

**CAPITOLO II – PROGETTO E VERIFICA DI GIUNTI INCOLLATI A  
SEMPLICE SOVRAPPOSIZIONE SIMMETRICI E  
A DOPPIA SOVRAPPOSIZIONE BILANCIATI**

### **1. Introduzione**

Sulla base dei risultati presentati nel Capitolo I, viene qui sviluppata un'estesa analisi parametrica del comportamento di giunti incollati a semplice e doppia sovrapposizione, sollecitati a taglio e flessione o a sforzo normale.

Per entrambi i tipi di giunti, è possibile individuare (§§ 2. e 3.) alcuni parametri adimensionali, funzioni delle caratteristiche meccaniche e geometriche di aderenti e adesivo, da cui dipende il loro comportamento meccanico ed in particolare lo stato limite ultimo per frattura dell'interfaccia.

Per la sollecitazione di taglio e flessione la frattura dell'interfaccia si manifesta attraverso un meccanismo di tipo *opening*, noto come modo I.

Nel §4.1. sono trattate separatamente le azioni di taglio e momento flettente.

In entrambi i casi, sono fornite curve del rapporto  $G_1/G_{10}$  in funzione del parametro di carico (taglio o momento adimensionalizzato) al variare, entro limiti opportuni e significativi, degli altri parametri adimensionali.

La stessa analisi è riproposta per giunti sollecitati a sforzo normale (§4.2.), per i quali la frattura dell'interfaccia si manifesta attraverso un meccanismo di tipo *sliding*, noto come modo II. Sono quindi fornite curve del

to  $G_{II}/G_{IIO}$  in funzione dello sforzo normale adimensionalizzato, al variare degli altri parametri adimensionali che governano il problema.

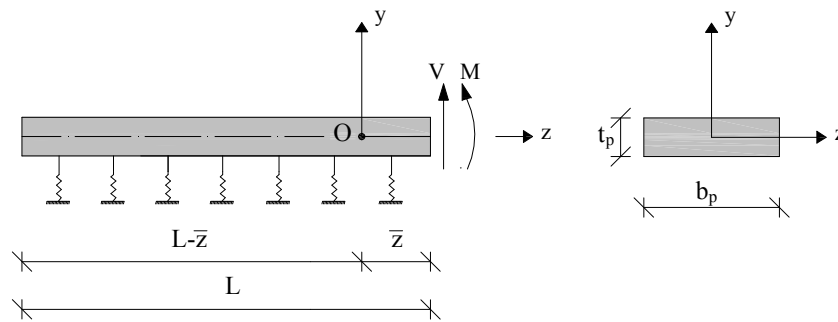
Nel §4.3. capitolo sono inoltre presentati domini ultimi V-T (taglio-sforzo normale) e M-T (momento flettente-sforzo normale) nei riguardi della frattura dell'interfaccia per modo misto I/II. Essi risultano di prezioso ausilio nei problemi di progetto e/o di verifica di giunti a semplice e doppia sovrapposizione, sollecitati sia assialmente che trasversalmente.

Infine, lo studio è completato dai risultati di un'ulteriore analisi parametrica (§5.), relativa al degrado della capacità portante per taglio e sforzo normale di giunti incollati, a semplice e doppia sovrapposizione, all'evolvere di un difetto iniziale di incollaggio.

## 2. Adimensionalizzazione del problema di equilibrio di giunti a doppia sovrapposizione bilanciati

### 2.1. Sollecitazione di taglio e flessione

Con riferimento allo schema ausiliario di figura 2.1, al quale è possibile ricondursi per le considerazioni sviluppate nel §2. del Capitolo I, ed ai simboli finora introdotti, si pone:



**Figura 2.1** – Giunto sollecitato a taglio e flessione - Schema ausiliario.

$$L_1^* = \omega_{21} L, \quad (2.1a)$$

$$\bar{z}^* = \omega_{21} \bar{z}, \quad (2.1b)$$

$$t = \omega_{21} z, \quad (2.1c)$$

$$\delta_e^* = \omega_{21} \delta_e, \quad (2.1d)$$

$$\delta_u^* = \omega_{21} \delta_u, \quad (2.1e)$$

$$\delta_i^* = \omega_{21} \delta_i \quad (i = 1,2). \quad (2.1f-g)$$

Inoltre, con riferimento alle costanti di integrazione, da A a H, anch'esse introdotte nel §2. del Capitolo 1, qui denotate genericamente con il simbolo  $(\cdot)$ , si pone:

$$(\cdot)^* = \omega_{21}(\cdot). \quad (2.2)$$

E' agevole verificare che le ulteriori costanti (a,b,c,d) del succitato §2., possono essere riscritte nella forma seguente, in funzione delle quantità adimensionali sopra introdotte:

$$a = e^{\frac{\omega_{11}(L_1^* - \bar{z}^*)}{\omega_{21}}} \cos \left[ \frac{\omega_{11}(L_1^* - \bar{z}^*)}{\omega_{21}} \right], \quad (2.3a)$$

$$b = e^{\frac{\omega_{11}(L_1^* - \bar{z}^*)}{\omega_{21}}} \text{sen} \left[ \frac{\omega_{11}(L_1^* - \bar{z}^*)}{\omega_{21}} \right], \quad (2.3b)$$

$$c = e^{-\frac{\omega_{11}(L_1^* - \bar{z}^*)}{\omega_{21}}} \cos \left[ \frac{\omega_{11}(L_1^* - \bar{z}^*)}{\omega_{21}} \right], \quad (2.3c)$$

$$d = e^{-\frac{\omega_{11}(L_1^* - \bar{z}^*)}{\omega_{21}}} \text{sen} \left[ \frac{\omega_{11}(L_1^* - \bar{z}^*)}{\omega_{21}} \right]. \quad (2.3d)$$

Sostituendo alle diverse quantità, che figurano nelle (2.20) del Capitolo 1, le corrispondenti quantità adimensionali, si perviene alla seguente espressione matriciale:

$$\begin{bmatrix}
 -b & -a & d & c & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 (a+b) & (a-b) & (d-c) & (d+c) & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 1 & 0 & 1 & 0 & -1 & -1 & -1 & 0 \\
 -\frac{\omega_{11}}{\omega_{21}} & \frac{\omega_{11}}{\omega_{21}} & \frac{\omega_{11}}{\omega_{21}} & \frac{\omega_{11}}{\omega_{21}} & -1 & 1 & 0 & -1 \\
 0 & -2\left(\frac{\omega_{11}}{\omega_{21}}\right)^2 & 0 & 2\left(\frac{\omega_{11}}{\omega_{21}}\right)^2 & -1 & -1 & 1 & 0 \\
 2\left(\frac{\omega_{11}}{\omega_{21}}\right)^2 & 2\left(\frac{\omega_{11}}{\omega_{21}}\right)^2 & -2\left(\frac{\omega_{11}}{\omega_{21}}\right)^2 & 2\left(\frac{\omega_{11}}{\omega_{21}}\right)^2 & -1 & 1 & 0 & 1 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & e^{\bar{z}^*} & e^{\bar{z}^*} & -\cos(\bar{z}^*) & -\sin(\bar{z}^*) \\
 0 & 0 & 0 & 0 & e^{\bar{z}^*} & -e^{\bar{z}^*} & \sin(\bar{z}^*) & -\cos(\bar{z}^*)
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 A^* \\
 B^* \\
 C^* \\
 D^* \\
 E^* \\
 F^* \\
 G^* \\
 H^*
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 0 \\
 0 \\
 -\delta_u^* \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 -M^* \\
 V^*
 \end{bmatrix}
 \quad (2.4a)$$

dove:

$$M^* = \frac{M}{E_p I_p \omega_{21}}, \quad (2.4b)$$

$$V^* = \frac{V}{E_p I_p \omega_{21}^2}. \quad (2.4.c)$$

Alla adimensionalizzazione delle (2.20) del Capitolo I va associata quella della funzione obiettivo (eqn. (5.6) del Capitolo I):

$$\delta_i^*(0) - \delta_e^* = 0 \quad (i = 1 \text{ oppure } 2). \quad (2.4d)$$

Ne consegue agevolmente che il comportamento meccanico del giunto dipende dai seguenti tre parametri adimensionali:

$$L_1^*, \delta_u^*, \frac{\omega_{11}}{\omega_{21}}. \quad (2.5a-c)$$

Nei riguardi della frattura dell'interfaccia e nell'ambito dei casi di interesse tecnico, la lunghezza di un giunto è generalmente condizionata dal modo II (*sliding*) ed è quindi opportuno che essa risulti prossima al valore efficace,  $L_{eff}$ . Com'è dimostrato nell'Appendice 4, tale valore corrisponde a quello minimo per il quale ulteriori allungamenti del giunto non comportano incrementi dello sforzo normale ultimo.

E' agevole verificare che, ad una siffatta distanza dalla estremità caricata, gli effetti flessio-taglianti (modo I) possono considerarsi ampiamente estinti, come se la lunghezza del giunto (o dello schema ausiliario) fosse infinita. Ne consegue la possibilità di limitare l'analisi ai soli due parametri  $\delta_u^*$ ,  $\omega_{1I}/\omega_{2I}$ .

Ciò premesso, sulla base di ragionevoli stime sulle proprietà geometriche e meccaniche di adesivi e aderenti, sono presi in considerazioni i seguenti valori dei due suddetti parametri:

$$\delta_u^* = 0.001; 0.01; 0.02; 0.03; 0.04; 0.05; 0.10; 0.20; 0.30; 0.40; 0.50; \quad (2.6a)$$

$$\frac{\omega_{1I}}{\omega_{2I}} = 1.00; 1.25; 1.50; 1.75; 2.00; 2.25; 2.50; 2.75; 3.00. \quad (2.6b)$$

Infine, riesce utili osservare che sussistono le seguenti relazioni:

$$\frac{\delta_e^*}{\delta_u^*} = \left( 1 + 4 \left( \frac{\omega_{1I}}{\omega_{2I}} \right)^4 \right)^{-1}, \quad (2.6a)$$

$$\frac{\sigma}{\sigma_u} = \begin{cases} \frac{\delta_1^*}{\delta_e^*} & \text{se } -(L_1^* - \bar{z}^*) \leq t \leq 0 \\ \frac{\delta_u^* + \delta_2^*}{\delta_u^* - \delta_e^*} & \text{se } 0 \leq t \leq \bar{z}^* \end{cases} \quad (2.7a)$$

$$(2.7b)$$

## 2.2. Sollecitazione di sforzo normale

Con riferimento allo schema ausiliario di figura 2.2, al quale è possibile ricondursi in base alle considerazioni sviluppate nel §3. del Capitolo I, ed ai simboli finora introdotti, si pone:

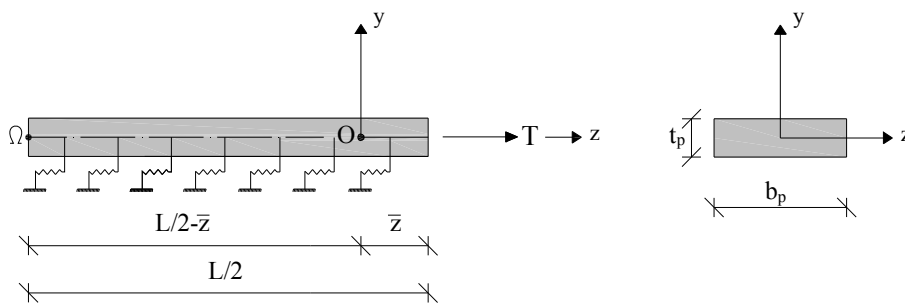


Figura 2.2 – Giunto sollecitato a sforzo normale - Schema ausiliario.

$$L_{II}^* = \omega_{2II} L, \quad (2.8a)$$

$$\bar{z}^* = \omega_{2II} \bar{z}, \quad (2.8b)$$

$$t = \omega_{2II} z, \quad (2.8c)$$

$$s_e^* = \omega_{2II} s_e, \quad (2.8d)$$

$$s_u^* = \omega_{2II} s_u, \quad (2.8e)$$

$$s_i^* = \omega_{2II} s_i \quad (i = 1,2). \quad (2.8f-g)$$

Inoltre, con riferimento alle costanti di integrazione, da A a D, introdotte nel §3. del Capitolo 1, genericamente qui denotate con il simbolo  $(\cdot)$ , si pone:

$$(\cdot)^* = \omega_{2II} (\cdot). \quad (2.9)$$

Sostituendo alle diverse quantità, che figurano nella (3.9) del Capitolo 1, le corrispondenti quantità adimensionali, sopra riportate, si perviene alla seguente espressione matriciale:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -\text{sen } \bar{z}^* & \text{cos } \bar{z}^* \\ 0 & \frac{\omega_{III}}{\omega_{2II}} & 0 & -1 \\ \frac{\omega_{III}}{\omega_{2II}} \text{senh} \left[ -\frac{\omega_{III}}{\omega_{2II}} \left( \frac{L_{II}^*}{2} - \bar{z}^* \right) \right] & \frac{\omega_{III}}{\omega_{2II}} \text{cosh} \left[ -\frac{\omega_{III}}{\omega_{2II}} \left( \frac{L_{II}^*}{2} - \bar{z}^* \right) \right] & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A^* \\ B^* \\ C^* \\ D^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_u^* \\ T^* \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (2.10a)$$

dove:

$$T^* = \frac{T}{E_p b_p t_p}. \quad (2.10b)$$

Alla adimensionalizzazione delle (3.9) del Capitolo I va associata quella della funzione obiettivo (eq. (3.7) del Capitolo I):

$$s_i^*(0) - s_c^* = 0 \quad (i = 1 \text{ oppure } 2). \quad (2.10c)$$

In analogia a quanto già osservato nel §2.1., il comportamento meccanico del giunto sollecitato a sforzo normale dipende dai tre parametri adimensionali di seguito elencati:

$$L_{II}^*, s_u^*, \frac{\omega_{III}}{\omega_{2II}}. \quad (2.11a-c)$$

Nelle successive analisi sono presi in considerazione i seguenti valori dei suddetti parametri:



$$L_{II}^* = 0.50 L_{eff}^* ; 0.75 L_{eff}^* ; 1.00 L_{eff}^* ; \quad (2.12a)$$

$$s_u^* = 0.0001; 0.002; 0.004; 0.006; 0.008; 0.01 ; \quad (2.12b)$$

$$\frac{\omega_{III}}{\omega_{2II}} = 1.00, 1.50, 2.00, 2.50, 3.00. \quad (2.12c)$$

Nella (2.12a) risulta (vedere Appendice A4):

$$L_{eff}^* = L_{eff} \omega_{2II} = \pi . \quad (2.13)$$

### 3. Adimensionalizzazione del problema di equilibrio di giunti incollati a semplice sovrapposizione simmetrici

Come già è stato osservato nel §4. del Capitolo I e com'è dettagliatamente esposto nell'Appendice A5, il problema di equilibrio di giunti incollati a semplice sovrapposizione simmetrici può essere trattato in analogia a quello di giunti a doppia sovrapposizione bilanciati.

Infatti, l'adimensionalizzazione introdotta per questi ultimi (§§2.1. e 2.2.), può essere adottata anche per giunti a semplice sovrapposizione simmetrici, per i quali è inoltre possibile avvalersi di schemi ausiliari e di procedure iterative analoghe a quelle proposte per i giunti a doppia sovrapposizione bilanciati. In particolare, i risultati numerici conseguiti per i giunti a doppia sovrapposizione possono essere utilizzati anche per quelli a semplice sovrapposizione simmetrici avendo l'accortezza, per il solo problema di taglio e flessione, di dimezzare il valore del parametro  $L_1^*$  e di raddoppiare quelli dei parametri costitutivi dell'adesivo  $(\alpha_1, \beta_1)$ . Da un punto di vista operativo, nel caso di giunti di lunghezza infinita, ciò equivale a riferirsi al seguente valore del parametro  $\delta_u^*$ :

$$\delta_u^* = \sqrt[4]{\frac{2 \beta_1 b_p}{E_p I_p}} \delta_u, \quad (3.1)$$

in luogo di quello corrispondente per giunti a doppia sovrapposizione bilanciati, che risulta essere  $\sqrt[4]{2}$  volte più piccolo del precedente:

$$\delta_u^* = \sqrt[4]{\frac{\beta_1 b_p}{E_p I_p}} \delta_u. \quad (3.2)$$

Con tali premesse, è possibile unificare la trattazione dei due tipi di giunti, a semplice sovrapposizione simmetrici e a doppia sovrapposizione bilanciati, con vantaggio per l'esposizione e per l'utilizzazione dei risultati conseguiti.

**4. Giunti a semplice sovrapposizione simmetrici e a doppia sovrapposizione bilanciati sollecitati a taglio e flessione e a sforzo normale: rapporti  $G_I/G_{I0}$  e  $G_{II}/G_{II0}$  .**

In base a quanto osservato in precedenza, il comportamento dei giunti incollati a semplice sovrapposizione simmetrici e a doppia sovrapposizione bilanciati può essere analizzato efficacemente, senza apprezzabili errori sul piano tecnico, disaccoppiando il problema flessotagliante da quello estensionale. Tali problemi dipendono dai seguenti parametri adimensionali:

- sollecitazione da taglio e flessione

$$L_I^*, \delta_u^*, \frac{\omega_{1I}}{\omega_{2I}}, M^*, V^*; \tag{4.1a}$$

- sollecitazione da sforzo normale

$$L_{II}^*, s_u^*, \frac{\omega_{1II}}{\omega_{2II}}, T^*. \tag{4.1b}$$

Il significato dei suddetti parametri è stato definito nei §§2.1. e 2.2. del presente Capitolo.

**4.1. Sollecitazione di taglio e flessione**

Nell'ambito dello studio del comportamento meccanico di giunti a semplice e doppia sovrapposizione sollecitati a taglio e flessione, sono di seguito riportati diversi abachi del rapporto  $G_I/G_{I0}$  (§1. del Capitolo I) al variare del parametro di carico, che può essere separatamente  $M^*$  (Figg. 4.1a-l) o  $V^*$  (Figg. 4.2 a-l).

I suddetti abachi si riferiscono a prefissati valori dei parametri adimensionali  $\delta_u^*$  e  $\omega_{1I}/\omega_{2I}$  (§2.1. del presente Capitolo). L'influenza del parametro  $L_I^*$  può essere trascurata in quanto in tutti i casi di interesse tecnico la lunghezza del giunto, di solito dimensionata con riferimento al modo II di frattura, risulta

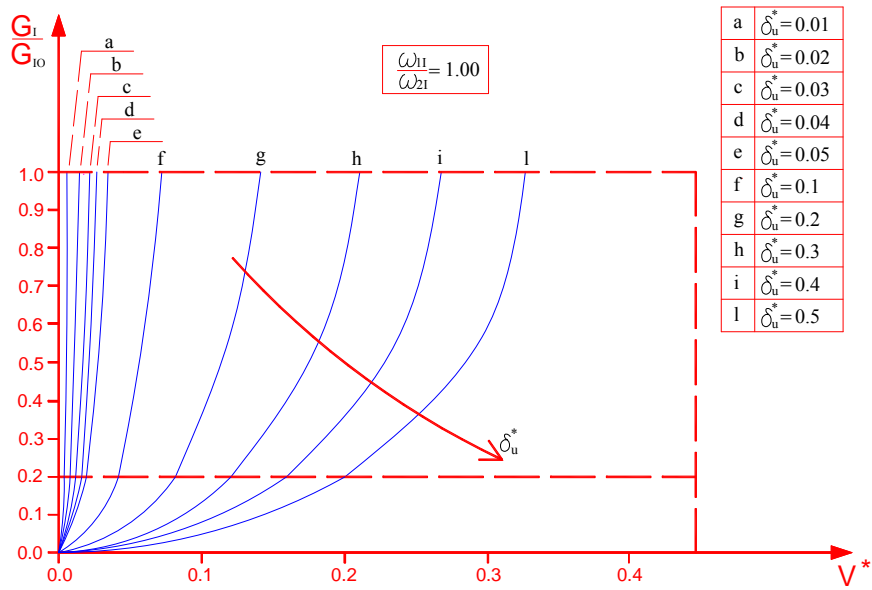
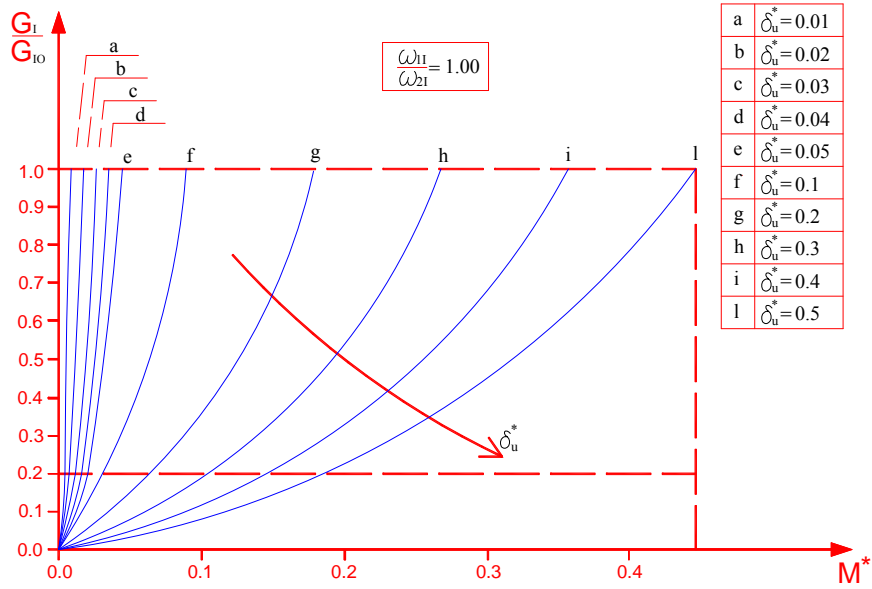
praticamente “infinita” nei riguardi del modo I. Tale circostanza, come gli esperimenti numerici hanno dimostrato, si verifica già per valori di  $L_1^* \leq 2$ .

Ciascun abaco si riferisce ad un prefissato valore del rapporto  $\omega_{11}/\omega_{21}$ , tra quelli prescelti, e le diverse curve in esso riportate corrispondono ad altrettanti valori differenti del parametro  $\delta_u^*$ .

Tenendo conto della (2.7a) del presente capitolo, su ciascuna delle suddette curve lo stato limite elastico è attinto in corrispondenza di un comune valore del rapporto  $\omega_{11}/\omega_{21}$ , pari a:

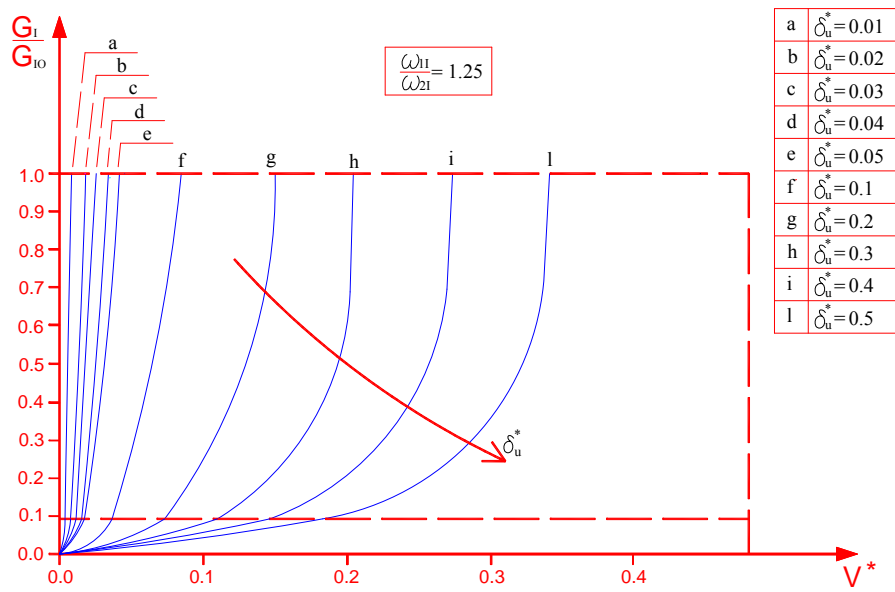
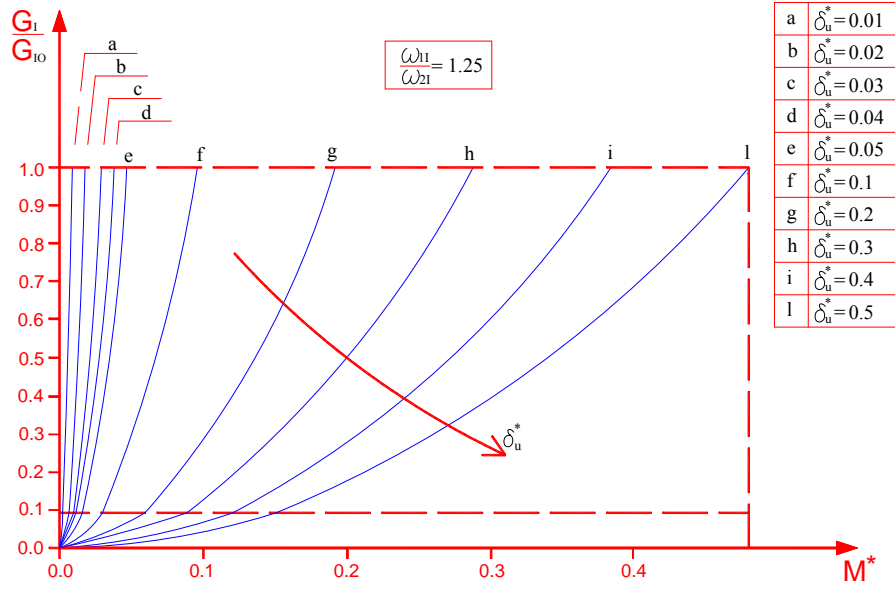
$$\left( \frac{G_I}{G_{10}} \right)_{el} = \frac{1}{4 + \left( \frac{\omega_{11}}{\omega_{21}} \right)^4}. \quad (4.2)$$

La successione degli abachi è stata organizzata raggruppando su una medesima facciata due di essi che corrispondono allo stesso valore del rapporto  $\omega_{11}/\omega_{21}$ : uno in funzione di  $M^*$  e l'altro in funzione di  $V^*$ .



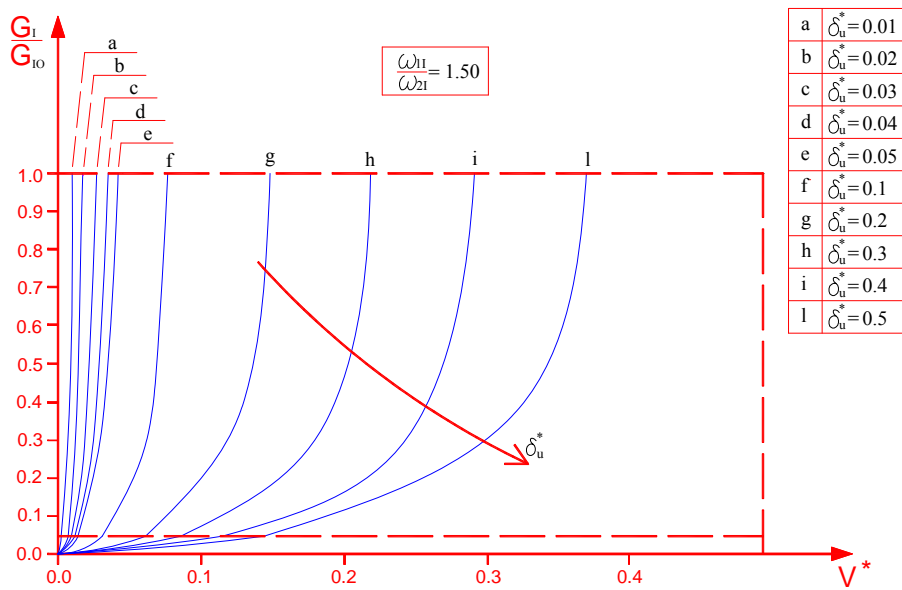
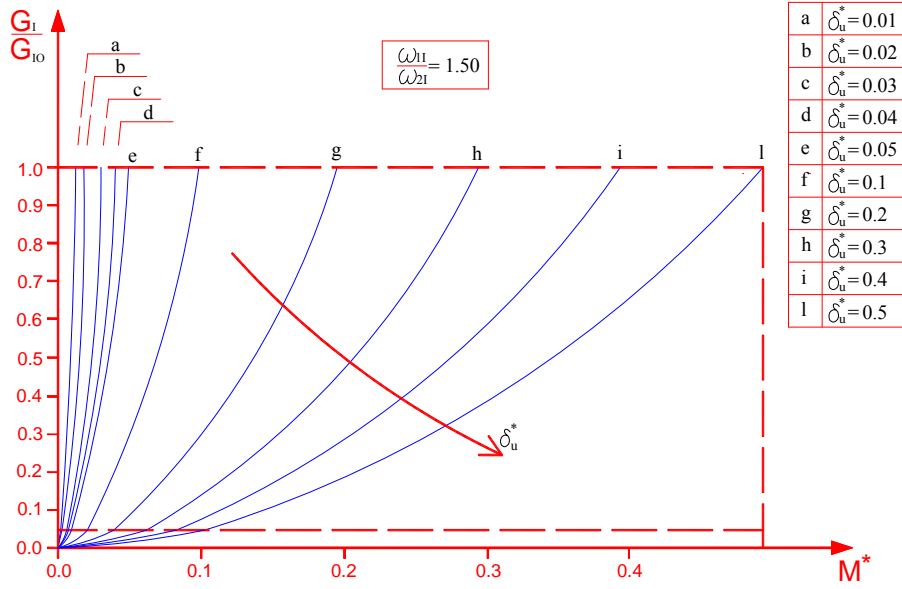
**Figura 4.1a** – Curva  $M^* - G_1/G_{10}$  per  $\omega_{11}/\omega_{21} = 1.00$  .

**Figura 4.2a** – Curva  $V^* - G_1/G_{10}$  per  $\omega_{11}/\omega_{21} = 1.00$  .



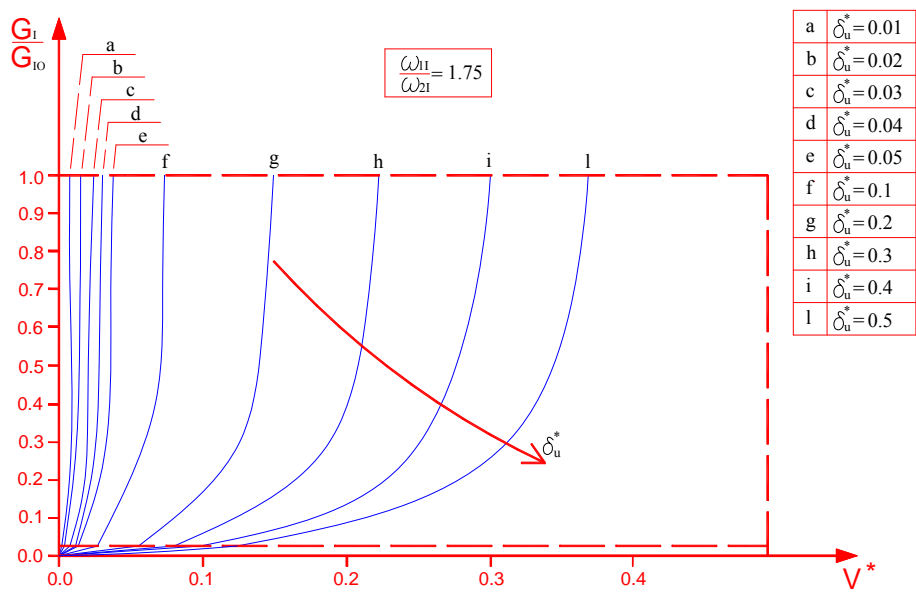
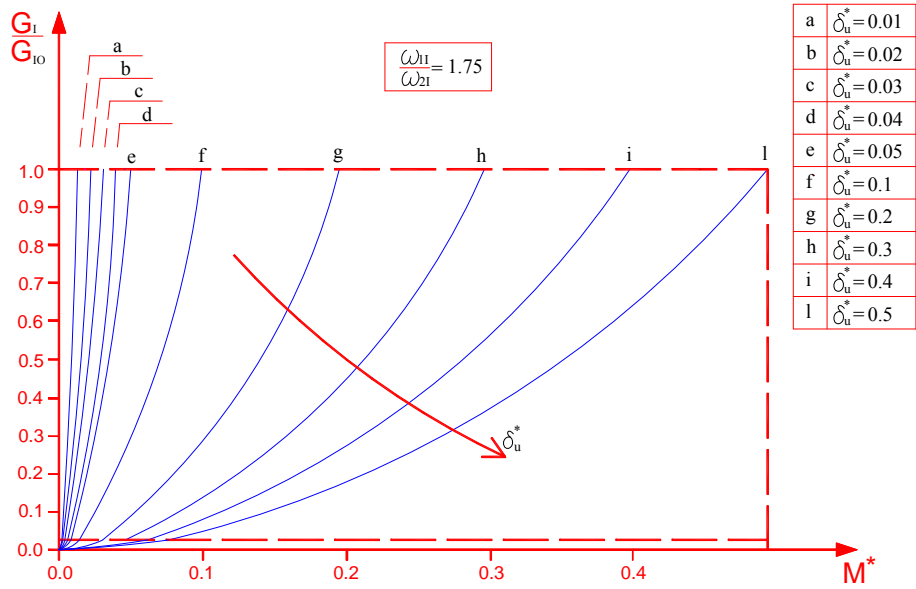
**Figura 4.1b** – Curva  $M^* - G_1/G_{10}$  per  $\omega_{11}/\omega_{21} = 1.25$  .

**Figura 4.2b** – Curva  $V^* - G_1/G_{10}$  per  $\omega_{11}/\omega_{21} = 1.25$  .



**Figura 4.1c** – Curva  $M^* - G_1/G_{10}$  per  $\omega_{11}/\omega_{21} = 1.50$  .

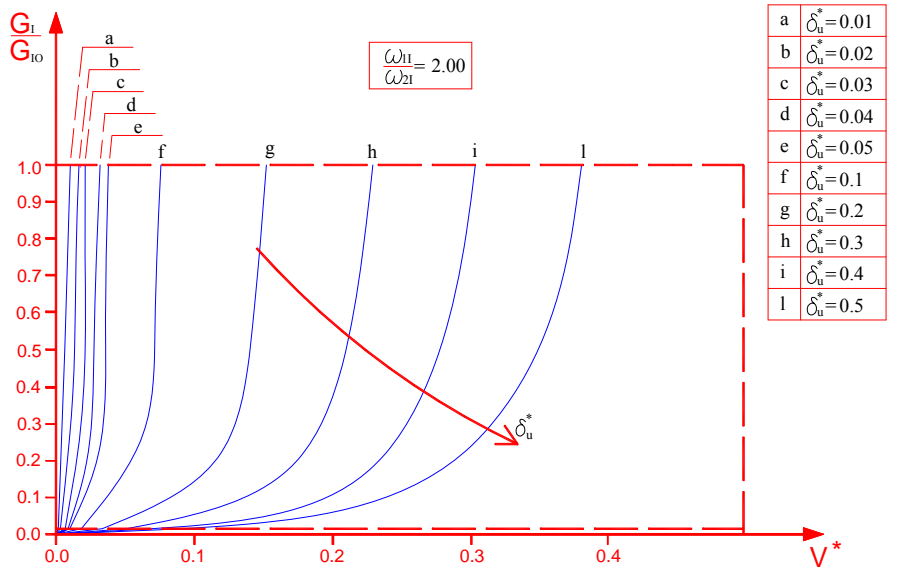
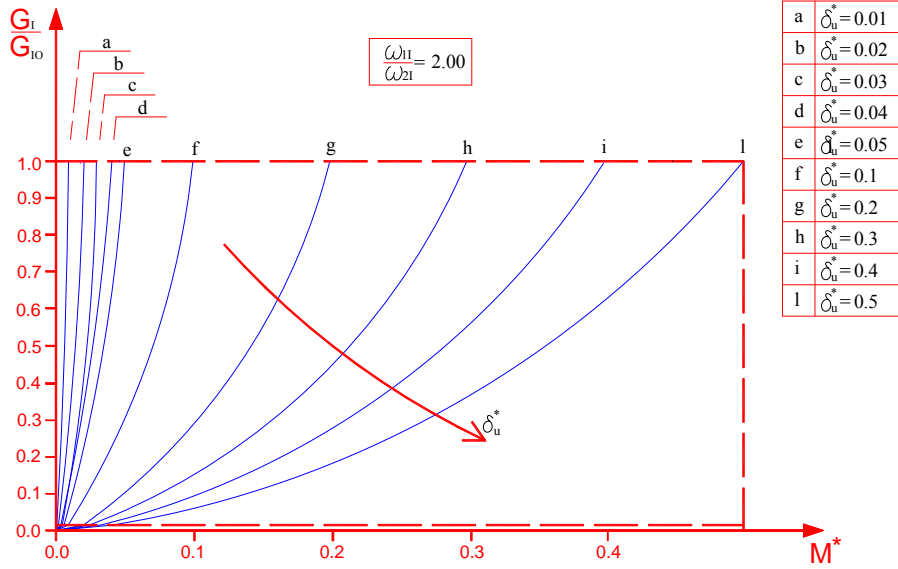
**Figura 4.2c** – Curva  $V^* - G_1/G_{10}$  per  $\omega_{11}/\omega_{21} = 1.50$  .



**Figura 4.1d** – Curva  $M^* - G_1/G_{10}$  per  $\omega_{11}/\omega_{21} = 1.75$  .

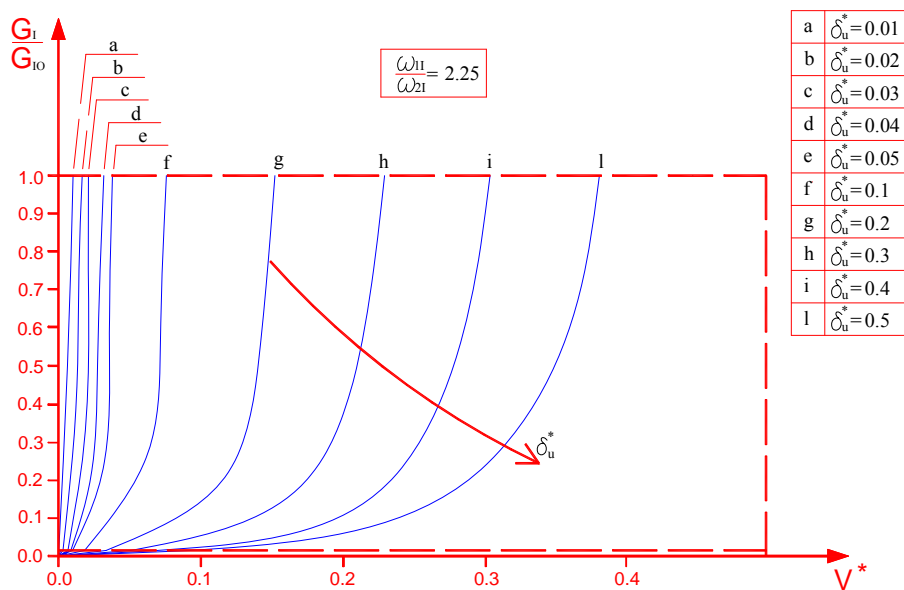
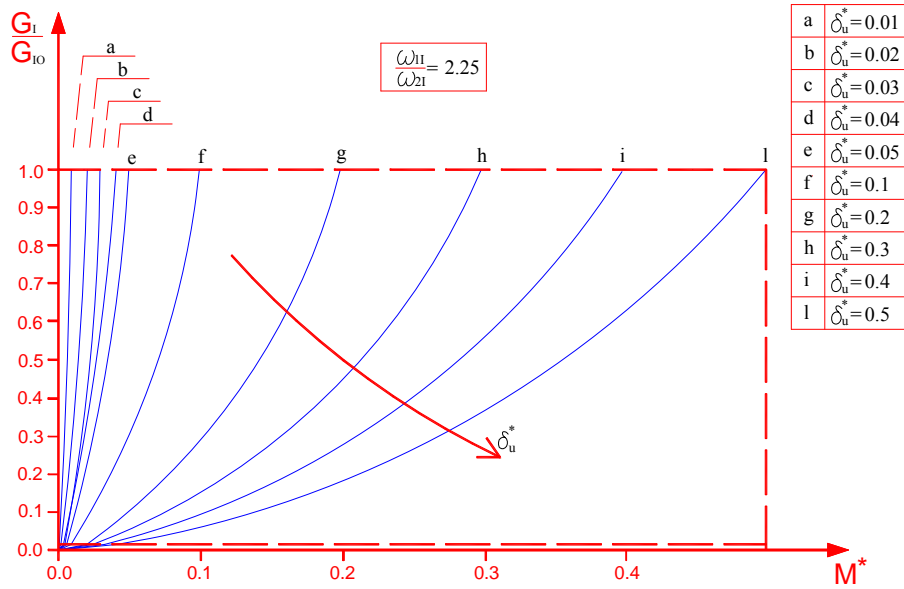
**Figura 4.2d** – Curva  $V^* - G_1/G_{10}$  per  $\omega_{11}/\omega_{21} = 1.75$  .





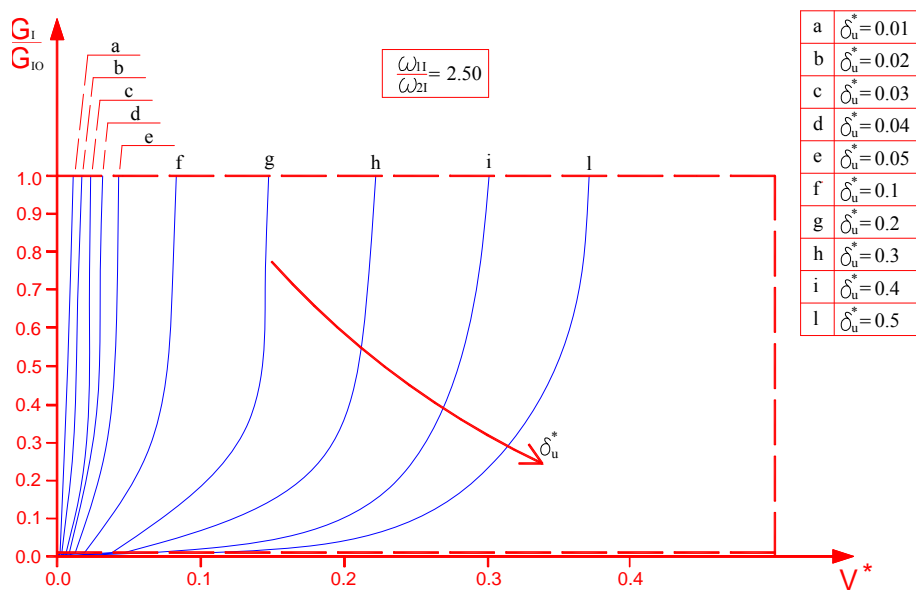
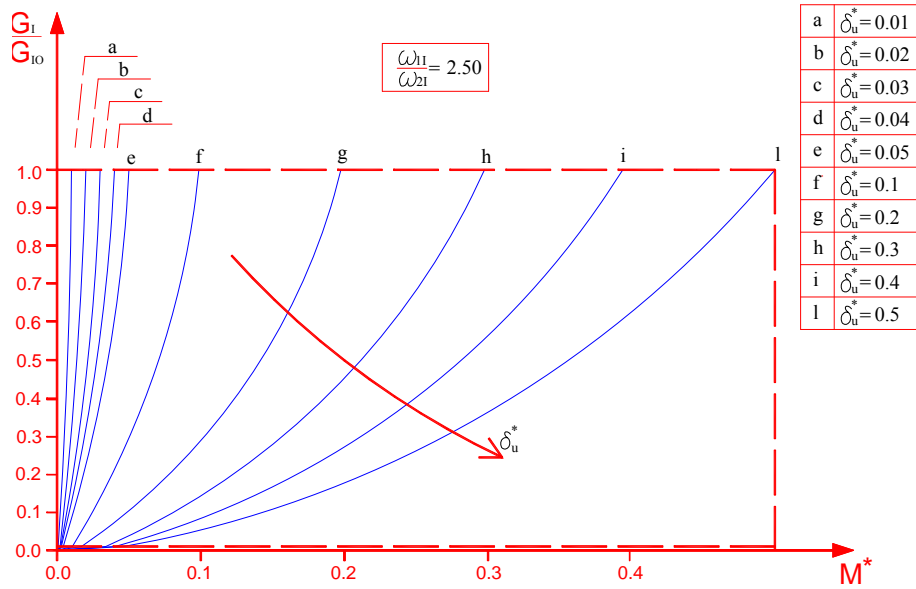
**Figura 4.1e** – Curva  $M^*$  -  $G_1/G_{10}$  per  $\omega_{11}/\omega_{21} = 2.00$  .

**Figura 4.2e** – Curva  $V^*$  -  $G_1/G_{10}$  per  $\omega_{11}/\omega_{21} = 2.00$  .



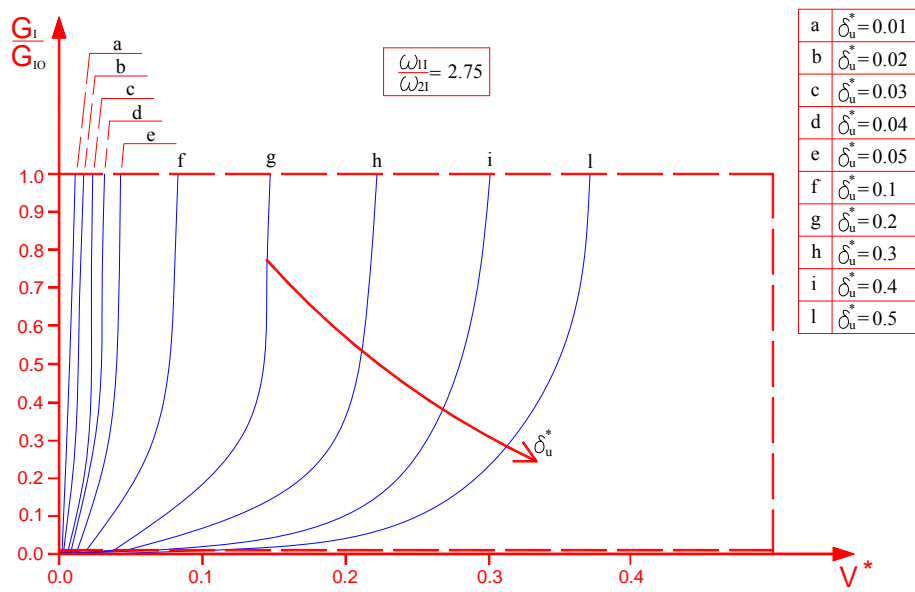
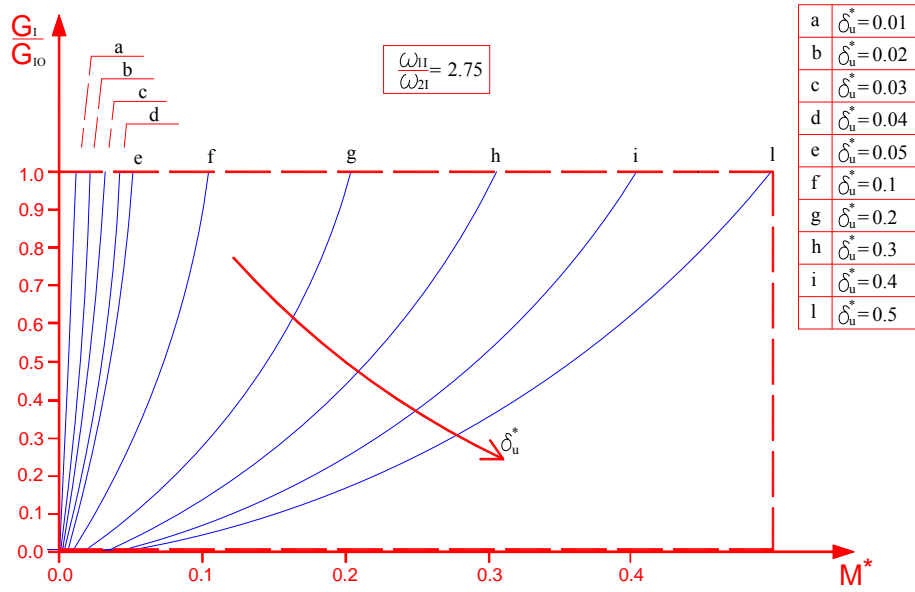
**Figura 4.1f** – Curva  $M^* - G_1/G_{10}$  per  $\omega_{11}/\omega_{21} = 2.25$  .

**Figura 4.2f** – Curva  $V^* - G_1/G_{10}$  per  $\omega_{11}/\omega_{21} = 2.25$  .



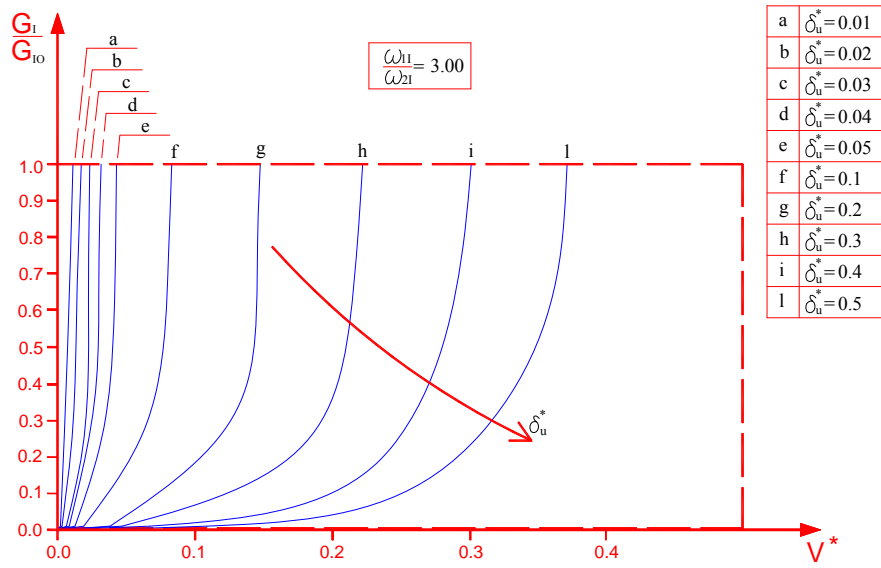
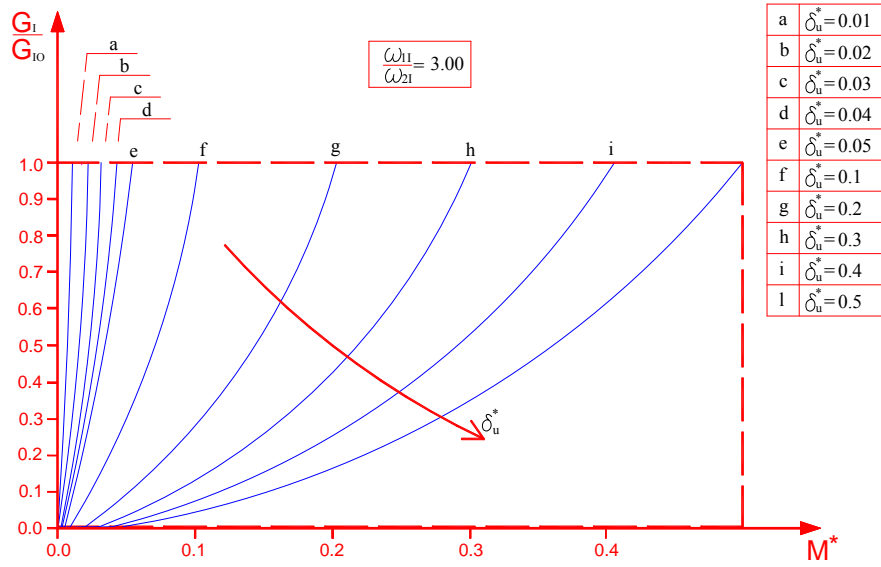
**Figura 4.1g** – Curva  $M^* - G_1/G_{10}$  per  $\omega_{11}/\omega_{21} = 2.50$  .

**Figura 4.2g** – Curva  $V^* - G_1/G_{10}$  per  $\omega_{11}/\omega_{21} = 2.50$  .



**Figura 4.1h** – Curva  $M^* - G_I/G_{10}$  per  $\omega_{11}/\omega_{21} = 2.75$  .

**Figura 4.2h** – Curva  $V^* - G_I/G_{10}$  per  $\omega_{11}/\omega_{21} = 2.75$  .



**Figura 4.1i** – Curva  $M^* - G_1/G_{10}$  per  $\omega_{11}/\omega_{21} = 3.00$  .

**Figura 4.2i** – Curva  $V^* - G_1/G_{10}$  per  $\omega_{11}/\omega_{21} = 3.00$  .

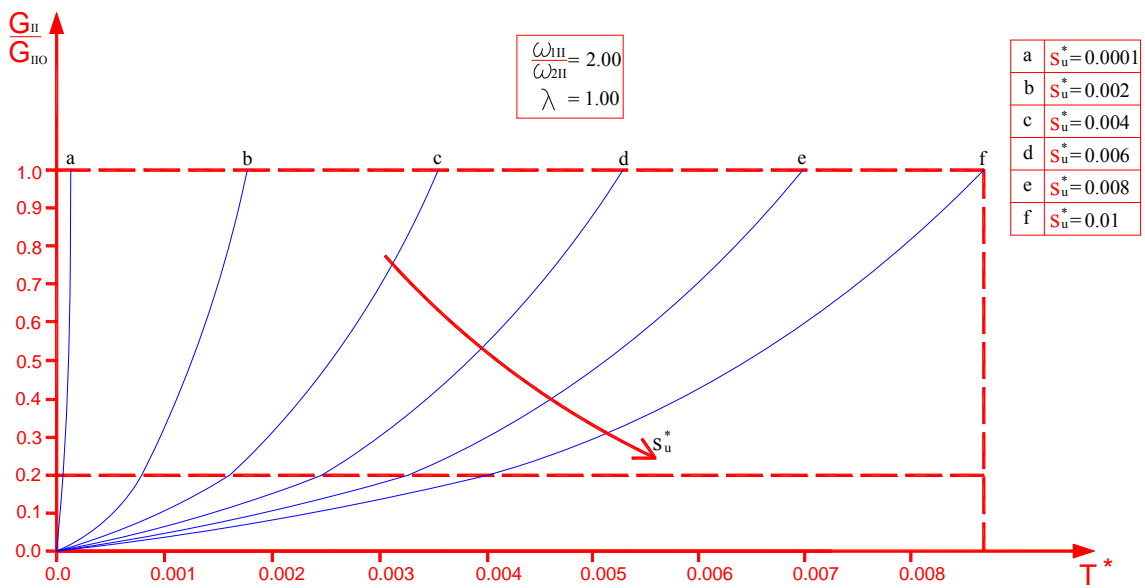
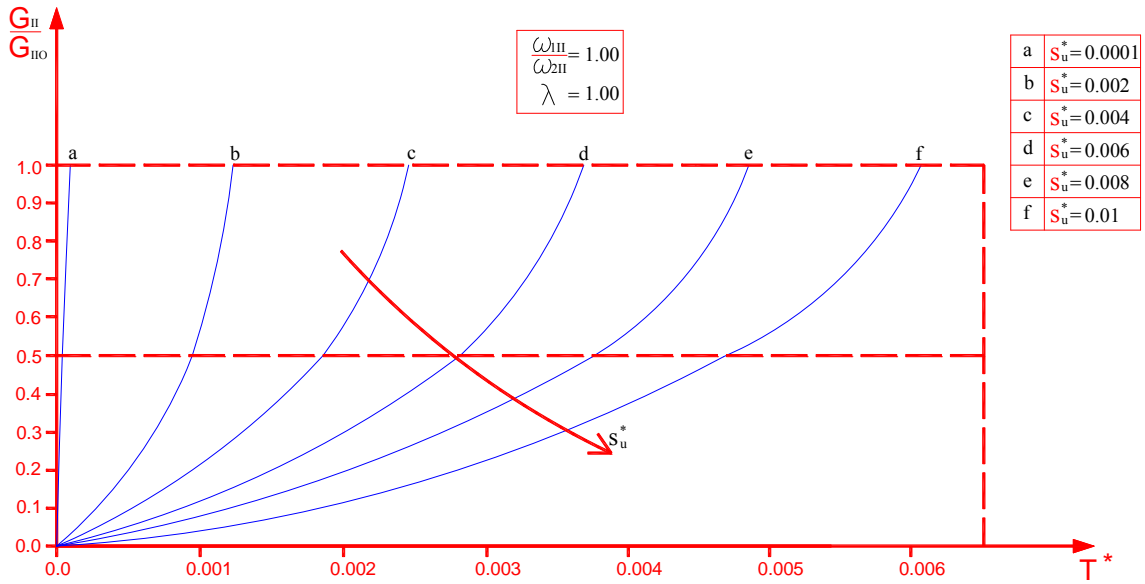
## 4.2. Sollecitazione di sforzo normale

Proseguendo l'analisi iniziata nel paragrafo precedente, sono qui presentati diversi abachi relativi al rapporto  $G_{II}/G_{II0}$  (§1. del Capitolo I) di giunti a semplice e doppia sovrapposizione sollecitati a sforzo normale, al variare del parametro adimensionale di carico,  $T^*$  (Figg. 4.3a-i).

Ciascun abaco si riferisce ad un prefissato valore di  $L_{II}^*$  e del rapporto  $\omega_{III}/\omega_{2II}$ , tra quelli prescelti, e le diverse curve in esso riportate corrispondono ad altrettanti valori differenti del parametro  $s_u^*$ .

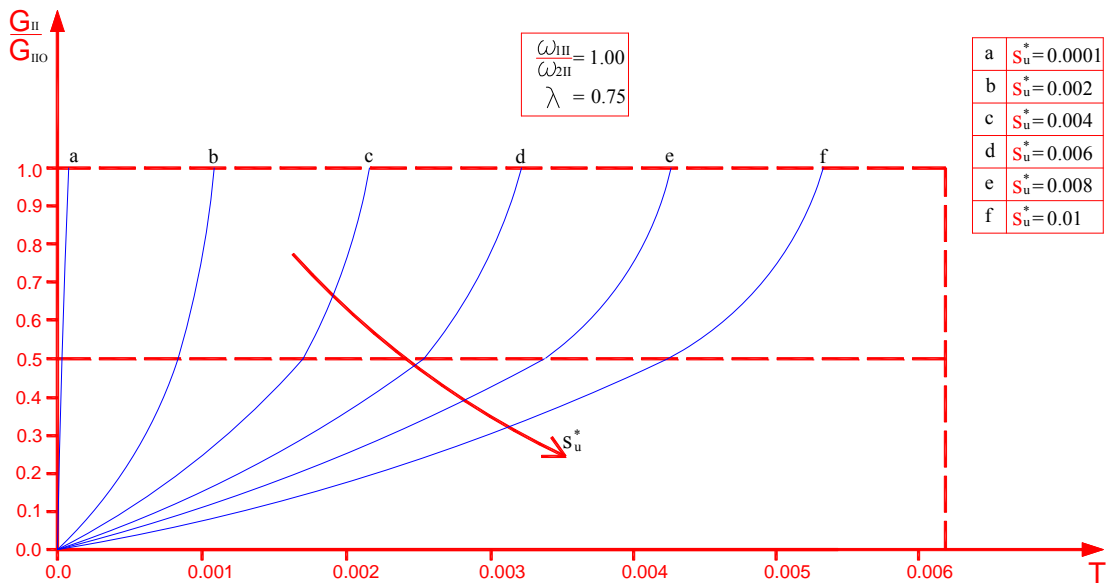
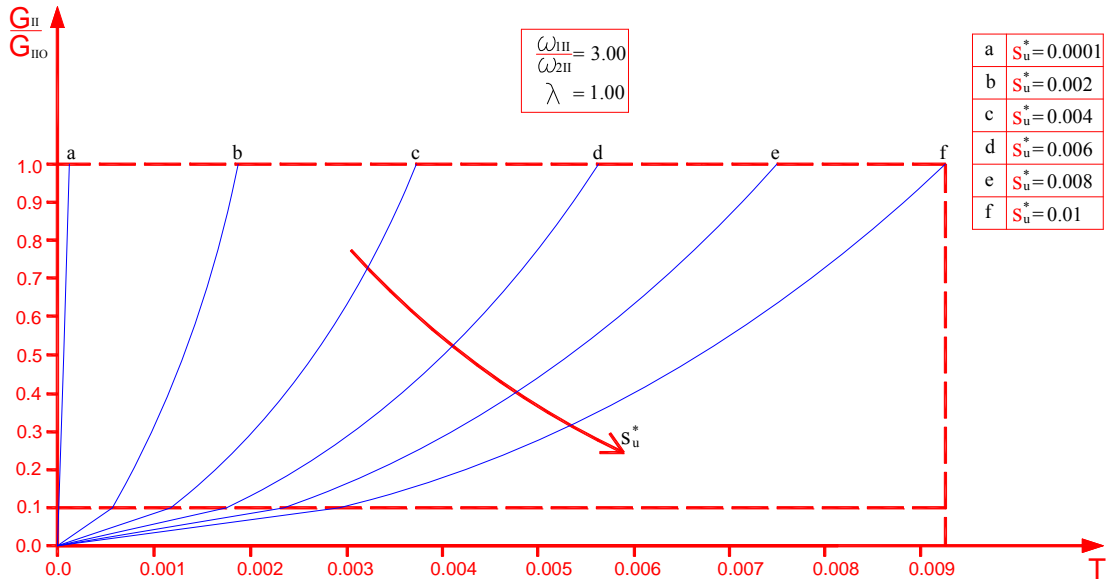
Tenendo conto della (2.13a) del presente Capitolo, su ciascuna delle suddette curve lo stato limite elastico è attinto in corrispondenza di un comune valore del rapporto  $G_{II}/G_{II0}$ , pari a:

$$\left( \frac{G_{II}}{G_{II0}} \right)_{el} = \frac{1}{1 + \left( \frac{\omega_{III}}{\omega_{2II}} \right)^2}. \quad (4.3)$$



**Figura 4.3a** – Curva  $T^* - G_{II}/G_{II0}$  per  $\omega_{1II}/\omega_{2II} = 1.00$  e  $\lambda = 1.00$  .

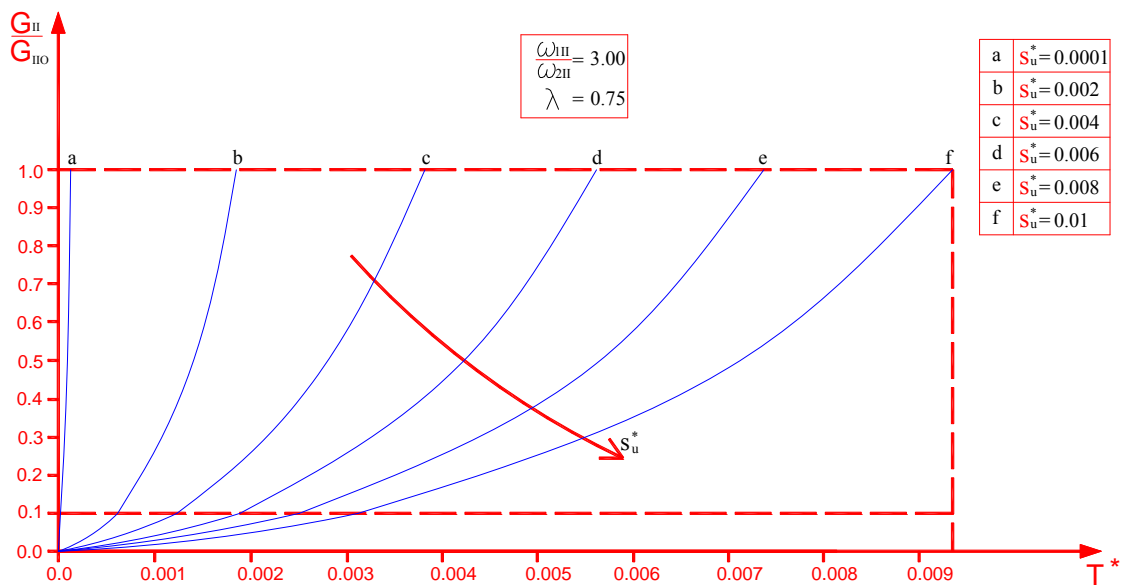
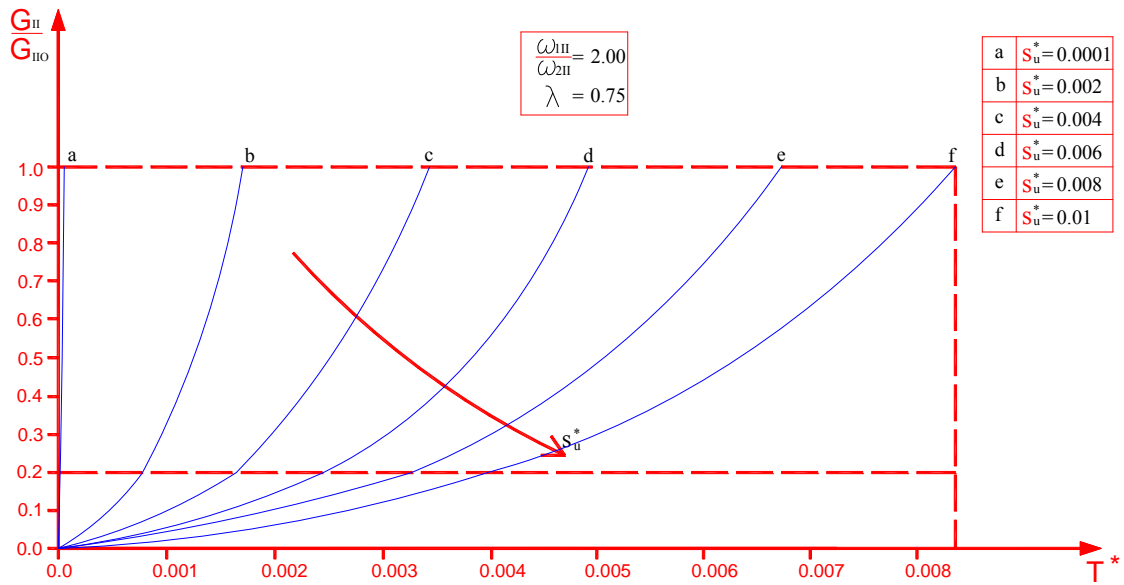
**Figura 4.3b** – Curva  $T^* - G_{II}/G_{II0}$  per  $\omega_{1II}/\omega_{2II} = 2.00$  e  $\lambda = 1.00$  .



**Figura 4.3c** – Curva  $T^* - G_{II}/G_{IIO}$  per  $\omega_{1II}/\omega_{2II} = 3.00$  e  $\lambda = 1.00$ .

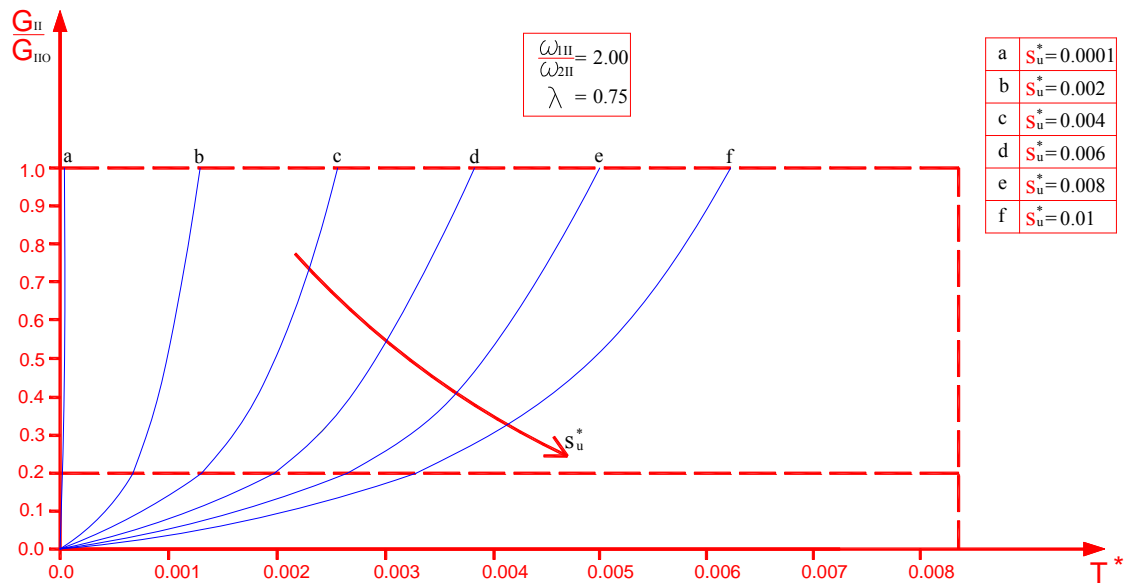
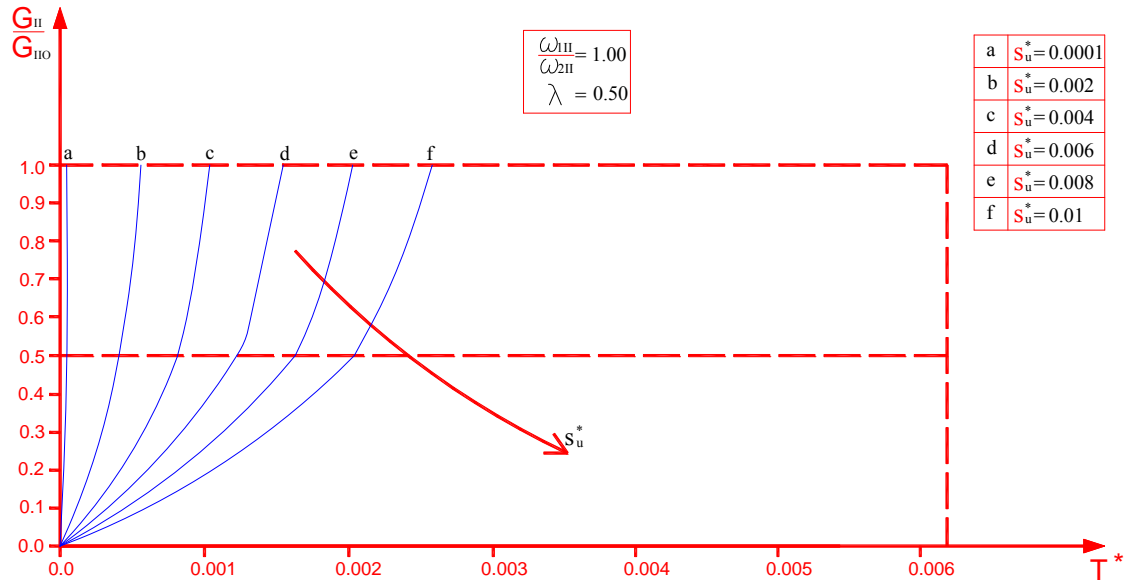
**Figura 4.3d** – Curva  $T^* - G_{II}/G_{IIO}$  per  $\omega_{1II}/\omega_{2II} = 1.00$  e  $\lambda = 0.75$ .





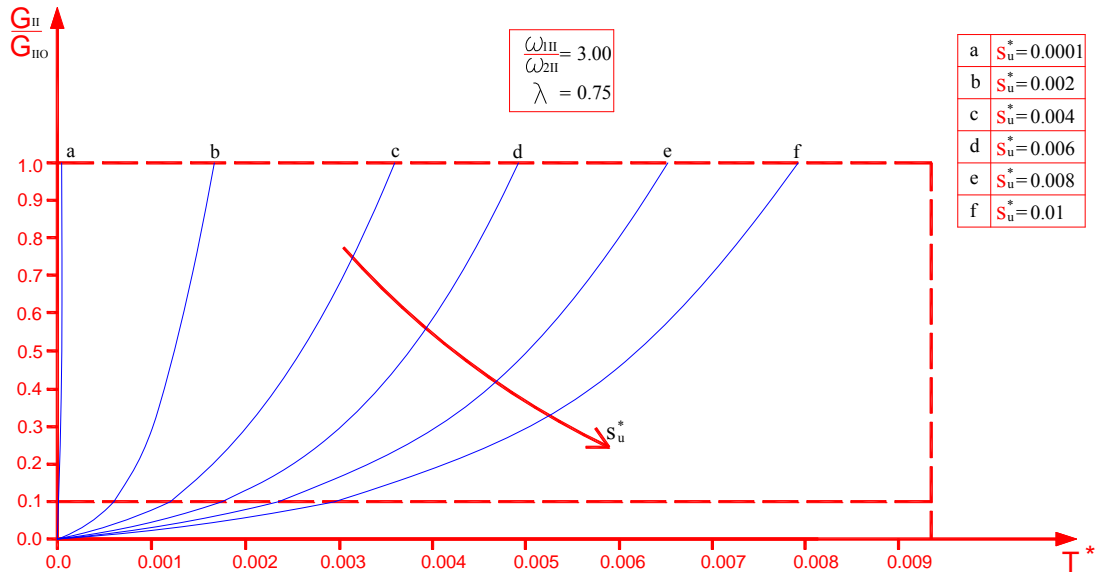
**Figura 4.3e** – Curva  $T^* - G_{II}/G_{IIO}$  per  $\omega_{1II}/\omega_{2II} = 2.00$  e  $\lambda = 0.75$ .

**Figura 4.3f** – Curva  $T^* - G_{II}/G_{IIO}$  per  $\omega_{1II}/\omega_{2II} = 3.00$  e  $\lambda = 0.75$ .



**Figura 4.3g** – Curva  $T^* - G_{II}/G_{IIO}$  per  $\omega_{1II}/\omega_{2II} = 1.00$  e  $\lambda = 0.50$ .

**Figura 4.3h** – Curva  $T^* - G_{II}/G_{IIO}$  per  $\omega_{1II}/\omega_{2II} = 2.00$  e  $\lambda = 0.50$ .



**Figura 4.3a** – Curva  $T^* - G_{II}/G_{II0}$  per  $\omega_{1II}/\omega_{2II} = 3.00$  e  $\lambda = 0.50$ .

### 4.3. Domini ultimi Momento-Sforzo Normale e Taglio-Sforzo Normale

Le diverse curve riportate negli abachi esposti nei precedenti paragrafi, o analoghe ulteriori curve corrispondenti a specifici valori dei parametri adimensionali, possono essere utilizzate per costruire domini ultimi di resistenza dell'interfaccia nei confronti della frattura mista per modo I e modo II, rispettando il criterio (1.3) del Capitolo I, qui di seguito richiamato:

$$\frac{G_I}{G_{I0}} + \frac{G_{II}}{G_{II0}} \leq 1. \quad (4.4)$$

La costruzione di tali domini può risultare di prezioso ausilio nei problemi di verifica di giunti a semplice e doppia sovrapposizione cementati da una azione di taglio o flessione e da sforzo normale.

Tale costruzione può essere perseguita attraverso la procedura che si passa ad esporre con riferimento specifico al caso di un giunto sollecitato da un momento flettente adimensionalizzato,  $M^*$ , e da uno sforzo normale,  $T^*$ , anch'esso adimensionalizzato.

Il giunto sia caratterizzato da valori assegnati dei parametri adimensionali  $\omega_{II}/\omega_{2I}$ ,  $\omega_{III}/\omega_{2II}$ ,  $\delta_u^*$ ,  $s_u^*$ ,  $L_I^*$ ,  $L_{II}^*$ , che possono ad esempio rientrare tra quelli presi in considerazione nei precedenti paragrafi.

Si suddivide l'intervallo  $[0,1]$  dell'asse  $G_I/G_{I0}$  in un numero opportuno di subintervalli ed in corrispondenza dei loro estremi, sulla curva di competenza (caratterizzata dai valori  $\omega_{II}/\omega_{2I}$ ,  $\delta_u^*$ ,  $L_I^*$ ), si ricavano i valori di  $M^*$ .

A ciascuno di questi ultimi va associato il competente valore dello sforzo normale adimensionalizzato,  $T^*$ , desumibile dall'appropriato abaco  $(\omega_{III}/\omega_{2II}$ ,  $s_u^*$ ,  $L_{II}^*)$  in corrispondenza dell'ordinata  $G_{II}/G_{II0} = 1 - G_I/G_{I0}$ .

Può risultare conveniente rappresentare il dominio ultimo sul piano  $(M^*/M_u^*$ ,  $T^*/T_u^*)$  essendo  $M_u^*$  e  $T_u^*$ , nell'ordine, i valori ultimi del momento flettente e del taglio adimensionalizzati, corrispondenti a valori unitari, rispettivamente, dei rapporti  $G_I/G_{I0}$  e  $G_{II}/G_{II0}$ .

Infatti, su tale piano il dominio ultimo costruito risulta inscritto nel quadrato di lato unitario, con centro nell'origine del sistema di riferimento.

Di seguito sono riportati, a titolo di esempio, alcuni domini ultimi ricavati con la procedura sopra descritta.

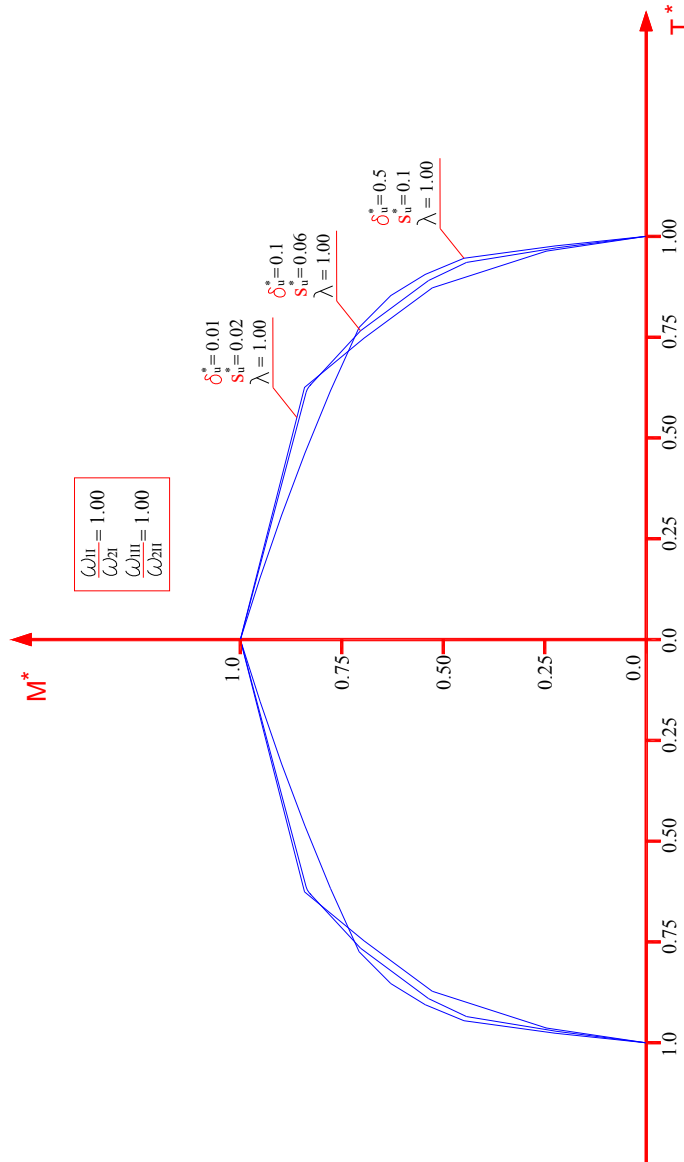
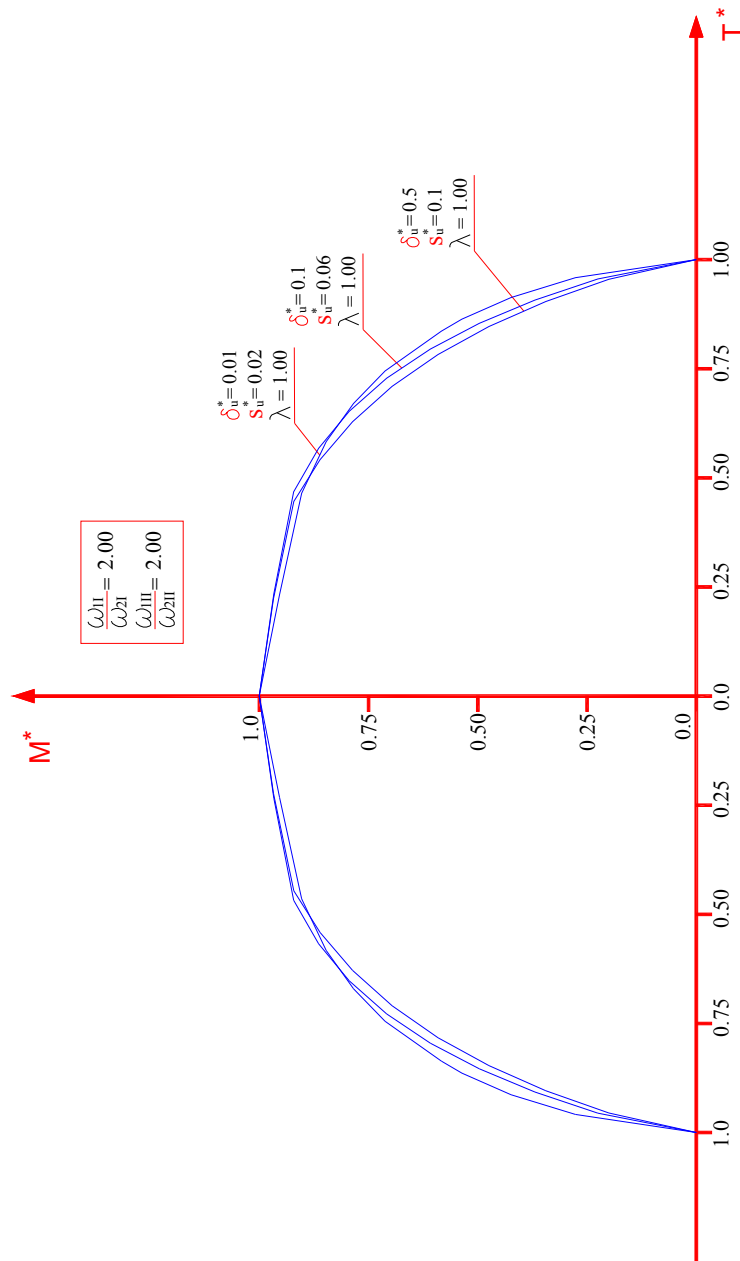


Figura 4.4a – Dominio ultimo  $M^* - T^*$  per  $\omega_{1II}/\omega_{2I} = 1.00$  e  $\omega_{1III}/\omega_{2III} = 1.00$ .



**Figura 4.4b** – Dominio ultimo  $M^* - T^*$  per  $\omega_{II}/\omega_{2I} = 2.00$  e  $\omega_{III}/\omega_{2II} = 2.00$ .

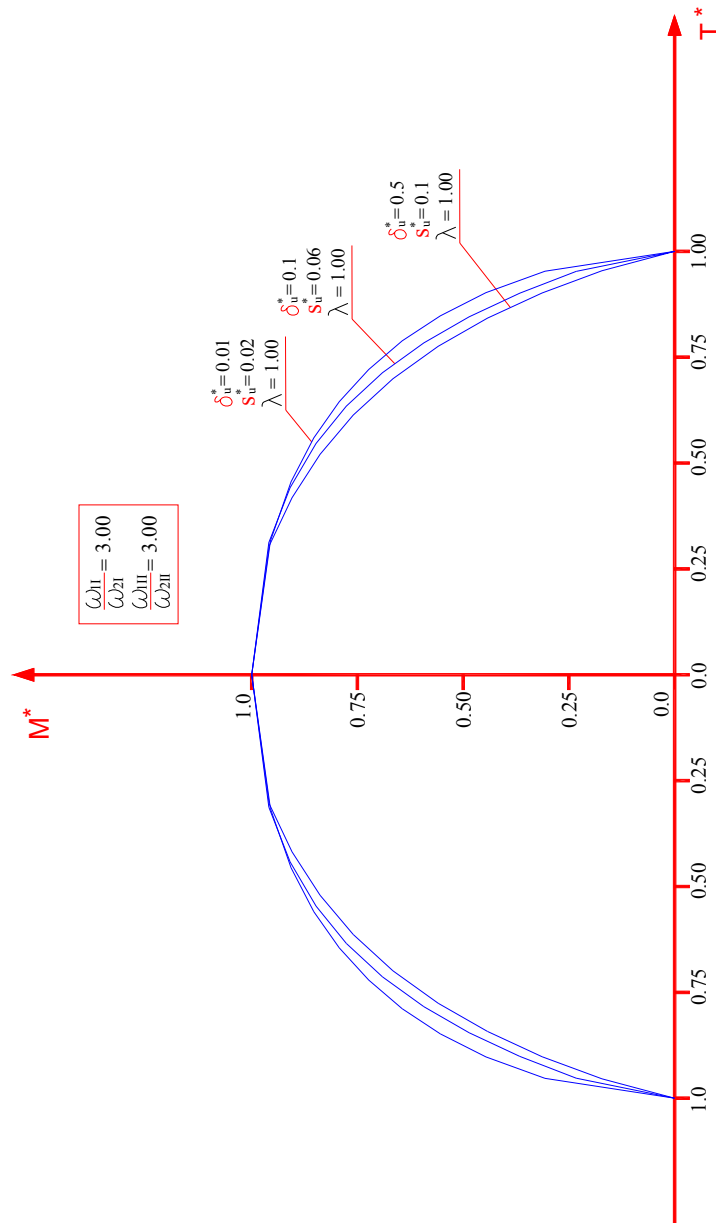


Figura 4.4c – Dominio ultimo  $M^* - T^*$  per  $\omega_{11}/\omega_{21} = 3.00$  e  $\omega_{111}/\omega_{211} = 3.00$ .



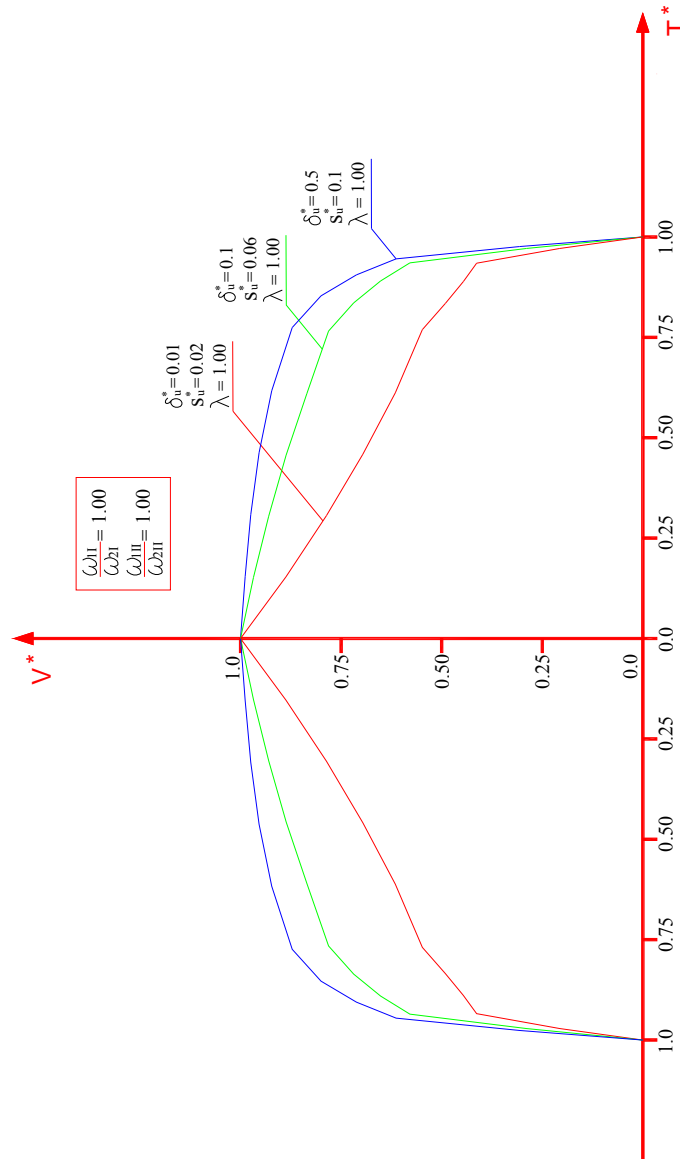


Figura 4.4d – Dominio ultimo  $V^* - T^*$  per  $\omega_{11}/\omega_{21} = 1.00$  e  $\omega_{111}/\omega_{211} = 1.00$ .

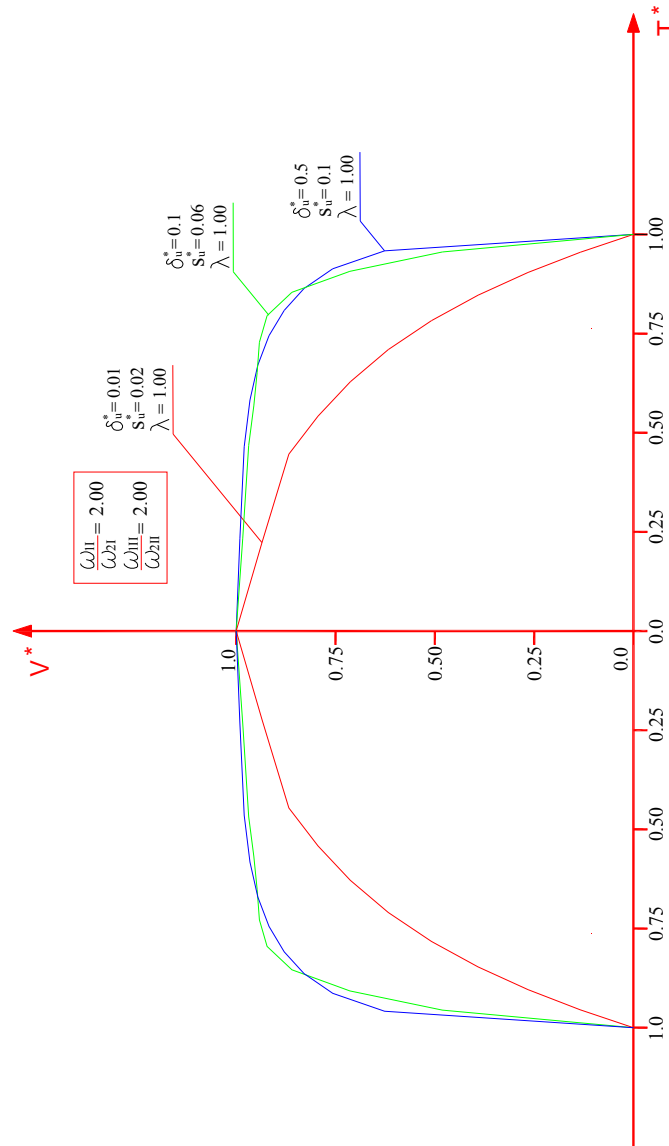


Figura 4.4e – Dominio ultimo  $V^* - T^*$  per  $\omega_{1I}/\omega_{2I} = 2.00$  e  $\omega_{1II}/\omega_{2II} = 2.00$ .

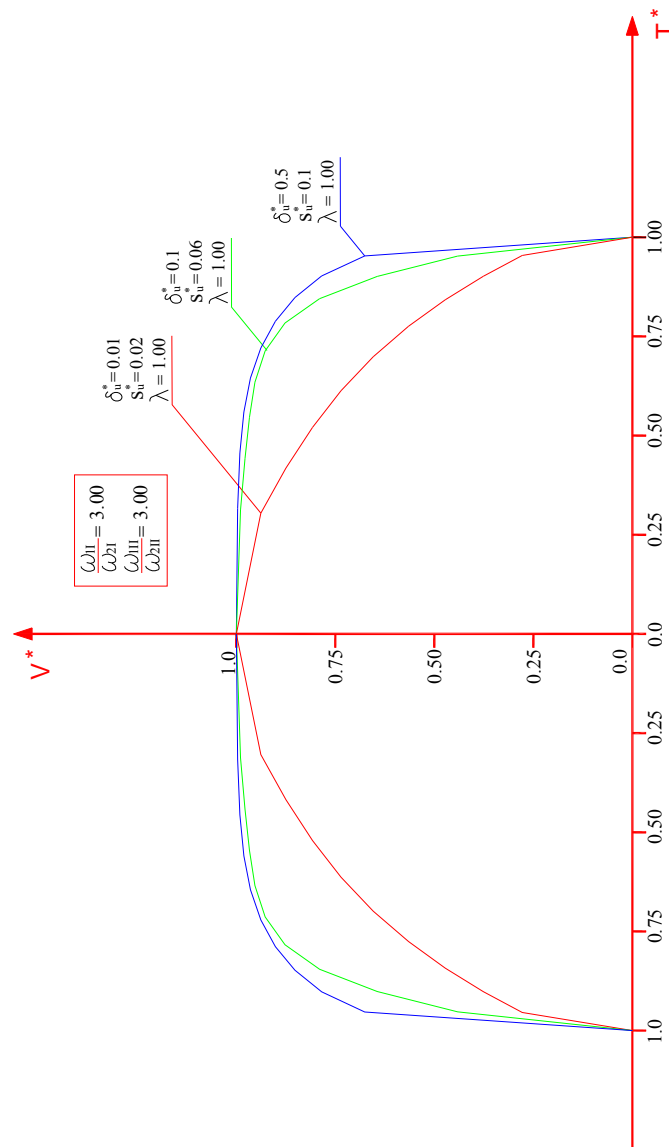
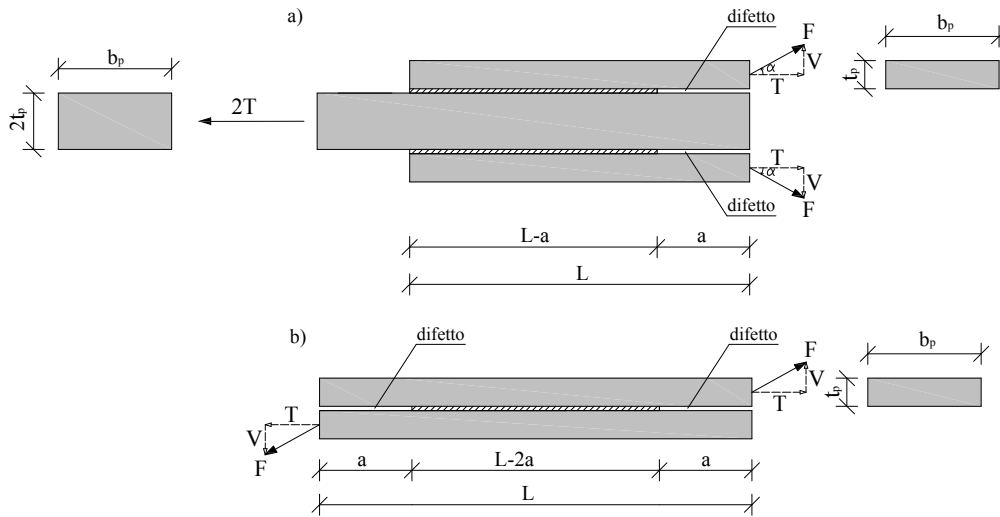


Figura 4.4f – Dominio ultimo  $V^* - T^*$  per  $\omega_{1I}/\omega_{2I} = 3.00$  e  $\omega_{1II}/\omega_{2II} = 3.00$ .

### 5. Degradazione della capacità portante di giunti a semplice sovrapposizione simmetrici e a doppia sovrapposizione bilanciati in presenza di un difetto di incollaggio

Viene presentata in questo paragrafo l'analisi del degrado della capacità portante di giunti a semplice sovrapposizione simmetrici e a doppia sovrapposizione bilanciati in presenza di un difetto di incollaggio (Fig. 5.1).



**Figura 5.1**– Degradazione della capacità portante per difetto di incollaggio: a) Giunto a doppia sovrapposizione bilanciato; b) Giunto a semplice sovrapposizione simmetrico.

Per fissare le idee, si presenta inizialmente in esame il caso di giunto a doppia sovrapposizione bilanciato di Fig.5.1a. Gli aderendi esterni di tale giunto sono sollecitati da due forze di intensità  $F$  inclinate di un angolo  $\alpha$  rispetto all'asse longitudinale, in modo che i tagli conseguenti risultino autoequilibrati.

È considerata la presenza di un difetto di incollaggio, di lunghezza  $a$ , tra gli aderendi esterni e quello interno, localizzato all'estremità del giunto dalla parte dove gli aderendi esterni sono sollecitati dalle due forze  $F$ .

Si vuole determinare il valore ultimo,  $F_u$ , delle due forze  $F$  al crescere della lunghezza del difetto di incollaggio. Tale problema, relativamente al caso di giunto sollecitato da forze  $F$  inclinate di  $90^\circ$ , risulta più volte trattato in

letteratura [30-33]. Nel presente lavoro, si presenta quindi, una estensione al caso di frattura per modo misto I/II, assumendo quale criterio di frattura il più volte citato criterio di Hutchinson, Suo e Wang (eq. 1.3 del Capitolo I, [36-37]).

In particolare si esamina il caso di un giunto caratterizzato dai seguenti valori dei parametri adimensionali:

$$\frac{\omega_{II}}{\omega_{2I}} = 2.00; \quad \frac{\omega_{III}}{\omega_{2II}} = 2.00; \quad \delta_u^* = 0.1; \quad s_u^* = 0.004; \quad L_{II}^* = 1.0L_{eff}^* . \quad (5.1)$$

Conseguentemente si può ritenere  $L_I^* \rightarrow \infty$  (§4.1 del Capitolo II).

In base alle definizioni dei parametri adimensionali di carico,  $V^*$  (eq. 2.4c del Capitolo II) e  $M^*$  (eq. 2.10b del Capitolo II), è agevole verificare che sussiste la relazione:

$$\frac{V^*}{T^*} = \gamma \operatorname{tg} \alpha . \quad (5.2)$$

Nella (5.2) con i simboli introdotti, risulta:

$$\gamma = \frac{A_p}{I_p} \frac{1}{\omega_{2I}^2} \operatorname{tg} \alpha . \quad (5.3)$$

Sussiste inoltre la seguente relazione:

$$a_I^* = \omega_{2I} \quad a = \frac{\omega_{2I}}{\omega_{2II}} \omega_{2II} \quad a = \xi a_{II}^* . \quad (5.3)$$

In esse si è posto:

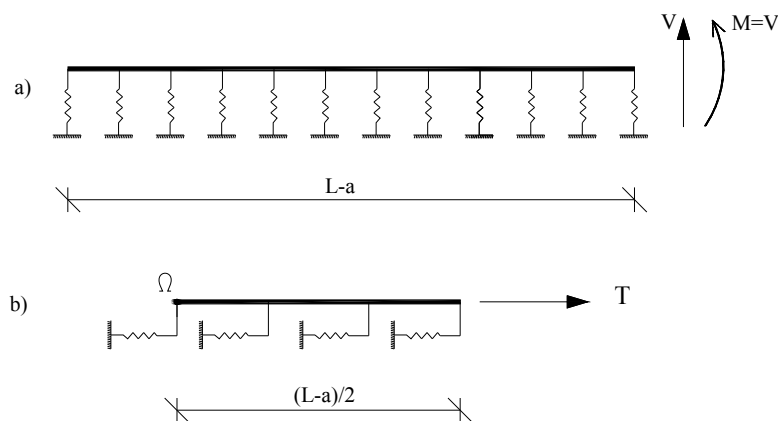
$$\xi = \frac{\omega_{2I}}{\omega_{2II}} . \quad (5.3)$$

Si prendono in considerazione i seguenti valori dei due suddetti parametri adimensionali:

$$\gamma = 10.0; 30.0; 50.0; \quad (5.3)$$

$$\xi = 0.1; 1.0; 10.0. \quad (5.3)$$

Gli schemi ausiliari ai quali è possibile ricondursi sono rappresentati in figura 5.2.



**Figura 5.2** – Schemi ausiliari: a) Taglio e flessione; b) Sforzo normale.

L'analisi è svolta iterativamente seguendo i passi appresso elencati:

- i) calcolo di  $V_u^*$  per  $\alpha=90^\circ$  e  $a=0$ ;
- ii) assunzione di un valore di tentativo  $V^* = \rho V_u^*$  per  $\rho \in ]0,1[$  ;
- iii) calcolo di  $G_I(V^*, M^* = V^* a_1^*) / G_{I0} = G_I^{(tot)} / G_{I0}$  ;
- iv) calcolo del complemento ad 1 della quantità sopra determinata:  
 $1 - G_I^{(tot)} / G_{I0}$  ;
- v) calcolo  $T^*$  in funzione del suddetto complemento;

- vi) calcolo di  $V^*/T^*$  ;
- vii) controllo dell'inclinazione:  $\operatorname{tg}\theta = \frac{1}{\gamma} \frac{V^*}{T^*}$  :
- se  $\theta = \alpha$  la coppia  $(V^*, T^*)$  è quella ultima per il difetto di incollaggio ipotizzato;
  - se  $\theta < \alpha$  si reitera il procedimento a partire dal passo ii) con un valore di  $\rho$  maggiore del precedente;
  - se  $\theta > \alpha$  si reitera il procedimento a partire dal passo ii) con un valore di  $\rho$  minore del precedente.

I risultati dell'analisi sono illustrati nelle figure 5.3a-f.

La stessa procedura può essere utilizzata per l'analisi del degrado relativa ad un giunto a semplice sovrapposizione simmetrico (Fig. 5.1b) con la solita accortezza di dimezzare la lunghezza dello schema ausiliario di figura 5.2a e di raddoppiare i valori dei parametri costitutivi dell'adesivo (§3. del Capitolo II).

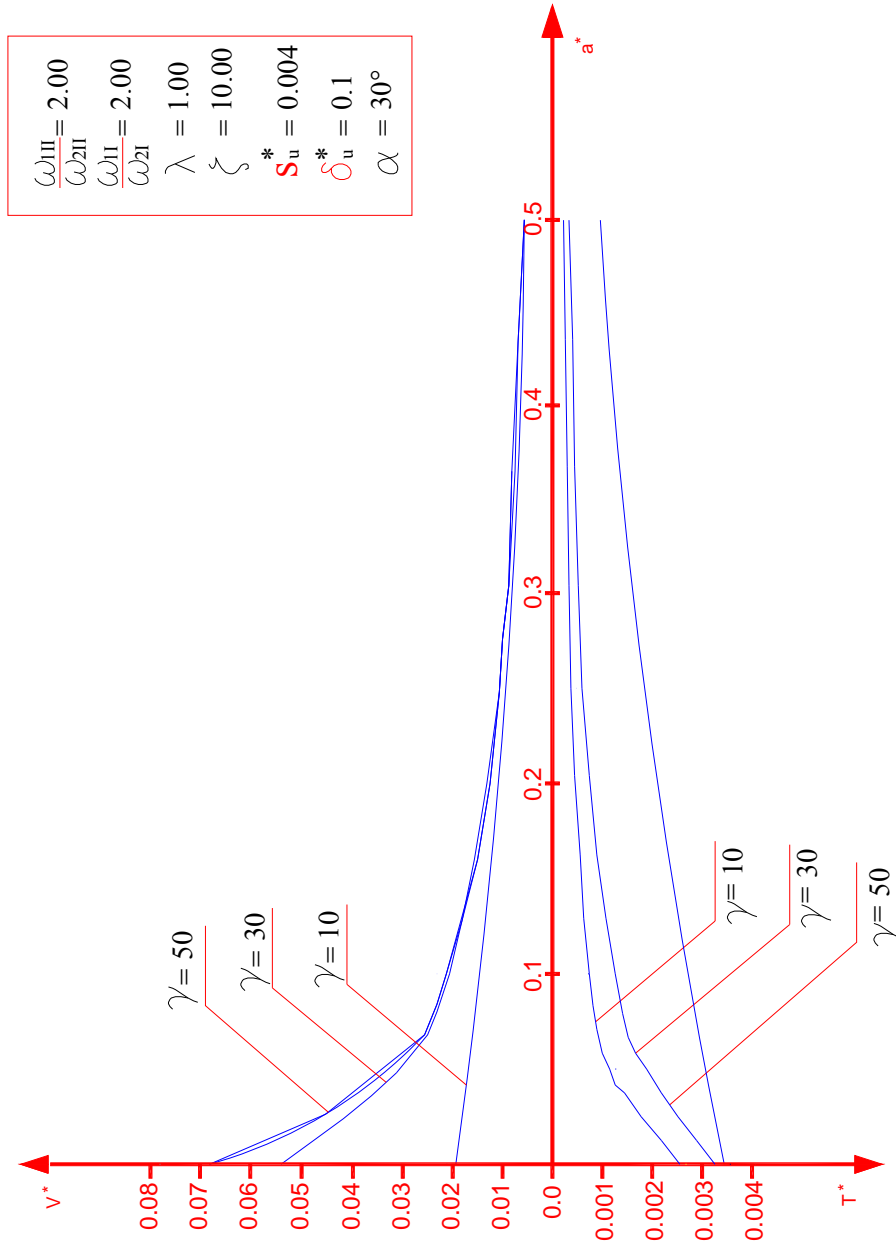


Figura 5.3a – Curve relative al degrado portanza per  $\alpha=30^\circ$ .



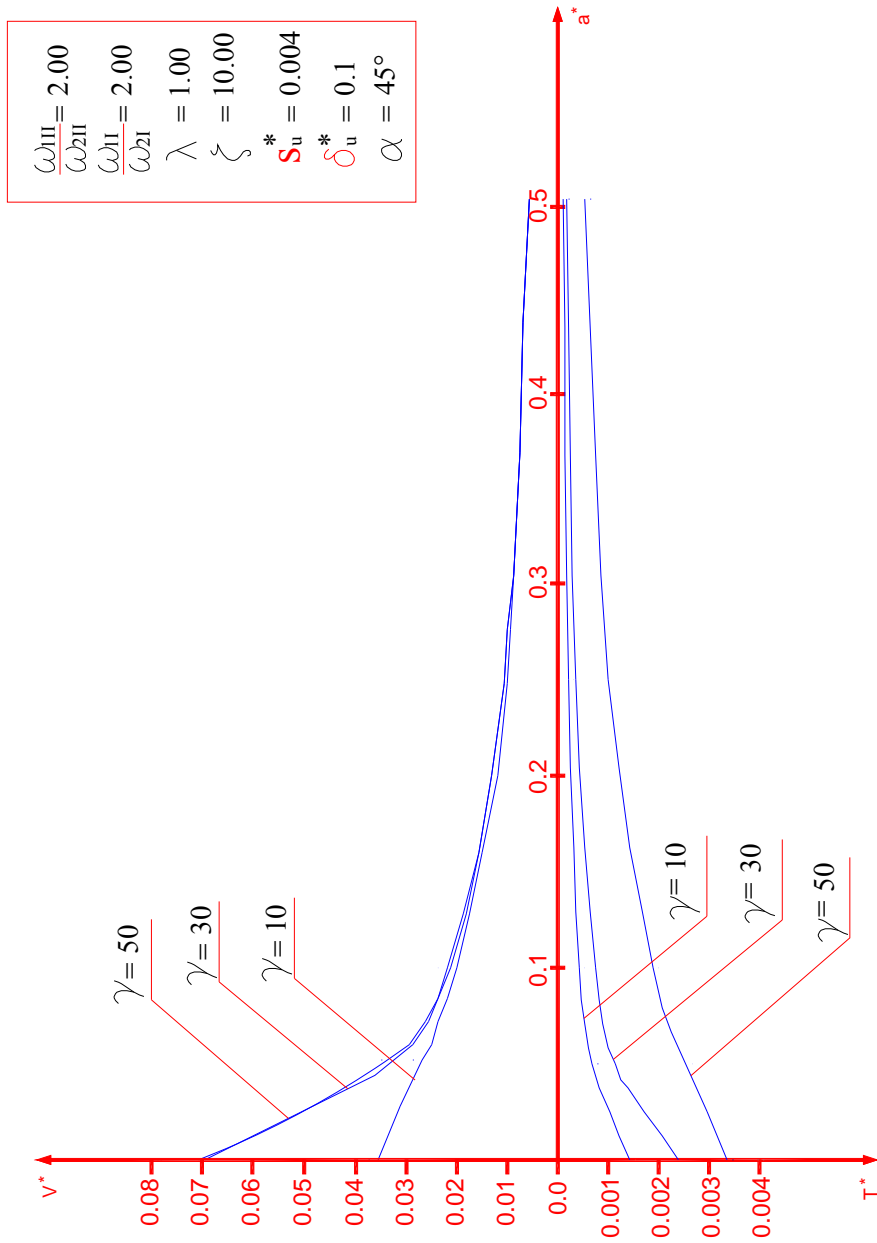


Figura 5.3b – Curve relative al degrado portanza per  $\alpha=45^\circ$ .

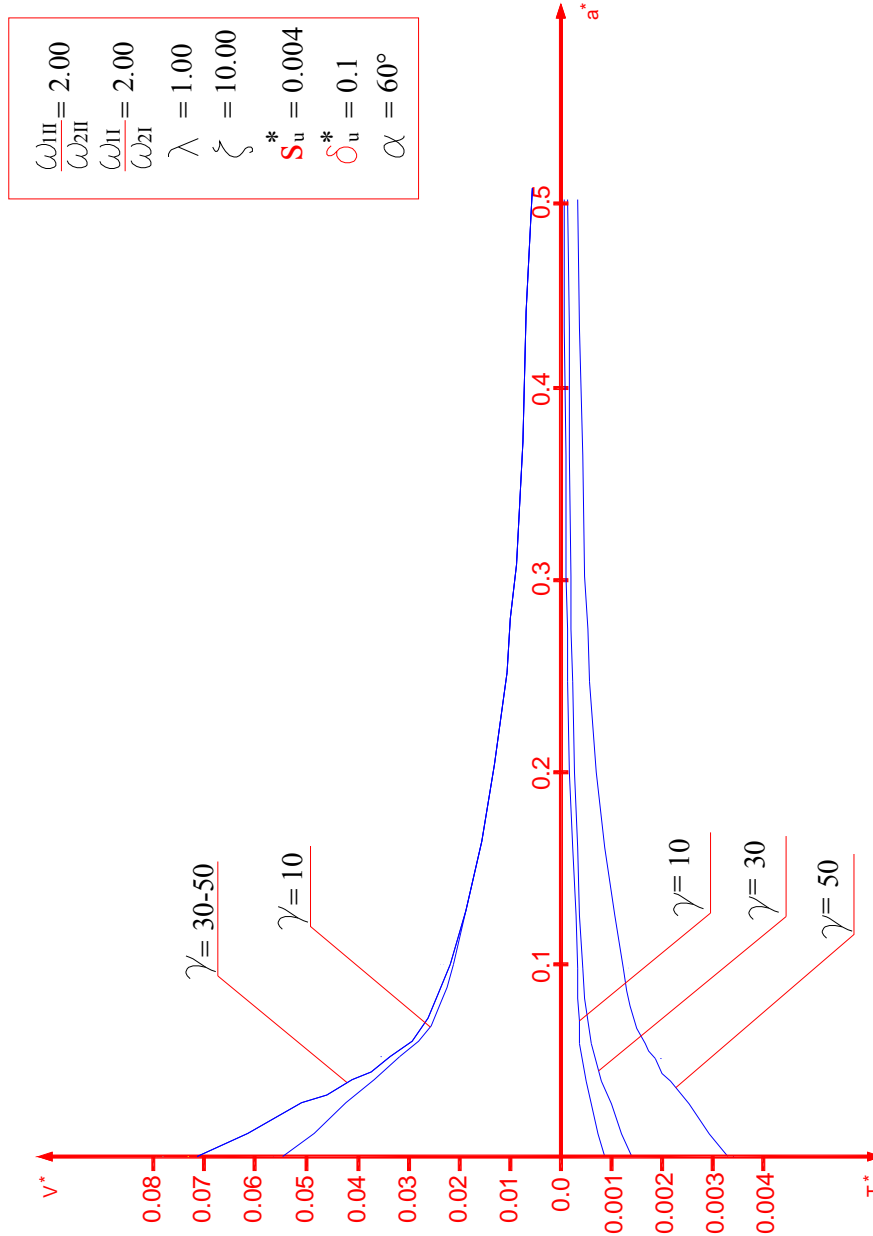


Figura 5.3c – Curve relative al degrado portanza per  $\alpha=60^\circ$ .

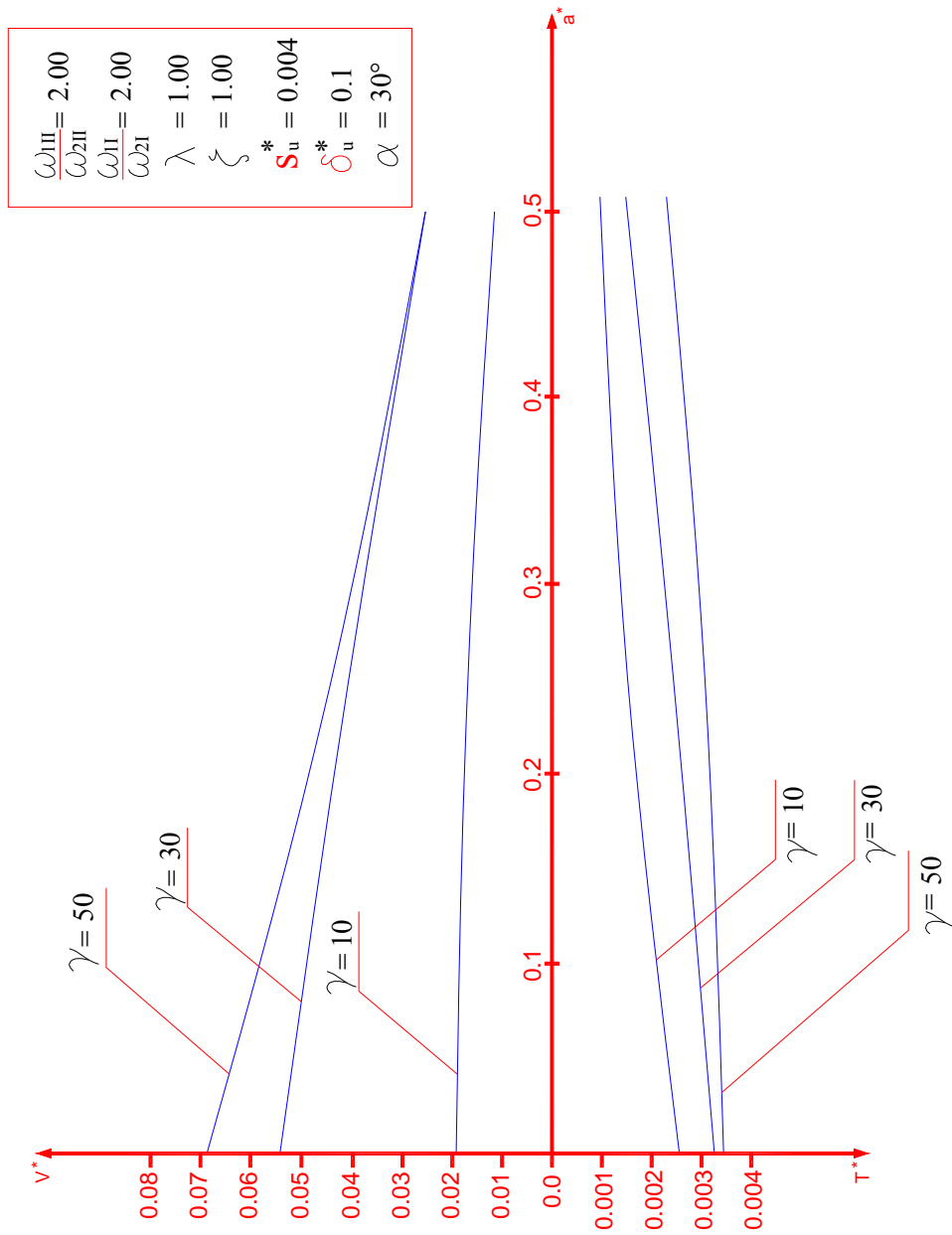


Figura 5.3d – Curve relative al degrado portanza per  $\alpha=30^\circ$ .

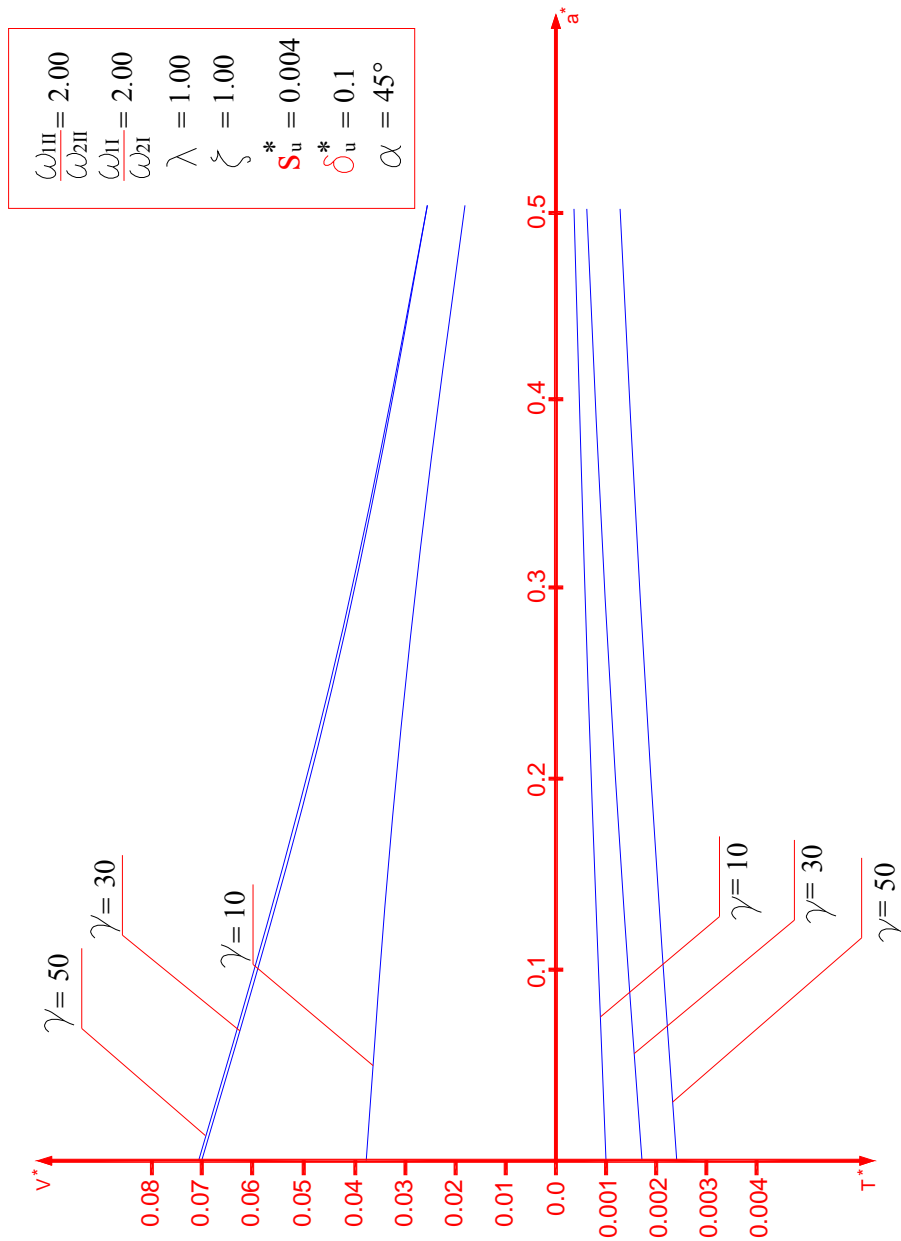


Figura 5.3e – Curve relative al degrado portanza per  $\alpha=45^\circ$ .

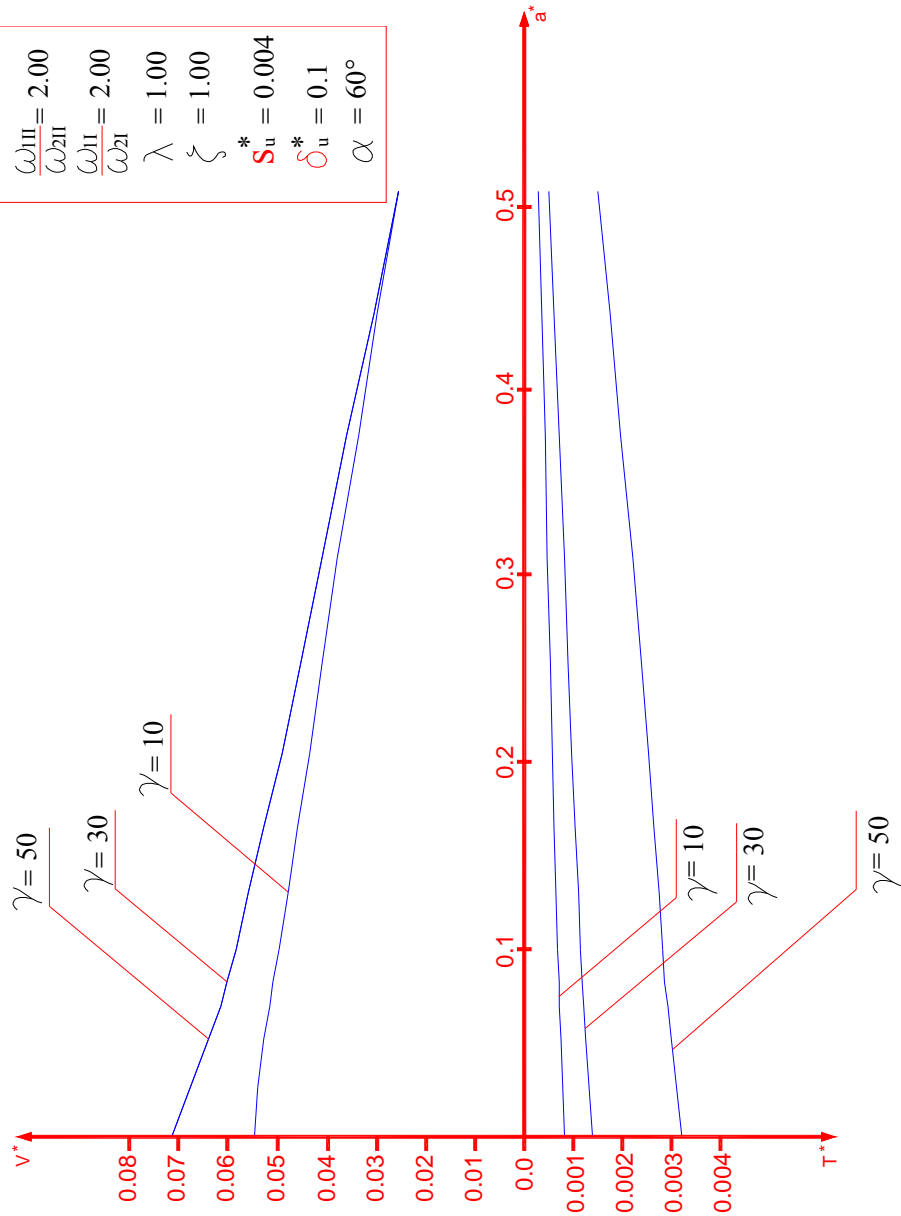


Figura 5.3f – Curve relative al degrado portanza per  $\alpha=90^\circ$ .