggiore è divario tra questi due prezzi.

La posizione del venditore di una call option assume un significato solo se si prende in considerazione il pagamento iniziale del premio. Un venditore di call decide di impegnarsi a vendere i titoli al prezzo di 5€ solo perché ha aspettative ribassiste sull'andamento del prezzo del sottostante. Nella seconda ipotesi dell'esempio, in cui le aspettative ribassiste vengono confermate ed il prezzo di mercato a scadenza è di 4,50€, il venditore sa che, a fronte dei 500€ percepiti inizialmente ( $0,50€ \times 1.000 \text{ azioni} = 500€$ ), l'opzione non verrà esercitata. In tal caso l'operazione si conclude con un guadagno di 500€, maturato a fronte di un investimento nullo. Qualora le aspettative ribassiste del venditore dovessero venire disattese e si verificasse quindi un rialzo del prezzo di mercato delle azioni Alfa, il venditore ha incassato 500€, ma, a causa dell'obbligo di dover tener fede ai propri impegni, corre il rischio che i 500€ non siano sufficienti a coprire le perdite derivanti dall'esercizio dell'opzione. Infatti, nell'ipotesi in cui il prezzo di mercato sia pari a 6,50€ il risultato dell'operazione per il venditore è di  $-1.000€$  ( $[5€ - 6,50€ + 0,50€] \times 1.000 \text{ azioni} = -1.000€$ ).

Adeguando il grafico inserendo il premio percepito, si ottiene il profilo guadagni/perdite riportato nella Figura 6.5

**Figura 6.5: Pay-off del venditore di una call option (considerando il premio)**



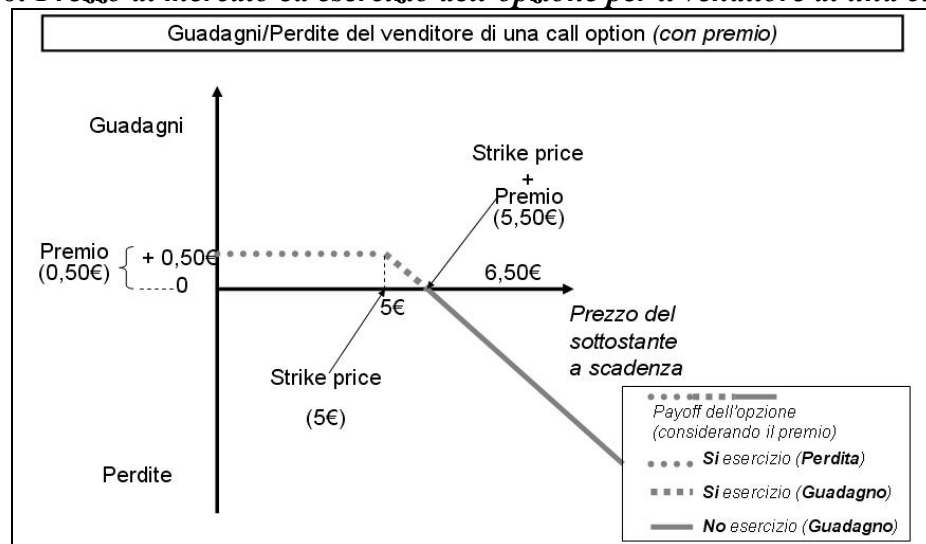
Si consideri infine l'ipotesi in cui il prezzo di mercato a scadenza sia pari a 5,40€. Dato che lo strike price di 5€ è inferiore al prezzo di mercato di 5,40€ l'acquirente eserciterà il diritto all'acquisto del sottostante, obbligando il venditore a cedergli a 5€ il sottostante che sul mercato ne vale 5,40€. Dato che per entrare nel contratto il venditore ha ottenuto un premio di 0,50€ per azione, il risultato finale dell'operazione per il venditore è comunque positivo. La perdita derivante dall'esercizio dell'opzione, pari a 400€ ( $[5€ - 5,40€] \times 1.000 \text{ azioni} = -400€$ ), viene più che compensata dal premio incassato inizialmente ( $0,50€ \times 1.000 \text{ azioni} = 500€$ ): l'operazione si conclude con un guadagno di 100€ ( $[5€ - 5,40€ + 0,50€] \times 1.000 \text{ azioni} = +100€$ ).

Si può quindi affermare che:

- 1) il venditore della call sarà obbligato a dar luogo alla vendita del sottostante ogni volta che il prezzo di mercato è superiore allo strike price;
- 2) il venditore della call verrà chiamato dall'acquirente a cedere il sottostante, maturando comunque un guadagno, ogni volta che il prezzo di mercato è superiore allo strike price, ma inferiore alla somma tra lo strike price ed il premio incassato;
- 3) il venditore della call verrà chiamato dall'acquirente alla cessione del sottostante, maturando una perdita netta, ogni volta che il prezzo di mercato è superiore alla somma tra lo strike price ed il premio incassato.
- 4) il venditore della call non sarà chiamato alla cessione del sottostante ogni volta che il prezzo di mercato è inferiore allo strike price.

La relazione tra l'esercizio dell'opzione ed il prezzo di mercato a scadenza, nella prospettiva del venditore dell'opzione, è rappresentata nella Figura 6.6.

**Figura 6.6: Prezzo di mercato ed esercizio dell'opzione per il venditore di una call option**



### 6.2.2 Put option

Una put option è un contratto nel quale una parte (acquirente), dietro pagamento alla controparte di un importo in denaro (premio) si garantisce il diritto di vendere alla controparte stessa una determinata quantità di una specifica attività.

Al pari delle call, anche nelle put è necessario identificare:

- l'attività sottostante oggetto di scambio (underlying asset o sottostante);
- la data di scadenza nella quale (o entro la quale) l'opzione potrà essere esercitata;

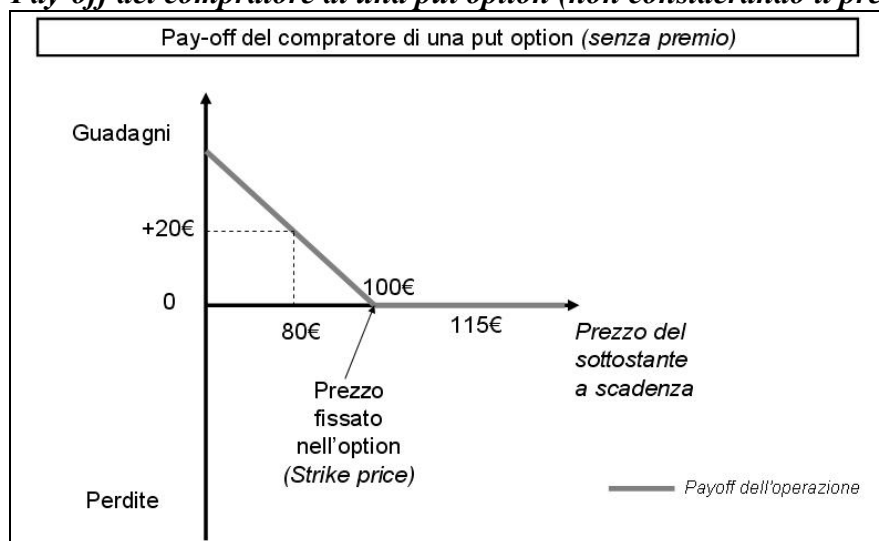
- la quantità di sottostante oggetto di scambio;
- l'importo in denaro (premio) che il compratore dell'opzione deve corrispondere alla controparte per garantirsi il diritto di vendita;
- il prezzo al quale sarà possibile concludere la compravendita.

Si consideri la posizione dell'acquirente di una put option, ovvero la posizione del soggetto che acquista il diritto di vendere. La convenienza ad esercitare o meno tale diritto verrà determinata ancora una volta confrontando il prezzo di mercato con il prezzo di esercizio dell'opzione (strike price).

Si ipotizzi una put option in cui due parti si sono accordate per garantire ad una di esse il diritto di vendere all'altra 5.000 azioni del titolo Beta ad un prezzo di 100€ per azione. Si ipotizzi che il giorno in cui si sta valutando la convenienza dell'opzione il prezzo di mercato del titolo Beta sia pari a 80€. In tal caso l'acquirente della put può scegliere di esercitare l'opzione, vendendo i titoli Beta alla controparte al prezzo di 100€ per azione, o venderli sul mercato al prezzo di 80€ per azione. In base alle condizioni di mercato l'acquirente della put preferirà vendere i titoli esercitando la put (incassando 100€) anziché venderli sul mercato (incassando solo 80€). Dall'esercizio della put egli ottiene un guadagno, ignorando al momento il premio pagato, di 100.000€ ( $[100€ - 80€] * 5.000 \text{ azioni} = 100.000€$ ). Qualora il titolare della put avesse in portafoglio le 5.000 azioni sarà sufficiente trasferirle alla controparte. L'acquirente di una put può però garantirsi il diritto di vendere delle azioni che non possiede, a condizione di averle il giorno in cui deciderà di esercitare l'opzione. Nel caso in cui l'acquirente non sia in possesso dei titoli, egli dovrà acquistarli sul mercato, pagandoli 80€ ciascuno, per poi rivenderli alla controparte della put, incassando 100€. Il risultato finale dell'operazione rimane immutato.

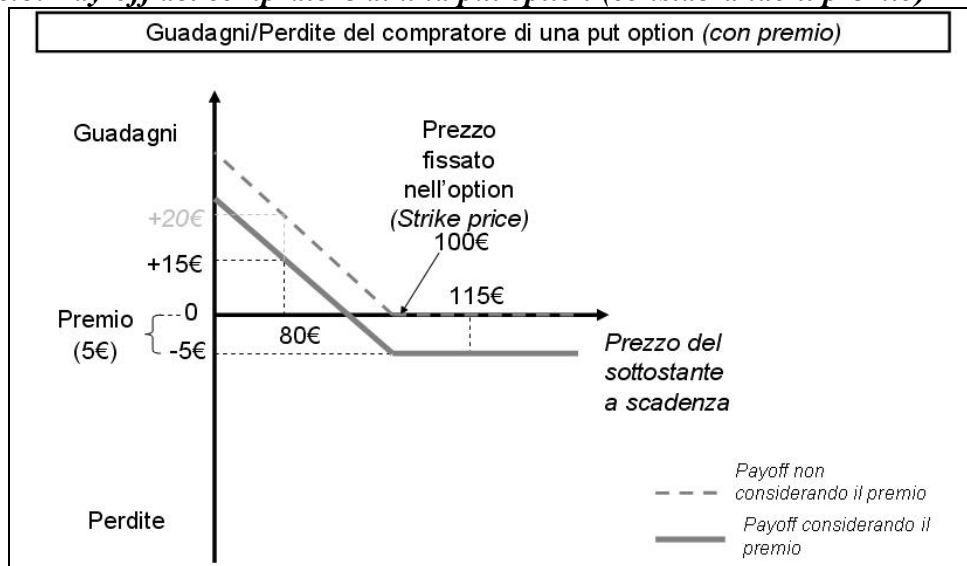
Si consideri ora l'ipotesi che il prezzo del titolo Beta arrivi a 115€. In tal caso l'acquirente della put deve scegliere se vendere i titoli alla controparte incassando 100€ o lasciare che l'opzione scada senza che venga esercitata, incassando dalla vendita sul mercato 115€. Ovviamente l'acquirente sceglierà questa seconda soluzione, che gli consentirà di guadagnare, sempre nell'ipotesi di ignorare il pagamento del premio, 15€ in più per ogni azione. Dato che l'opzione non viene esercitata, il risultato dell'operazione per l'acquirente è nullo (ignorando chiaramente il premio), così come riportato nella Figura 6.7.

**Figura 6.7: Pay-off del compratore di una put option (non considerando il premio)**



Non si può però ignorare che l'acquirente della put, per garantirsi la facoltà di vendere il titolo Beta, ha pagato un premio al venditore dell'opzione. Ipotizzando che il premio sia stato di 5€, è necessario rettificare i risultati precedentemente raggiunti, verificando come nel caso in cui il prezzo di mercato sia 80€, il risultato finale dell'operazione non è pari a 100.000€ ( $[100€ - 80€] \times 5.000$  azioni = 100.000€), bensì a +75.000€ ( $\{[100€ - 80€] - 5€\} \times 5.000$  azioni = 75.000€). Allo stesso modo nel caso in cui il prezzo di mercato sia pari a 115€ se si considera il premio pagato si deve concludere che l'operazione si è chiusa con una perdita di 25.000€ ( $5€ \times 5.000$  azioni = 25.000€). Il payoff effettivo dell'operazione è quindi quello riportato nella Figura 6.8.

**Figura 6.8: Pay-off del compratore di una put option (considerando il premio)**



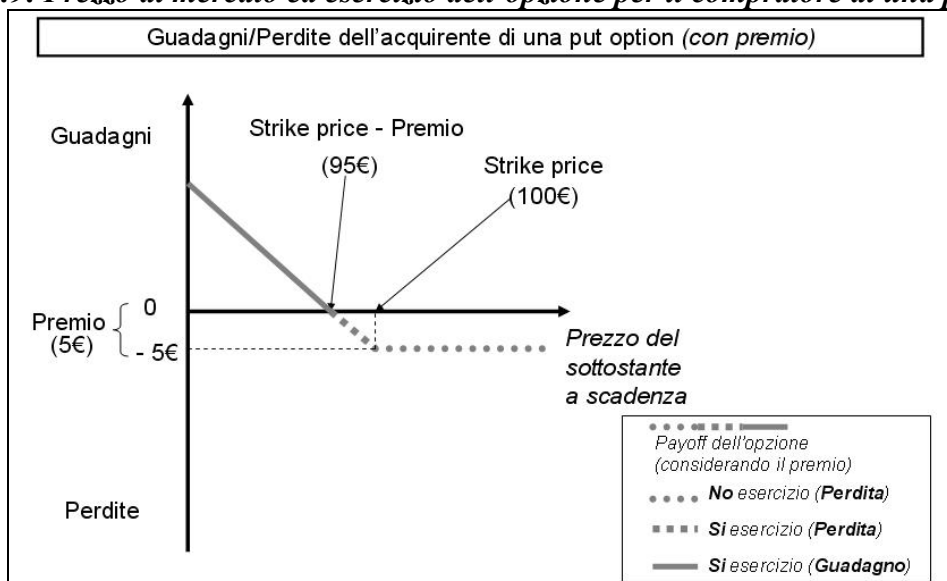
Consideriamo ora l'ipotesi in cui il prezzo di mercato sia pari a 97€. In tal caso il compratore della put option decide di esercitare l'opzione di vendita visto che, tramite l'opzione riesce a vendere a 100€ ciascuno dei titoli che sul mercato riuscirebbe a vendere a soli 97€. Dato però che il premio pagato per acquistare la put è di 5€ per azione, l'operazione si chiude in perdita di 10.000€. Il ricavo ottenuto dall'esercizio della put ( $[100€ - 97€] \times 5.000$  azioni = 15.000€) viene infatti più che compensato dal costo di acquisto della put stessa ( $5€ \times 5.000$  azioni = 25.000€). In tal caso l'esercizio della put consente di ridurre la perdita dell'operazione che, in caso di mancato esercizio, si chiuderebbe con una perdita di 25.000€ relativa al premio pagato per la put.

Si può quindi affermare che:

- 1) l'acquirente della put esercita l'opzione ogni volta che il prezzo di mercato è inferiore al prezzo di vendita fissato contrattualmente (strike price);
- 2) l'acquirente della put esercita l'opzione ma ha una perdita ogni volta che il prezzo di mercato è inferiore allo strike price, ma superiore alla differenza tra lo strike price ed il premio pagato;
- 3) l'acquirente della put esercita l'opzione ed ha un guadagno ogni volta che il prezzo di mercato è inferiore alla differenza tra lo strike price ed il premio pagato;
- 4) l'acquirente della put non esercita ogni volta che il prezzo di mercato è superiore allo strike price.

La relazione tra l'esercizio dell'opzione ed il prezzo di mercato a scadenza, nella prospettiva dell'acquirente di una put option, è rappresentata nella Figura 6.9.

**Figura 6.9: Prezzo di mercato ed esercizio dell'opzione per il compratore di una put option**



Si passi ora a considerare la posizione del venditore della put. Il venditore è un soggetto che, attribuendo all'acquirente il diritto di vendere, si impegna ad acquistare una determinata quantità di una specifica attività a fronte dell'incassodi un premio.

Il venditore della put è quindi vincolato dalla decisione dell'acquirente di avvalersi o meno del suo diritto di vendere. Per valutare la posizione di un venditore di put option si riprende l'esempio proposto in precedenza:

- Sottostante: Azioni Beta
- Dimensione: 5.000 azioni
- Prezzo di esercizio (strike price): 100€ per azione

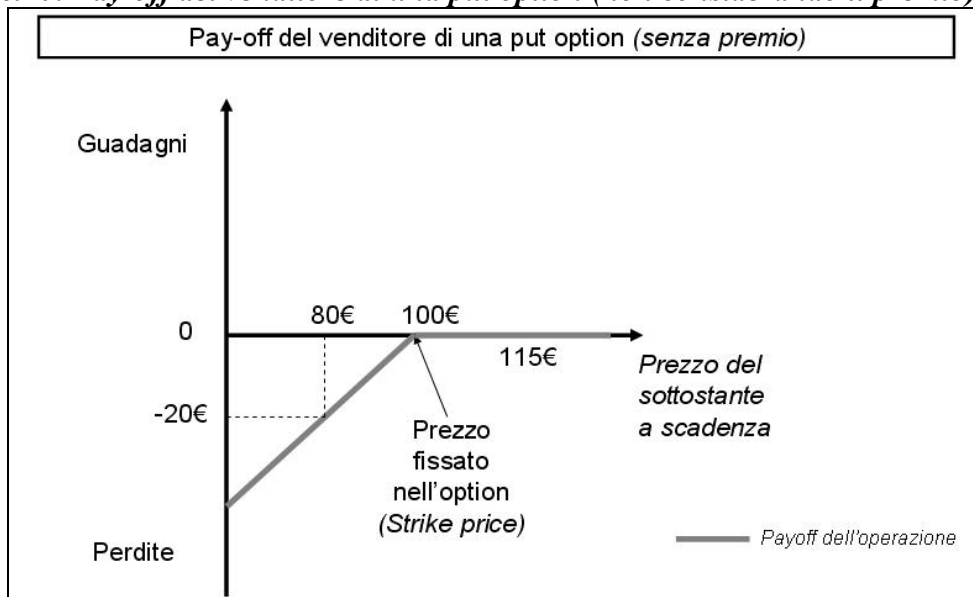
Nell'ipotesi in cui il prezzo di mercato del titolo Beta è pari ad 80€, il venditore della put è consapevole che la controparte acquirente deciderà di esercitare la put vendendo le 5.000 azioni a 100€ l'una (strike price), piuttosto che venderle direttamente sul mercato a 80€ l'una. Il venditore, nell'ipotesi in cui decida di tenere i titoli in portafoglio, va incontro ad un "sovrapprezzo" di 100.000€ ( $[80€ - 100€] \times 5.000 \text{ azioni} = -100.000€$ ). Nell'ipotesi in cui, dopo aver acquistato i titoli dalla controparte dell'opzione decidesse di rivenderli sul mercato, i 100.000€ rappresenterebbero una perdita monetaria riconducibile ad una capital loss<sup>39</sup>.

Qualora il prezzo di mercato fosse pari a 115€, il venditore della put sa che la controparte acquirente non avrà nessuna convenienza ad esercitare il diritto di vendere i titoli Beta, dato che, anziché incassare 100€ (strike price) tramite la put, ha convenienza a vendere i titoli sul mercato a 115€. In tal caso il venditore della put, non considerando il premio inizialmente percepito, avrebbe un risultato nullo (Figura 6.10).

<sup>39</sup> L'espressione capital loss identifica una perdita derivante da una negoziazione di borsa in cui il prezzo di acquisto è risultato superiore al prezzo di vendita.



**Figura 6.10: Pay-off del venditore di una put option (non considerando il premio)**

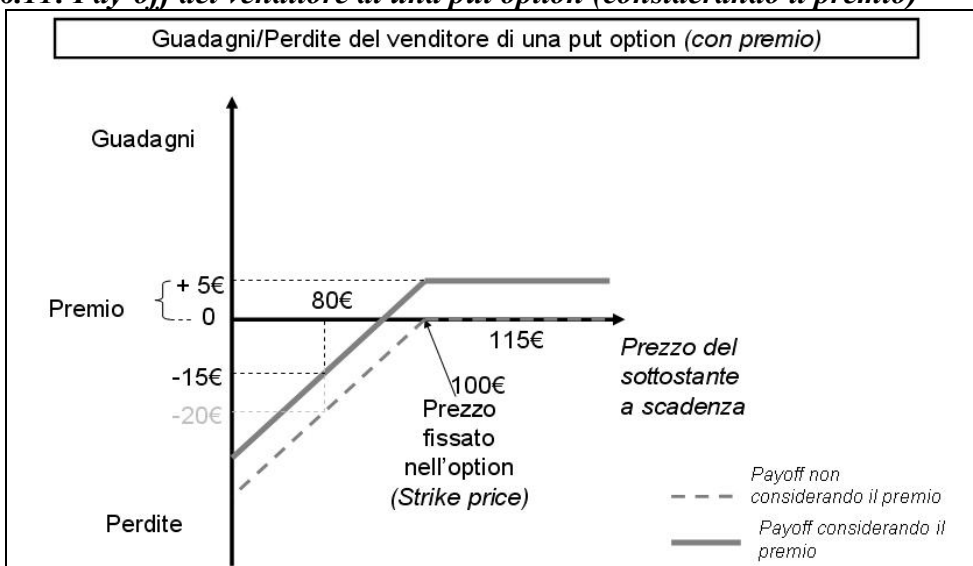


La mancata considerazione del premio percepito inizialmente dal venditore della put rende ovviamente la posizione di quest'ultimo non razionale. Come evidenziato dal grafico il venditore si trova, nella migliore delle ipotesi, con un guadagno nullo, e con la possibilità di subire delle perdite qualora il prezzo del sottostante (titolo Beta) scenda sotto il prezzo fissato nella put (strike price). A riportare la posizione del venditore nell'alveo della razionalità è l'incasso da parte del venditore del premio (iniziale che si ipotizza venga pagato alla stipula del contratto di opzione).

Se il prezzo di mercato è pari ad 80€, il risultato per il venditore non sarà pari ad una perdita di 100.000€ ( $[80€ - 100€] \times 5.000 \text{ azioni} = -100.000€$ ), bensì, al netto del premio incassato, una perdita di 75.000€ ( $\{[80€ - 100€] + 5€\} \times 5.000 \text{ azioni} = -75.000€$ ). Nell'ipotesi di un prezzo di mercato di 115€ il risultato non sarà invece nullo, bensì positivo e pari a 25.000€ ( $5€ \times 5.000 \text{ azioni} = 25.000€$ ), relativi al premio percepito alla stipula.

Il pay-off dell'operazione è quindi quello riportato nella Figura 6.11

**Figura 6.11: Pay-off del venditore di una put option (considerando il premio)**



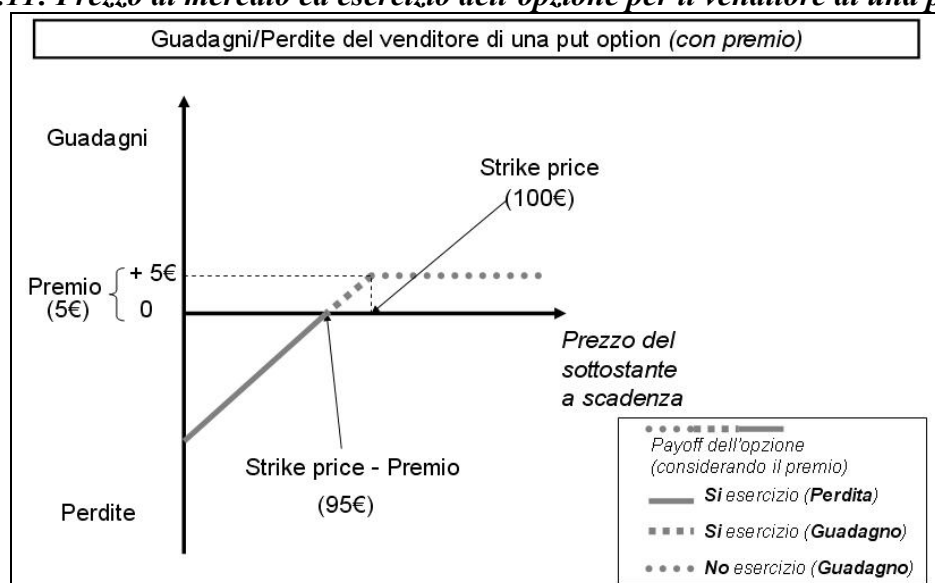
Infine, si analizza l'ipotesi in cui il prezzo di mercato sia pari a 97€. In tal caso il venditore della put è consapevole del fatto che l'opzione verrà esercitata, dato che vi è convenienza a vendere i titoli Beta tramite la put al prezzo di 100€, anziché venderli sul mercato a 97€. Tuttavia, l'adempimento degli impegni (acquisto dei titoli a 100€) avrà per il venditore della put l'effetto di ridurre il risultato dell'operazione, che comunque rimarrà positivo. Infatti il guadagno iniziale di 25.000€ ( $5€ \times 5.000$  azioni = 25.000€) viene eroso solo in parte dalla perdita derivante dall'esercizio dell'opzione ( $[97€ - 100€] \times 5.000$  azioni = -15.000€). Il risultato finale per il venditore è quindi pari a 10.000€ ( $25.000€ - 15.000€ = 10.000€$ ).

Si può quindi affermare che:

- 1) il venditore della put sarà obbligato ad acquistare i titoli ogni volta che il prezzo di mercato è inferiore al prezzo di vendita fissato nella put (strike price);
- 2) il venditore della put sarà chiamato ad acquistare i titoli, ottenendo però un guadagno, ogni volta che il prezzo di mercato è inferiore allo strike price, ma superiore alla differenza tra lo strike price ed il premio pagato;
- 3) il venditore della put verrà chiamato ad acquistare i titoli, ottenendo una perdita, ogni volta che il prezzo di mercato è inferiore alla differenza tra lo strike price ed il premio;
- 4) il venditore non sarà chiamato all'acquisto dei titoli quando il prezzo di mercato di questi ultimi è superiore allo strike price.

La Figura 6.11 mostra la relazione tra l'esercizio dell'opzione ed il prezzo di mercato a scadenza, nella prospettiva del venditore di una put option.

**Figura 6.11: Prezzo di mercato ed esercizio dell'opzione per il venditore di una put option**



### 6.2.3 Una visione d'insieme

Confrontando tra loro le diverse posizioni in opzioni si possono fare alcune considerazioni.

Le opzioni, rispetto ad altri derivati (forward, future, swap) sono contratti asimmetrici. Le modalità con le quali evolvono i guadagni sono infatti diverse da quelle delle perdite. Nel caso ad esempio del venditore di una put, i guadagni presentano un livello massimo pari al premio incassato inizialmente: i guadagni non sono quindi proporzionali alla differenza tra lo strike price ed il prezzo di mercato. Nel caso delle perdite, invece, queste maturano in misura

tanto maggiore quanto maggiore è il divario tra lo strike price ed il prezzo di mercato. La diversa evoluzione di profitti e perdite fanno della put un contratto dal pay-off asimmetrico.

Le opzioni sono giochi a somma zero (*zero sum game*). Sommando i risultati (guadagni/perdite) delle controparti di una singola opzione (call o put) il risultato ottenuto è sempre pari a zero. Il guadagno di una parte è infatti corrisposto dalla controparte, per la quale ovviamente l'operazione si chiude in perdita.

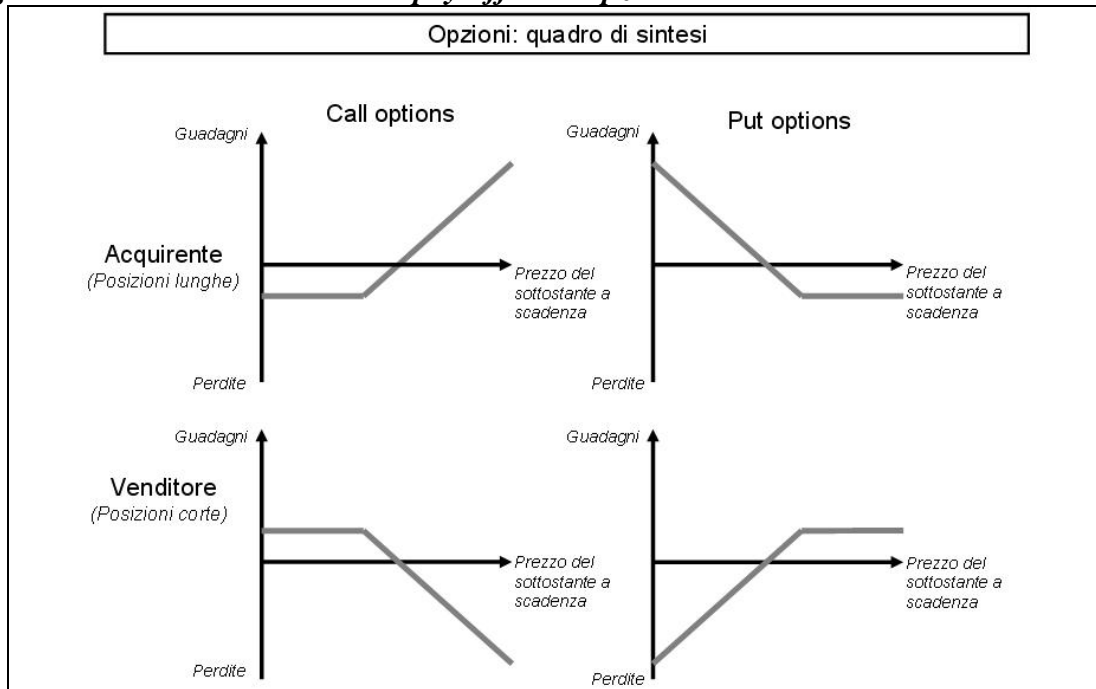
In ambito operativo è possibile che ci si riferisca alle varie posizioni di acquisto e di vendita con una terminologia differente da quella finora utilizzata. In particolare riferendosi ad un acquirente di un'opzione (sia call che put) si afferma che il soggetto ha assunto una "posizione lunga". Viceversa i soggetti che, ponendosi come venditori, hanno assunto impegni nei confronti della controparte dell'opzione (sia call che put), assumono una "posizione corta"<sup>40</sup>. La Tabella 6.1 riporta l'abbinamento tra le posizioni assumibili su opzioni i relativi diritti/obblighi e la terminologia ad essi relativa, mentre la Figura 6.12 sintetizza i diversi pay-off.

**Tabella 6.1: Posizioni assumibili, terminologia e diritti/obblighi delle opzioni**

<b>Posizione</b>	<b>Terminologia</b>	<b>Diritto/Obbligo previsto</b>
Acquirente di una call option	Posizione lunga su call	Ha acquistato il diritto di acquistare il sottostante
Venditore di una call option	Posizione corta su call	Ha venduto alla controparte il diritto di acquistare il sottostante ... assumendo l'obbligo di vendere il sottostante
Acquirente di una put option	Posizione lunga su put	Ha acquistato il diritto di vendere il sottostante
Venditore di una put option	Posizione corta su put	Ha venduto alla controparte il diritto di vendere il sottostante ... assumendo l'obbligo di comprare il sottostante

<sup>40</sup> Espressioni di ulteriori sintesi come "andare lunghi su call" o "andare corti su put" sono altre forme per indicare rispettivamente la posizione dell'acquirente di una call e del venditore di una put.

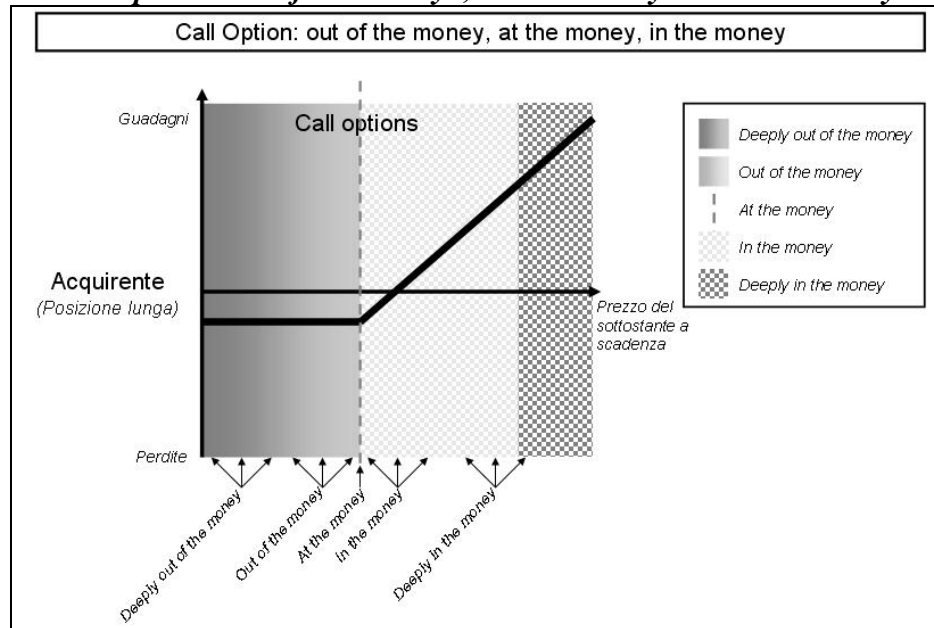
**Figura 6.12: schema di sintesi sui pay-off delle opzioni**



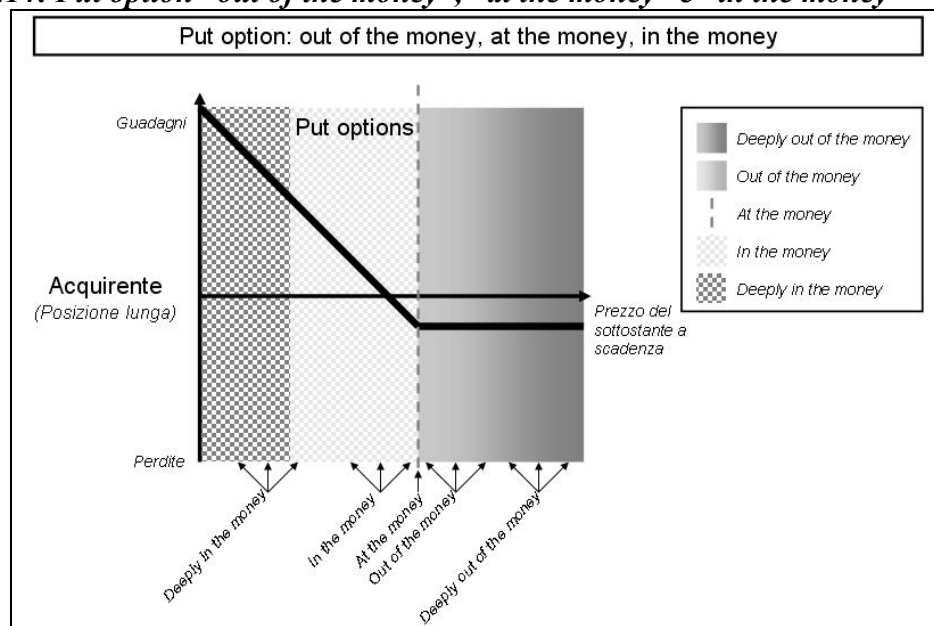
Sempre in tema di terminologia, la rilevanza attribuita al fatto che il prezzo di mercato sia superiore o inferiore allo strike price di un'option ha portato gli operatori ad utilizzare apposite espressioni per indicare le situazioni nelle quali lo strike price di un'opzione è inferiore, pari o superiore al prezzo di mercato. In particolare si afferma che un'opzione è "in the money" se, qualora venisse esercitata immediatamente, porterebbe un guadagno per il soggetto con la posizione lunga (acquirente dell'opzione). Un'opzione si dice invece "out of the money" se un eventuale esercizio della stessa risulterebbe non conveniente. Un'opzione si definisce infine "at the money" se il prezzo di mercato coincide con lo strike price e quindi, non considerando il premio, per il titolare dell'opzione (sia call che put) l'esercizio dell'opzione sarebbe indifferente.

Espressioni quali "deep in the money" e "deep out of the money" sono utilizzate per indicare situazioni nelle quali l'esercizio dell'opzione è rispettivamente fortemente vantaggioso e fortemente svantaggioso (Figura 6.13 e 6.14).

**Figura 6.13: Call option “out of the money”, “at the money” e “in the money”**



**Figura 6.14: Put option “out of the money”, “at the money” e “in the money”**



Infine, è possibile considerare i possibili valori delle opzioni al momento dell’esercizio in funzione del prezzo di mercato del sottostante.

Definite le seguenti variabili:

- $S$  = Prezzo spot del sottostante al momento dell’esercizio dell’opzione;
- $X$  = Strike price dell’opzione;
- $V_{Call\_lunga}$  = Risultato della call per l’acquirente al momento dell’esercizio (escluso il premio pagato);
- $V_{Call\_corta}$  = Risultato della call per il venditore al momento dell’esercizio (escluso il premio percepito);
- $V_{Put\_lunga}$  = Risultato della put per l’acquirente al momento dell’esercizio (escluso il premio pagato);
- $V_{Put\_corta}$  = Risultato della put per il venditore al momento dell’esercizio (escluso il premio percepito);

è possibile esprimere le relazioni riportate nella Tabella 6.2

**Tabella 6.1: i premi delle opzioni**

	<b>Call option</b>	<b>Put option</b>
<b>Acquirente (posizione lunga)</b>	$V_{Call\_lunga} = \text{Max}(S - X; 0)$	$V_{Put\_lunga} = \text{Max}(X - S; 0)$
<b>Venditore (posizione corta)</b>	$V_{Call\_corta} = -\text{Max}(S - X; 0)$	$V_{Put\_corta} = -\text{Max}(X - S; 0)$

La definizione delle caratteristiche delle opzioni richiede infine di considerare le possibili modalità di esecuzione del contratto. Qualora un'acquirente decidesse di avvalersi del diritto incorporato nella sua opzione, l'esecuzione del contratto può avvenire secondo due distinte modalità. Un'opzione può trovare esecuzione tramite la consegna fisica del sottostante o tramite regolamento per contanti (*cash settlement*). La modalità che verrà utilizzata in sede di esercizio dell'opzione è stabilita al momento iniziale della stipula.

Nel caso di esecuzione tramite consegna fisica del sottostante, le parti danno luogo al trasferimento del sottostante contro il pagamento in denaro dell'intero corrispettivo pattuito. Nel caso di una call option su titoli azionari quindi il compratore dell'opzione, che si avvale del diritto di comprare le azioni dalla controparte (venditore dell'opzione), ottiene da quest'ultima il sottostante, ricevuto il quale, provvede al pagamento del prezzo pattuito.

In alternativa alla consegna fisica, le parti possono essersi accordate per regolare il contratto tramite cash settlement. In questo caso il trasferimento fisico del sottostante non avviene. Le parti, verificati i guadagni/perdite dell'operazione, daranno luogo ad un unico trasferimento in denaro, effettuato dal soggetto che ha chiuso in perdita e destinato al soggetto che ha guadagnato. L'importo del trasferimento è relativo esclusivamente ai guadagni/perdite e non all'intera dimensione del contratto.

Nel caso dei titoli Alfa analizzato in precedenza, l'acquirente della call esercitava l'opzione di acquisto nel caso in cui il prezzo dei titoli Alfa il giorno dell'esercizio era pari a 6,50€. Nel caso di regolamento tramite consegna fisica l'acquirente della call vedrà trasferirsi le 1.000 azioni Alfa, ricevute le quali trasferirà al venditore della call 6.500€ (6,50€×1.000 azioni = 6.500€). Avendo pagato la call 500€ (0,5€×1.000 azioni) ed avendo acquistato a 5€ dei titoli che ne valgono 6,50€, il guadagno finale è di 1.000€ ([6,50€-5€-0,50€]×1.000 azioni = 1.000€). Nel secondo caso – cash settlement – l'acquirente della call si vedrà riconosciuto dal venditore della call direttamente un importo in denaro di 1.500€ ([6,50€-5€]×1.000 azioni = 1.500€); che al netto del premio di 500€ (0,5€×1.000 azioni) determinano un guadagno complessivo di 1.000€.

Allo stesso modo l'acquirente della put nell'esempio dei titoli Beta, nel caso di regolamento per consegna fisica, venderà le 5.000 azioni Beta (del valore di mercato di 80€ ciascuna) ad un prezzo di 100€ (lo strike price della put), vedendosi corrisposto un prezzo di 400.000€ (80€×5.000 azioni = 400.000€). Avendo pagato la put 25.000€ (5€×5.000 azioni = 25.000€) per l'acquirente della put l'operazione si chiude con un guadagno di 75.000€ ([100€-80€]-5€)×5.000 azioni = 75.000€). Qualora la put prevedesse il regolamento per contanti, l'acquirente della put si vedrà corrisposto dal venditore direttamente l'importo di 100.000€ ([100€-80€]×5.000 azioni = 100.000€) che, al netto dei 25.000€ pagati come premio per la put, corrisponde ad un guadagno di 75.000€.

È opportuno sottolineare come in alcuni casi il regolamento dell'opzione debba avvenire necessariamente mediante cash settlement dato che la consegna fisica del sottostante risulterebbe eccessivamente onerosa, se non impossibile. Si pensi alle opzioni che hanno come sottostante i già menzionati indici di mercato. Altri casi in cui il parametro di riferimento alla base delle opzioni (sottostante) non consente un regolamento per consegna fisica sono i derivati meteorologici (weather derivatives) nei quali gli impegni delle parti dipendono dall'andamento di fenomeni ambientali (vento, pioggia, precipitazioni a carattere nevoso, temperatura dell'aria, ecc.) ed i derivati su credito (credit derivatives) dove il sottostante è un *credit event* quale, ad esempio, il verificarsi o meno del default di un debitore. La pratica del cash settlement è comunque ampiamente diffusa anche in quei casi nei quali la consegna fisica rappresenterebbe una soluzione praticabile.

### 6.3. Il pricing

Vengono di seguito affrontate le problematiche relative al pricing delle opzioni. Ci si soffermerà in particolare sui concetti di valore intrinseco e di valore temporale. Verranno inoltre forniti i riferimenti per calcolare i valori minimi e massimi di un'opzione, mentre i modelli di pricing non saranno oggetto di trattazione<sup>41</sup>.

#### 6.3.1 Valore intrinseco e valore temporale

Nei paragrafi precedenti si è avuto modo di analizzare i profili guadagno/perdita delle opzioni, arrivando a definire delle funzioni che, in base al valore di mercato del sottostante ( $S$ ) e allo strike price ( $X$ ), consentono di calcolarne il valore ( $V$ ) al momento della scadenza:

- Call lunga  $\rightarrow V_{Call\_lunga} = \text{Max}(S - X; 0)$
- Call corta  $\rightarrow V_{Call\_corta} = -\text{Max}(S - X; 0)$
- Put lunga  $\rightarrow V_{Put\_lunga} = \text{Max}(X - S; 0)$
- Put corta  $\rightarrow V_{Put\_corta} = -\text{Max}(X - S; 0)$

Se tali relazioni forniscono una misura esatta del valore delle opzioni il giorno della scadenza, esse non sono altrettanto precise ai fini del pricing durante la vita delle opzioni. In un momento precedente alla scadenza la differenza tra il prezzo di mercato e lo strike price consente di definire solo una parte del valore dell'opzione (valore intrinseco) alla quale si dovrà aggiungere una componente finalizzata a considerare le aspettative sul futuro andamento del prezzo del sottostante (valore temporale).

Si ipotizzi di avere una call option così strutturata:

- Sottostante: azione Gamma;
- Dimensione: 1.000 azioni;
- Strike price: 40€;
- Vita residua<sup>42</sup>: 3 mesi;
- Opzione americana.

<sup>41</sup> Per una trattazione dell'argomento si veda il testo di John C. Hull "Opzioni, Futures ed altri derivati", Pearson Italia, ottava edizione (2012).

<sup>42</sup> L'espressione "vita residua" identifica il tempo mancante alla data di scadenza dell'opzione.

Ipotizzando che il prezzo di mercato dell'azione Gamma sia 42€, si può affermare che, qualora si esercitasse immediatamente l'opzione, questa condurrebbe ad un guadagno di 2€ per azione, pari a 2.000€ ( $[42€ - 40€] \times 1.000 \text{ azioni} = 2.000€$ ). Se quindi il valore intrinseco della call è 2.000€, la considerazione che in futuro il prezzo del titolo Gamma potrebbe aumentare, richiede di fare ulteriori considerazioni. La natura asimmetrica della call mette l'acquirente nella condizione di guadagnare in caso di rialzo del sottostante in maniera tanto più elevata quanto più ampio è il differenziale (positivo) tra il prezzo di mercato e lo strike price. L'acquirente della call è al tempo stesso in una condizione nella quale, in caso di ribasso del sottostante, non subisce perdite altrettanto proporzionali. Se il prezzo di mercato è inferiore allo strike price l'acquirente della call deciderà di non esercitare l'opzione e di acquistare il titolo sul mercato, subendo così una perdita pari al premio pagato al momento dell'acquisto. Se quindi ad una maggiore incertezza sul futuro andamento del prezzo del sottostante corrispondono maggiori probabilità di avere forti rialzi e forti ribassi, si può affermare che, dato che l'acquirente della call beneficia dei forti rialzi più di quanto non venga penalizzato in caso dai forti ribassi, una maggiore incertezza sul futuro genera per l'acquirente un beneficio superiore al maleficio. Al valore intrinseco dell'opzione, determinato dalla differenza tra prezzo di mercato e strike price, bisogna quindi aggiungere un valore tanto maggiore quanto maggiore è l'incertezza sul risultato finale dell'operazione.

Ipotizziamo che storicamente l'andamento del corso azionario del titolo Gamma in tre mesi non abbia mai fatto registrare variazioni superiori a  $\pm 3€$ . Dato che il prezzo di mercato a tre mesi dalla scadenza è di 42€ l'acquirente della call sa che nel lasso di tempo restante ci si potranno attendere risultati compresi tra 39€ ( $42€ - 3€ = 39€$ ) e 45€ ( $42€ + 3€ = 45€$ ). Qualora si verificasse lo scenario peggiore, l'opzione perderebbe la sua convenienza. Se infatti il prezzo di mercato del titolo Gamma scendesse a 39€, l'acquirente deciderebbe di non esercitare l'opzione. In tal caso perderebbe il premio pagato inizialmente. Nel caso in cui il prezzo di mercato arrivi a 45€ il valore della call sarebbe pari a 5€ ( $45€ - 40€ = 5€$ ). In tal caso trarrebbe un beneficio dal rialzo del prezzo. Dato che le variazioni di prezzo che statisticamente ci si possono attendere sono in grado di modificare il risultato finale dell'opzione e visto che le variazioni positive, ipotizzate altrettanto probabili di quelle negative, portano a guadagni superiori rispetto alle perdite, al valore intrinseco di 2.000€ bisogna aggiungere un valore tanto superiore quanto maggiore è l'incertezza sul futuro andamento del sottostante.

Si valuti ora cosa accadrebbe se, anziché mancare 3 mesi alla scadenza dell'opzione, mancassero solo 3 giorni. In tal caso si può intuire che la possibilità che in tre mesi avvengano variazioni sostanziali nel corso del titolo Gamma è largamente superiore alla probabilità che tali variazioni avvengano in soli tre giorni. È quindi probabile che osservando l'andamento storico del titolo Gamma si possa riscontrare una variazione attesa del titolo nei tre giorni mancanti alla scadenza dell'opzione di soli  $\pm 0,20€$ . In tal caso gli effetti positivi dalle oscillazioni di mercato sono ridimensionati visto che, mentre nell'esempio precedente l'andamento del mercato poteva essere tale da far aumentare in misura sostanziale il gap tra prezzo di mercato e strike price, il fatto che le oscillazioni attese in tre giorni rendano molto improbabili forti rialzi fanno sì che il valore intrinseco dell'opzione diventi molto prossimo al valore complessivo dell'opzione. In altri termini si può affermare che il tempo mancante alla scadenza dell'opzione è talmente contenuto da non essere in grado di portare a variazioni sostanziali del prezzo di mercato. Il valore temporale dell'opzione è quindi contenuto.

Si può quindi affermare che il valore temporale di un'opzione è tanto maggiore quanto maggiore è il tempo che manca dalla data di valutazione alla data di scadenza dell'opzione (expiration date).



Si riprende ora l'esempio del titolo Gamma, ipotizzando che a tre mesi dalla scadenza dell'opzione il prezzo di mercato non sia 42€ ma 30€. In tal caso il valore intrinseco dell'opzione è nullo dato che la call consente di acquistare a 45€ qualcosa che sul mercato è acquistabile a 30€. Anche in questo caso l'opzione avrà un valore temporale dato che non si può escludere con certezza assoluta che nel tempo mancante alla scadenza dell'opzione il titolo Gamma non possa vedere un forte rialzo del suo prezzo fino a superare quota 45€. Dato però che dall'osservazione dei dati storici si desume che la probabilità del corso del titolo Gamma di compiere un balzo in avanti così forte, pur essendoci ancora tre mesi di tempo a disposizione, è molto bassa, il valore temporale da attribuire all'opzione sarà notevolmente inferiore rispetto all'ipotesi precedente, in cui il prezzo di mercato era pari a 42€.

Dato che un rialzo del 50% del titolo Gamma (da 30€ a 45€) non si può comunque escludere del tutto, il valore temporale sarà comunque positivo. Visto però che in passato le variazioni medie del titolo in un trimestre sono state di  $\pm 3\text{€}$ , le previsioni per il futuro, salvo eventi eccezionali, sono di un prezzo di mercato a scadenza compreso tra 27€ ( $30\text{€} - 3\text{€} = 27\text{€}$ ) e 33€ ( $30\text{€} + 3\text{€} = 33\text{€}$ ). In entrambi i casi l'opzione avrebbe valore nullo ed il proprietario della call si troverebbe ad aver perso il premio inizialmente pagato.

Si consideri infine il caso in cui, a tre mesi dalla scadenza dell'opzione, il prezzo di mercato sia pari a 50€. In tal caso il proprietario della call è consapevole che, pur mancando tre mesi, la probabilità che il prezzo di mercato del titolo Gamma scenda fin sotto a 42€ è statisticamente molto poco probabile. Il fatto che manchino tre mesi quindi non è motivo di preoccupazione per il proprietario della call in quanto sa che quasi certamente riuscirà ad esercitare la sua opzione traendone un guadagno. Gli effetti potenziali del passare del tempo sul valore dell'opzione (valore temporale) saranno quindi ridotti.

Si può quindi affermare che il valore temporale di un'opzione è tanto maggiore quanto maggiore è la tendenza del prezzo del sottostante a variare in un determinato lasso di tempo (volatilità del sottostante).

È facilmente intuibile come il valore complessivo di un'opzione, dato dalla somma del valore intrinseco e dal valore temporale, tenda a coincidere con il valore intrinseco ogni volta che il prezzo di mercato è molto distante dallo strike price dell'opzione. Viceversa, la capacità del tempo di influenzare il risultato dell'operazione si farà sentire tanto più quanto più il prezzo di mercato è prossimo allo strike price. È infatti in tali situazioni che anche una piccola oscillazione del prezzo di mercato può portare all'esercizio dell'opzione o al suo abbandono. Le possibilità offerte da tale stato di incertezza sono appunto alla base di un prezzo di mercato superiore al valore intrinseco dell'opzione stessa.

Si può quindi affermare che il valore temporale di un'opzione è tanto maggiore quanto più il prezzo di mercato del sottostante è prossimo allo strike price.

Per giungere alle medesime conclusioni si può utilizzare anche una diversa argomentazione, che si differenzia da quella finora adottata per il fatto di porsi, anziché nell'ottica del compratore della call, in quella del venditore.

Si può affermare che il prezzo di mercato di un'opzione call (premio) è superiore al suo valore intrinseco tanto più quanto più il prezzo di mercato del sottostante è prossimo allo strike price della call, in quanto il venditore della call sa che è in questi casi che l'incertezza sul fatto che la controparte decida o meno se esercitare l'opzione è elevata. Dato che l'incertezza in merito all'esercizio rappresenta per il venditore della call l'elemento di rischio

della sua posizione, è naturale che nelle situazioni di maggiore incertezza egli chieda un premio al rischio superiore, determinando un premio della call superiore. Nei casi invece in cui si è consapevoli che molto probabilmente l'opzione verrà esercitata o che non verrà esercitata, l'importo del premio preteso dal venditore della call, scontando meno incertezza (e quindi meno rischio), sarà pressoché integralmente determinabile dal confronto tra lo strike price ed il prezzo di mercato, ovvero dal valore intrinseco dell'opzione. Dato che il valore del prezzo del sottostante a scadenza è comunque un valore incerto, il prezzo dell'opzione incorporerà sempre un valore temporale, seppur contenuto.

Se quindi il rischio di colui che vende un'opzione call è sintetizzabile nell'incertezza in merito al fatto che il prezzo di mercato a scadenza sia superiore o inferiore allo strike price fissato nella call, e visto che l'incertezza in merito al rapporto tra i due prezzi è riconducibile alle aspettative sulle variazioni del prezzo di mercato<sup>43</sup>, il rischio del venditore della call è legato alla volatilità del prezzo del sottostante. Più il prezzo del sottostante sarà volatile, ovvero più ci si aspetta che possa mutare sostanzialmente il suo valore, maggiore sarà il rischio del venditore della call e, di conseguenza, maggiore sarà il premio per il rischio da esso richiesto. Si può quindi concludere che il valore temporale dell'opzione dipende dagli elementi di volatilità del prezzo di mercato del sottostante. Ma se è logico attendersi che, a parità di condizioni, il prezzo di mercato di un'attività possa variare nel tempo quanto più lungo è il periodo di tempo considerato e, sempre a parità di condizioni, quanto più in passato il sottostante ha dimostrato di variare nel tempo, si può concludere che il valore temporale di un'opzione è funzione della vita residua dell'opzione stessa e della volatilità del sottostante. In particolare maggiore è la vita residua dell'opzione, maggiore è il suo valore temporale. Allo stesso tempo, maggiore è la tendenza del prezzo del sottostante a variare nel tempo (volatilità) maggiore è il valore temporale.

Utilizzando le medesime argomentazioni è possibile dimostrare come, anche nel caso delle put, il valore temporale dell'opzione:

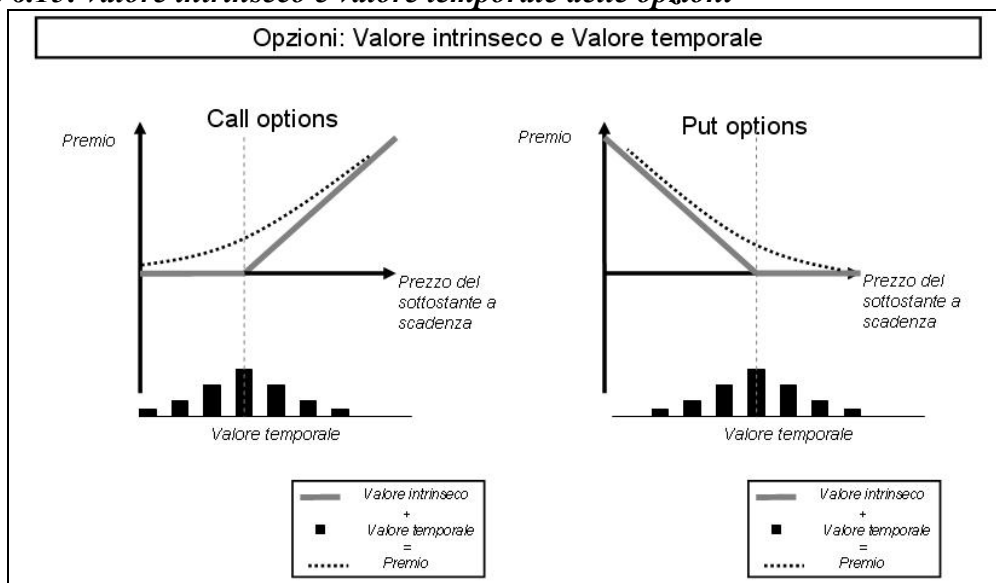
- 1) è tanto maggiore quanto maggiore è la vita residua dell'opzione;
- 2) è tanto maggiore quanto maggiore è la volatilità del prezzo del sottostante;
- 3) è tanto maggiore quanto minore è la differenza in valore assoluto tra il prezzo di mercato del sottostante e lo strike price.

Una volta dimostrato che durante la vita dell'opzione il suo valore di mercato (premio) non coincide con il valore intrinseco (dato dalla differenza tra il prezzo di mercato e lo strike price, incorporando anche il suo valore temporale, è possibile sintetizzare graficamente (Figura 6.15) le relazioni tra questi due valori.

---

<sup>43</sup> Dato che lo strike price è un valore noto e immutabile, l'incertezza sulla distanza tra lo strike price ed il prezzo di mercato è riconducibile alla tendenza a variare del prezzo di mercato.

**Figura 6.15: valore intrinseco e valore temporale delle opzioni**



### 6.3.2 Valori minimi e massimi

Nel paragrafo precedente si è dimostrato come il valore di mercato di un'opzione sia la somma di due componenti (valore intrinseco e valore temporale). In questo paragrafo si forniranno alcuni elementi per identificare i valori minimi e massimi dell'intervallo all'interno del quale potrà collocarsi il prezzo di mercato<sup>44</sup>.

Iniziando dalle call si può affermare che il premio chiesto all'acquirente di una call non può essere superiore al prezzo di mercato del sottostante. Qualora infatti il diritto di acquistare un titolo azionario che è quotato sul mercato a 25,50€, fosse pagato più di tale importo, non ci sarebbe nessuno disposto ad acquistare l'opzione, dato che converrebbe acquistare direttamente il titolo.

Si può quindi affermare che:

$$c \leq S$$

Dove:

$c$  = premio dell'opzione (opzione europea);

$S$  = Prezzo di mercato del sottostante.

Per determinare il prezzo minimo di una call europea si può invece partire dalla considerazione che chi ha una call su un ipotetico titolo Alfa ed ha il denaro necessario per esercitarla (cioè per pagare il premio pattuito) si trova in una situazione migliore rispetto a chi ha già in portafoglio il titolo Alfa. Il titolare dell'opzione sa infatti che il giorno della scadenza dell'opzione se lo strike price (es. 20€) sarà superiore al prezzo di mercato del titolo Alfa (es. 18€) egli potrà non esercitare l'opzione perdendo solo il premio, mentre chi detiene in portafoglio il titolo Alfa sarà penalizzato dall'andamento sfavorevole del corso azionario. Al contrario, se il prezzo di mercato (es. 22€) è superiore allo strike price (20€) sia

<sup>44</sup> La trattazione si limiterà ai casi delle opzioni europee scritte su attività che non pagano dividendi o altri flussi finanziari intermedi né richiedono costi di mantenimento. Per una trattazione di dettaglio si veda Hull J.C., "Opzioni, futures e altri derivati", Prentice-Hall International – Il Sole 24 libri (varie edizioni).

il titolare dell'opzione che il titolare dell'azione otterranno un guadagno; il primo derivante dall'esercizio dell'opzione, il secondo derivante dall'aumento di valore del titolo Alfa detenuto.

Se quindi il portafoglio costituito dall'opzione più la somma di denaro necessaria ad esercitarla guadagna sempre almeno quanto il portafoglio composto dal sottostante (l'azione Alfa) ed in alcuni casi guadagna di più, esso deve valere necessariamente di più.

Si può così affermare che, definiti due portafogli:

- A) Call + denaro;
- B) Sottostante;

il portafoglio A deve valere più del portafoglio B:

$$\text{Call + denaro} > \text{Sottostante}$$

Dato che il valore della call è pari al prezzo necessario per acquistarla, cioè dal premio "c", e che il valore del sottostante sarà pari al suo prezzo di mercato "S", per impostare la disequazione attraverso la quale identificare il limite minimo per il premio di una call è sufficiente notare come l'importo in denaro per esercitare l'opzione non è altro che lo strike price "X" e ricordare che, dato che tale importo dovrà essere pagato solo alla scadenza dell'opzione, in qualsiasi momento precedente esso dovrà essere attualizzato in base ad un tasso "r"<sup>45</sup> per tener conto del valore finanziario del tempo.

Si ha quindi che

$$c + Xe^{-r(T-t)} > S$$

Dove:

- c = premio della call;
- X = strike price;
- (T-t) = vita residua dell'opzione al momento della valutazione;
- r = tasso di attualizzazione;
- S = Prezzo di mercato del sottostante al momento della valutazione;
- $e^{-r(T-t)}$  = fattore di attualizzazione in regime di capitalizzazione esponenziale

Esplicitando per c si ottiene:

$$c > S - Xe^{-r(T-t)}$$

Si considerino ora le opzioni put.

Il limite superiore per il premio di una put è pari allo strike price. Se infatti colui che, mediante acquisto di una put, volesse garantirsi il diritto di vendere il titolo Beta ad una controparte, dovesse pagare più di quanto è previsto che incassi dall'esercizio della put medesima (cioè lo strike price), ci sarebbe convenienza a vendere direttamente il titolo Beta sul mercato.

---

<sup>45</sup> Ipotizzando che il denaro in portafoglio maturi interessi durante la vita residua dell'opzione, per disporre di un importo pari a X al momento dell'esercizio dell'opzione sarà sufficiente disporre, a seconda del regime di capitalizzazione applicato di:

- $Xe^{-r(T-t)}$  in regime di capitalizzazione esponenziale
- $X(1+r)^{-(T-t)}$  in regime di capitalizzazione composta

Si può quindi affermare che

$$p \leq X$$

Per identificare il limite inferiore del premio di una put si può invece partire dalla considerazione che chi ha una posizione lunga su una put – cioè chi ha acquistato il diritto di vendere il sottostante – ed ha in portafoglio il relativo sottostante gode di una posizione di privilegio rispetto a chi è in possesso di una somma di denaro pari allo strike price della put il giorno della scadenza. Se infatti il prezzo di mercato del sottostante alla scadenza sarà inferiore allo strike price, si eserciterà la put. Si venderà cioè il sottostante al prezzo pattuito nella put (strike price) facendo sì che in portafoglio sia composto da una somma di denaro pari a tale importo. Dato che il soggetto che ha in portafoglio il denaro non è influenzato dal prezzo del sottostante, anch'esso avrà un portafoglio costituito da una somma di denaro pari ad  $X$  (strike price): i due portafogli quindi producono lo stesso risultato.

Nel caso in cui il prezzo di mercato del sottostante è superiore allo strike price, il proprietario della put non la esercita in quanto ha convenienza a vendere il sottostante sul mercato. In tal caso il suo portafoglio avrà un valore pari al prezzo di mercato del sottostante, mentre l'altro portafoglio composto dalla somma di denaro avrà un valore pari a  $X$ . Dato che il prezzo di mercato è maggiore dello strike price, il portafoglio composto dalla put e dal sottostante vale in questo caso di più del portafoglio composto dalla somma di denaro.

Si può quindi concludere che sia nel caso in cui il prezzo di mercato sia superiore allo strike price, sia nel caso in cui esso sia inferiore, il portafoglio composto dalla put e dal sottostante vale sempre almeno quanto il portafoglio composto dalla somma di denaro e, in alcuni casi, vale di più.

Si può così affermare che definiti due portafogli:

- C) Put + Sottostante;
- D) Denaro;

il portafoglio C deve valere più del portafoglio D.

$$\text{Put} + \text{Sottostante} > \text{Denaro}$$

Definendo “ $p$ ” il valore di una put europea (premio), “ $S$ ” il valore di mercato del sottostante al momento della valutazione e ricordando che un per avere un montante pari a  $X$  il giorno della scadenza è sufficiente disporre di  $Xe^{-r(T-t)}$ , si può affermare che

$$p + S > Xe^{-r(T-t)}$$

Dove:

- $p$  = premio della put;
- $X$  = strike price;
- $(T-t)$  = vita residua dell'opzione al momento della valutazione;
- $r$  = tasso di attualizzazione;
- $S$  = Prezzo di mercato del sottostante al momento della valutazione;
- $e^{-r(T-t)}$  = fattore di attualizzazione in regime di capitalizzazione esponenziale;

dalla quale si ottiene che il prezzo minimo per una put europea è:

$$p > Xe^{-r(T-t)} - S$$

Le formule relative ai limiti di prezzo delle opzioni sono sintetizzate nella Tabella 6.2.

**Tabella 6.2: limiti inferiori e superiori dei prezzi delle opzioni**

	Limite inferiore del premio	Limite superiore del premio
Call	$c > S - Xe^{-r(T-t)}$	$c \leq S$
Put	$p > Xe^{-r(T-t)} - S$	$p \leq X$

Se utilizzando la logica è possibile giungere alle disequazioni appena presentate, per la stima esatta del premio di un'opzione sarebbe necessaria la formulazione di ipotesi ulteriori ed il ricorso a modelli di valutazione maggiormente articolati<sup>46</sup>. Come indicato in apertura del presente paragrafo, la trattazione dei modelli di pricing non sarà oggetto di trattazione del presente lavoro.

## 6.4 Gli utilizzi

Come ogni derivato le opzioni possono essere utilizzate con finalità di copertura, arbitraggio (hedging) e speculazione (trading). Tralasciando l'utilizzo a fini di arbitraggio, ci si concentrerà sulla copertura e sulla speculazione.

### 6.4.1 Le strategie di copertura

Negli utilizzi delle opzioni con finalità di copertura rientrano tutti quegli impieghi che consentono ad un operatore di ridurre il rischio di una posizione finanziaria. Di seguito sono riportate le principali modalità di utilizzo dei derivati a fini di copertura.

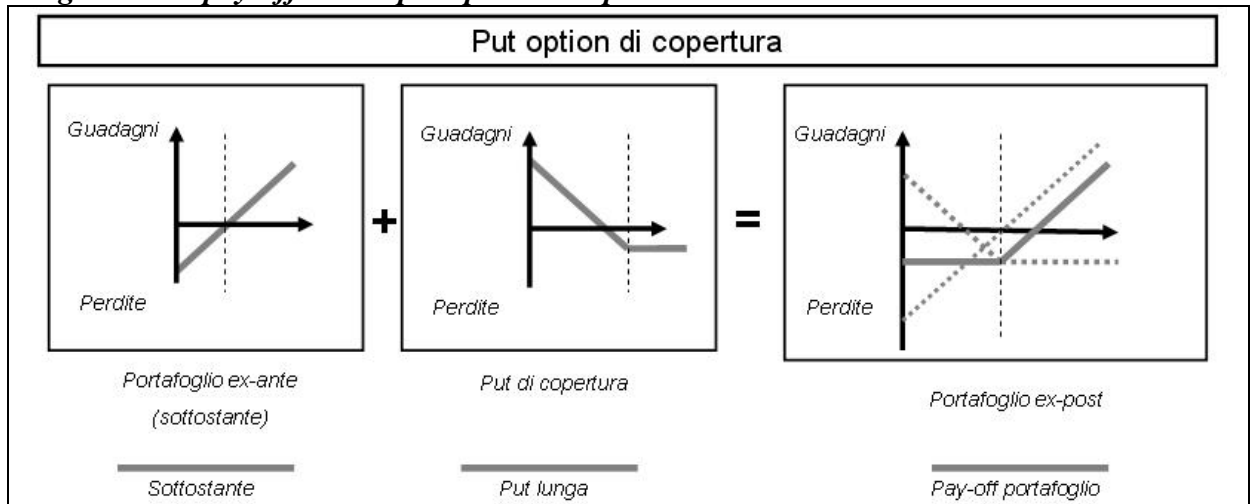
#### **Put di copertura**

Una put di copertura si ha quando un operatore che ha in portafoglio un'attività, acquista sul mercato una put sull'attività medesima. In tal modo, infatti, l'operatore riesce a coprirsi dal rischio di ribasso del sottostante, non precludendosi le opportunità di guadagno legate ad un rialzo del prezzo del sottostante. Se infatti il prezzo del sottostante aumenterà, l'operatore non eserciterà la put ma beneficerà dell'incremento di valore del suo portafoglio derivante dall'aumento di valore del sottostante. Nel caso in cui il prezzo dell'attività detenuta in portafoglio dovesse diminuire, l'operatore limiterà la perdita alla differenza tra il prezzo di mercato e lo strike price della put. Qualora infatti il prezzo di mercato dovesse scendere sotto tale valore, l'esercizio della put consentirebbe di vendere il sottostante ad un prezzo pari allo strike price, evitando di vendere il sottostante direttamente sul mercato ad un prezzo inferiore. La garanzia in merito al fatto che il valore del portafoglio, grazie alla put, non potrà scendere sotto un valore minimo conferisce alla put la natura di strumento di copertura (Figura 6.16).

---

<sup>46</sup> Per un'analisi dei modelli di pricing delle opzioni si veda Hull J.C., "Opzioni, futures e altri derivati", Prentice-Hall International – Il Sole 24 libri (varie edizioni).

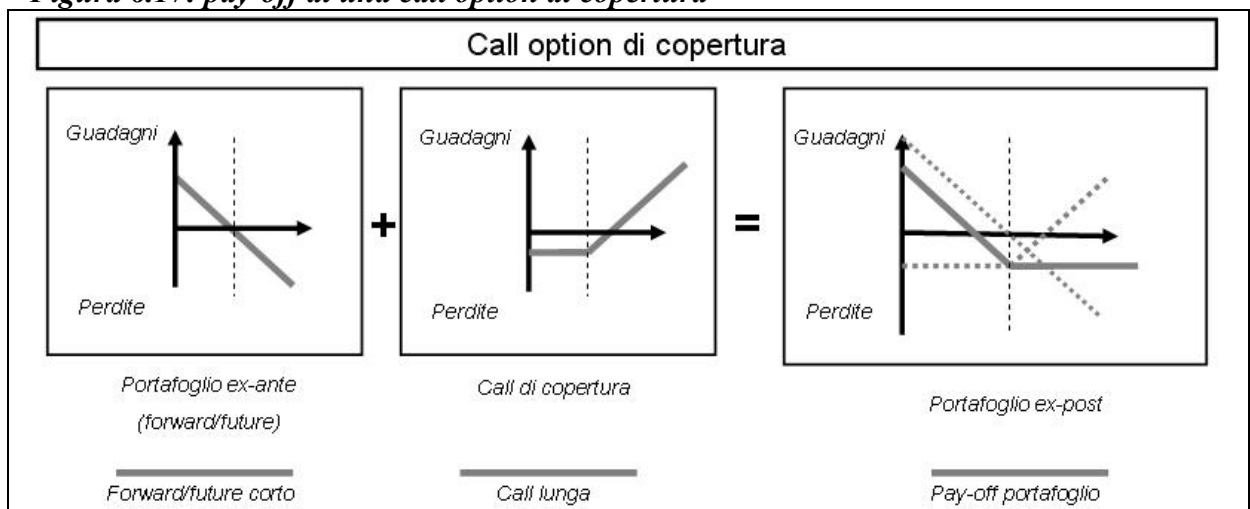
**Figura 6.16: pay-off di una put option di copertura**



**Call di copertura**

Si ipotizzi di avere un portafoglio composto da una posizione corta (vendita allo scoperto o vendita di un forward/future) su un'attività sottostante. Il rischio al quale si è esposti è di un apprezzamento del sottostante, cioè di dover comprare l'attività a scadenza al fine di onorare i propri impegni ad un prezzo superiore al prezzo pattuito per la vendita, trovandosi di fatto ad acquistare un'attività ad un prezzo maggiore al quale si dovrà poi rivendere. Inserendo in un tale portafoglio una call lunga si riesce a limitare gli effetti di un apprezzamento del sottostante, senza precludersi la possibilità di guadagnare da un ribasso del mercato (Figura 6.17).

**Figura 6.17: pay-off di una call option di copertura**



**6.4.2 Le strategie di trading**

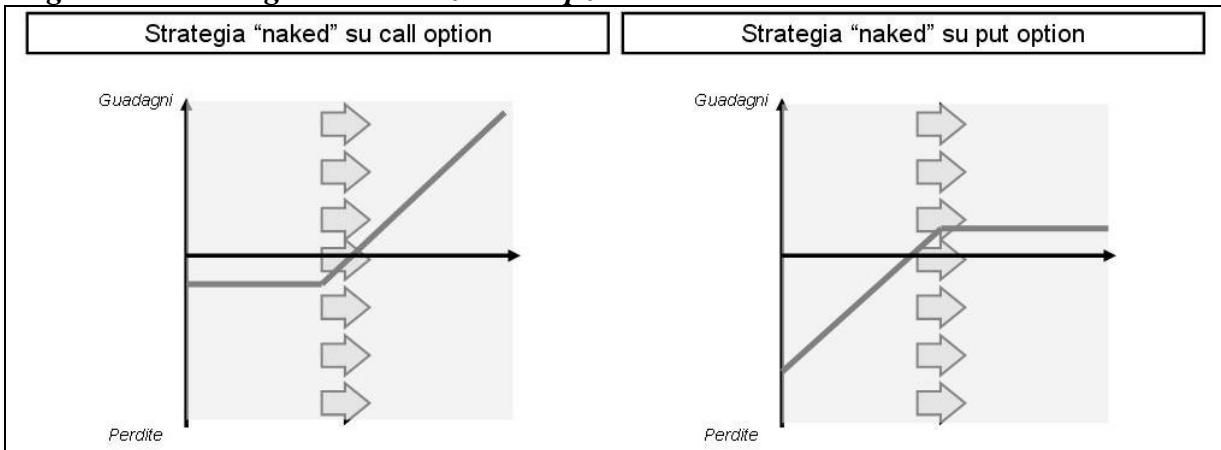
Il ricorso alle opzioni con finalità speculative (trading) si verifica ogni volta che un operatore, prendendo posizioni in opzioni (lunghe o corte), aumenta il rischio complessivo del suo portafoglio in prospettiva di ottenere dei guadagni. Nel caso della speculazione quindi l'operatore assume posizioni al fine di sfruttare le sue aspettative in merito al futuro andamento del prezzo di un'attività sottostante. Mentre un utilizzo a fini di copertura prevede la presenza in portafoglio di un'attività da coprire, un'attività di trading con finalità

speculative può anche avvenire attraverso portafogli di investimento composti esclusivamente da uno o più strumenti derivati.

**Strategie naked**

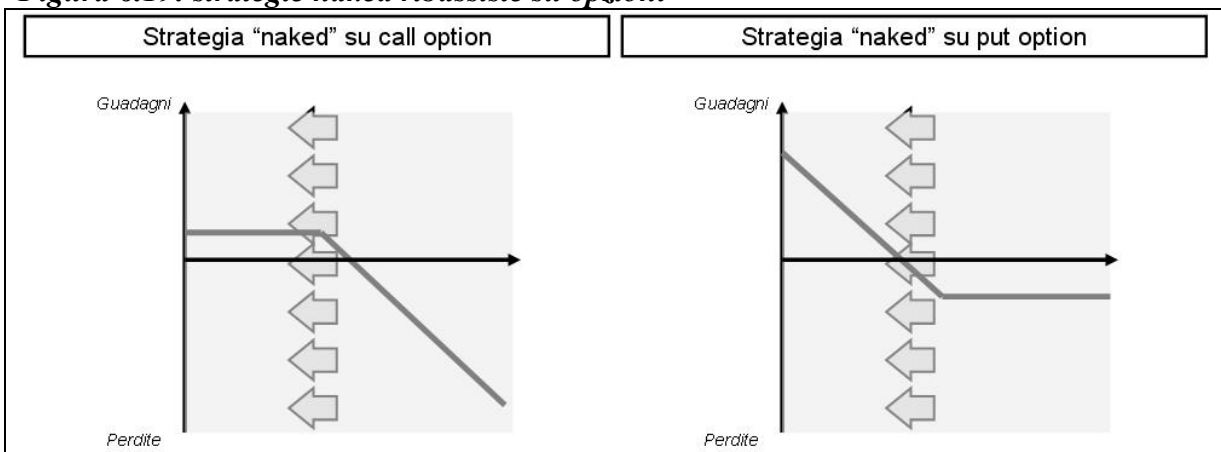
Nel caso di portafogli composti esclusivamente da un'opzione si parla di strategie di investimento "naked". Il termine richiama la natura essenziale del portafoglio. In caso di aspettative di rialzo del sottostante l'operatore assumerà posizioni lunghe su call o posizioni corte su put (Figura 6.18).

**Figura 6.18: strategie naked rialziste su opzioni**



Nel caso in cui le aspettative fossero invece di un ribasso dei prezzi del sottostante, le posizioni assunte saranno corte su call e lunghe su put (Figura 6.19).

**Figura 6.19: strategie naked ribassiste su opzioni**



**Strategie di trading direzionale**

L'utilizzo di più opzioni contemporaneamente può dar luogo a strategie di trading direzionale. Tale espressione indica che la strategia complessiva è finalizzata a sfruttare delle aspettative in merito ad una specifica direzione del prezzo del sottostante. L'operatore ha quindi aspettative chiare in merito ad un rialzo o ad un ribasso del sottostante.

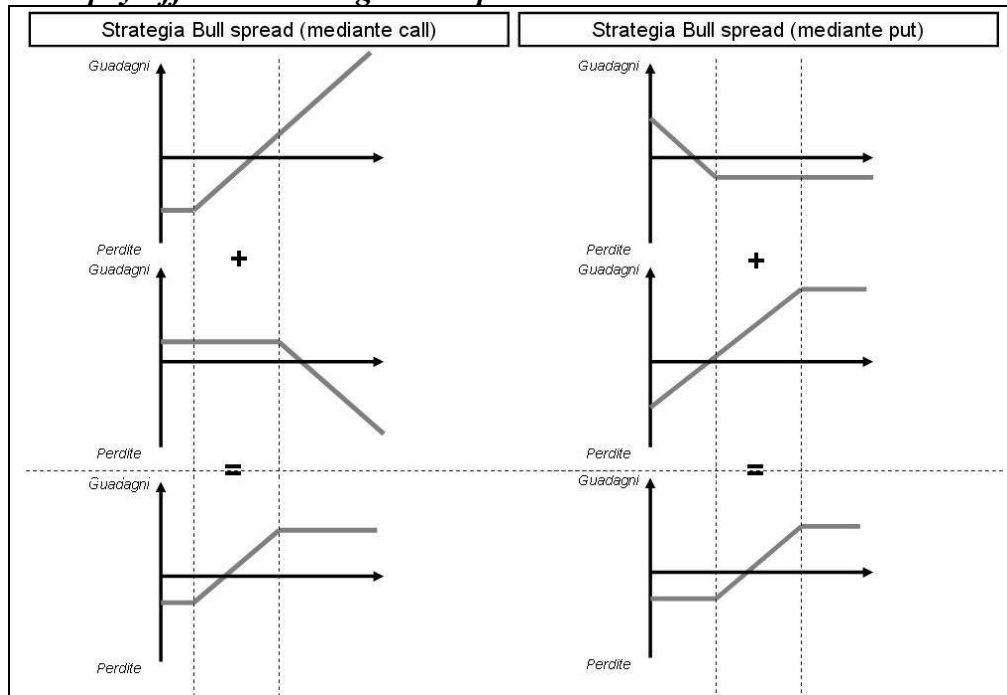
In caso di aspettative al rialzo, una prima strategia di trading direzionale è denominata **bull spread**. Tale strategia si ottiene dalla combinazione di due opzioni sul medesimo sottostante con diversi strike price.



Nel caso siano disponibili opzioni di tipo call la costruzione di un bull spread richiede di acquistare una call con strike price basso e vendere una call con strike price elevato. Qualora di disponga di opzioni put la strategia di realizza acquistando put con strike price basso e vendendo put con strike price elevato.

I pay-off delle due modalità di costruzione di un bull spread sono riportati nella Figura 6.20.

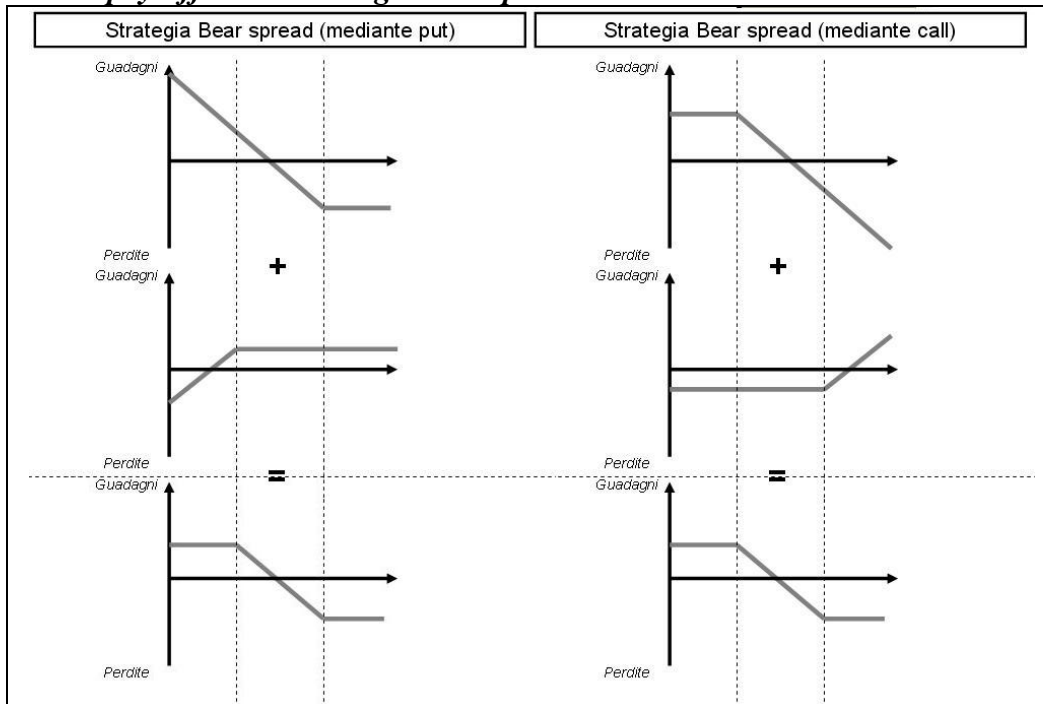
**Figura 6.20: pay-off di una strategia bull spread**



Come si può notare, il ricorso alle call o alle put produce il medesimo risultato. Il bull spread si caratterizza per il fatto di essere una strategia di investimento nella quale i guadagni e le perdite sono limitate, lasciando che la performance finale della strategia reagisca alle variazioni del prezzo del sottostante solamente in un intervallo (spread) di valori.

Qualora le aspettative di un operatore fossero di ribasso del prezzo del sottostante è possibile porre in essere un **bear spread**. Anche in questo caso la strategia può essere costruita tramite call o tramite put. Nel caso ci si avvalga di call un bear spread richiede la vendita di una call con strike price basso e l'acquisto di una call con strike price elevato. Un bear spread tramite put si costruisce invece vendendo una put con strike price basso ed acquistandone una con strike price elevato (Figura 6.21).

**Figura 6.21: pay-off di una strategia bear spread**

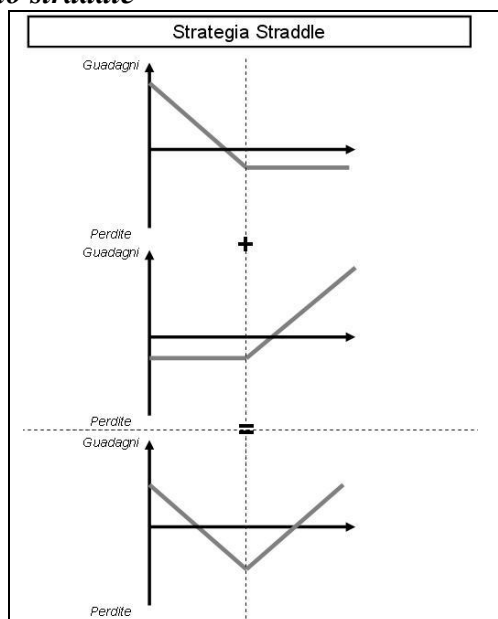


**Strategie di volatility trading**

Una strategia di volatility trading viene posta in essere da un operatore quando ci si aspetta una forte variazione del prezzo del sottostante (high volatility) ma non si hanno indicazioni chiare sulla direzione (rialzo o ribasso) di tale variazione. Rientrano nelle strategie di volatility trading anche quelle strategie nelle quali l'aspettativa è di una stabilità del prezzo del sottostante (low-volatility). Le principali strategie di volatility trading sono le strategie straddle, strangle e butterfly spread.

Nel caso di aspettative di **high-volatility** uno **straddle** si costruisce acquistando una call sul sottostante e contemporaneamente acquistando una put con medesima scadenza e medesimo strike price. Il pay off complessivo di uno straddle è riportato nella Figura 6.22 di seguito riportata.

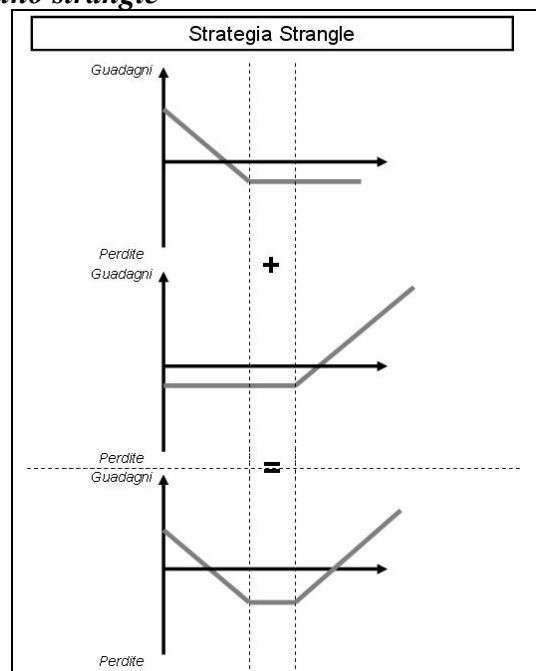
**Figura 6.22: pay-off di uno straddle**



Come si può osservare in uno straddle l'operatore guadagna solo nei casi in cui il prezzo del sottostante a scadenza ha subito forti variazioni (in positivo o in negativo). In caso di forti rialzi la call verrà esercitata (ma non la put), mentre in casi di forti ribassi verrà esercitata la put (ma non la call). Solamente nel caso di stabilità dei prezzi il guadagno derivante dall'esercizio di una delle due opzioni non riesce a compensare il costo della strategia dato dalla somma dei due premi pagati per acquistare le due opzioni.

Un long **strangle** è una strategia che si pone in essere acquistando una call ed acquistando una put, dove però lo strike price della put è minore dello strike price della call. Il pay off di un long strangle è riportato nella Figura 6.23 seguente.

**Figura 6.23: pay-off di uno strangle**



Rispetto alla strategie precedente (long straddle) il long strangle prevede un tratto centrale nel quale l'operazione chiude comunque in perdita. A parità di condizioni sarà più probabile esercitare una delle opzioni di uno straddle rispetto ad uno strangle. In uno strangle però il fatto di acquistare opzioni (call e put) con strike price distanti dal prezzo di mercato fa sì che i relativi premi (pagati) siano più bassi, garantendo quindi un costo per la strategia più contenuto rispetto ad uno straddle. In quest'ultimo, infatti, entrambe le opzioni hanno strike price pari al prezzo di mercato e sono quindi più costose.

Un long **butterfly spread** è una strategia che può essere posta in essere sia tramite call sia tramite put. Nel caso delle call la struttura dell'operazione è la seguente:

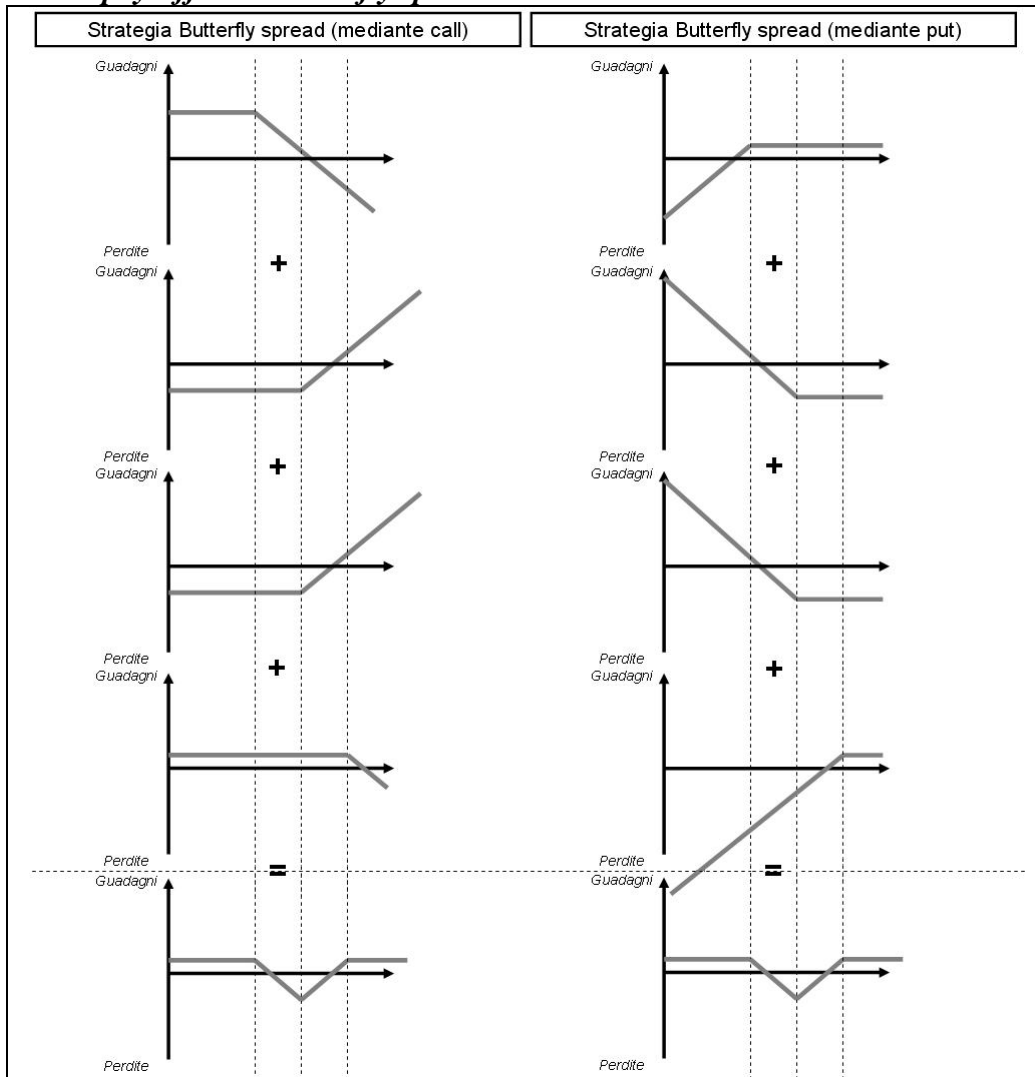
- 1) vendita di una call con strike price basso;
- 2) acquisto di due call con strike price medio;
- 3) vendita di una call con strike price elevato.

Nel caso di butterfly spread mediante put la struttura è la seguente:

- 1) vendita di una put con strike price basso;
- 2) acquisto di due put con strike price medio;
- 3) vendita di una put con strike price elevato.

La Figura 6.24 riporta i pay-off nei due casi.

**Figura 6.24: pay-off di un butterfly spread**

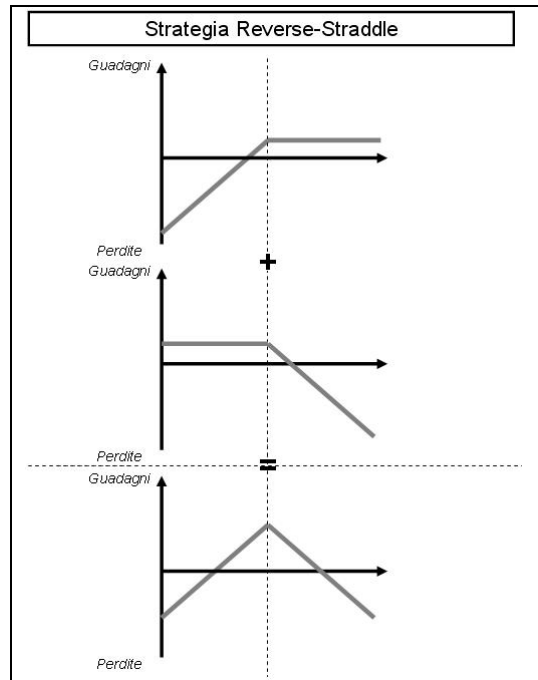


Le strategie definite long butterfly spread si distinguono per il fatto di avere sia guadagni che perdite limitate. Come le altre strategie di high-volatility le butterfly spread conseguono un guadagno in caso di forti variazioni del sottostante, mentre chiudono in perdita in caso di stazionarietà del prezzo del sottostante.

Analizzando le strategie di trading direzionale nel caso di aspettative **low-volatility** si può notare come queste, basandosi su aspettative speculari, vengono realizzate attuando combinazioni opposte a quelle analizzate in precedenza: si parlerà così di reverse-straddle, reverse-strangle e reverse-butterfly spread.

Un **reverse straddle** si costruisce vendendo una call ed una put con medesimo strike price (Figura 6.25).

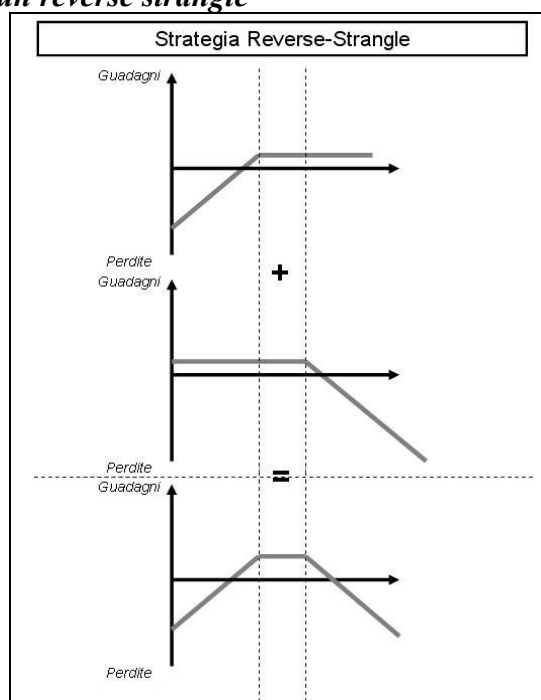
**Figura 6.25: pay-off di un reverse straddle**



In caso di stazionarietà del prezzo del sottostante gli impegni della call o della put non riusciranno ad erodere completamente la somma dei premi incassati inizialmente. Qualora invece il prezzo del sottostante si discosti in modo significativo dallo strike price (che il medesimo) delle due opzioni, la perdita dall'opzione esercitata sarà tale da non essere coperta dalla somma dei premi, facendo chiudere l'operazione in perdita.

Un **reverse strangle** (Figura 6.26) sarà invece strutturato vendendo una put con strike price basso e vendendo una call con strike price elevato. A fronte del minor rischio di esercizio da parte delle controparti delle due opzioni, un reverse strangle, rispetto ad un reverse straddle, comporta un guadagno più limitato, visto che le opzioni vendute sono entrambe out of the money.

**Figura 6.26: pay-off di un reverse strangle**



Un **reverse-butterfly** spread (Figura 6.27) potrà invece essere composto nei due modi seguenti.

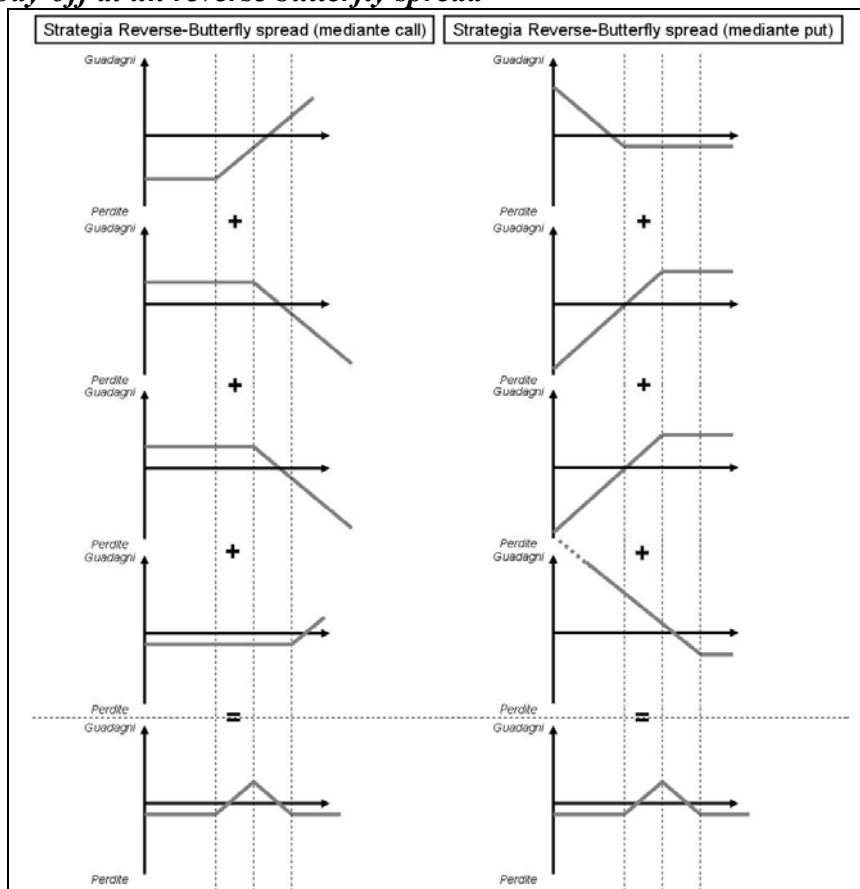
Reverse-butterfly spread mediante call:

- 1) acquisto di una call con strike price basso;
- 2) vendita di due call con strike price medio;
- 3) acquisto di una call con strike price elevato.

Nel caso di (reverse) butterfly spread mediante put la struttura è invece la seguente:

- 1) acquisto di una put con strike price basso;
- 2) vendita di due put con strike price medio;
- 3) acquisto di una put con strike price elevato.

**Figura 6.27: pay-off di un reverse butterfly spread**

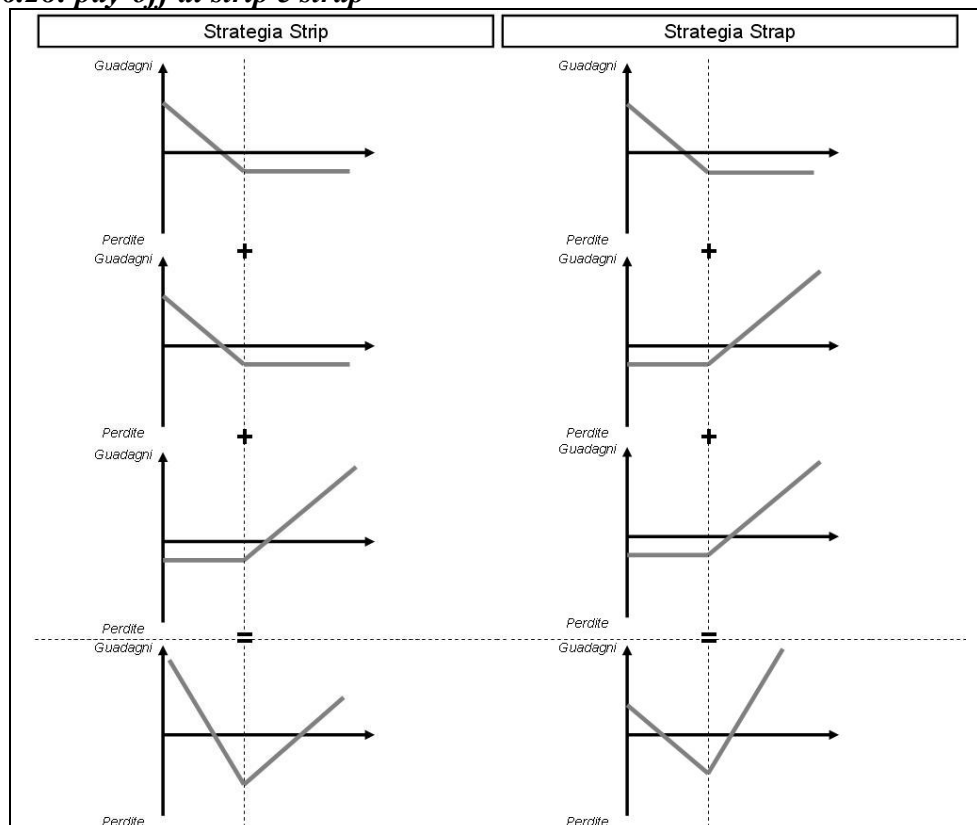


Oltre alle strategie descritte è possibile ipotizzarne altre, le quali però possono essere ricondotte più o meno direttamente alle precedenti. Qualora ad esempio un soggetto avesse aspettative di elevata volatilità del sottostante, attribuendo però maggiori probabilità ai ribassi rispetto ai rialzi, è possibile porre in essere uno **strip**, realizzabile attraverso l'acquisto di due put e la vendita di una call, tutte scritte sulla medesima attività e con il medesimo strike price.

Qualora invece fossero i rialzi ad essere ritenuti maggiormente probabili si potrebbe procedere con uno **strap**, realizzato tramite l'acquisto di una put e l'acquisto di due call, tutte scritte sulla medesima attività e con il medesimo strike price.

I pay-off di strip e strap sono riportati nella Figura 6.28 di seguito riportata.

**Figura 6.28: pay-off di strip e strap**







## Cap. 7 – Cap, Floor e Collar

### 7.1 I cap: definizioni e caratteristiche

I cap sono strumenti finanziari derivati che trovano applicazione prevalentemente su tassi di interesse. In un cap un soggetto (acquirente del cap) paga un importo in denaro (premio) ad un altro soggetto (venditore del cap). Quest'ultimo, a fronte dell'incasso iniziale, si assume l'impegno a pagare alla controparte la differenza, se positiva, tra un tasso di interesse di mercato (es. Euribor, Libor, ecc.) ed un tasso soglia di riferimento (tasso cap). A differenza di un'opzione plain vanilla, dove l'impegno del venditore si riferisce ad una singola data (expiration date), nel cap il venditore garantisce la copertura in diverse date. Gli effetti del cap possono quindi prodursi in una sequenza di flussi finanziari che saranno tanto maggiori quanto più, nelle singole date di verifica, il tasso di mercato di riferimento avrà superato il tasso soglia del cap. Se in ognuna delle date di verifica il tasso di mercato non avrà superato il tasso soglia del cap, nessun flusso finanziario verrà scambiato (ad eccezione del premio). In linea teorica le date di verifica nelle quali avviene il confronto tra i due tassi possono essere fissate liberamente dalle parti. Nella pratica si tende a definire, oltre ad una durata complessiva del cap, una periodicità costante delle verifiche. Se ad esempio le parti si sono accordate per un cap con verifiche semestrali ed una durata di 3 anni, si darà luogo a sei verifiche, in ognuna delle quali il venditore si impegna appunto a pagare la differenza tra il tasso fisso del cap ed il tasso di mercato.

Per quantificare l'importo monetario relativo ai singoli pagamenti è necessario definire un capitale nozionale, il cui valore indica le dimensioni del contratto. Ipotizzando che in una singola data di verifica il tasso di mercato (es. Euribor 12 mesi) sia pari al 4% e che il tasso soglia del cap, fissato al momento della stipula, sia il 3%, la differenza tra i due tassi pari all'1% ( $4\% - 3\% = 1\% = 0,01$ ), verrà calcolata sul capitale nozionale. Qualora questo fosse stato fissato pari a 1.000.000€ ed ipotizzando che la frequenza del cap sia annuale, il venditore del cap dovrebbe corrispondere all'acquirente un importo pari a 10.000€ ( $= 1.000.000€ \times 0,01 \times 1$  anno).

L'accordo che le parti devono raggiungere al momento della stipula dovrà riguardare i seguenti elementi:

- tasso soglia del cap;
- tasso di mercato di riferimento;
- capitale nozionale;
- durata del cap;
- frequenza delle verifiche;
- premio (che l'acquirente corrisponde al venditore).

La formula per quantificare il flusso finanziario relativo alla singola data di verifica del cap è la seguente:

$$Flusso\_cap = Max(r_{mercato\_floating} - r_{cap\_fixed}; 0) \times Capitale \times Tempo$$

**Esempio – Funzionamento di un cap**

Due soggetti si sono accordati per stipulare un cap con le seguenti caratteristiche:

- tasso soglia del cap: 3%;
- tasso di mercato di riferimento: Euribor 6 mesi;
- capitale nozionale: 10.000.000€;
- durata del cap: 5 anni;
- frequenza delle verifiche: semestrale;
- premio pagato: 100.000€.

Si ipotizzi che nelle singole date di verifica l'Euribor6 abbia assunto i seguenti valori:

Data	Euribor 6	Data	Euribor 6
1	3,50%	6	2,50%
2	3,50%	7	2,75%
3	3,25%	8	3,25%
4	3,00%	9	3,75%
5	2,75%	10	4,00%

I flussi finanziari del cap scambiati nelle singole date di verifica sono i seguenti:

Data	Euribor6 (A)	Tasso soglia Cap (B)	Differenziale (A – B)	Flusso finanziario scambiato (flusso pagato dal venditore all'acquirente)
1	3,50%	3%	+ 0,50%	+ 25.000€
2	3,50%		+ 0,50%	+ 25.000€
3	3,25%		+ 0,25%	+ 12.500€
4	3,00%		± 0%	-
5	2,75%		- 0,25%	-
6	2,50%		- 0,50%	-
7	2,75%		- 0,25%	-
8	3,25%		+ 0,25%	+ 12.500€
9	3,75%		+ 0,50%	+ 25.000€
10	4,00%		+ 1,00%	+ 50.000€

L'acquirente del cap, a fronte del premio pagato inizialmente, riceve dei pagamenti dal venditore solo nella prima e nell'ultima fase del contratto. Nella parte centrale il fatto che il tasso soglia del 3% non venga superato dall'Euribor6 implica che nessun flusso finanziario debba essere scambiato.

## 7.2 I floor: definizioni e caratteristiche

Come i cap, anche i floor sono strumenti finanziari derivati il cui sottostante è generalmente costituito da tassi di interesse. In un floor un soggetto (acquirente) paga una somma di denaro (premio) ad un altro soggetto (venditore), il quale si impegna a verificare, in un'ognuna delle date prestabilite, l'andamento di un tasso variabile di riferimento (es. Euribor 12 mesi) e a pagare all'acquirente la differenza, se positiva, tra un tasso soglia prestabilito (tasso floor) ed il tasso di riferimento. Mentre quindi i cap assicurano all'acquirente un flusso finanziario positivo se il tasso di mercato è maggiore del tasso cap, nel floor l'acquirente ottiene una somma di denaro se il tasso di mercato è inferiore al tasso floor. Anche per il floor, la differenza tra i due tassi viene quantificata in base ad un capitale nozionale di riferimento.

Ipotizzando che in una singola data di verifica del floor il tasso di mercato (es. Euribor 12 mesi) sia pari al 1,5% e che il tasso soglia del floor fissato al momento della stipula sia il 3%, la differenza tra i due tassi pari, all'1,5% ( $3\% - 1,5\% = 1,5\% \dots = 0,015$ ), verrà calcolata sul capitale nozionale. Qualora questo fosse stato fissato pari a 1.000.000€ ed ipotizzando che la frequenza del floor sia annuale, il venditore del floor dovrebbe corrispondere all'acquirente un importo pari a 15.000€ ( $= 1.000.000€ \times 0,015 \times 1$  anno).

La formula per quantificare il flusso finanziario relativo alla singola data di verifica del floor è la seguente:

$$Flusso\_floor = Max(r_{floor\_fixed} - r_{mercato\_floating}; 0) \times Capitale \times Tempo$$

**Esempio – Funzionamento di un floor**

Due soggetti si sono accordati per entrare in un floor con le seguenti caratteristiche:

- tasso soglia del floor: 3%;
- tasso di mercato di riferimento: Euribor 6 mesi;
- capitale nozionale: 10.000.000€;
- durata del cap: 5 anni;
- frequenza delle verifiche: semestrale;
- premio pagato: 100.000€.

Si ipotizzi che nelle singole date di verifica l'Euribor6 abbia assunto i seguenti valori:

Data	Euribor 6	Data	Euribor 6
1	3,50%	6	2,50%
2	3,50%	7	2,75%
3	3,25%	8	3,25%
4	3,00%	9	3,75%
5	2,75%	10	4,00%

I flussi finanziari del floor scambiati nelle singole date di verifica sono i seguenti:

Data	Euribor6 (A)	Tasso soglia Floor (B)	Differenziale (B – A)	Flusso finanziario scambiato (flusso pagato dal venditore all'acquirente)
1	3,50%	3%	+ 0,50%	-
2	3,50%		+ 0,50%	-
3	3,25%		+ 0,25%	-
4	3,00%		± 0%	-
5	2,75%		- 0,25%	+ 12.500€
6	2,50%		- 0,50%	+ 25.000€
7	2,75%		- 0,25%	+ 12.500€
8	3,25%		+ 0,25%	-
9	3,75%		+ 0,50%	-
10	4,00%		+ 1,00%	-

L'acquirente del floor, a fronte del premio pagato inizialmente, riceve dei pagamenti dal venditore solo nella parte centrale contratto. Nella prima e nell'ultima parte il fatto che il tasso soglia del 3% venga sempre superato dall'Euribor6 implica che nessun flusso finanziario debba essere scambiato.

### 7.3 I collar: definizioni e caratteristiche

Il collar può essere definito come l’abbinamento di una posizione lunga (acquisto) su un interest rate cap ed una posizione corta (vendita) su un interest rate floor. L’acquirente di un collar ottiene quindi una somma di denaro nel caso in cui, alle date di verifica, il tasso di mercato di riferimento (es. Euribor) ha superato la soglia superiore (tasso cap), mentre è chiamato a versare una somma di denaro alla controparte se il medesimo tasso di mercato ha assunto valori inferiori al tasso soglia inferiore (tasso floor). Gli importi monetari oggetto di scambio sono in ambo i casi quantificati in base ad un capitale nozionale di riferimento e tenendo conto dell’intervallo temporale tra le singole date.

Gli elementi contrattuali di un collar sono:

- tasso soglia superiore (tasso cap);
- tasso soglia inferiore (tasso floor);
- tasso di mercato di riferimento;
- capitale nozionale;
- durata del collar;
- frequenza delle verifiche;
- premio (che l’acquirente corrisponde al venditore).

La quantificazione del flusso finanziario scambiato avviene in base alla seguente formula<sup>47</sup>:

$$Flusso\_collar = [Max(r_{mercato\_floating} - r_{cap\_fixed}; 0) + Min(r_{mercato\_floating} - r_{floor\_fixed}; 0)] \times Capitale \times Tempo$$

La controparte di un collar, ossia colui che assume la posizione corta sul cap e la posizione lunga sulla put, si dice che assume una posizione “corta sul collar” o anche che entra in un “reverse collar”.

<sup>47</sup> La formula è ottenuta sommando la formula relativa alla quantificazione di un cap in posizione lunga:

$$Flusso\ cap = Max (r_{mercato\ floating} - r_{cap\ fixed}; 0) \times capitale \times tempo$$

con la formula relativa alla quantificazione di un floor in posizione corta:

$$Flusso\ floor_{short} = Min (r_{mercato\ floating} - r_{floor\ fixed}; 0) \times capitale \times tempo$$

che è pari all’opposto della formula indicata per un floor in posizione lunga:

$$Flusso\ floor_{long} = Max (r_{floor\ fixed} - r_{mercato\ floating}; 0) \times capitale \times tempo$$

### Esempio – Funzionamento di un collar

Due soggetti si sono accordati per stipulare un collar con le seguenti caratteristiche:

- tasso soglia cap: 3,25%;
- tasso soglia del floor: 3%;
- tasso di mercato di riferimento: Euribor 6 mesi;
- capitale nozionale: 10.000.000€;
- durata del cap: 5 anni;
- frequenza delle verifiche: semestrale;
- premio pagato: 100.000€.

Si ipotizzi che nelle singole date di verifica l'Euribor6 abbia assunto i seguenti valori

Data	Euribor 6	Data	Euribor 6
1	3,50%	6	2,5 %
2	3,50%	7	2,75%
3	3,25%	8	3,25%
4	3,00%	9	3,75%
5	2,75%	10	4,00%

I flussi finanziari del collar incassati dall'acquirente nelle singole date di verifica sono i seguenti:

Data	Tasso soglia Floor (A)	Euribor6 (B)	Tasso soglia Cap (C)	Differenziale (se $A < C < B = B - C$ ) (se $A < B < C = 0$ ) (se $B < A < C = B - A$ )	Flusso finanziario scambiato (flusso pagato dal venditore all'acquirente)
1	3,00%	3,50%	3,25%	+ 0,25%	+ 12.500€
2		3,50%		+ 0,25%	+ 12.500€
3		3,25%		± 0%	-
4		3,00%		± 0%	-
5		2,75%		- 0,25%	- 12.500€
6		2,50%		- 0,50%	- 25.000€
7		2,75%		- 0,25%	- 12.500€
8		3,25%		± 0%	-
9		3,75%		+ 0,50%	+ 25.000€
10		4,00%		+ 0,75%	+ 37.500€

L'acquirente del collar incassa i flussi finanziari relativi alla posizione lunga sul cap e si trova a pagare i flussi negativi della posizione corta sul floor. Nei casi in cui l'Euribor è rimasto all'interno del corridoio formato dal tasso floor (3%) e dal tasso cap (3,25%) nessun flusso finanziario è stato dovuto.

## 7.4 Il pricing: elementi di base

La forte componente opzionale intrinseca in tutte e tre le tipologie (cap, floor e collar) ripropone le problematiche di pricing delle options. L'impossibilità di stabilire con certezza il *fair value* di tali strumenti attraverso, ad esempio, argomentazioni basate su logiche semplici di non arbitraggio, introduce elementi di discrezionalità nel pricing.

Evitando di analizzare il tema del *option pricing*, ci si limiterà a valutare la possibilità di prezzare un cap, un floor o un collar vedendo rispettivamente tali strumenti come portafogli di call option, portafogli di put option e combinazioni di cap e floor.

Analizzando la composizione di un cap, si può verificare come esso preveda, al momento iniziale, l'accordo tra due parti per una serie di trasferimenti di flussi finanziari che avverranno se il tasso soglia del cap verrà superato da un tasso di mercato. Isolando il singolo scambio si può notare come l'accordo tra acquirente e venditore che prevede da parte di quest'ultimo l'impegno a pagare una somma di denaro pari alla differenza tra un valore di mercato (S) ed un valore prefissato (X), solo se tale differenza (S-X) sarà positiva, riconduce l'accordo ad una call option, per la quale il pay-off è sintetizzabile come:

$$V_{Call\_lunga} = Max(S - X; 0)$$

Dato che tale situazione si verifica per ciascuna delle date di regolamento indicate nel cap, si può affermare che un cap può essere ricondotto ad un portafoglio di call option su tassi di interesse dove il tasso soglia cap è lo strike price X ed il valore di mercato S è il valore alla data di verifica del tasso di mercato di riferimento (es. Euribor 12 mesi). Le opzioni necessarie per replicare il comportamento di un cap sono opzioni europee scritte tutte nel medesimo giorno (la data di avvio del cap), in numero pari alle verifiche previste dalla durata e dalla frequenza del cap, identiche in tutto (dimensione, strike price, sottostante, controparti) ad eccezione della data di scadenza (expiration date). Le opzioni sono identificate in modo tale che per ogni data di verifica vi sia una corrispondente opzione in scadenza. Il pricing di un cap potrà quindi essere approssimato come la somma dei prezzi delle singole opzioni call in esso implicite.

Utilizzando il medesimo ragionamento, si può verificare come per un floor sia scomponibile come un insieme di put option su tassi di interesse. Nella singola data di verifica il floor consente all'acquirente di ricevere la differenza tra un valore prestabilito X ed un valore di mercato S, nel caso in cui tale differenza (X-S) sia maggiore di zero. Dato che tale accordo è il medesimo rispetto ad un option-put, si può affermare che, per la singola data di verifica, il pay-off di un floor è pari a:

$$V_{Put\_lunga} = Max(X - S; 0)$$

Dato che tale situazione si verifica per ciascuna delle date di regolamento indicate nel floor, si può affermare che un floor può essere ricondotto ad un portafoglio di put option su tassi di interesse dove il tasso soglia floor è lo strike price X ed il valore di mercato S è il valore alla data di verifica del tasso di mercato di riferimento (es. Euribor 12 mesi). Anche in questo caso le opzioni da utilizzare per costituire il portafoglio-replica del floor sono identiche in tutti gli elementi (dimensione, strike price, sottostante, controparti) ad eccezione della data di scadenza (expiration date). Come per il cap, anche nel floor le opzioni devono essere identificate in modo tale che per ogni data di verifica vi sia una corrispondente opzione in

scadenza. Il pricing di un floor potrà quindi essere approssimato come la somma dei prezzi delle singole opzioni put in esso implicite.

Per analogia si può definire un collar come un portafoglio di opzioni call e put su tassi di interesse. In questo caso per ognuna delle date di verifica il portafoglio deve prevedere una posizione lunga su call con strike price pari al tasso soglia del cap ( $X_{cap}$ ) ed una posizione corta su put con strike price pari al tasso soglia del floor ( $X_{floor}$ ). Indipendentemente dalla loro natura (call o put) le opzioni posseggono tutte le medesime dimensioni, sono scritte sul medesimo sottostante (lo stesso tasso variabile di mercato) e prevedono rapporti sempre tra le medesime controparti. Il pricing di un collar potrà quindi essere approssimato come la somma dei prezzi di un cap (in posizione lunga) e di un floor (in posizione corta).

## **7.5 Gli utilizzi**

Come ogni derivato, i cap, i floor ed i collar possono essere utilizzati per fini di speculazione, di copertura e di arbitraggio. In questo lavoro ci si limita alla sola trattazione delle finalità di speculazione e copertura.

Un operatore che intenda utilizzare un cap con finalità di speculazione assumerà una posizione lunga (corta) se si aspetta che nel periodo di durata del cap i tassi di interesse di mercato rimarranno, mediamente, sopra (sotto) il tasso soglia del cap. La scommessa sottostante una speculazione tramite cap riguarda in particolare il valore del tasso di mercato nelle singole date di rilevazione, richiedendo quindi capacità previsionali puntuali, piuttosto che aspettative di fondo sul trend del mercato. Potendo ricondurre un cap ad un portafoglio di call option, chi assume la posizione lunga lo fa nella convinzione che il prezzo pagato per il cap (premio) verrà più che compensato dai flussi finanziari incassati durante la vita del contratto. L'assunzione di una posizione corta si basa su un'aspettativa ribassista rispetto al tasso soglia, nella convinzione che il premio incassato inizialmente sarà più che sufficiente per pagare gli eventuali flussi intermedi previsti dal cap.

Allo stesso modo chi adotta una strategia speculativa tramite floor entra nel contratto con una posizione lunga (corta) se ritiene che i tassi di mercato nelle singole date di verifica rimarranno sotto (sopra) il tasso soglia floor. La posizione lunga (corta) su floor coincide quindi con la posizione di chi, su diverse opzioni con diverse scadenze, ha assunto una posizione lunga (corta) su put.

Chi assume una posizione lunga (corta) su un collar in un'ottica speculativa ha un'aspettativa rialzista (ribassista) sui tassi di interesse. In particolare, se il tasso di mercato supererà il tasso soglia cap, l'investitore riceverà dalla controparte il differenziale tra il tasso di mercato ed il tasso soglia cap e, contemporaneamente, beneficia del fatto che ha avuto al momento della stipula un "premio complessivo" comprensivo del premio incassato per aver venduto il portafoglio di put (corrispondenti al floor), delle quali quella relativa alla scadenza considerata, avendo ipotizzato un tasso di mercato superiore alla soglia cap, non verrà esercitata dalla controparte. Mentre il rischio che corre uno speculatore su cap o su floor è limitato al premio pagato, nel caso del collar è possibile che l'investitore sia chiamato a coprire ulteriori perdite. Il rischio è infatti amplificato sia dalla doppia posizione su opzioni<sup>48</sup>, sia dal fatto di assumere posizioni corte su una delle due tipologie<sup>49</sup>.

---

<sup>48</sup> Chi opera su collar assume posizioni sia su call che su put.

<sup>49</sup> In particolare l'acquirente del collar ha una posizione lunga (acquista) su call ed una posizione corta (vende) su put, mentre il venditore del collar è corto (vende) su call e lungo (acquista) su put.



Passando ad analizzare gli utilizzi con finalità di copertura, si può notare come la costruzione di cap, floor e collar né faccia strumenti utilizzabili nell'ambito di operazioni di hedging collegate ad investimenti e finanziamenti.

Nel caso dei cap, esso può essere utilizzato come strumento di copertura dal rischio di tasso di interesse all'interno di un'operazione di indebitamento. L'acquisto di un cap da parte di un mutuatario consente di porre un tetto massimo all'aumento della rata periodica all'interno di un mutuo erogato a tasso variabile. L'abbinamento di un cap e di un mutuo a tasso variabile prevede infatti che qualora il tasso di mercato utilizzato per l'indicizzazione dovesse superare la soglia cap, il mutuatario-debitore non sarebbe gravato di un aumento della rata di rimborso in misura superiore la tasso cap. Se infatti il mutuante (la banca) richiede un pagamento commisurato al tasso di mercato (es. 6%), se il debitore ha acquistato un cap con soglia al 5%, per pagare la sua rata sarà sufficiente che egli disponga, oltre che del capitale, solo degli interessi calcolati al tasso cap, visto che il differenziale (6% – 5%) da pagare anch'esso alla banca, gli verrà corrisposto dalla controparte (venditore) del cap. È da notare le differenze rispetto all'impiego di uno swap. Mentre quest'ultimo consente di trasformare un mutuo da tasso variabile a tasso fisso (riducendo il rischio di oscillazione della rata), nel caso del cap si ottiene il medesimo effetto di contenimento dell'oscillazione, che è però limitato alle oscillazioni negative (aumento del tasso), consentendo al debitore di beneficiare di eventuali oscillazioni positive (diminuzione dei tassi). Se il cap consente quindi una gestione (copertura) più mirata del rischio di tasso, si deve considerare che la natura opzionale del cap stesso implica il pagamento di un premio, che è assente nello swap.

Il floor offre un'interessante opportunità di copertura dal rischio di tasso di interesse nel caso di investimenti a tasso variabile quali, ad esempio, investimenti in titoli obbligazionari indicizzati all'andamento dei tassi di interesse di mercato. L'investitore che detiene un'obbligazione a tasso variabile, acquistando il floor, riesce infatti a garantirsi un rendimento minimo, pur non rinunciando ai benefici collegati alla possibilità di un aumento dei tassi. Se è vero che l'emittente dell'obbligazione corrisponderà sempre e solo il tasso previsto da contratto, anche qualora questo raggiunga livelli molto contenuti, è anche vero che l'investitore – grazie al floor – ha la garanzia di ricevere flussi finanziari mai inferiori al tasso floor. Qualora infatti il tasso floor fosse il 3% ed il tasso di mercato scendesse fino al 2,75%, l'investitore otterrebbe dall'emittente interessi calcolati a quest'ultimo tasso, ma avrebbe un flusso finanziario in entrata dal floor pari allo 0,25% (3%–2,75%). Il basso rendimento dell'obbligazione trova compensazione nel pagamento collegato al floor. Come per il cap, anche in questo caso il confronto con lo swap rende il floor uno strumento in grado di offrire una tutela più efficace. Mentre con lo swap l'investitore potrebbe trasformare definitivamente le sue entrate da variabili a fisse<sup>50</sup>, con il floor l'investitore continuerà a beneficiare di tassi di interesse elevati, ma non verrà penalizzato da discese dei tassi, in quanto in tali ipotesi otterrà la copertura mediante il floor. Se il floor è in grado di offrire una copertura più flessibile dello swap, bisogna considerare che l'attivazione di un floor richiede un esborso iniziale per l'acquisto della copertura (premio) che non è previsto da un contratto swap.

Un utilizzo per fini di copertura del collar è ipotizzabile nel caso di soggetti che hanno acceso un indebitamento a tasso variabile. La “parte cap” del collar consente di neutralizzare eventuali aumenti del tasso di interesse oltre la soglia cap. La “parte floor” avrebbe invece la

<sup>50</sup> Colui che ha in portafoglio un'obbligazione a tasso variabile può trasformare le sue entrate da variabili a fisse abbinando all'obbligazione uno swap che lo vede entrare in qualità di *floating-rate payer*. L'incasso a tasso variabile dell'obbligazione troverebbe infatti impiego nello swap, dal quale si riceverebbe un flusso in entrata a tasso fisso.

funzione di limitare l'oscillazione della rata anche verso il basso. Rispetto ad un utilizzo del solo cap, il collar ha quindi l'effetto di limitare, oltre agli effetti negativi legati ad un forte aumento dei tassi, anche gli effetti positivi (per il debitore) di una forte discesa dei tassi. Tale limitazione viene bilanciata da un minor costo del collar rispetto al cap, derivante dal fatto che la posizione su put implicita nel collar è una posizione corta (il debitore è venditore) e prevede quindi l'incasso di un premio che va a ridurre l'impegno finanziario richiesto dalla posizione lunga (acquisto) su call, implicita nella componente cap.

Parallelamente si può ipotizzare un utilizzo da parte di un'obbligazionista (a tasso variabile) di un *reverse collar* al fine di limitare gli effetti derivanti dall'oscillazione del tasso variabile in ambo le direzioni. Se infatti la componente floor del collar (acquistata) consente, al pari dell'acquisto diretto del floor, di evitare i rischi di un ribasso dei tassi sotto la soglia floor, la componente cap (venduta) prevista dal reverse collar ha l'effetto di limitare i guadagni derivanti da un rialzo dei tassi (ai quali corrisponderebbero cedole obbligatorie elevate). La rinuncia alla possibilità che i tassi possano salire molto viene bilanciata da un minor costo del reverse collar rispetto al floor. Mentre infatti entrambi prevedono il costo del floor, il reverse collar riesce a mitigare tale costo attraverso i proventi (premi) legati alla vendita della componente cap.

## Cap. 8 – Le opzioni esotiche

### 8.1 Introduzione

La necessità di adeguare la struttura delle options (sia call che put) alle esigenze degli operatori del mercato ha portato alla nascita di contratti di opzione dove una o più delle caratteristiche tipiche di un'opzione standard sono state modificate, con il risultato di creare opzioni con pay-off più complessi e dando vita a quelle che sono state definite “opzioni esotiche”. Si può quindi definire un'opzione esotica come un'opzione nella quale una o più caratteristiche delle opzioni plain vanilla sono state alterate per dar vita a pay-off più complessi.

Possono essere oggetto di alterazioni elementi quali le date di esercizio delle opzioni, la definizione dello strike price, i criteri di identificazione del prezzo di mercato del sottostante, la data di pagamento del premio, la natura opzionale del contratto, le modalità di calcolo della performance, ecc.

Ad ogni variazione rispetto alla struttura standard delle opzioni è stata attribuita una denominazione differente, dando vita ad un insieme variegato di opzioni esotiche. Non vi è tuttavia unanimità in merito ai nomi attribuiti alle diverse tipologie ed è quindi possibile che a fronte di una determinato strumento si utilizzino denominazioni differenti.

Il fatto che sia possibile modificare contemporaneamente più di una caratteristica di un'opzione standard, amplifica notevolmente le possibili combinazioni realizzabili, accrescendo il numero di opzioni esotiche realizzabili. Nel resto della trattazione ci si soffermerà sulle principali soluzioni offerte dal mercato, facendo riferimento ad opzioni esotiche dove è uno solo l'elemento di alterazione rispetto alla struttura standard delle opzioni. Le logiche seguite per analizzare le conseguenze nella performance delle opzioni relative alle modifiche da queste subite, possono trovare applicazione anche nell'analisi di opzioni nelle quali i parametri oggetto di alterazioni sono più d'uno.

### 8.2 Boston option

In una Boston option le parti si sono accordate per posticipare il pagamento del premio al termine del contratto. Il premio viene quindi determinato nel suo ammontare al momento della stipula, ma il pagamento da parte dell'acquirente dell'opzione (sia essa call o put) avverrà solo nella data di regolamento dell'opzione. La principale conseguenza di tale posticipazione del pagamento del premio è riscontrabile nel tasso di rendimento percentuale dell'operazione. Identificando tale valore come il rapporto tra il capitale percepito ed il capitale investito meno uno:

$$Tasso\_di\_rendimento = \frac{Valore\_finale}{Capitale\_investito} - 1$$

questo, nell'ipotesi che l'opzione venga esercitata e porti ad un guadagno di superiore al premio dovuto, tende all'infinito in quanto il guadagno (positivo) verrebbe conseguito a fronte di un investimento nullo. Se infatti l'opzione viene esercitata ed il guadagno derivante

dal suo esercizio supera il premio dovuto, il venditore dell'opzione si troverà nella condizione di dover pagare la differenza (positiva) tra il risultato derivante dall'esercizio dell'opzione ed il premio. Il soggetto in posizione lunga ottiene così un guadagno senza alcun esborso finanziario. La circostanza che il capitale investito è pari a zero, porta il valore del tasso di rendimento ad assumere valori infiniti.

### **8.3 Bermuda option**

Una Bermuda option è un'opzione nella quale l'elemento alterato rispetto ad un'opzione standard è la data di esercizio del diritto di opzione. Se nel caso di un'opzione americana questa può essere esercitata in qualsiasi giorno compreso tra la data di inizio e la data di scadenza dell'opzione e in un'opzione europea l'esercizio potrà avvenire solo nella data di scadenza dell'opzione, in una opzione Bermuda le parti si sono accordata affinché l'esercizio possa essere fatto valere in più di una data compresa tra la data di inizio e la data di scadenza dell'opzione. La circostanza che, a parità di condizioni, l'esercitabilità di un'opzione bermuda sia più ampia rispetto ad un'opzione europea ma, più ristretta rispetto ad un'opzione americana, implica che il premio pagato per una Bermuda option debba essere maggiore di quello di una equivalente opzione europea e minore di quello di un'opzione americana.

### **8.4 Forward start option**

In una forward start option le parti si accordano affinché il diritto opzionale possa essere fatto valere dall'acquirente solo a partire da una data futura rispetto alla data di accordo. La circostanza che, a partire da questa data futura, l'opzione potrà essere esercitata in uno qualsiasi dei giorni successivi fino alla data di scadenza dell'opzione, rende una forward start option riconducibile ad un'opzione standard di tipo americano con inizio del periodo di esercitabilità differito.

### **8.5 Compound option**

In una compound option è il sottostante ad essere stato modificato rispetto ad un'opzione standard. In una compound option il diritto di opzione (diritto di acquisto nel caso della call e diritto di vendita nel caso della put) riguarderà un'ulteriore opzione. Le parti quindi si accordano per negoziare, qualora una delle due decida di farlo, un'opzione su una determinata quantità di sottostante ad una (o entro una) determinata data futura. La circostanza che il diritto possa riguardare l'acquisto o la vendita di un'opzione che potrebbe essere una call o una put, fa sì che sia possibile ipotizzare quattro diverse combinazioni di compound option:

- call option scritta su call option;
- call option scritta su put option;
- put option scritta su call option;
- put option scritta su put option.

Il termine compound richiama la natura composita dell'operazione posta in essere dalle parti.

## 8.6 As you like it option

In una As you like it option le parti definiscono al momento iniziale la natura del sottostante, la relativa quantità (dimensione del contratto), lo strike price e la data di scadenza dell'opzione. Essi stabiliscono altresì una data futura, precedente la data di scadenza, entro la quale l'acquirente dell'opzione comunicherà alla sua controparte (venditore) se le condizioni inizialmente stabilite faranno riferimento ad un'opzione di tipo call o se invece riguarderanno un'opzione di tipo put. In una As you like it option è quindi la natura stessa del diritto opzionale ad essere modificata rispetto ad un'opzione standard, dato che la natura del contratto (acquisto o vendita) verrà stabilita solo durante la vita dell'opzione. Come si può intuire, i maggiori rischi ai quali si espone il venditore dell'opzione lo vedranno chiedere, a parità di condizioni, un premio maggiore rispetto a quello di un'opzione standard.

## 8.7 Barrier option

Una Barrier option (o “opzione barriera”) è un'opzione nella quale l'esercitabilità del diritto da parte dell'acquirente dell'opzione è subordinata al verificarsi di condizioni relative al raggiungimento da parte del prezzo del sottostante durante la vita dell'opzione di determinati livelli. Nel caso in cui l'esercizio dell'opzione preveda che il prezzo di mercato del sottostante abbia raggiunto (e/o superato) un determinato livello di prezzo, si parlerà di opzioni “knock-in”. Nell'ipotesi opposta, nella quale l'opzione potrà essere esercitata solo se il prezzo di mercato del sottostante durante la vita dell'opzione non abbia raggiunto (e/o superato) una determinata soglia di prezzo, si parlerà di opzioni “knock-out”. Il raggiungimento di determinati livelli di prezzo durante la vita dell'opzione è quindi condizione necessaria per attivare l'opzione nel caso delle opzioni con la clausola di knock-in, e rappresentano un impedimento all'esercitabilità nel caso di opzioni knock-out. È facile intuire come in una Barrier option la necessità di formulare ipotesi non solo sul valore di mercato a scadenza del sottostante, ma anche sul percorso che esso farà durante la vita dell'opzione, aumentino l'incertezza dell'acquirente in merito alla probabilità di esercizio dell'opzione, riducendone il valore monetario (premio) che sarà disposto a pagare rispetto ad una equivalente opzione standard.

A seconda che il livello di barriera sia posto più in alto o in più basso rispetto al valore di mercato del sottostante alla data di inizio dell'opzione, si distingueranno opzioni “down and in”, “down and out”, “up and in” e “up and out”. Ciascuno di questi casi potrà riferirsi ad opzioni di tipo call o di tipo put.

## 8.8 Binary option

In una Binary option le parti hanno concordato che, in caso di esercizio dell'opzione, il guadagno derivante dall'esercizio stesso non sia proporzionale alla differenza tra il prezzo di mercato e lo strike price, bensì sia pari ad un livello prefissato. Nel caso di una Binary option call la circostanza che il prezzo di mercato del sottostante a scadenza superi di poco lo strike price o lo superi di molto risulta quindi ininfluenza, dato che il valore che l'acquirente della call si vedrà riconosciuto dalla controparte è stato prefissato nel contratto. Allo stesso modo una Binary option put vedrà l'acquirente della put guadagnare lo stesso importo sia nel caso che il prezzo di mercato del sottostante sia solo leggermente inferiore allo strike price, sia nel caso che il prezzo di mercato sia notevolmente minore. Il termine “binary” richiama la componente binaria dell'opzione che, rispetto ad un'opzione standard vede come possibili

risultati finali solo due valori: il premio, pagato dall'acquirente al momento iniziale, ed il valore pattuito che verrà eventualmente pagato dal venditore qualora l'opzione alla data di scadenza risulti "in the money".

È frequente che ci si riferisca ad opzioni con queste caratteristiche anche con denominazioni alternative quali "opzioni booleane" ed opzioni "cash or nothing".

## **8.9 Look back option**

In una Look back option l'elemento di diversità rispetto ad un'opzione standard è il valore dello strike price. Esso non è più dato da un valore prefissato ma sarà pari ad un valore estremo (massimo o minimo) raggiunto dal sottostante durante la vita dell'opzione. Nel caso di Look back option di tipo call lo strike price sarà pari al prezzo minimo raggiunto dal sottostante durante la vita dell'opzione. In una Look back option di tipo put lo strike price sarà dato dal prezzo massimo. La circostanza che porta tali opzioni ad essere per definizione in the money o, al più at the money, amplificano l'impatto della volatilità del prezzo del sottostante sulla performance dell'opzione, amplificandone i rischi per i venditori e facendone aumentare il premio rispetto ad un'equivalente opzione standard.

## **8.10 Asian option**

In una Asian option le parti si accordano affinché lo strike price dell'opzione non sia stabilito al momento iniziale, ma sia dato dalla media del prezzo di mercato del sottostante durante la vita dell'opzione. La circostanza che uno strike price pari al prezzo medio tenderà per definizione ad attenuare le distanze in termini assoluti con i prezzi di mercato fatti registrare dal prezzo del sottostante durante la vita dell'opzione, rende tali opzioni meno sensibili all'oscillazione dei mercati, riducendone la rischiosità rispetto ad un'equivalente opzione standard.

## **8.11 Rainbow option**

L'elemento di diversità di una Rainbow option rispetto ad un'equivalente opzione standard è la natura del sottostante. In una Rainbow option sono previste diverse attività e viene lasciato al venditore dell'opzione la possibilità di scegliere, al termine del contratto, quale di queste sarà utilizzata come sottostante di riferimento. Per ogni sottostante saranno previsti livelli di strike price e dimensioni del contratto differenti. La circostanza che sia il venditore dell'opzione a poter effettuare la scelta vede l'acquirente nella consapevolezza che sarà l'attività per lui meno conveniente a costituire il sottostante oggetto del contratto.

## **8.12 Basket option**

Nella Basket option le parti identificano un insieme di attività anziché un unico sottostante e stabiliscono che l'opzione farà riferimento ad una combinazione di tali attività dove per ciascuna attività sono definiti i pesi percentuali. Si viene così a costituire un paniere (basket) di riferimento del quale le parti monitoreranno il valore durante la vita dell'opzione per poi regolare il contratto al momento del regolamento, confrontando il valore di mercato del paniere con quello fissato inizialmente come strike price. Il funzionamento di una Basket option è simile a quello di un'opzione standard su un indice (es. indice azionario, indice energetico, ecc.) dal quale si differenzia per la definizione personalizzata del paniere di riferimento.

## Cap. 9 – I titoli strutturati

### 9.1 Introduzione

I titoli strutturati sono soluzioni di investimento che abbinano all'interno del medesimo rapporto (titolo) una componente creditizia di natura obbligazionaria ed uno o più strumenti derivati. L'aggettivo "strutturati" richiama la natura composita del titolo nonché la possibilità di scomporre il rapporto tra emittente ed investitore in diverse componenti elementari. Partendo da un rapporto obbligazionario, sempre presente, a seconda dei derivati ad esso abbinati muteranno le caratteristiche ed i pay-off dello strumento. La circostanza che alla base di un titolo strutturato si trova sempre un'obbligazione (bond) porta a riferirsi a tali strumenti con l'espressione alternativa di "obbligazioni strutturate". Bisogna però tener presente che la componente derivativa di un titolo strutturato può modificarne profondamente il comportamento rispetto ad una obbligazione standard, facendo in alcuni casi venir meno l'obbligo di restituzione integrale del capitale da parte dell'emittente o trasferendo all'emittente facoltà normalmente attribuite all'investitore.

La natura standardizzata dei titoli strutturati e la loro emissione in serie caratterizza tali strumenti come valori mobiliari. Rispetto ad altre tipologie di valori mobiliari che hanno trovato spazio nei mercati regolamentati (borse), la diffusione dei titoli strutturati, soprattutto sul mercato italiano, è avvenuta attraverso il canale bancario, rimanendo nell'ambito dei mercati over the counter (OTC).

Di seguito vengono analizzate le principali tipologie di titoli strutturati presenti sui mercati finanziari. La possibilità di creare abbinamenti tra obbligazioni e derivati differenti rispetto a quelli proposti, sottolinea come i titoli strutturati non rappresentino un insieme chiuso, quanto invece una modalità di costruzione di prodotti di investimento.

### 9.2 Equity linked

Una Equity linked può essere definita come un'obbligazione che alla scadenza prevede la possibilità di ottenere una extra-performance collegata all'andamento di uno o più titoli azionari. Anche se sono ipotizzabili collegamenti di diversa natura tra il titolo azionario preso come riferimento e la performance riconosciuta all'investitore, le soluzioni prevalentemente adottate sul mercato prevedono l'attribuzione all'investitore di un rendimento tanto maggiore quanto più il titolo azionario si è apprezzato rispetto ad un valore di riferimento, mentre non sono previsti flussi finanziari nel caso in cui il prezzo di mercato dell'azione sia inferiore al medesimo valore soglia.

La struttura che consente di ottenere tale pay-off vede l'abbinamento di un titolo obbligazionario ed una call option (sul titolo azionario) acquistata dall'investitore. È grazie alla call option che l'investitore matura il diritto ad ottenere un guadagno in caso di rialzo del prezzo dell'azione, senza essere penalizzato in caso di diminuzione. L'acquisto di una call da parte dell'investitore richiede il pagamento del relativo premio. Questo venire incorporato nel prezzo pagato dall'investitore o contribuisce a ridurre il rendimento cedolare (qualora previsto). Nel primo caso il prezzo pagato, rispetto a quello della sola componente obbligazionaria, sarà maggiorato del valore del premio. Nel secondo caso il tasso di interesse di ogni cedola sarà diminuito in misura tale da compensare l'importo del premio.

Dato che le maggiori opportunità offerte da una Equity linked rispetto ad un'obbligazione standard sono bilanciate dal premio implicitamente pagato dall'investitore, quest'ultimo dovrebbe preferire una Equity linked solo nel caso abbia aspettative di rialzo del prezzo del titolo azionario collegato. Qualora così non fosse l'investitore avrebbe convenienza ad utilizzare un'obbligazione standard che, non prevedendo il pagamento del premio, maturerebbe, a parità di condizioni, una performance migliore.

### **9.3 Reverse convertible**

Una Reverse convertible è un'obbligazione che prevede la possibilità per l'emittente di consegnare (a scadenza) all'investitore una quantità prefissata di un determinato titolo (azioni, obbligazioni, ecc.), in sostituzione del capitale.

Se in una obbligazione convertibile la facoltà di ottenere dei titoli in sostituzione del capitale è attribuita all'investitore, in una Reverse convertible tale facoltà è attribuita all'emittente. La consapevolezza da parte dell'investitore che l'emittente opterà per la consegna dei titoli solo quando il loro valore sia inferiore a quello del capitale dell'obbligazione (valore nominale) espone l'investitore al rischio di ribasso del prezzo del titolo di riferimento. Se, ad esempio, è previsto che l'emittente possa consegnare 20 azioni per ogni 100€ di valore nominale, la scelta di consegnare le azioni avverrà quando il prezzo delle azioni sarà inferiore a 5€ per azione. Per valori inferiori a 5€, ad esempio 4€, la consegna delle 20 azioni vedrà l'investitore entrare in possesso di titoli per un controvalore complessivo di 80€ (20 azioni  $\times$  5€ = 80€), maturando una perdita di 20€ per ogni 100€ di nominale. Qualora il prezzo di mercato delle azioni il giorno della scadenza fosse 6€, l'emittente avrà convenienza a restituire il valore nominale (100€) anziché consegnare le 20 azioni che, complessivamente, varrebbero 120€ (20 azioni  $\times$  6€ = 120€). L'investitore si trova quindi ad essere penalizzato in caso di ribasso del prezzo dell'azione sottostante senza beneficiare dei possibili rialzi. Tale pay-off è riconducibile a quello di una posizione corta su una option put. Rimanendo nella prospettiva dell'investitore è quindi possibile scomporre una Reverse convertible in una obbligazione standard ed una put option scritta su un'attività di riferimento (es. titolo azionario). La vendita della opzione implicita all'emittente dovrebbe essere bilanciata dal pagamento all'investitore di un premio. Questo potrebbe essere incorporato nel prezzo di acquisto, che rispetto ad un'obbligazione standard sarebbe quindi inferiore, o potrebbe andare ad accrescere la dimensione delle cedole. Si possono altresì ipotizzare soluzioni alternative, come quelle che vedono riconosciuta all'investitore una "maxicedola" nei primi periodi di vita dell'obbligazione. In tal caso l'extrarendimento legato al premio viene concentrato sulle prime cedole, lasciando invariate le successive.

Si noti come nel caso di una Reverse convertible venga meno la sicurezza della restituzione integrale del capitale che, tranne nei casi di default dell'emittente, rappresenta una caratteristica tipica delle obbligazioni standard.

### **9.4 Obbligazioni trasformabili**

Un'obbligazione trasformabile vede la possibilità per l'emittente di cambiare il meccanismo di indicizzazione del titolo a partire da una data futura. Come esempio di obbligazione trasformabile si ipotizzi un titolo con cedole a tasso fisso per i primi  $n$  periodi e la possibilità per l'emittente di riconoscere all'investitore per i restanti  $x$  periodi cedole a tasso variabile indicizzate ad un parametro di riferimento prestabilito (es. Euribor 6 mesi). Considerando



che, partendo dal rapporto obbligazionario che impone all'emittente di pagare all'investitore dei flussi periodali (cedole) a tasso fisso, è possibile una trasformazione di questi flussi in flussi a tasso variabile tramite il ricorso ad un Interest Rate Swap (IRS), la possibilità di trasformazione dei flussi cedolari da tasso fisso a tasso variabile sarà possibile grazie ad una call option che abbia come sottostante un IRS. Dato che la scelta se cambiare o meno il meccanismo di indicizzazione spetta all'emittente, tale opzione sarà da questo acquistata. Nell'esempio proposto l'IRS vedrà l'emittente impegnarsi a pagare interessi calcolati in base ad un tasso variabile, per ricevere in cambio interessi calcolati in base ad un tasso fisso. Mentre questi ultimi andrebbero a compensare gli interessi a tasso fisso che l'emittente dovrebbe pagare all'investitore in virtù del rapporto obbligazionario, i flussi a tasso variabile dello swap rappresenterebbero l'unico impegno dell'emittente nei confronti dell'investitore. Il risultato che si ottiene è il passaggio dal pagamento di flussi finanziari calcolati ad un tasso fisso (le cedole dell'obbligazione) al pagamento di flussi finanziari calcolati ad un tasso variabile (la "gamba variabile" dello swap).

Si può quindi scomporre un'obbligazione trasformabile in un'obbligazione standard a tasso fisso ed una call option su un Interest Rate Swap (IRS) acquistata dall'emittente e che lo vede impegnato come floating rate payer e fix rate receiver.

Se è vero che nella prospettiva dell'investitore questi matura il diritto ad incassare un premio per l'opzione call che ha venduto all'emittente, la scelta di acquistare un'obbligazione trasformabile dovrebbe essere collegata ad aspettative rialziste sui tassi di interesse di mercato. Qualora tali aspettative trovino conferma l'investitore sa che l'emittente non avrà convenienza a trasformare l'obbligazione (a tasso fisso) in un'obbligazione a tasso variabile e che continuerà a pagare cedole a tasso fisso. In tale scenario l'investitore avrà beneficiato del premio della call (scontato sul prezzo di acquisto o distribuito sulle cedole tramite una maggiorazione del tasso di interesse). L'investitore dovrebbe però essere consapevole che nell'ipotesi alternativa di ribasso dei tassi di interesse di mercato, la scelta da parte dell'emittente di adottare questi ultimi come tassi di indicizzazione dell'obbligazione avrà l'effetto di diminuire l'importo delle cedole rispetto al tasso fisso di riferimento, facendo diminuire il rendimento complessivo del suo investimento.

## 9.5 Reverse Floater e Fixed-Reverse Floater

Un Reverse Floater è un'obbligazione con cedole variabili in relazione inversa con la dinamica del tasso di riferimento. Se in un'obbligazione a tasso variabile (floater rate) le cedole aumenteranno all'aumentare del tasso di interesse di mercato al quale sono collegate e diminuiranno al suo diminuire, in una Reverse Floater il meccanismo di indicizzazione è tale da far aumentare le cedole in caso di ribasso dei tassi e farle diminuire in caso di rialzo dei tassi. Affinchè si realizzi tale rovesciamento dell'indicizzazione dei tassi rispetto ad un'obbligazione a tasso variabile standard, è necessario abbinare un'obbligazione zero-coupon con un Interest Rate Swap che veda l'investitore incassare il tasso di interesse fisso per pagare all'emittente il tasso di interesse variabile. Ad ogni data di regolamento dello swap l'investitore si troverà così ad incassare interessi commisurati alla differenza tra il tasso fisso di riferimento ed il valore del tasso variabile di mercato (es. 10% – Euribor 12 mesi). In tal modo l'aumento dei tassi di interesse di mercato avrà l'effetto di ridurre il valore della cedola pagata all'investitore, replicando il pay-off descritto in precedenza.

È altresì possibile ipotizzare strutture cedolari che amplifichino le oscillazioni dei tassi di mercato introducendo un effetto leva sui tassi di mercato. Qualora, ad esempio, la struttura

cedolare fosse  $10\% - 2 \times \text{Euribor 12 mesi}$ , l'oscillazione di un punto percentuale del tasso Euribor 12 mesi comporterebbe una variazione di due punti percentuali sul flusso cedolare del Reverse Floater. È forse superfluo sottolineare come l'introduzione di un effetto leva sui tassi di mercato amplifica il rischio sottostante l'operazione.

Si noti come l'abbinamento dell'obbligazione e del solo IRS non esclude l'eventualità che le cedole possano assumere valori negativi e che quindi l'investitore venga chiamato a pagare (anziché incassare) una somma di denaro in corrispondenza della scadenza cedolare. Se infatti il valore del tasso di interesse di mercato dovesse aumentare fino a rendere l'impegno del floating rate payer maggiore di quello del fix rate payer (es. Euribor12M 6% con cedola =  $10\% - 2 \times \text{Euribor12M} = 10\% - 2 \times 6\% = -2\%$ ) la cedola assumerebbe valori negativi. Contemporaneamente l'emittente è esposto al rischio di pagare cedole particolarmente onerose nel caso in cui i tassi di mercato dovessero scendere fino a valori molto bassi (es. Euribor12M 0,50% e cedola =  $10\% - 2 \times \text{Euribor12M} = 10\% - 2 \times 0,50\% = 9\%$ ). Al fine di evitare questi due scenari (cedole negative e cedole molto elevate) le parti possono inserire nel titolo strutturato un collar che vede l'investitore in posizione lunga<sup>51</sup>. Questi cioè avrà diritto a ricevere una somma di denaro se il tasso di interesse supererà un certa soglia (tasso cap) e contemporaneamente si impegna a pagare una somma di denaro se i tassi di interesse dovessero scendere al di sotto di un'altra soglia (tasso floor). Riprendendo l'esempio fatto in precedenza, qualora le parti si siano accordate per avere cedole non negative e non superiori al 7%, il tasso soglia cap dovrebbe essere fissato al 5% ed il tasso floor al 1,50%.

Si può verificare come nel caso in cui il tasso Euribor 12M raggiunga valori superiori al tasso cap del 5%, ad esempio il 6%, i valori dello swap sarebbero pari a  $10\% - 2 \times 6\% = -2\%$ , ma il superamento del tasso cap del 5% porterebbe a recuperare la differenza dell'1% ( $6\% - 5\% = 1\%$ ) che corretta per l'effetto leva pari a 2 darebbe un risultato pari al +2%. La somma tra i flussi dello swap (-2%) ed i flussi del collar (+2%) renderebbero la cedola nulla. Allo stesso tempo valori dell'Euribor 12M inferiori al tasso floor del 1,50%, ad esempio l'1%, non avrebbero l'effetto di veder aumentare le cedole oltre il valore limite del 7% prefissato in quanto, se è vero che il flusso dello swap darebbe valori pari all'8% ( $10\% - 2 \times 1\% = 8\%$ ), il fatto che il tasso di mercato sia sceso al di sotto della soglia floor dell'1,50% impone all'investitore di restituire la differenza dello 0,50% ( $1,50\% - 1\% = 0,50\%$ ) che corretta per l'effetto leva pari a 2 darebbe un risultato dell'1%. La somma dei flussi dello swap (+8%) e dei flussi del collar (-1%) avrebbe l'effetto di limitare il valore della cedola alla soglia massima del 7%.

È altresì ipotizzabile una strutturazione del titolo che preveda per un primo periodo un rendimento cedolare a tasso fisso e, solo a partire da una data futura il passaggio ad una indicizzazione rovesciata ai tassi di interesse di mercato. Rispetto alla struttura di un Reverse Floater descritta in precedenza, la posticipazione del meccanismo di indicizzazione rovesciata richiederà l'utilizzo di un forward start IRS, ovvero di uno swap che prevede date di regolamento solo a partire da una data futura rispetto alla data di emissione dell'obbligazione strutturata.

---

<sup>51</sup> Nel caso la struttura dello swap preveda un effetto leva sul tasso di interesse di mercato, tale effetto di amplificazione dovrà essere previsto anche all'interno del collar.

## 9.6 Credit Default Obligation (CDO)

Una Credit Default Obligation (CDO) è un'obbligazione i cui flussi periodali sono collegati al verificarsi o meno dello stato di default di un soggetto di riferimento (reference entity). Un esempio di CDO potrebbe prevedere cedole a tasso fisso che, al verificarsi del default della reference entity verranno corrisposte solo per il 50%. Altresì si può ipotizzare una CDO nella quale il fallimento della reference entity non avrà effetto sulla componente cedolare, ma vedrà l'emittente restituire solo una percentuale del capitale investito. La struttura di una CDO richiede l'abbinamento di un'obbligazione standard ed un credit derivatives. Nel primo caso (dimezzamento delle cedole) all'obbligazione standard si dovrà abbinare un Credit Default Swap (CDS), ovvero uno swap che in ogni data di regolamento andrà a verificare se la reference entity è o meno in stato di default e, qualora lo sia, vedrà una parte maturare il diritto a ricevere una somma di denaro, mentre qualora non lo sia la stessa parte si impegnerà a pagare alla controparte una somma di denaro. Nel caso in cui il default abbia effetti solamente sul rimborso del capitale sarà invece necessario l'abbinamento di un'obbligazione con una Binary option<sup>52</sup> scritta sul credit event "default". L'opzione, venduta dall'investitore all'emittente, prevederà che, se alla data di regolamento la reference entity si troverà in una situazione di default, l'investitore effettuerà un pagamento all'emittente di una somma di denaro prefissata. Tale pagamento verrebbe scontato sul prezzo di rimborso dell'obbligazione, producendo l'effetto di una restituzione solo parziale del capitale investito.

## 9.7 I certificates

Avendo definito un titolo strutturato come l'abbinamento di un rapporto obbligazionario con uno o più strumenti derivati, è possibile ricondurre in tale categoria di strumenti finanziari i certificates. Un certificate è una forma di investimento che racchiude un insieme di derivati cartolarizzati, cioè dei derivati incorporati in un titolo con caratteristiche standardizzate ed emesso in serie da un emittente (un intermediario finanziario), che può essere negoziato all'interno di un mercato regolamentato. La circostanza che l'investitore versa una somma al momento della sottoscrizione maturando il diritto ad ottenere ad una data futura una somma di denaro in funzione dell'andamento di una o più variabili economiche di riferimento (tassi di interesse, tassi di cambio, valute, ecc.) richiama caratteristiche tipiche dei rapporti obbligazionari, dove il sottoscrittore, a fronte del pagamento del prezzo di acquisto, matura il diritto a vedersi restituito il capitale e gli eventuali interessi su di esso maturati.

Il ricorso all'interno dei certificates di una serie di opzioni, in posizioni diverse ed a volte di natura esotica, rendono le performance dei certificates più articolate rispetto a quelle di un'obbligazione standard. In particolare è possibile che, al verificarsi di determinate condizioni, il certificate preveda il rimborso di una somma di denaro inferiore rispetto a quella versata dall'investitore, facendo venir meno la garanzia del rimborso del capitale tipica dei rapporti obbligazionari. La presenza di diverse condizioni e soglie di attivazione (trigger) implicite nelle opzioni incorporate nel certificates consentono anche il raggiungimento di effetti leva altrimenti non raggiungibili tramite rapporti di natura obbligazionaria.

---

<sup>52</sup> Per una trattazione delle Binary option si veda il capitolo sulle opzioni esotiche.

In base alla classificazione proposta dall'Associazione Italiana Certificate e Prodotti di Investimento (ACEPI) si distinguono certificates (1) a capitale protetto, (2) a capitale condizionatamente protetto, (3) a capitale non protetto e (4) a leva.

Un certificate a capitale protetto è uno strumento che, se sottoscritto durante la fase di collocamento e se detenuto fino al rimborso, offre all'investitore la garanzia del capitale investito. Eventuali remunerazioni saranno funzione dell'andamento delle variabili di riferimento utilizzate come sottostanti nelle opzioni alla base del certificate.

Un certificate a capitale condizionatamente protetto prevede una garanzia parziale del capitale, condizionata al non raggiungimento di determinati livelli barriera stabiliti all'emissione. La certezza del rimborso del capitale viene meno a causa delle posizioni assunte implicitamente dall'investitore su una o più opzioni. Qualora i livelli barriera previsti dal certificate vengano raggiunti, le perdite maturate sulle opzioni andranno in decurtazione del capitale investito con l'effetto di restituire all'investitore solo una percentuale del suo investimento.

L'investitore che sceglie un certificate a capitale non protetto è esposto direttamente alle fluttuazioni del prezzo di una o più attività sottostanti. Ne segue che ogni volta che si verifichi un deprezzamento del sottostante di riferimento del certificate, il valore del certificate diminuirà proporzionalmente, compromettendo il valore del certificato e con esso il capitale investito dall'investitore. Ovviamente in caso di forte apprezzamento del sottostante, le performance del certificate saranno altrettanto lineari.

Nei certificate a leva (leverage certificates) l'esposizione dell'investitore all'andamento del prezzo di mercato del sottostante è più che proporzionale, facendo sì che i guadagni e le perdite derivanti dall'andamento del prezzo di mercato dell'attività di riferimento verranno amplificati. La possibilità che le posizioni assunte dall'investitore sulle opzioni sottostanti il certificate possano essere sia lunghe che corte, consente la costruzione di certificate in grado di reagire in misura opposta agli andamenti del mercato, mettendo l'investitore in condizione di sfruttare sia aspettative rialziste che ribassiste.

Le dimensioni contenute dei certificate, per acquistare i quali è possibile trovare soglie minime di investimento anche di poche centinaia di euro, inseriscono tali strumenti tra quelli maggiormente accessibili agli investitori retail per ciò che riguarda l'operatività in derivati. Mentre i margini richiesti per entrare in un future o i premi per un contratto di opzione sono in genere di importo tale da non rendere i derivati uno strumento tipico del mercato retail, i certificate possono essere considerati come un esempio di contatto tra gli strumenti derivati e gli investitori retail. Le conoscenze spesso limitate dei piccoli investitori riguardo le caratteristiche dei singoli strumenti finanziari ed il funzionamento dei diversi mercati ha sollevato dubbi in merito all'opportunità che a tale clientela venga dato accesso ad un'operatività in derivati. Il grado di complessità strutturale, spesso elevato, dei certificate ripropone tale interrogativo, ridimensionato nella sua rilevanza solo dagli importi contenuti dei singoli certificate.

---



## Conclusioni

L'obiettivo del lavoro è stato analizzare le diverse tipologie di strumenti finanziari derivati utilizzati dagli operatori dei mercati finanziari, al fine di comprenderne la logica, le caratteristiche, il pricing e le modalità di impiego. Partendo dalle definizioni di base si è passati ad una trattazione che ha visto gli strumenti più elementari (forward e future) precedere soluzioni più articolate (options e swap) fino a giungere a strumenti con gradi di complessità maggiori (opzioni esotiche e titoli strutturati). L'analisi è stata intenzionalmente orientata agli aspetti più gestionali dei contratti, pur non tralasciando gli aspetti basilari relativi al pricing. La conoscenza delle caratteristiche dei diversi derivati e l'analisi delle differenze che li contraddistinguono, consentono alcune considerazioni orientate a favorire una visione d'insieme dell'argomento.

L'interrogativo in merito alla natura destabilizzante dei derivati, proposto in apertura del lavoro, che ha portato a qualcuno a definire tali strumenti addirittura come delle "armi (finanziarie) di distruzione di massa"<sup>53</sup> può trovare risposta considerando le diverse finalità di impiego di tali strumenti. Se un utilizzo a fini di copertura (hedging) ha l'effetto per un operatore di ridurre il suo grado di esposizione al rischio di oscillazione del prezzo di un'attività, è l'utilizzo a fini speculativi a poter sortire l'effetto contrario. Consentire ad un singolo operatore di aumentare la sua esposizione verso il mercato in relazione ad un determinato rischio, fino al punto da compromettere, in caso di perdita, i propri equilibri economico-finanziari e patrimoniali in misura tale da giungere al default, sottolinea la necessità di una regolamentazione in merito all'utilizzo di tali strumenti. La domanda di regolamentazione è rafforzata dall'eventualità che il fallimento del singolo operatore inneschi un effetto domino che porti al default altri operatori, con il rischio - soprattutto nel caso in cui ad operare in derivati siano intermediari finanziari - di un crollo del sistema finanziario nel suo complesso e l'avvio di una crisi sistemica. Gli avvenimenti relativi alla crisi finanziaria sviluppatasi a partire dal 2007 hanno dimostrato come i comportamenti delle principali investment banks mondiali abbiano trovato nel ricorso ai derivati la possibilità di porre in essere comportamenti rivelatisi essere oltremodo azzardati nella convinzione, probabilmente, di essere in grado di gestire livelli di rischi così elevati. Se la risposta più semplice alla domanda di prevenzione circa possibili nuove crisi finanziarie sembrerebbe essere il divieto assoluto del ricorso ai derivati per finalità speculative, la considerazione che le controparti di un derivato potrebbero avere finalità differenti e che senza la liquidità fornita dagli speculatori il mercato rischierebbe di non garantire ai soggetti che operano con finalità di copertura (hedgers) lo stesso grado di efficienza, richiede l'elaborazione di soluzioni meno drastiche, richiamando la necessità di operare su un sistema dei controlli (sia esterni, sia interni) in grado di (1) misurare l'esposizione al rischio dei singoli operatori e (2) valutarne la sostenibilità, anche alla luce della rilevanza dell'operatore nel sistema finanziario ed in generale delle interconnessioni che questo ha con gli altri operatori del mercato. La natura internazionale sia dei mercati di strumenti derivati, sia degli operatori che lo alimentano, richiede la fissazione di regole comuni nei diversi Paesi ed un'attività di coordinamento tra le rispettive autorità di vigilanza. Se è chiaro che gli sforzi richiesti per regolamentare adeguatamente l'operatività in derivati, senza comprometterne l'efficienza, sono notevoli, il contributo di tali mercati al funzionamento del sistema finanziario e l'esperienza recente di quelle che possono essere le conseguenze per l'economia reale, sottolineano l'opportunità di un'attività orientata in tal senso.

---

<sup>53</sup> Tale espressione è stata utilizzata da Warren Buffet (uno tra gli investitori privati più facoltoso del mercato americano) in merito alla capacità di far movimentare ad investitori di piccole dimensioni capitali in misura ben superiore rispetto alle loro reali capacità finanziarie, grazie all'effetto leva implicito nei derivati.

Una seconda considerazione riguarda il ruolo dei derivati nel meccanismo di propagazione della recente crisi finanziaria ed in generale l'opportunità circa la presenza o meno dei derivati all'interno dei mercati finanziari. Una delle argomentazioni utilizzate da chi sostiene l'idea che sarebbe opportuno proibire l'utilizzo dei derivati riguarda il ruolo che questi hanno avuto nella trasmissione degli effetti della crisi. L'ipotesi è che in assenza di derivati non sarebbe stato possibile attuare il trasferimento del rischio che ha innescato la crisi di fiducia nei mercati finanziari, la conseguente crisi di liquidità, la successiva stretta creditizia nei confronti di imprese e famiglie (credit crunch) ed in generale la crisi economica che ne è seguita. L'ipotesi, tanto affascinante quanto pericolosa, sarebbe in sostanza che senza derivati non ci sarebbe stata propagazione della crisi. Sarebbe quindi sufficiente proibire il ricorso ai derivati per scongiurare il ripetersi di nuove crisi. Ancora una volta il fatto che sia l'utilizzo dello strumento a renderlo speculativo o di copertura e non la sua natura, porta a dire che, se è vero che grazie ai derivati il meccanismo di contagio è stato facilitato, la possibilità di porre in essere operazioni speculative e la tendenza dei mercati ad operare su scala internazionale prescindono dal ricorso ai derivati. Il tentativo di attribuire all'esistenza del derivato in quanto tale la responsabilità esclusiva di una crisi finanziaria rischia di fornire una visione distorta del fenomeno e di non coglierne la vera natura. Normative ispirate a logiche di proibizionismo finanziario, che vietassero il ricorso ai derivati, non metterebbero al riparo dal rischio di operazioni speculative poste in essere mediante altri strumenti che, seppur meno potenti, sarebbero comunque in grado di compromettere il funzionamento del sistema.

Le potenzialità ed i rischi legati all'utilizzo dei derivati dovrebbero incentivarne la domanda di conoscenza. Se è chiaro che l'operatività dei risk manager ed asset manager non può prescindere dalla conoscenza dei derivati indipendentemente dalla frequenza con la quale decideranno di farvi ricorso, in quanto questi rappresentano uno strumento di gestione a disposizione, la circostanza che vede i derivati essere presenti all'interno di rapporti ad essi apparentemente estranei (es. mutui, leasing, obbligazioni, fondi comuni di investimento, ecc.) suggerisce l'opportunità di una conoscenza (almeno sugli aspetti fondamentali) di tali strumenti da parte di un pubblico più vasto. Il ricorso diffuso ai derivati da parte delle amministrazioni pubbliche, sia a livello centrale sia a livello di enti locali, è un ulteriore esempio di come una conoscenza di base sui derivati sia richiesta anche al di fuori di contesti prettamente finanziari. I rischi di un ricorso ai derivati in assenza di una consapevolezza piena dei rischi ad essi associati, così come la possibilità che questi non vengano impiegati nei casi in cui rappresenterebbero la soluzione ideale, richiamano aspetti riconducibili al tema delle scelte consapevoli e del comportamento degli operatori. Se gli aspetti legati alla conoscenza (in questo caso dei derivati) non sono di per sé sufficienti a garantire il raggiungimento di un set informativo ideale, in loro assenza aumenta notevolmente il rischio di compiere scelte non ottimali o errati.



## ***Bibliografia***

- Anolli M. (2001). Gli strumenti derivati. In (a cura di) AA.VV. “I mercati e gli strumenti finanziari”. Utet. Torino.
- Associazione Italiana Certificati e Prodotti di Investimento (ACEPI). (<http://www.acepi.it>)
- Bank of International Settlement (2012). Statistics on Derivatives (2012). (<http://www.bis.org/statistics/derstats.htm>)
- Caparrelli F. (2001). I Derivati. McGraw-Hill.
- Caputo Nasseti F. (2007). Contratti derivati finanziari (I). Egea. Milano.
- Choudhry M. (2004). An Introduction to Credit Derivatives. Butterworth-Heinemann. UK.
- Cox J.C., Ingersoll J.E., Ross S.A. (1981). The relationship between forward prices and futures prices. *Journal of Financial Economics*, 9, pp. 321-346.
- Das S.(2005). Credit Derivatives: Cdos and Structured Credit Products. John Wiley & Sons. USA.
- Drago D. (2003). Gli strumenti derivati. In (a cura di) Fabrizi P.L., Forestieri G., Mottura P. “Gli strumenti e i servizi finanziari”. Egea. Milano.
- Drago D. (2007). Securitization, CDO e covered bonds. Bancaria editrice. Roma.
- Gabbi G., Zanotti G. (2007). Climate variables and weather derivatives. Gas demand, temperature and seasonality effects in the Italian case. In “Weather, Energy and Environmental hedging. An Introduction”. ICFA press.
- Gregoriou G.N., R. Pascalau (2011). Financial Econometrics Modeling: Derivatives Pricing, Hedge Funds and Term Structure Models. Palgrave Macmillan. UK.
- Hull J.C. (2006). Options, Futures and other derivatives. Pearson. USA.
- Hull J.C. (2008). Risk Management and Financial Institutions. Pearson. USA.
- Hull J.C. (2010). Fundamentals of Futures and Options Markets. Pearson. USA.
- International Swap and Derivatives Association (2012). ISDA Market Survey (2012). (<http://www2.isda.org/>)
- Maspero D. (2000). L’attività bancaria in derivati. Bancaria editrice, Roma (Italia).
- Moriconi F. (1994). Matematica finanziaria. Il Mulino. Bologna.

- Navin R.(2007). The mathematics of derivatives. Wiley and Sons. USA.
- Nyse-Euronext (2012). Robusta coffee futures – contract specification. (www.euronext.com).
- Pampurini F. (2010). Le obbligazioni strutturate. Utet. Torino (Italia).
- Pena A., Zanotti G. (2010). On the role of behavioural finance in the pricing of financial derivatives: the case of the S&P500. Carefin working paper.
- Pomante U., Saita F., Zanotti G. (2011). L'utilizzo degli strumenti derivati nella gestione di portafoglio. In (a cura di) Fabrizi P.L. "Economia del mercato mobiliare". Egea. Milano.
- Taleb N.N. (1997). Dynamic Hedging: Managing Vanilla and Exotic Options. Wiley Finance. USA.
- Tolle S., B. Hutter, P. Rüthermann, H. Wohlwend (2006). I prodotti strutturati nella gestione patrimoniale. Egea, Milano (Italia).
- Torben A. (2005). Global Derivatives - A Strategic Risk Management Perspective. Pearson. USA.

---

Edito da EIF-e.Book, [www.eifebook.com](http://www.eifebook.com)

Prima edizione, Ottobre 2012

ISBN 978-88-96639-14-6

Stampato e distribuito da Lulu Enterprises, Inc.

860 Aviation Parkway, Suite 300

Morrisville, NC 27560 - U.S.A.

[www.lulu.com](http://www.lulu.com)

ID: 13275930