# Capitolo 8

# Risultati sperimentali

In questo capitolo sono riportati alcuni risultati sperimentali relativi allo smorzamento mediante controllo passivo, limitato solo al primo modo, delle oscillazioni libere di una piastra a mensola strumentata con un attuatore piezoelettrico collegato ad un circuito $RL$ esterno. Gli esperimenti sono stati effettuati allo scopo di verificare la validità della teoria descritta nel precedente paragrafo e della procedura di ottimizzazione del circuito elettrico esterno. Le misure, riportate in parte nei lavori [25] e [21], evidenziano inoltre la dipendenza dello smorzamento ottenuto dai parametri del circuito elettrico esterno.

## 8.1 Apparato sperimentale

### 8.1.1 Descrizione dei componenti

La scelta del tipo di struttura alla quale applicare il controllo passivo è stata condizionata dall'esigenza di rendere semplice ed affidabile il confronto tra i risultati sperimentali e quelli teorici. In particolare la struttura doveva avere i modi propri di vibrazione ben separati in frequenza, onde poter isolare con facilità, nelle misure delle sue oscillazioni libere, il contributo relativo al primo modo di vibrazione; in tale maniera si poteva così applicare e verificare la teoria di ottimizzazione dello smorzamento passivo su un determinato modo proprio della struttura, riportata nel precedente capitolo. Per tale ragione si è scelto di effettuare le misure su una piastra a mensola, avente lunghezza molto maggiore della larghezza. Si è inoltre scelto un materiale (acciaio armonico, modulo di Young $E$=210GPa, modulo di Poisson $\nu$=0.3 e densità $\rho$=7850 kg/m$^3$), avente smorzamento interno molto basso; in tal modo si è reso più evidente l'effetto smorzante dovuto al controllo passivo.

La piastra a mensola, illustrata schematicamente in figura 8.1 ha dimensioni 250 ×

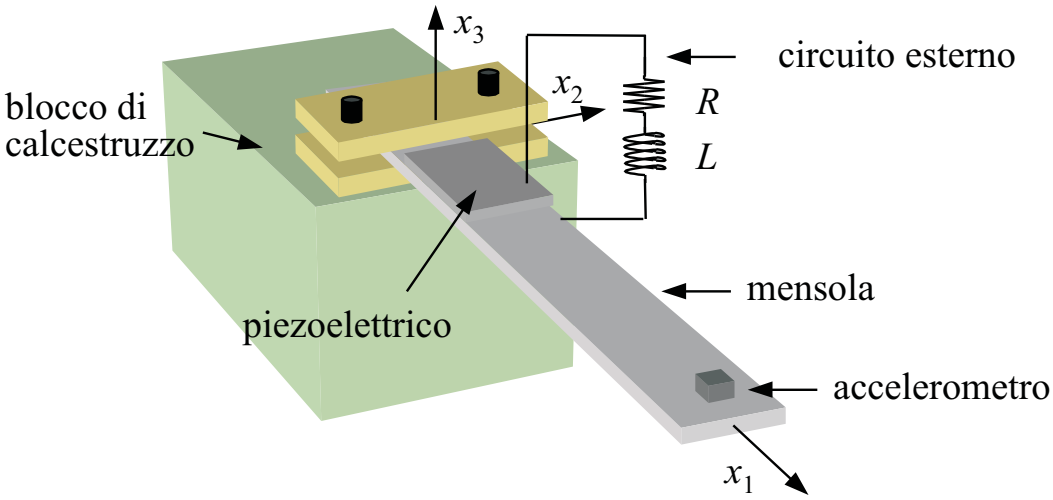


Figura 8.1: Rappresentazione schematica dell'apparato sperimentale

| | |
|---|---|
| $c_{11}$ [GPa] | 133.0 |
| $c_{12}$ [GPa] | 77.5 |
| $c_{13}$ [GPa] | 87.0 |
| $c_{33}$ [GPa] | 127.0 |
| $c_{44}$ [GPa] | 26.7 |
| $\varepsilon_{11}$ [nF/m] | 9.97 |
| $\varepsilon_{33}$ [nF/m] | 8.70 |
| $e_{31}$ [C/m$^2$] | -7.22 |
| $e_{33}$ [C/m$^2$] | 15.10 |
| $e_{15}$ [C/m$^2$] | 13.37 |

Tabella 8.1: Costanti materiali relative all'attuatore QP15W (della ACX). Costanti di rigidezza, dielettriche e piezoelettriche

$40 \times 1.5$mm. L'incastro sul lato $x_1 = 0$ è stato realizzato serrando la mensola tra due piastre di acciaio forate e fissate ad un blocco di calcestruzzo a mezzo di prigionieri.

Per realizzare il controllo è stato utilizzato un attuatore piezoelettrico QP15W, prodotto dalla ACX$^{\text{TM}}$, avente dimensioni $46.0 \times 33.3 \times 0.13$mm e densità $\rho^p = 7700$kg/m$^3$; le facce superiore ed inferiore di tale attuatore sono ricoperte completamente di elettrodi, collegati tramite conduttori flessibili ad un connettore esterno. Le costanti del materiale piezoelettrico costituente l'attuatore sono riportate in tabella 8.1.

L'attuatore piezoelettrico è stato incollato sulla mensola in corrispondenza dell'incastro, dove maggiore è il valore della curvatura relativa al primo modo di vibrazione; in tale maniera si ottiene il valore più elevato possibile del coefficiente modale di accoppiamento per il primo modo di vibrazione e di conseguenza è massimo l'effetto di smorzamento delle

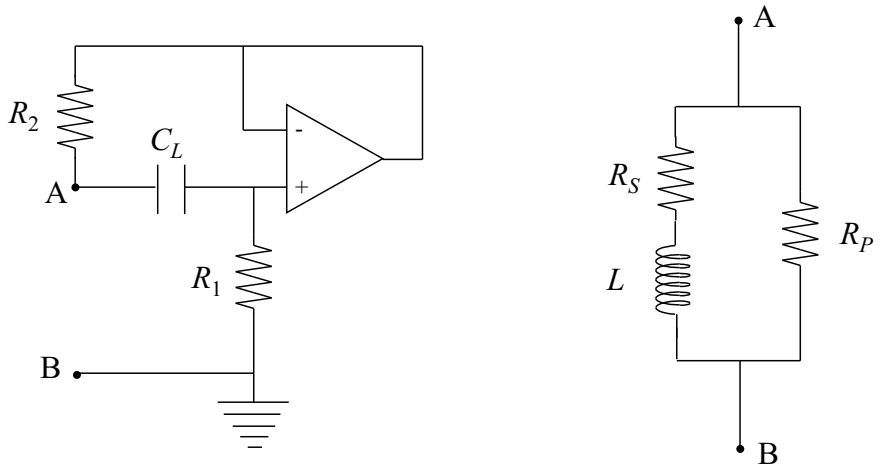


Figura 8.2: Schema elettrico dell'induttanza sintetica; a sinistra: schema reale, a destra: circuito equivalente

vibrazioni relative a tale modo.

Come sensore è stato utilizzato un accelerometro Kjestler, avente sensibilità 100mV/$g$ e massa 6.7g, fissato a 28mm dall'estremo libero della mensola lungo l'asse di simmetria. Come circuito elettrico esterno si è utilizzato un circuito $RL$ (la capacità del circuito elettrico $RLC$ completo è così quella dovuta solo al piezoelettrico). Poichè il valore ottimale dell'induttanza richiesta per lo smorzamento del primo modo di vibrazione della mensola, come calcolato nel seguito, è molto elevata, è stata utilizzata un'induttanza sintetica (o virtuale) [44], realizzata mediante un circuito contenente un amplificatore operazionale [71]; lo schema di tale induttanza è riportato in figura 8.2.

Assumendo che l'amplificatore operazionale sia ideale e che $R_1 >> R_2$, valgono le seguenti relazioni:

$$L = R_1 R_2 C_L, \qquad R_S = R_2, \qquad R_P = R_1 \tag{8.1}$$

Nella realizzazione si è scelto $R_1 = 3.33\text{M}\Omega$, $R_2 = 1470 \div 2470\Omega$ (resistenza variabile) e $C_L = 100\text{nF}$, in modo da ottenere una induttanza variabile nell'intervallo $490 \div 822\text{H}$. La resistenza $R$ del circuito elettrico esterno è dunque la somma della resistenza $R_S$, relativa al circuito dell'induttanza sintetica, più una resistenza esterna nota $R_a$, aggiunta in serie a $R_S$ nella realizzazione delle misure. In figura 8.3 è rappresentato il circuito elettrico esterno complessivo utilizzato nel quale non compare più $R_P$, essendo $R_P >> R_S$. Infine, per l'acquisizione dei dati, è stata impiegata una scheda AT-MIO-16E-10 della National Instrument ed un programma di acquisizione in ambiente LabView.

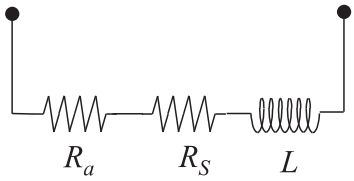


Figura 8.3: Circuito elettrico esterno

### 8.1.2 Misure dei parametri modali

Per applicare le formule di ottimizzazione proposte nel precedente capitolo è stato necessario misurare la pulsazione del primo modo di vibrazione della mensola attuata, sia ad elettrodi isolati che cortocircuitati, il coefficiente modale di accoppiamento ed il valore della capacità elettrica del piezoelettrico a struttura bloccata.

#### Misura dei parametri meccanici

Le pulsazioni del primo modo di vibrazione della mensola attuata a circuito aperto e ad elettrodi cortocircuitati differiscono di pochissimo tra di loro; la loro misurazione accurata è stata ottenuta eccitando la mensola con una percussione iniziale ed acquisendo il segnale rilevato dall'accelerometro, opportunamente filtrato con un filtro passa-basso per escludere l'influenza dei modi superiori al primo. È stato quindi identificato il segnale filtrato, corrispondente alle oscillazioni libere relative al primo modo della struttura, sia a circuito aperto che ad elettrodi cortocircuitati. La funzione scelta per l'identificazione è la risposta di un oscillatore smorzato ad un grado di liberà, di equazione:

$$\ddot{x} - 2\zeta\nu_m\dot{x} + \nu_m^2 x = 0 \tag{8.2}$$

la cui soluzione è:

$$A\exp^{\alpha t}\mathrm{sen}\,(\beta t + \phi) \tag{8.3}$$

con $\alpha = -2\zeta\nu_m$ e $\beta = \sqrt{1-\zeta^2}\nu_m$, essendo $\nu_m$ la pulsazione modale che si intende misurare e $2\zeta\nu_m$ il coefficiente di decadimento esponenziale delle oscillazioni. Tutte le procedure di identificazione dei segnali di misura sono basate su un algoritmo che utilizza il metodo dei minimi quadrati.

In figura 8.4 sono riportate le oscillazioni libere della struttura corrispondenti al primo

modo di vibrazione a circuito elettrico aperto, normalizzate in modo che il picco della prima oscillazione abbia valore unitario.

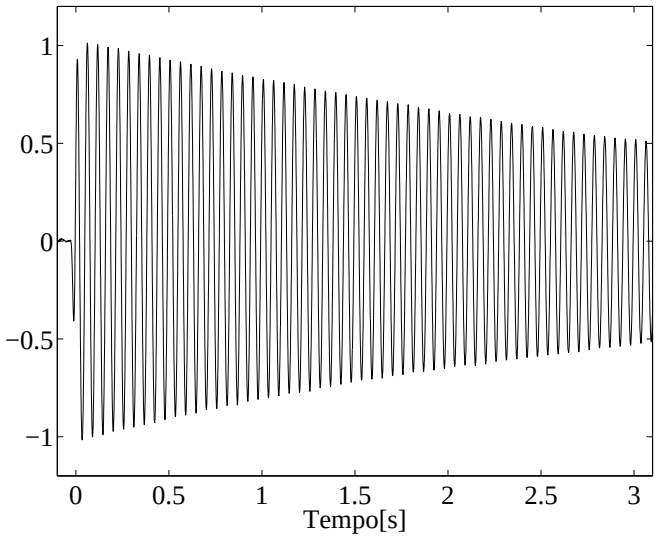


Figura 8.4: Oscillazioni libere a circuito aperto secondo il primo modo: accelerazione dell'estremo libero

I risultati della procedura di identificazione su tale misura e sull'analoga ad elettrodi cortocircuitati sono riportati in tabella 8.2.

| | $\zeta$ | $\nu_m$[rad/s] |
|---|---|---|
| Circuito aperto | 0.0020 | $\nu_m^a$=112.93 |
| Corto circuito | 0.0018 | $\nu_m^c$=112.60 |

Tabella 8.2: Pulsazione propria e coefficiente di smorzamento per il primo modo di vibrazione

Dalla tabella 8.2 risulta un coefficiente di decadimento esponenziale delle vibrazioni $\alpha = -0.45$ a circuito aperto e $\alpha = -0.40$ a circuito chiuso; in entrambi i casi risulta molto piccolo (di un ordine di grandezza inferiore a quello ottimo ottenuto con la presenza del circuito smorzante esterno e riportato nel seguito); lo smorzamento interno della struttura influisce in maniera trascurabile nel calcolo dei valori ottimi dei parametri $L$ ed $R$ effettuato mediante le (7.44) risultando $\boldsymbol{\zeta}_m = \zeta \simeq 0.002$.

Dalla misura di $\nu_m^a$ e $\nu_m^c$, utilizzando la formula (6.20), risulta $\boldsymbol{\kappa} = 0.073$. Utilizzando il modello descritto nel paragrafo 4.1, le cui equazioni sono state risolte numericamente con il metodo degli elementi finiti discretizzando la mensola con $4 \times 13$ elementi, si è ottenuto $\boldsymbol{\kappa} = 0.084$. Vi è dunque una differenza relativa del 12% tra il valore di $\boldsymbol{\kappa}$ fornito

dalla simulazione e quello misurato; essa può essere attribuibile ad una non perfetta identificazione dei parametri che compaiono nel modello teorico.

### Misura dei parametri elettrici

La caratterizzazione dei componenti del circuito elettrico è stata fatta a struttura bloccata applicando al circuito elettrico $RCL$, costituito dal circuito $RL$ esterno in serie con la capacità $-k_{ee}$ del piezoelettrico, una differenza di potenziale $V_i$ di tipo "sweep" (ampiezza costante, frequenza iniziale: 0Hz, frequenza finale: 60Hz, durata: 8s), generata da un canale di "output" della scheda AT-MIO-16E-10 (vedi figura 8.5); contemporaneamente sono stati misurati i valori della differenza di potenziale di eccitazione $V_i$ e della differenza di potenziale $V_u$ ai capi della resistenza nota $R_a$ in serie all'induttanza sintetica, essendo $I = V_u/R_a$ la corrente circolante nel circuito elettrico.

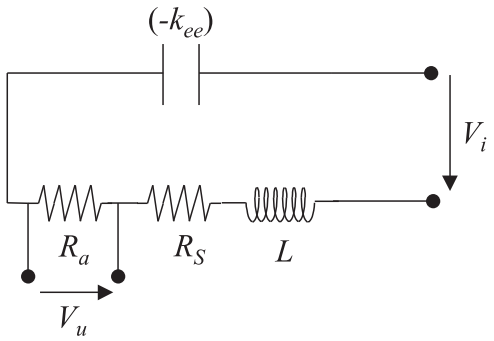


Figura 8.5: Circuito elettrico $RCL$ completo a struttura bloccata

L'identificazione è stata poi effettuata utilizzando la risposta in frequenza teorica di tale circuito, avente l'espressione:

$$H_2 = \frac{V_u}{V_i} = \frac{R_a}{R + i\left(\nu L - \dfrac{1}{\nu(-k_{ee})}\right)} \tag{8.4}$$

essendo $\nu$ la pulsazione. In figura 8.6 è riportata, in ampiezza e fase, la risposta in frequenza misurata del circuito elettrico $RCL$ con la relativa curva teorica sovrapposta; i valori nominali dei parametri costituenti il circuito elettrico adottati nella misura sono $R_2 = 1.95\text{k}\Omega$, $L = 650\text{H}$, $R_a = 4\text{k}\Omega$.

I risultati dell'identificazione sono stati $L = 650.8\text{H}$, $-k_{ee} = 120\text{nF}$ e $R_S = 6\text{k}\Omega$; il valore della resistenza serie $R_S$ trovato tiene conto sia della resistenza elettrica $R_2$ inserita nel circuito che della resistenza interna dell'amplificatore operazionale.

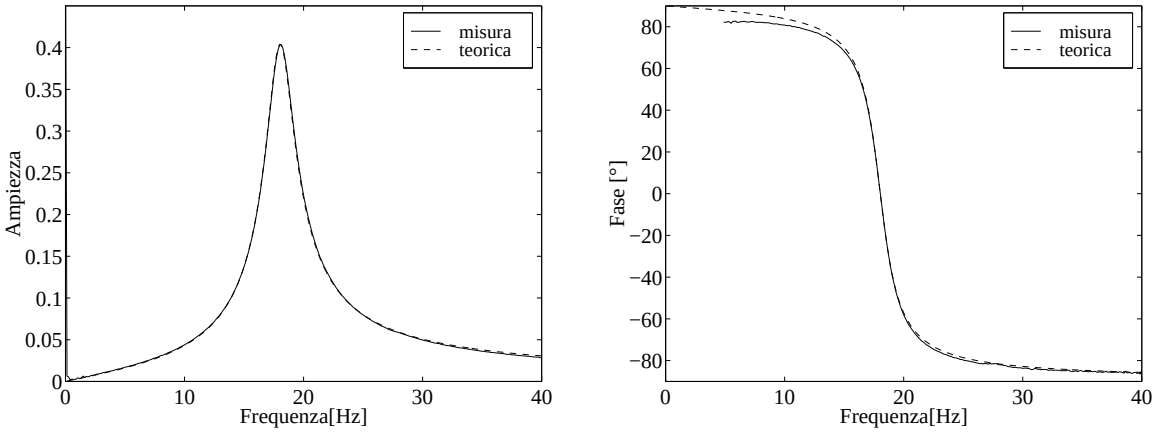


Figura 8.6: Ampiezza, fase e curve di identificazione per la risposta in frequenza del circuito elettrico $RCL$

I valori ottimali $L_{ott}$ e $R_{ott}$ per lo smorzamento passivo del primo modo della mensola sono stati calcolati utilizzando le (7.41), riferite alla ottimizzazione per collocazione dei poli; si è ottenuto:

$$\begin{aligned} &\nu_\kappa = 1.003 \rightarrow \nu_e^b = \nu_\kappa \nu_m^a = 113.27 \rightarrow L_{ott} = \frac{1}{-k_{ee}\nu_e^{b\,2}} = 650H \\ &\delta_\kappa = \boldsymbol{\kappa} = 0.073 \rightarrow R_{ott} = 2\delta_\kappa \nu_e^b L_{ott} = 10.7k\Omega \end{aligned} \tag{8.5}$$

## 8.2 Misura delle vibrazioni smorzate della mensola attuata

In questa sezione si riportano le misure nel tempo relative alle oscillazioni libere della mensola secondo il primo modo di vibrazione, eseguite collegando il circuito $RL$ agli elettrodi del piezoelettrico ed in corrispondenza di diverse scelte dei componenti $R$ e $L$. Nella pratica sperimentale, essendo il valore di $\nu_\kappa$ molto prossimo all'unità, il valore ottimo di $L$ è con ottima approssimazione selezionato sintonizzando la frequenza di vibrazione del circuito elettrico a struttura bloccata con la frequenza di vibrazione della mensola a circuito aperto ($\nu_e^b = \nu_m^a$). D'altra parte quest'ultima condizione coincide esattamente con il criterio di sintonia ottimale basato sulla risposta in frequenza del sistema e riportato nel paragrafo 7.3.2.

### 8.2.1 Procedure per la sintonizzazione

La sintonizzazione è la fase più delicata nella realizzazione del controllo passivo, vista l'elevata sensibilità dello smorzamento ottenibile al valore del parametro di sintonia $\boldsymbol{\nu}$ (vedi capitolo precedente); poichè le diverse fasi della procedura di sintonizzazione vanno ripetute più volte, fino al raggiungimento di una condizione di sintonia soddisfacente, esse devono essere semplici e rapide.

In [82] tale procedura viene effettuata misurando lo spettro in frequenza della corrente che scorre nel circuito elettrico in seguito ad un'eccitazione variabile in frequenza della mensola; per scelte generiche dei componenti del circuito esterno tale spettro presenta un picco pronunciato sul primo modo della mensola e picchi di minore entità sui modi successivi. In condizioni di sintonia i picchi secondari tendono a scomparire mentre rimane, più pronunciato, il picco corrispondente al primo modo di vibrazione della struttura accoppiata. La precisione di tale procedura è condizionata dal fatto che i modi meccanici superiori al primo sono molto smorzati e dunque i corrispondenti picchi, nello spettro in frequenza della corrente nel circuito, sono poco visibili.

Nel presente caso è stato utilizzato un metodo originale di sintonizzazione, che consente una buona precisione e velocità nella realizzazione di tale operazione. La frequenza di risonanza della mensola, a circuito aperto, è ricavata dalla misura della risposta in frequenza $H_1 = V_u/V_i$ descritta nel paragrafo 8.1.2, ma eseguita questa volta lasciando la struttura libera di oscillare. Trascurando lo smorzamento interno della struttura, il sistema a due gradi di libertà rappresentativo del primo modo della mensola a circuito chiuso è descritto dalle equazioni:

$$\begin{aligned} & m\ddot{y} + \overline{k}_{mm} y + \frac{k_{me}}{-k_{ee}} q = 0 \\ & L\ddot{q} + (R_a + R_S)\dot{q} + \frac{1}{-k_{ee}} q + \frac{k_{me}}{-k_{ee}} y + V_i = 0 \end{aligned} \tag{8.6}$$

dove $V_u = -R_a \dot{q}$; è facile verificare che la suddetta risposta in frequenza è proporzionale a $((\nu_m^a)^2 - \nu^2)$ e presenta dunque un'antirisonanza in corrispondenza della frequenza del primo modo della struttura a circuito aperto. Questo è un fatto generale come chiarito in [78] dove si mostra che, in un sistema meccanico discreto costituito da masse collegate con molle, gli zeri della funzione di trasferimento sono le risonanze dei sottosistemi compresi tra il punto in cui si rileva il segnale e il punto in cui si applica l'eccitazione; l'analogia

meccanica tra il sistema accoppiato in esame e quello costituito da due masse, mostrata nel precedente capitolo, chiarisce come il risultato in [78] si applichi al caso presente.

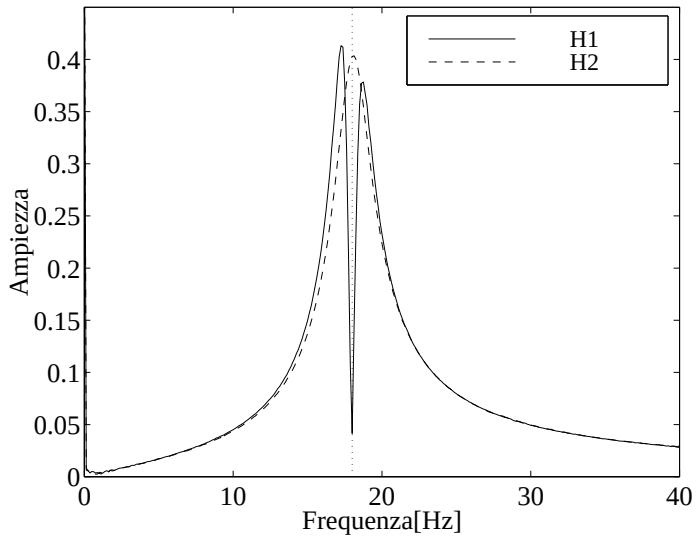


Figura 8.7: Ampiezza di $H_1$ e $H_2$

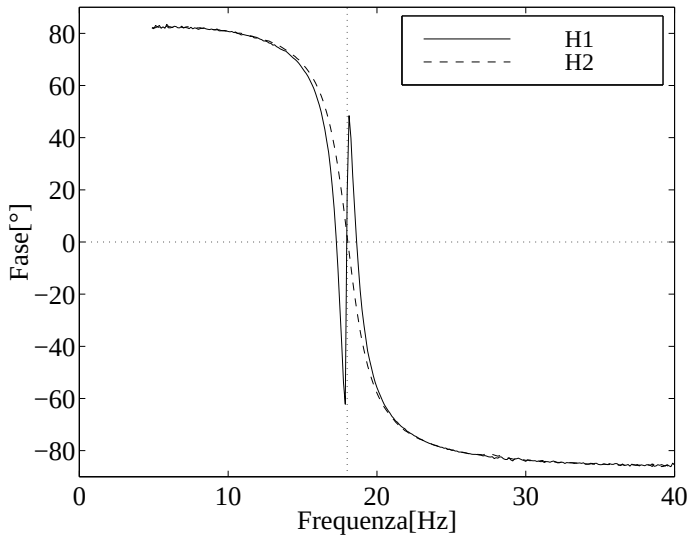


Figura 8.8: Fase di $H_1$ e $H_2$

L'antirisonanza di $H_1$ presenta un picco molto stretto nel diagramma dell'ampiezza al quale corrisponde un salto positivo di 180 gradi nella fase altrettanto ripido, in quanto lo smorzamento viscoso interno è molto piccolo; sia tale salto di fase che il picco nel diagramma dell'ampiezza di $H_1$ indicano con buona precisione il valore di $\nu_m^a$. La misura di $\nu_e^b$ è ottenuta dal diagramma delle fasi della risposta in frequenza $H_2 = V_u/V_i$ a struttura bloccata, così come effettuata nel paragrafo 8.1.2. In particolare è data dal valore della

frequenza in corrispondenza del quale si annulla la fase di $H_2$; è immediato verificare che tale valore è indipendente dalla resistenza presente nel circuito elettrico. La resistenza in serie, somma della resistenza $R_a$ necessaria per misurare la corrente che scorre nel circuito e di quella interna all'induttanza sintetica, influenza invece la posizione del picco nel diagramma dell'ampiezza di $H_2$, problematica sollevata in [100]. In figura 8.8 sono riportate le fasi di $H_1$ e $H_2$ dalla cui sovrapposizione si rileva il raggiungimento della sintonia; in figura 8.7 sono riportate le relative ampiezze. Una volta sintonizzato il circuito si può regolare il valore della resistenza elettrica fino al raggiungimento del suo valore ottimo.

### 8.2.2 Misure a circuito chiuso

In questo paragrafo si riportano le misure condotte sulla mensola attuata, avendo chiuso il circuito $RL$ collegato agli elettrodi del piezoelettrico; le misure riportate si riferiscono a differenti valori dell'induttanza $L$ e della resistenza elettrica totale $R$. L'eccitazione è stata fornita percuotendo la mensola in prossimità della linea nodale del secondo modo ed è stata misurata sia l'accelerazione del punto in cui è stato posizionato l'accelerometro che la differenza di potenziale $V_L$ ai capi dell'induttanza sintetica; attraverso un opportuno filtraggio sono state eliminate le componenti armoniche relative ai modi strutturali superiori al primo, in modo da ottenere la risposta di un sistema a due gradi di libertà descritto dalle equazioni dimensionali (7.24) e dalle equazioni adimensionali (7.26). Le variabili di stato da cui dipende tale sistema sono lo spostamento modale $y$ del primo modo proprio della mensola e la carica elettrica $q$ sugli elettrodi del piezoelettrico. La soluzione per ciascuna delle due variabili di stato ha la seguente forma:

$$A_1 \exp^{\alpha_1 t} \mathrm{sen}\,(\beta_1 t + \phi_1) + A_2 \exp^{\alpha_2 t} \mathrm{sen}\,(\beta_2 t + \phi_2) \tag{8.7}$$

essendo $\alpha_1 \pm i\beta_1$ e $\alpha_2 \pm i\beta_2$ i poli del sistema; nella (8.7) le costanti $A_1$ e $A_2$ dipendono dalle condizioni iniziali e dalla variabile di stato considerata. Per una scelta ottimale dell'induttanza e della resistenza i due poli del sistema coincidono e la soluzione per ciascuna delle variabili di stato è esprimibile come:

$$(A_1 + A_2 t) \exp^{\alpha t} \mathrm{sen}\,(\beta t + \phi) \tag{8.8}$$

Il legame tra le grandezze misurate e le variabili di stato si ottiene dalla (7.24) osservando che il segnale proveniente dall'accelerometro è proporzionale alla accelerazione modale $\ddot{y}$

mentre $V_L$ è pari $L\ddot{q} + R_S\dot{q}$; è dunque immediato dedurre che anche le grandezze misurate hanno un andamento temporale descritto dalla (8.7) o dalla (8.8) nel caso di scelta ottimale di $L$ e $R$.

Nella parte sinistra delle figure 8.9-8.14 sono riportati gli andamenti nel tempo delle oscillazioni libere della mensola attuata sia in termini del segnale rilevato dall'accelerometro che della differenza di potenziale $V_L$ misurata ai capi dell'induttanza sintetica; le misure sono state condotte in condizioni di perfetta sintonia ($L = 650$H) ed al variare della resistenza totale $R$. In particolare, nelle figure 8.9 e 8.10 la resistenza $R = 6\text{k}\Omega$ è inferiore al valore ottimale $R_{ott} = 10.7\text{k}\Omega$, nelle figure 8.11 e 8.12 $R = R_{ott}$ mentre nelle figure 8.13 e 8.14 la resistenza $R = 18\text{k}\Omega$ è superiore al suo valore ottimale. Tutte le misure riportate sono state riscalate in modo da rendere unitario il loro valore massimo; chiaramente tale operazione non influenza in alcun modo l'identificazione dello smorzamento ottenuto in ciascun caso. Accanto ad ogni misura è riportata la corrispondente simulazione; le simulazioni sono state ottenute dal modello adimensionale (7.26) con scelte di $\boldsymbol{\kappa}$, $\boldsymbol{\nu}$ e $\boldsymbol{\delta}$ coincidenti con quelle relative alle corrispondenti misure, cioè $\boldsymbol{\kappa} = 0.073$, $\boldsymbol{\nu} = 1.003$, e $\boldsymbol{\delta}$ dipendente dalla resistenza utilizzata nella corrispondente misura. Per tutte le simulazioni si è posto $\boldsymbol{\zeta}_m = 0.002$, corrispondente al valore del coefficiente di smorzamento interno per il primo modo di vibrazione della struttura, misurato a circuito aperto.

La scelta delle condizioni iniziali rispecchia quella relativa alle misure effettuate; in particolare sono stati imposti valori nulli di spostamento ($Y$), carica ($Q$) e corrente iniziale ($\dot{Q}$) mentre la velocità iniziale ($\dot{Y}$) è stata scelta diversa da zero.

Appare evidente come il decadimento nel tempo delle vibrazioni libere del sistema accoppiato sia massimo in corrispondenza della scelta $R = R_{ott}$ (figure 8.11 e 8.12); in questa situazione infatti il minimo tra i valori assoluti delle parti reali dei due poli del sistema è massimizzato (vedi capitolo precedente). Nelle figure 8.9 e 8.10 è chiaramente visibile il fenomeno dei battimenti, dovuto alla presenza di coppie di poli complessi coniugati aventi parti immaginarie confrontabili e parti reali praticamente coincidenti (vedi risultati in tabella 8.3), cosicchè il contributo di ciascun polo alla risposta globale è ugualmente smorzato nel tempo. Nelle figure 8.13 e 8.14, dove $R > R_{ott}$, le oscillazioni libere decadono nel tempo più lentamente che nel caso relativo a $R = R_{ott}$; non sono più visibili i battimenti in quanto, sebbene le parti immaginarie delle coppie di poli complessi coniugati del sistema siano confrontabili, le loro parti reali differiscono tra loro considerevolmente (vedi

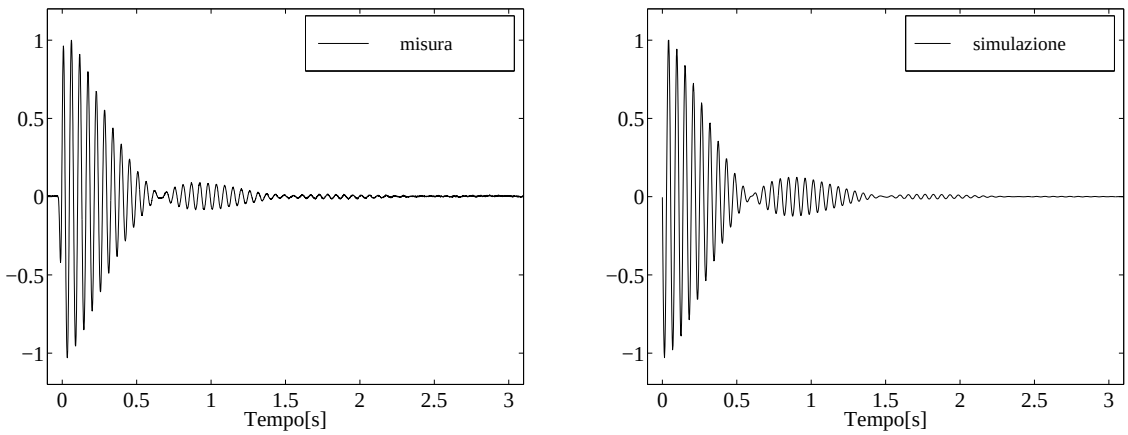


Figura 8.9: Segnale dell'accelerometro in condizioni di sintonia perfetta ($L$=$L_{ott}$=650H): $R = 6\text{k}\Omega < R_{ott}$ ($\boldsymbol{\delta} = 0.041$)

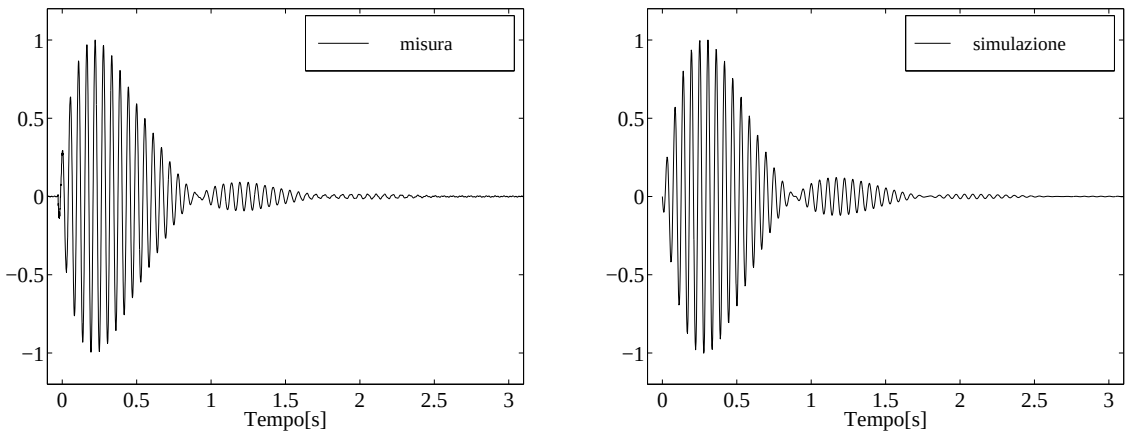


Figura 8.10: Differenza di potenziale $V_L$ in condizioni di sintonia perfetta ($L$=$L_{ott}$=650H): $R = 6\text{k}\Omega < R_{ott}$ ($\boldsymbol{\delta} = 0.041$)

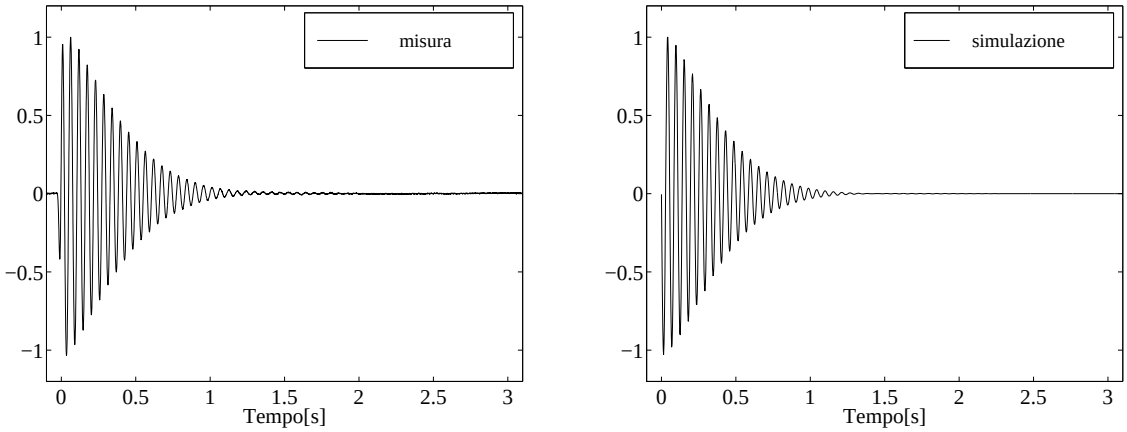


Figura 8.11: Segnale dell'accelerometro in condizioni di sintonia perfetta ($L$=$L_{ott}$=650H): $R = R_{ott} = 10.7\text{k}\Omega$ ($\boldsymbol{\delta} = 0.073$)

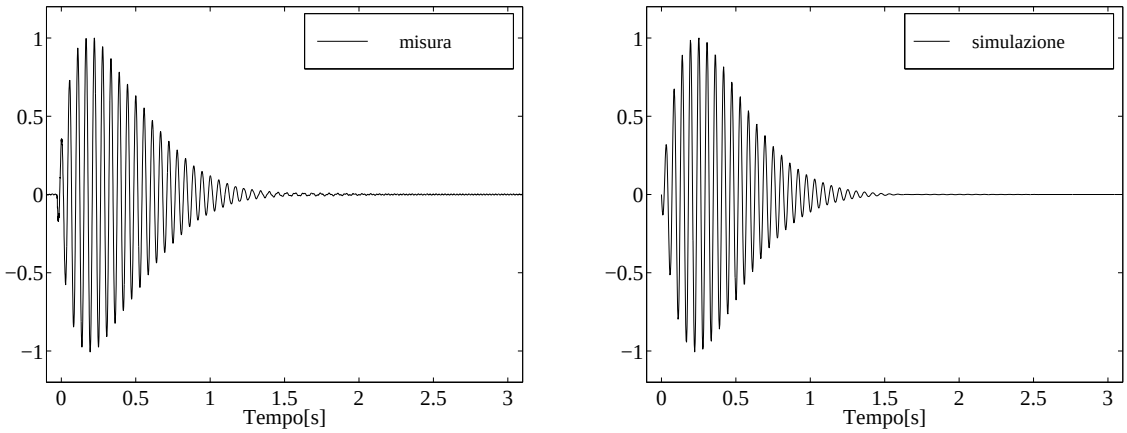


Figura 8.12: Differenza di potenziale $V_L$ in condizioni di sintonia perfetta ($L$=$L_{ott}$=650H): $R = R_{ott} = 10.7\text{k}\Omega$ ($\boldsymbol{\delta} = 0.073$)

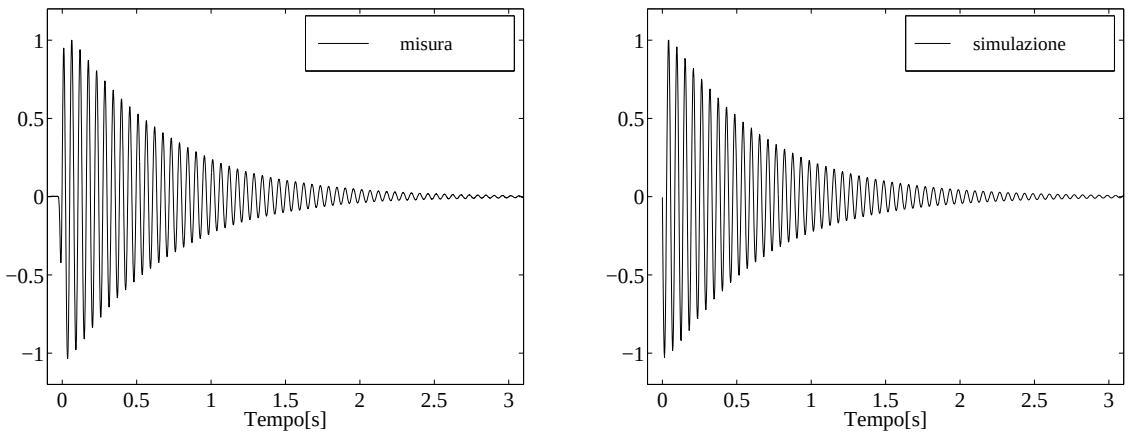


Figura 8.13: Segnale dell'accelerometro in condizioni di sintonia perfetta ($L$=$L_{ott}$=650H): $R = 18\text{k}\Omega > R_{ott}$ ($\boldsymbol{\delta} = 0.122$)

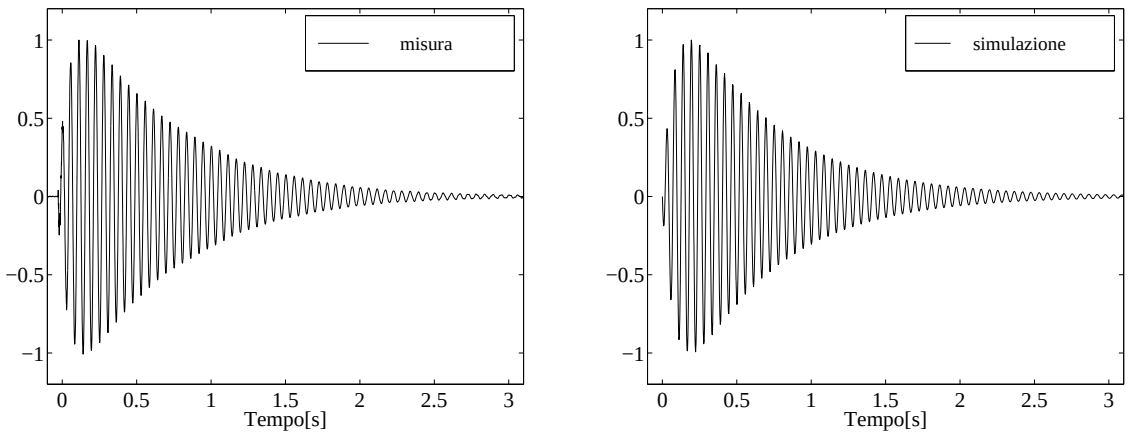


Figura 8.14: Differenza di potenziale $V_L$ in condizioni di sintonia perfetta ($L$=$L_{ott}$=650H): $R = 18\text{k}\Omega > R_{ott}$ ($\boldsymbol{\delta} = 0.122$)

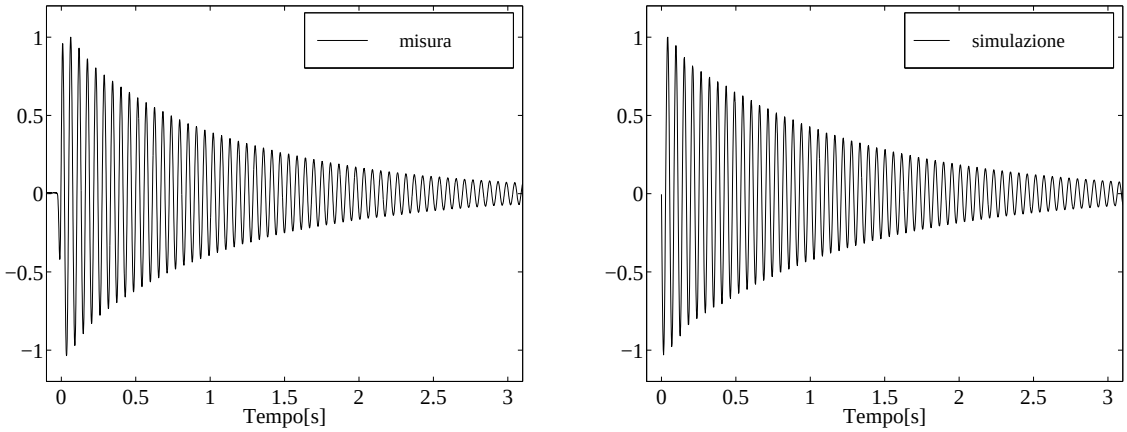


Figura 8.15: Segnale dell'accelerometro fuori sintonia ($L$=528H): $R = 6\text{k}\Omega < R_{ott}$ ($\boldsymbol{\delta} = 0.041$)

risultati tabella 8.3) ed il contributo del modo più smorzato diventa subito trascurabile.

Nella parte sinistra delle figure 8.15-8.20 sono riportate, sempre in termini del segnale dell'accelerometro e della differenza di potenziale $V_L$, misure delle oscillazioni libere della mensola attuata fuori dalle condizioni di perfetta sintonia. In particolare tutte le misure sono relative a un'induttanza $L = 528$H, alla quale corrisponde $\boldsymbol{\nu} = 1.113$, e variano a seconda della resistenza totale $R$ scelta: nelle figura 8.15 e 8.16 $R = 10\text{k}\Omega$, nelle figure 8.17 e 8.18 è stato scelto il valore ottimale di $R$ per $\boldsymbol{\nu} = 0.113$, pari a 16.7k$\Omega$, calcolato mediante l'abaco riportato nel precedente paragrafo ed infine, nelle figure 8.19 e 8.20 $R = 26\text{k}\Omega$.

Accanto a ciascuna misura è riportata la corrispondente simulazione, ricavata in maniera analoga a quanto fatto nel caso di perfetta sintonia.

Risulta evidente che, avendo scelto un'induttanza inferiore al valore ottimo (scarto relativo pari a circa il 18%), il decadimento massimo nel tempo delle oscillazioni libere è di molto inferiore a quello ottenuto in condizioni di sintonia perfetta; si può inoltre osservare come l'influenza della resistenza $R$ sullo smorzamento del sistema sia piccola quando non si è più in condizioni di sintonia perfetta. L'accordo tra simulazioni e misure è buono anche in questo caso.

Maggiori informazioni sono state ottenute dagli esperimenti identificando i poli relativi ad ogni misura, dalla cui parte reale dipende lo smorzamento introdotto nel sistema così come è stato definito nel capitolo precedente; in tale maniera è stato possibile costruire

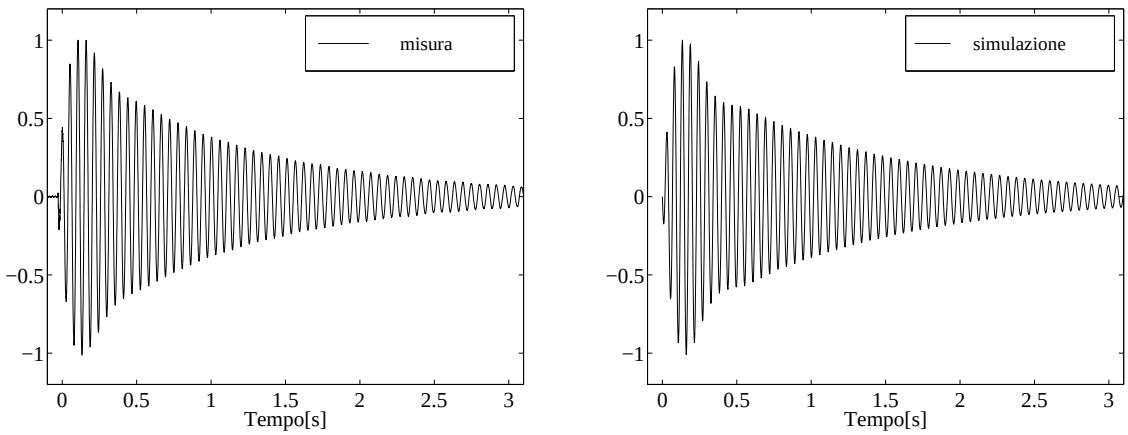


Figura 8.16: Differenza di potenziale $V_L$ fuori sintonia ($L$=528H): $R = 6\text{k}\Omega < R_{ott}$ ($\boldsymbol{\delta} = 0.041$)

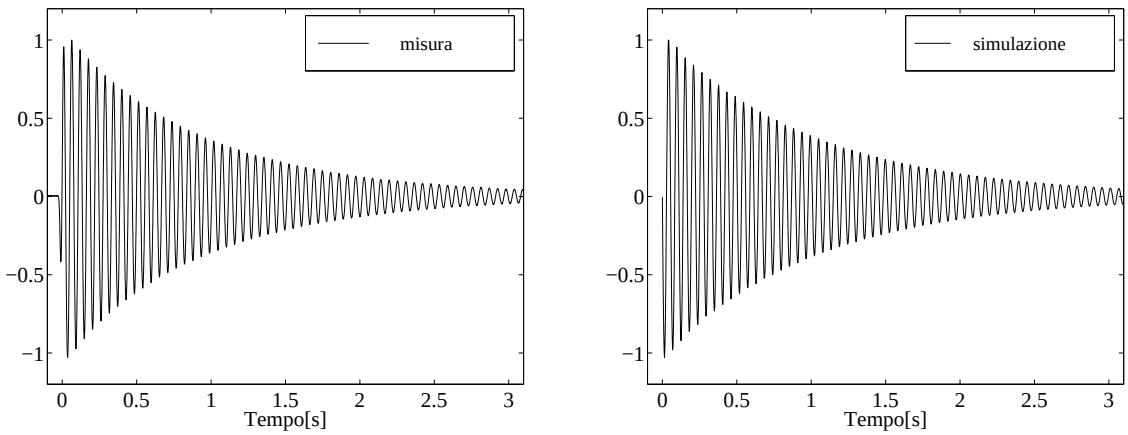


Figura 8.17: Segnale dell'accelerometro fuori sintonia ($L$=528H): $R = R_{ott} = 10.7\text{k}\Omega$ ($\boldsymbol{\delta} = 0.073$)

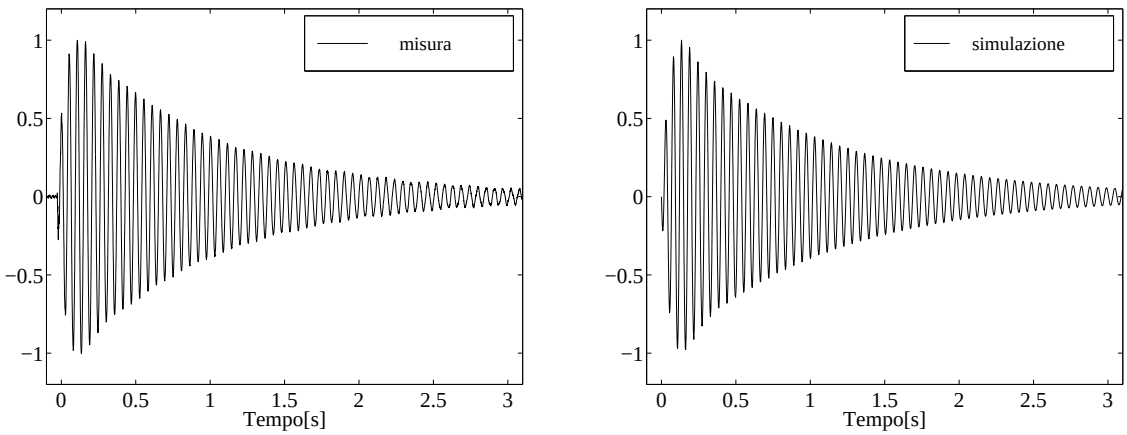


Figura 8.18: Differenza di potenziale $V_L$ fuori sintonia ($L$=528H): $R = R_{ott} = 10.7\text{k}\Omega$ ($\boldsymbol{\delta} = 0.073$)

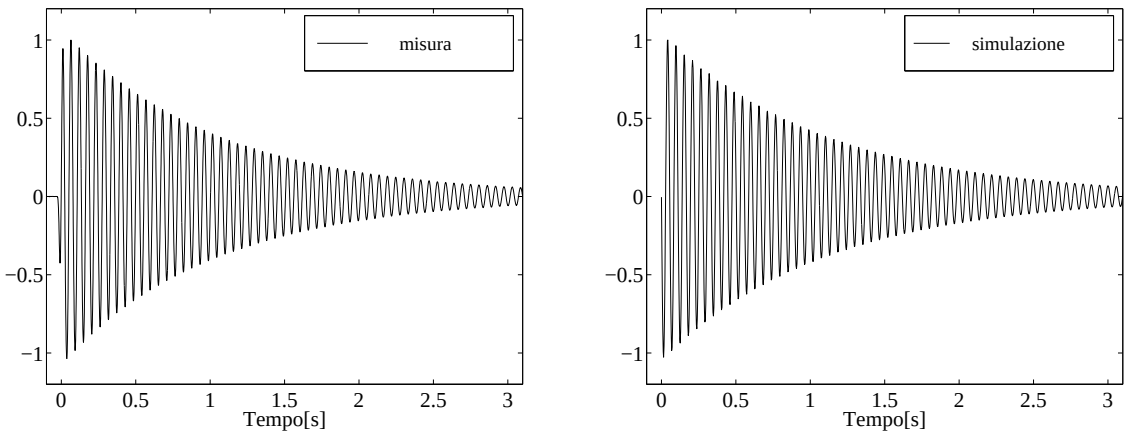


Figura 8.19: Segnale dell'accelerometro fuori sintonia ($L$=528H): $R = 26\text{k}\Omega > R_{ott}$ ($\boldsymbol{\delta} = 0.122$)

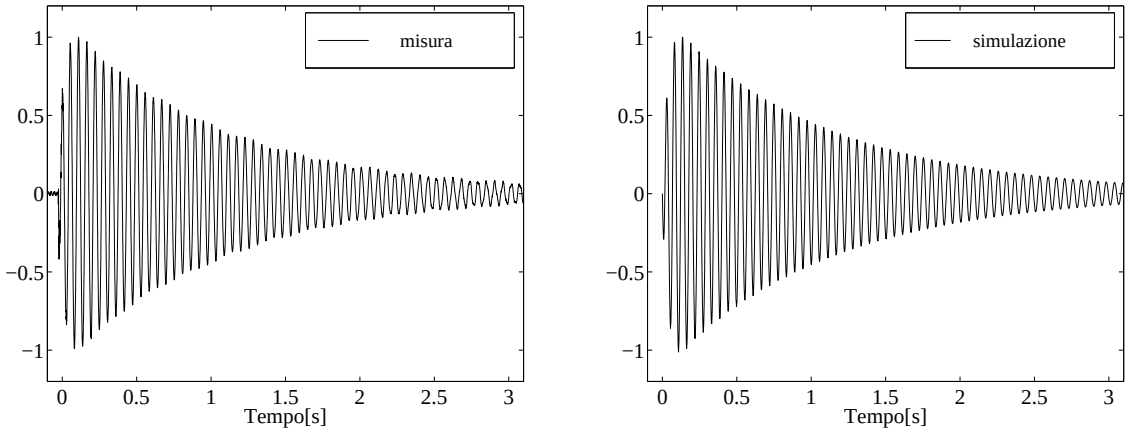


Figura 8.20: Differenza di potenziale $V_L$ fuori sintonia ($L$=528H): $R = 26\text{k}\Omega > R_{ott}$ ($\boldsymbol{\delta} = 0.122$)

il luogo delle radici al variare della resistenza totale $R$ del circuito elettrico sia per le misure realizzate in condizioni di sintonia che per quelle fuori sintonia. L'identificazione dei poli è stata ottenuta tramite un'identificazione della differenza di potenziale $V_L$, ai capi dell'induttanza sintetica, la cui espressione teorica è data dalla (8.7). L'identificazione è stata eseguita sul valore misurato di $V_L$ in quanto, in condizioni non ottimali ed in particolare per resistenze elettriche maggiori di quella ottimale, tale grandezza è maggiormente influenzata dal contributo dei poli a parte reale maggiore in valore assoluto (poli più smorzati) di quanto lo sia l'accelerazione. Questo fatto è chiaramente osservabile nelle simulazioni di figura 8.21, relative ad una condizione di sintonia ottimale ($\boldsymbol{\nu} = 1.003$) e ad una resistenza $R = 14\text{k}\Omega$, che mostrano i contributi relativi alle due coppie di poli complessi coniugati che compongono la risposta totale; con "modo1" si fa riferimento al modo relativo alla coppia di poli a parte reale minore in valore assoluto (meno smorzato) mentre con "modo2" si fa riferimento al modo relativo alla coppia di poli a parte reale maggiore in valore assoluto (più smorzato).

Il risultato dell'identificazione è riportato in tabella 8.3 per le misure eseguite in condizione di sintonia ($L = 650$H) al variare della resistenza $R$ e in tabella 8.4 per le misure eseguite fuori sintonia ($L = 528$H) al variare della resistenza $R$. I risultati dell'identificazione chiariscono i commenti espressi riguardo ai risultati sperimentali presentati in precedenza e confermano che i valori ottimali della resistenza ($R = 10.7\text{k}\Omega$ in condizioni di sintonia e $R = 16.7\text{k}\Omega$ per $L = 528$H) calcolati secondo l'analisi svolta nel precedente

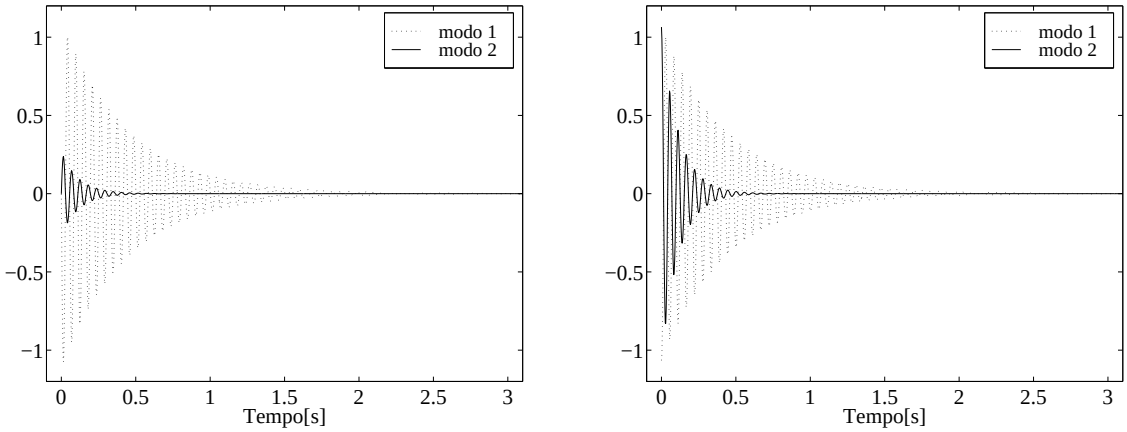


Figura 8.21: Simulazioni in condizioni di sintonia perfetta per $R = 14\text{k}\Omega$, contributo dei due modi componenti la risposta. A sinistra: segnale dell'accelerometro; a destra: differenza di potenziale $V_L$

capitolo, sono effettivamente i valori che nelle misure hanno fornito il migliore smorzamento; in corrispondenza di tali valori, infatti, il minimo dei valori assoluti delle parti reali dei poli determinati sperimentalmente è risultato massimo. In particolare il coefficiente di decadimento esponenziale delle vibrazioni massimo ottenuto nel caso di perfetta sintonia è risultato pari a $\alpha_{ott} = 4.3$; ricordando che il coefficiente di decadimento esponenziale delle vibrazioni misurato a circuito aperto, dovuto al solo smorzamento interno della struttura, valeva $\alpha = 0.45$, appare evidente l'efficacia del sistema di smorzamento passivo qui adottato. Nelle figure 8.22 e 8.23 sono riportati, nel piano complesso, i poli determinati sperimentalmente al variare della resistenza totale $R$ per le misure in sintonia e fuori sintonia, rispettivamente; sono inoltre sovrapposti i corrispondenti luoghi delle radici dell'equazione (7.35), equazione secolare del sistema adimensionale (7.26). Entrambi i luoghi sono calcolati per $\boldsymbol{\kappa} = 0.073$ e $\boldsymbol{\zeta}_m = 0.002$; per quello di figura 8.22 si ha poi $\boldsymbol{\nu} = 1.003$ ($L = 650\text{H}$) e $0 \leq \rho \leq 0.136$ ($0\text{k}\Omega \leq R \leq 20\text{k}\Omega$) mentre per quello di figura 8.23 si ha poi $\boldsymbol{\nu} = 1.113$ ($L = 528\text{H}$) e $0 \leq \rho \leq 0.19$ ($0\text{k}\Omega \leq R \leq 25.2\text{k}\Omega$). Dalle figure 8.22 e 8.23 l'accordo tra i risultati e il modello analitico fornito nel precedente capitolo risulta ottimo per valori di $R$ non troppo elevati; all'aumentare di $R$ oltre il valore ottimo, uno dei due modi costituenti la risposta nel tempo risulta molto smorzato (la sua parte reale è negativa e grande in valore assoluto) e dunque la sua identificazione diventa sempre meno precisa.

| $R$[kΩ] | modo1 (Re[$s^{-1}$]) | modo1 (Im[$s^{-1}$]) | modo2 (Re[$s^{-1}$]) | modo2 (Im[$s^{-1}$]) |
|---|---|---|---|---|
| 6 | -2.62 | 109.55 | -2.65 | 116.08 |
| 7 | -2.79 | 109.87 | -3.13 | 115.99 |
| 8 | -3.37 | 110.36 | -3.60 | 115.39 |
| **$\simeq$ 10.7** | **-4.27** | **113.02** | **-4.53** | **112.47** |
| 14 | -2.00 | 112.95 | -9.98 | 112.98 |
| 16 | -1.78 | 112.83 | -11.37 | 112.84 |
| 18 | -1.51 | 112.89 | -13.67 | 112.91 |
| 26 | -1.15 | 112.88 | -19.18 | 109.89 |
| 56 | -0.64 | 112.76 | -39.05 | 103.02 |
| 106 | -0.45 | 112.77 | -468.26 | 115.59 |

Tabella 8.3: Risultati dell'identificazione eseguita sulle misure in perfetta sintonia ($L$ = 650H), al variare della resistenza totale $R$

| $R$[kΩ] | modo1 (Re[$s^{-1}$]) | modo1 (Im[$s^{-1}$]) | modo2 (Re[$s^{-1}$]) | modo2 (Im[$s^{-1}$]) |
|---|---|---|---|---|
| 6 | -0.63 | 11.37 | -5.69 | 124.56 |
| 7 | -0.73 | 11.42 | -6.69 | 124.29 |
| 8 | -0.81 | 111.47 | -7.51 | 124.18 |
| 10 | -0.92 | 111.61 | -9.32 | 123.78 |
| 14 | -1.05 | 111.87 | -13.14 | 122.96 |
| **$\simeq$ 16.7** | **-1.06** | **111.98** | **-15.79** | **122.79** |
| 18 | -1.05 | 112.09 | -17.18 | 121.68 |
| 26 | -0.94 | 112.31 | -26.26 | 118.57 |
| 56 | -0.62 | 112.48 | -53.58 | 79.55 |
| 106 | -0.46 | 112.47 | 0.00 | 314.10 |

Tabella 8.4: Risultati dell'identificazione eseguita sulle misure fuori sintonia ($L$ = 528H), al variare della resistenza totale $R$

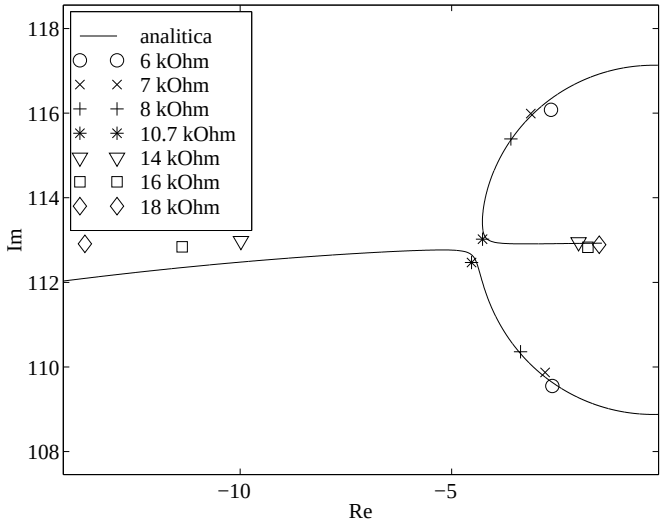


Figura 8.22: Confronto sperimentale-teorico nel piano complesso per condizioni di perfetta sintonia

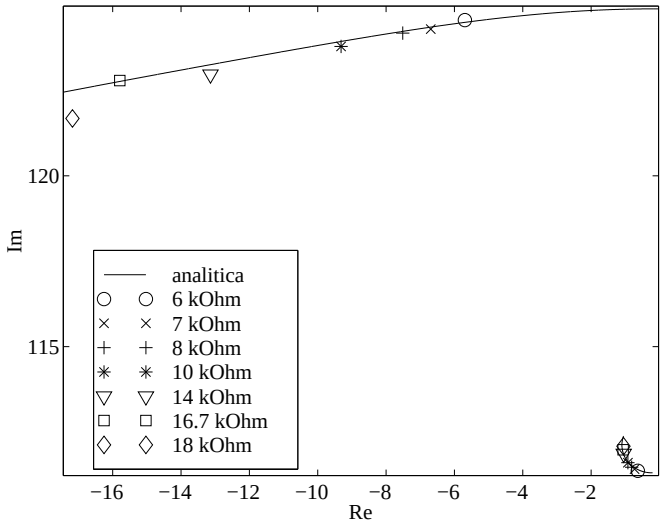


Figura 8.23: Confronto sperimentale-teorico nel piano complesso fuori sintonia