



**UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA
"TOR VERGATA"**

FACOLTA' DI INGEGNERIA

DOTTORATO DI RICERCA IN INGEGNERIA DEI MATERIALI

XX CICLO

**INDENTATORE PIANO CILINDRICO PER LA
CARATTERIZZAZIONE MECCANICA DEI MATERIALI
METALLICI:
SVILUPPI SPERIMENTALI E SIMULAZIONI**

Andrea Moriani

Docente Guida/Tutor: Prof. Roberto Montanari

Coordinatore: Prof. Roberto Montanari

Correlatore: Ing. Bruno Riccardi

Novembre 2007

ABSTRACT

Recent technological advances have led to the general availability of depth sensing instrumented indentation, where the indenter penetration force can be continuously monitored as a function of the depth of penetration into a substrate during both loading and unloading. Indentation tests are often used for the investigation of elasto-plastic mechanical behaviour of materials. These tests are technically simpler than the tensile test, but the correct physical interpretation of the deformation process taking place during impression tests is very intricate, because the stress field under the indenter is multi-axial and inhomogeneous.

The present work constitutes a continuation of an activity that sees the department of Engineering of the materials of the University of studies in Rome "Tor Vergata" important maker and it deals the development of a portable indenter that allows to apply load up to 2000_N with sensitiveness of 4_N and to reach penetrations of 1_mm with sensitiveness of 1_μm. Such a machine is born how development of the device FIMEC (Flat-top cylinder Indenter for MEchanical Characterization) that uses a flat cylindrical indenter of the diameter of 1_mm with the purpose of generating load-penetration curves from which to extract the mechanical characteristics as the yield strength, the Young's modulus and the information about the plastic behaviour of the material.

Comprehensive theoretical and computational studies have emerged to elucidate the contact mechanics and the deformation mechanisms in order to systematically extract material properties from load-penetration curves obtained from instrumented indentation. The simplicity of the experimental machine allows its use also on fulfilled mechanical details, already mounted and in service.

The construction of a mathematical model for the solution of the forward analysis leads to prediction of the force-penetration response from known elasto-plastic properties. The development of this forward analysis algorithm constitutes the most original part of the work of simulation. Such work has let to develop a model for the solution of the reverse analysis of the indentation with cylindrical indenter. The reverse analysis implies estimation of the elasto-plastic properties from a complete (i.e., loading and full unloading) load-penetration curve. The experimental tests of indentation made at room temperature have been integrated with tests at high temperature using a special oven for heating the samples. Indentation creep testing were carried out in order to present an experimental validated method to determine the material creep parameters (usually get from the uniaxial tensile tests) from the indentation creep tests.

Keywords: Indentation test; Mechanical properties; Finite element simulation; Large deformation; Indentation creep testing; creep parameters

RIASSUNTO

Recenti sviluppi tecnologici hanno portato alla disponibilità di macchine sperimentali per eseguire prove strumentate di indentazione profonda. Tali macchine consentono di misurare in modo continuo la variazione del carico di indentazione come funzione della profondità di indentazione.

La prova di indentazione è usata per investigare il comportamento elasto-plastico dei materiali metallici. Questa prova è tecnicamente più semplice della prova di trazione, ma la corretta interpretazione fisica del processo di deformazione che avviene durante la penetrazione è molto complesso, perché il campo delle tensioni sotto l'indentatore è multiassiale e inhomogeneo. Il presente lavoro costituisce una continuazione di un'attività che vede il dipartimento di Ingegneria dei Materiali dell'Università degli studi di Roma "Tor Vergata" importante artefice e tratta dello sviluppo di un indentatore portatile che consente di applicare carichi fino a circa 2000_N con sensibilità di 4_N e di raggiungere penetrazioni di 1_mm con sensibilità di 1_μm. Tale macchina nasce come sviluppo del dispositivo FIMEC (Flat-top cylinder Indenter for MEchanical Characterization) che utilizza un indentatore cilindrico a testa piatta del diametro di 1_mm al fine di generare curve carico-penetrazione da cui ricavare le caratteristiche meccaniche quali il carico di snervamento, il modulo di Young e informazioni circa il comportamento plastico del materiale. La possibilità attraverso studi teorici e computazionali di chiarire la meccanica del contatto e i meccanismi della deformazione al fine di estrarre sistematicamente le proprietà meccaniche dei materiali dalle curve di carico-penetrazione aprono interessanti sviluppi sulla caratterizzazione delle proprietà dei materiali metallici tra cui quelli utilizzati nella fusione nucleare. La semplicità della macchina sperimentale consente il suo impiego anche su particolari meccanici già realizzati, montati ed in servizio.

La costruzione di un modello matematico per la soluzione del problema diretto dell'indentazione con penetratore cilindrico cioè il metodo di determinare la curva di indentazione per un penetratore cilindrico partendo dalle caratteristiche elasto-plastiche del materiale, costituisce la parte più originale del lavoro di simulazione. Tale lavoro ha permesso di sviluppare un modello per la soluzione del problema inverso dell'indentazione con penetratore cilindrico cioè il metodo di ricavare le proprietà elasto-plastiche di un materiale partendo dalla curva di indentazione ottenuta con un penetratore cilindrico.

Le prove sperimentali di indentazione a freddo sono state integrate con prove di indentazione a caldo grazie alla realizzazione di un apposito forno per il riscaldamento dei campioni, si sono inoltre eseguite prove di creep di indentazione confermando la possibilità che i parametri della prova di creep per trazione a carico costante possono essere determinati da una prova di creep di indentazione.

Parole chiave: Prova di indentazione; Proprietà meccaniche; Elementi finiti; Grandi deformazioni; Prova di creep di indentazione; parametri di creep

INDICE

INTRODUZIONE.....	3
1. TEORIA DELL'INDENTAZIONE CILINDRICA	
IN REGIME ELASTICO.....	5
1.1 SOLUZIONE DEI PROBLEMI ELASTOSTATICI.....	5
1.2 CARICHI PUNTIFORMI SU SEMI-SPAZI ELASTICI.....	6
1.2.1 Funzioni potenziali di Boussinesq e Cerruti.....	6
1.2.2 Forza normale concentrata.....	11
1.2.3 Pressione applicata su una regione circolare con spostamento normale uniforme.....	13
2. ATTIVITA' SPERIMENTALE.....	18
2.1 LA MACCHINA INDENTATRICE.....	18
2.1.1 Parte meccanica e sensoristica.....	18
2.1.2 Sistema di controllo del motore e dell'acquisizione dei segnali....	18
2.2 PROVE DI INDENTAZIONE.....	19
2.3 REGOLARIZZAZIONE DEI DATI SPERIMENTALI.....	19
2.3.1 Approssimazione trigonometrica.....	19
2.3.2 Approssimazione con media dei vicini.....	20
2.3.3 Approssimazione polinomiale.....	21
2.3.4 Risultati e considerazioni.....	21
2.4 CORREZIONE DELLE CURVE DI INDENTAZIONE DALLA INFLUENZA DELLA MACCHINA DI PROVA.....	22
2.5 PROVE DI COMPRESSIONE.....	22
2.6 PROVE DI INDENTAZIONE A CALDO.....	23
2.7 PROVE DI INDENTAZIONE OTTENUTE CON PUNZONI DI DIVERSO DIAMETRO.....	23
2.8 PROVE DI INDENTAZIONE DI CARICO E SCARICO.....	23
2.9 PROVE DI DUREZZA ROCKWELL REALIZZATE CON LA MACCHINA INDENTATRICE.....	24
2.10 PROVE DI SCORRIMENTO VISCOSO.....	25
2.10.1 Relazione tra prove di creep di trazione e di indentazione.....	26
2.10.2 Prove di creep.....	27
2.11 PROVE DI INDENTAZIONE A TEMPERATURA AMBIENTE SULLA LEGA DI RAME CuCrZr.....	29
3. SIMULAZIONI NUMERICHE.....	71
3.1 STUDIO DI UN MODELLO ALTERNATIVO AI CODICI AGLI ELEMENTI FINITI.....	71
3.2 COSTRUZIONE DI UN MODELLO COMPUTAZIONALE PER LA SOLUZIONE DEL PROBLEMA DIRETTO.....	71
3.2.1 Considerazioni teoriche.....	72
3.2.1.1 Formulazione del problema.....	72
3.2.1.2 Analisi dimensionale.....	73
3.2.2 Costruzione della base dati con codice agli elementi finiti.....	74
3.2.3 Algoritmo per l'analisi diretta.....	75

3.2.4 Verifiche dell'algoritmo per l'analisi diretta.....	77
3.3 CONFRONTO DELLA CURVA DI INDENTAZIONE SPERIMENTALE CON QUELLA OTTENUTA AGLI ELEMENTI FINITI.....	78
3.4 APPLICAZIONE DEL CRITERIO DI SOMIGLIANZA AL PROCESSO DI INDENTAZIONE CILINDRICA.....	79
3.4.1 Applicazione su processi di indentazione su materiali identici.....	81
3.5 CORREZIONE DELLA CURVA DI INDENTAZIONE CON I DATI OTTENUTI DALLA PROVA DI COMPRESSIONE.....	82
3.5.1 Calcolo dei parametri plastici dalle prove di compressione.....	83
3.5.2 Risultati numerici.....	84
3.6 SOLUZIONE DEL PROBLEMA INVERSO DELL'INDENTAZIONE CON PENETRATORE CILINDRICO.....	84
3.6.1 Programma per la soluzione del problema inverso.....	85
3.6.2 Verifica dell'algoritmo per l'analisi inversa.....	86
 4. CONCLUSIONI	 135
 RINGRAZIAMENTI.....	 139
 BIBLIOGRAFIA.....	 140

INTRODUZIONE

Una problematica nella disciplina dell'Ingegneria dei Materiali è quella di definire il comportamento di un materiale in base ad una sollecitazione esterna. Tra le proprietà di un materiale c'è quella meccanica, che riguarda le deformazioni che si verificano in conseguenza di una sollecitazione dovuta ad una forza o ad una coppia di forze. Tra le prove convenzionali meccaniche la più importante è la prova di trazione statica. Con tale prova si ricavano informazioni che consentono la formulazione di giudizi relativi allo stato del materiale ed alle possibilità del suo impiego. Recenti sviluppi tecnologici hanno portato alla disponibilità di macchine sperimentali per eseguire prove strumentate di indentazione profonda. Tali macchine consentono di misurare in modo continuo la variazione del carico di indentazione come funzione della profondità di indentazione.

La prova di indentazione, come ad esempio le prove di durezza Brinell, Vickers o Meyer sono spesso usate per investigare il comportamento plastico del materiale. Queste prove sono tecnicamente più semplici della prova di trazione, ma la corretta interpretazione fisica del processo di deformazione che avviene durante la penetrazione è molto complesso, perché il campo delle tensioni sotto l'indentatore è multiassiale e inhomogeneo.

Il presente lavoro costituisce una continuazione di un'attività che vede il dipartimento di Ingegneria dei Materiali importante artefice e tratta dello sviluppo di un indentatore portatile che consente di applicare carichi fino a circa 2000_N con sensibilità di 4_N e di raggiungere penetrazioni di 1_mm con sensibilità di 1_μm. Tale macchina nasce come sviluppo del dispositivo FIMEC (Flat-top cylinder Indenter for MEchanical Characterization) [1] che utilizza un indentatore cilindrico a testa piatta del diametro di 1_mm al fine di generare curve carico-penetrazione da cui ricavare le caratteristiche meccaniche quali il carico di snervamento, il modulo di Young e informazioni circa il comportamento plastico del materiale. La possibilità attraverso studi teorici e computazionali di chiarire la meccanica del contatto e i meccanismi della deformazione al fine di estrarre sistematicamente le proprietà meccaniche dei materiali dalle curve di carico-penetrazione aprono interessanti sviluppi sulla caratterizzazione delle proprietà dei materiali metallici tra cui quelli utilizzati nella fusione nucleare. La semplicità della macchina sperimentale consente il suo impiego anche su particolari meccanici già realizzati, montati ed in servizio.

Questo resoconto descriverà l'attività svolta durante il dottorato di Ingegneria dei Materiali. Tale lavoro è consistito di un'attività sia teorica che sperimentale. L'esposizione degli argomenti svolti parte nel capitolo_1 con lo studio teorico del processo di indentazione cilindrica [2,3]. Il capitolo_2 oltre a descrivere la macchina di prova espone tutta l'attività sperimentale che è consistita nella messa a punto dell'apparato e nell'esecuzione di prove su materiali ben caratterizzati meccanicamente. In tale capitolo si sono descritte anche tecniche di analisi numerica utilizzate per regolarizzare i dati sperimentali e gli algoritmi utilizzati per correggere la curva di indentazione dall'influenza della macchina di prova. Un paragrafo è dedicato alle prove di compressione effettuate presso il CSM (Centro Sperimentale Metalli) sull'acciaio F82H utilizzato come materiale di riferimento in questo lavoro di dottorato. Vengono anche descritte le modifiche apportate all'apparato sperimentale al fine di eseguire prove di indentazione a caldo e prove di scorrimento viscoso insieme a tutta una serie di procedure sperimentali per evidenziare le caratteristiche meccaniche dei materiali.

Il capitolo_3 raccoglie tutto il lavoro di simulazione numerica effettuato utilizzando il codice agli elementi finiti ABAQUS insieme a tutta una serie di programmi sviluppati in fortran_90 e Visual Basic. Tale capitolo è aperto dalla descrizione di un tentativo di applicare tecniche di calcolo della dinamica molecolare a problemi di meccanica non lineare. La parte più originale del lavoro di simulazione è sicuramente rappresentato dalla costruzione di un modello per la soluzione del problema diretto dell'indentazione con penetratore cilindrico cioè il metodo di determinare la curva di indentazione per un penetratore cilindrico partendo dalle caratteristiche

elasto-plastiche del materiale. Segue la descrizione del modello per la soluzione del problema inverso dell'indentazione con penetratore cilindrico cioè il metodo di ricavare le proprietà elasto-plastiche di un materiale partendo dalla curva di indentazione ottenuta con un penetratore cilindrico.

Il capitolo_4 cerca di sintetizzare il lavoro svolto fino ad adesso evidenziando le problematiche da risolvere e individuando altri interessanti obiettivi da raggiungere.

1. TEORIA DELL'INDENTAZIONE IN REGIME ELASTICO

1.1 SOLUZIONE DEI PROBLEMI ELASTOSTATICI

In un problema elastostatico relativo ad un corpo omogeneo isotropo devono essere soddisfatte alcune equazioni di campo, e precisamente:

1. equazioni di equilibrio,

$$\sigma_{ji,j} + \rho * b_i = 0 \quad (1.1)$$

Dove σ_{ji} è il tensore degli sforzi, ρ è la densità del materiale e b_i è la forza di volume (gravità e inerzia).

2. equazioni di compatibilità,

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_{ij}}{\partial x_k * \partial x_m} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{km}}{\partial x_i * \partial x_j} - \frac{\partial^2 \varepsilon_{ik}}{\partial x_j * \partial x_m} - \frac{\partial^2 \varepsilon_{jm}}{\partial x_i * \partial x_k} = 0 \quad (1.2)$$

Dove ε_{ij} è il tensore euleriano di deformazione infinitesima.

3. equazioni costitutive (legge di Hooke),

$$\sigma_{ij} = \lambda * \delta_{ij} * \varepsilon_{kk} + 2 * \mu * \varepsilon_{ij} \quad (1.3)$$

Dove λ e μ sono le costanti di Lamè e δ_{ij} è il delta di Kronecker.

4. relazioni tra deformazione e spostamento,

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} * (u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (1.4)$$

Dove u_i è il vettore spostamento.

Dove si è adottata la notazione indiciale per indicare le componenti dei tensori. Ricordo che quando un indice compare una volta sola si intende che detto indice assume i valori del campo di variazione, che nel nostro caso è tre. Quando invece un indice compare due volte in un termine, si intende che quell'indice assume tutti i valori compresi nel suo campo di variazione e che i termini risultano sommati (convenzione di sommatoria). Per indicare la derivata parziale rispetto x_i si usa la convenzione della virgola e dell'indice in basso.

Oltre alle equazioni di campo in generale il problema elastostatico prevede di soddisfare altre equazioni relative agli sforzi e/o agli spostamenti.

Per quei problemi nei quali sono assegnate su tutto il contorno le componenti degli spostamenti con un'equazione del tipo:

$$u_i = g_i(X) \quad (1.5)$$

Dove X sono le coordinate della configurazione iniziale dette coordinate materiali.

Si possono introdurre nella legge di Hooke (1.3) le relazioni deformazione-spostamento (1.4) e introdurre poi il risultato così ottenuto nella (1.1) fino ad ottenere le equazioni:

$$\mu * u_{i,jj} + (\lambda + \mu) * u_{j,ji} * \rho * b_i = 0 \quad (1.6)$$

Dette equazioni di Navier-Cauchy. E' quindi evidente che la soluzione di questo tipo di problemi è data sotto forma di un vettore spostamento u_i che in tutto il continuo soddisfa alla (1.6) e sul contorno alla (1.5).

Per quei problemi nei quali sono assegnati su tutto il contorno gli sforzi superficiali con equazioni del tipo:

$$t_i^{(n)} = \sigma_{ij} * n_j \quad (1.7)$$

Dove $t_i^{(n)}$ è il vettore sforzo e \hat{n} è il vettore unitario normale alla superficie.

Si possono combinare le equazioni di compatibilità (1.2) con la legge di Hooke (1.3) e l' equazione di equilibrio (1.1) fino ad ottenere le equazioni:

$$\sigma_{ij,kk} + \frac{1}{(1+\nu)} * \sigma_{kk,ij} + \rho * (b_{i,j} + b_{j,i}) + \left(\frac{\nu}{1-\nu} \right) * \delta_{ij} * \rho * b_{k,k} = 0 \quad (1.8)$$

Dove ν è il modulo di Poisson.

Dette equazioni di compatibilità di Beltrami-Michell. La soluzione di questo tipo di problema è data come tensore degli sforzi che soddisfa alla (1.8) in tutto il continuo e alla (1.7) sul contorno.

Per quei problemi per cui sono date condizioni al contorno miste, occorre risolvere il sistema delle equazioni di campo. La soluzione dà i campi di spostamento e sforzo in tutto il continuo. Le componenti dello sforzo devono soddisfare su una data porzione del contorno alla (1.7), mentre lo spostamento deve soddisfare alla (1.5) sulla restante parte del contorno.

1.2 CARICHI PUNTIFORMI SU SEMI-SPAZI ELASTICI

1.2.1 Funzioni potenziali di Boussinesq e Cerruti

Studieremo lo sforzo e la deformazione prodotti in un semi-spazio elastico, limitato dalla superficie piana $z = 0$, sotto l'azione di uno sforzo normale e tangenziale applicato sull'area chiusa S della superficie posizionata in vicinanza dell'origine. Al di fuori dell'area di carico entrambi gli sforzi normali e tangenziali sono nulli. Quindi siamo in presenza di un problema elastico nel quale gli sforzi sulla superficie sono assegnati. Ad una grande distanza dall'area di applicazione del carico le componenti di deformazione e sforzo si riducono a zero. Il carico sia per generalità bi-dimensionale (variabile in direzione x e y) consistente in una pressione normale $p(x, y)$ ed in un carico tangenziale (indotto per esempio dall'attrito) di componenti $q_x(x, y)$ e $q_y(x, y)$. Lo stato di sforzo risulta tri-dimensionale e quindi con sei componenti dello sforzo $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}$ e τ_{zx} .

Un caso speciale si ha quando il carico è assialsimmetrico intorno all'asse z . In coordinate cilindriche (r, θ, z) la pressione $p(r)$ e il carico tangenziale $q(r)$ sono indipendenti da θ e $q(r)$ agisce in direzione radiale. Le componenti dello sforzo $\tau_{r\theta}$ e $\tau_{\theta z}$ sono nulle e le altre componenti dello sforzo sono indipendenti da θ .

L'approccio classico alla trattazione del problema elastico di un continuo semi-infinito sottoposto ad un carico di pressione agente su una superficie chiusa è dovuto a Cerruti [4] e Boussinesq [5] e risolto con l'uso della teoria del potenziale. Tale approccio è stato poi compendiato da Love [6]; in

questa trattazione vengono richiamati solo alcuni risultati finalizzati alla soluzione dell'indentazione cilindrica in regime elastico.

Il semi-spazio è mostrato in figura_1.1. Sia $C(\xi, \eta)$ un punto appartenente all'area S , mentre $A(x, y, z)$ è un punto appartenente al semi-spazio continuo. La distanza tra C ed A è data dalla relazione:

$$CA \equiv \rho = \left[(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + z^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (1.9)$$

Le distribuzioni dei carichi sulla superficie S siano $p(\xi, \eta)$, $q_x(\xi, \eta)$ e $q_y(\xi, \eta)$.

Si definiscono ora le seguenti funzioni potenziali ciascuna soddisfacente l'equazione di Laplace:

$$F_1 = \iint_S q_x(\xi, \eta) * \Omega * d\xi * d\eta$$

$$G_1 = \iint_S q_y(\xi, \eta) * \Omega * d\xi * d\eta \quad (1.10)$$

$$H_1 = \iint_S p(\xi, \eta) * \Omega * d\xi * d\eta$$

Dove

$$\Omega = z * \ln(\rho + z) - \rho \quad (1.11)$$

Si definiscono inoltre le seguenti altre funzioni potenziali:

$$F = \frac{\partial F_1}{\partial z} = \iint_S q_x(\xi, \eta) * \ln(\rho + z) * d\xi * d\eta$$

$$G = \frac{\partial G_1}{\partial z} = \iint_S q_y(\xi, \eta) * \ln(\rho + z) * d\xi * d\eta \quad (1.12)$$

$$H = \frac{\partial H_1}{\partial z} = \iint_S p(\xi, \eta) * \ln(\rho + z) * d\xi * d\eta$$

Ponendo:

$$\psi_1 = \frac{\partial F_1}{\partial x} + \frac{\partial G_1}{\partial y} + \frac{\partial H_1}{\partial z} \quad (1.13)$$

$$\psi = \frac{\partial \psi_1}{\partial z} = \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial z} \quad (1.14)$$

Love ha dimostrato che le componenti dello spostamento elastico u_x , u_y e u_z , in qualsiasi punto $A(x, y, z)$ del solido, possono essere espresse mediante le funzioni sopra definite nel seguente modo:

$$u_x = \frac{1}{4 * \pi * \underline{G}} * \left(2 * \frac{\partial F}{\partial z} - \frac{\partial H}{\partial x} + 2 * \nu * \frac{\partial \psi_1}{\partial x} - z * \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) \quad (1.15a)$$

$$u_y = \frac{1}{4 * \pi * \underline{G}} * \left(2 * \frac{\partial G}{\partial z} - \frac{\partial H}{\partial y} + 2 * \nu * \frac{\partial \psi_1}{\partial y} - z * \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) \quad (1.15b)$$

$$u_z = \frac{1}{4 * \pi * \underline{G}} * \left[\frac{\partial H}{\partial z} + (1 - 2 * \nu) * \psi - z * \frac{\partial \psi}{\partial z} \right] \quad (1.15c)$$

Dove \underline{G} è il modulo di elasticità tangenziale.

Queste espressioni decrescono come $\frac{1}{\rho}$ a grandi distanze dall'area di carico. Pertanto, esse rappresentano gli spostamenti elastici di punti vicino all'area di carico rispetto ai punti a grande distanza dall'area di carico dove il semi-spazio può essere considerato fisso.

Formulati gli spostamenti, è possibile ricavare le deformazioni ed, attraverso la legge di Hooke, le tensioni:

$$\sigma_x = \frac{2 * \nu * \underline{G}}{1 - 2 * \nu} * \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + 2 * \underline{G} * \frac{\partial u_x}{\partial x} \quad (1.16a)$$

$$\sigma_y = \frac{2 * \nu * \underline{G}}{1 - 2 * \nu} * \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + 2 * \underline{G} * \frac{\partial u_y}{\partial y} \quad (1.16b)$$

$$\sigma_z = \frac{2 * \nu * \underline{G}}{1 - 2 * \nu} * \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + 2 * \underline{G} * \frac{\partial u_z}{\partial z} \quad (1.16c)$$

$$\tau_{xy} = \underline{G} * \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) \quad (1.16d)$$

$$\tau_{yz} = \underline{G} * \left(\frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \right) \quad (1.16e)$$

$$\tau_{zx} = \underline{G} * \left(\frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z} \right) \quad (1.16f)$$

In presenza della sola pressione normale $p(\xi, \eta)$, per esempio in assenza di attrito, tutte le equazioni precedenti si semplificano. Risulta in particolare:

$$F = F_1 = G = G_1 = 0$$

E quindi

$$\psi_1 = \frac{\partial H_1}{\partial z} = H = \iint_S p(\xi, \eta) * \ln(\rho + z) * d\xi * d\eta \quad (1.17)$$

$$\psi = \frac{\partial H}{\partial z} = \frac{\partial \psi_1}{\partial z} = \iint_S p(\xi, \eta) * \frac{1}{\rho} * d\xi * d\eta \quad (1.18)$$

$$u_x = -\frac{1}{4 * \pi * \underline{G}} * \left[(1 - 2 * \nu) * \frac{\partial \psi_1}{\partial x} + z * \frac{\partial \psi}{\partial x} \right] \quad (1.19a)$$

$$u_y = -\frac{1}{4 * \pi * \underline{G}} * \left[(1 - 2 * \nu) * \frac{\partial \psi_1}{\partial y} + z * \frac{\partial \psi}{\partial y} \right] \quad (1.19b)$$

$$u_z = \frac{1}{4 * \pi * \underline{G}} * \left[2 * (1 - \nu) * \psi - z * \frac{\partial \psi}{\partial z} \right] \quad (1.19c)$$

Poiché le funzioni ψ , ψ_1 sono funzioni armoniche di x , y e z esse soddisfano l'equazione di Laplace:

$$\nabla^2 \psi = 0$$

$$\nabla^2 \psi_1 = 0$$

La dilatazione Δ è data dalla relazione:

$$\Delta \equiv \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = \frac{1 - 2 * \nu}{2 * \pi * \underline{G}} * \frac{\partial \psi}{\partial z} \quad (1.20)$$

Sostituendo le equazioni (1.19) e (1.20) nelle equazioni (1.16) si ottengono le componenti degli sforzi in ogni punto del solido sotto carico:

$$\sigma_x = \frac{1}{2 * \pi} * \left[2 * \nu * \frac{\partial \psi}{\partial z} - z * \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - (1 - 2 * \nu) * \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial x^2} \right] \quad (1.21a)$$

$$\sigma_y = \frac{1}{2 * \pi} * \left[2 * \nu * \frac{\partial \psi}{\partial z} - z * \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} - (1 - 2 * \nu) * \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial y^2} \right] \quad (1.21b)$$

$$\sigma_z = \frac{1}{2 * \pi} * \left(\frac{\partial \psi}{\partial z} - z * \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) \quad (1.21c)$$

$$\tau_{xy} = -\frac{1}{2*\pi} * \left[(1-2*\nu) * \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial x * \partial y} + 2 * \frac{\partial^2 \psi}{\partial x * \partial y} \right] \quad (1.21d)$$

$$\tau_{yz} = -\frac{1}{2*\pi} * z * \frac{\partial^2 \psi}{\partial y * \partial z} \quad (1.21e)$$

$$\tau_{zx} = -\frac{1}{2*\pi} * z * \frac{\partial^2 \psi}{\partial x * \partial z} \quad (1.21f)$$

Si nota che le componenti σ_z , τ_{yz} e τ_{zx} dipendono solo dalla funzione ψ . Le componenti σ_x e σ_y dipendono dalla funzione ψ_1 ma non la loro somma, pertanto:

$$\sigma_x + \sigma_y = \frac{1}{2*\pi} * \left[(1+2*\nu) * \frac{\partial \psi}{\partial z} + z * \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right] \quad (1.22)$$

Sulla superficie del solido lo sforzo normale vale:

$$\bar{\sigma}_z = \frac{1}{2*\pi} * \left(\frac{\partial \psi}{\partial z} \right)_{z=0} = \begin{cases} -p(\xi, \eta) \text{ dentro } S \\ 0 \text{ fuori } S \end{cases} \quad (1.23)$$

Mentre gli spostamenti sulla superficie sono espressi da:

$$\bar{u}_x = -\frac{1-2*\nu}{4*\pi*\underline{G}} * \left(\frac{\partial \psi_1}{\partial x} \right)_{z=0} \quad (1.24a)$$

$$\bar{u}_y = -\frac{1-2*\nu}{4*\pi*\underline{G}} * \left(\frac{\partial \psi_1}{\partial y} \right)_{z=0} \quad (1.24b)$$

$$\bar{u}_z = \frac{1-\nu}{2*\pi*\underline{G}} * \left(\frac{\partial \psi_1}{\partial z} \right)_{z=0} = \frac{1-\nu}{2*\pi*\underline{G}} * (\psi)_{z=0} \quad (1.24c)$$

Le equazioni (1.23) e (1.24c) mostrano che lo sforzo e lo spostamento normale nell'area di carico S dipendono solo dalla funzione ψ .

Le equazioni formulate forniscono la soluzione formale dello stato di sforzo e deformazione per un continuo semi-infinito sottoposto ad un prescritto carico di pressione sulla superficie. Se la distribuzione di tale carico sulla superficie S è nota, sarà possibile in principio calcolare gli sforzi e le deformazioni in qualsiasi punto del solido. In realtà, anche per i casi più semplici, il problema presenta notevoli difficoltà e richiede l'utilizzo di sofisticate tecniche analitiche per superare le difficoltà presenti nell'approccio classico.

Quello che faremo, per arrivare alla soluzione del problema dell'indentatore cilindrico, è di partire dal calcolo dello sforzo e dello spostamento prodotto da forze concentrate normali e tangenziali. La distribuzione degli sforzi e delle deformazioni prodotte da un carico distribuito potrà essere trovata utilizzando il principio di sovrapposizione.

1.2.2 Forza normale concentrata

Lo sforzo e la deformazione prodotta da una forza concentrata in un punto P che agisce normalmente alla superficie (figura_1.2) può essere trovata in diversi modi. Usando i risultati del precedente paragrafo facciamo tendere a zero l'area S sulla quale agisce il carico, quindi:

$$\rho = (x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{1}{2}} \quad (1.25a)$$

E

$$\iint_S p(\xi, \eta) * d\xi * d\eta = P \quad (1.25b)$$

Le funzioni potenziali ψ_1 e ψ , definite dalle equazioni (1.17) e (1.18), in questo caso si riducono a:

$$\psi_1 = \frac{\partial H_1}{\partial z} = H = P * \ln(\rho + z)$$

$$\psi = \frac{\partial H}{\partial z} = \frac{P}{\rho}$$

Sostituendo nell'equazioni (1.19) relative allo spostamento elastico in qualsiasi punto del solido si ottiene:

$$u_x = \frac{P}{4 * \pi * G} * \left[\frac{x * z}{\rho^3} - (1 - 2 * \nu) * \frac{x}{\rho * (\rho + z)} \right] \quad (1.26a)$$

$$u_y = \frac{P}{4 * \pi * G} * \left[\frac{y * z}{\rho^3} - (1 - 2 * \nu) * \frac{y}{\rho * (\rho + z)} \right] \quad (1.26b)$$

$$u_z = \frac{P}{4 * \pi * G} * \left[\frac{z^2}{\rho^3} + \frac{2 * (1 - \nu)}{\rho} \right] \quad (1.26c)$$

Dove ρ è dato dalla relazione (1.25a).

Le componenti dello sforzo sono date dall'equazioni (1.21) che danno:

$$\sigma_x = \frac{P}{2 * \pi} * \left\{ \frac{(1 - 2 * \nu)}{r^2} * \left[\left(1 - \frac{z}{\rho} \right) * \frac{x^2 - y^2}{r^2} + \frac{z * y^2}{\rho^3} \right] - \frac{3 * z * x^2}{\rho^5} \right\} \quad (1.27a)$$

$$\sigma_y = \frac{P}{2 * \pi} * \left\{ \frac{(1 - 2 * \nu)}{r^2} * \left[\left(1 - \frac{z}{\rho} \right) * \frac{y^2 - x^2}{r^2} + \frac{z * x^2}{\rho^3} \right] - \frac{3 * z * y^2}{\rho^5} \right\} \quad (1.27b)$$

$$\sigma_z = -\frac{3 * P}{2 * \pi} * \frac{z^3}{\rho^5} \quad (1.27c)$$

$$\tau_{xy} = \frac{P}{2 * \pi} * \left\{ \frac{(1 - 2 * \nu)}{r^2} * \left[\left(1 - \frac{z}{\rho} \right) * \frac{x * y}{r^2} - \frac{x * y * z}{\rho^3} \right] - \frac{3 * x * y * z}{\rho^5} \right\} \quad (1.27d)$$

$$\tau_{xz} = -\frac{3 * P}{2 * \pi} * \frac{x * z^2}{\rho^5} \quad (1.27e)$$

$$\tau_{yz} = -\frac{3 * P}{2 * \pi} * \frac{y * z^2}{\rho^5} \quad (1.27f)$$

Dove $r^2 = x^2 + y^2$. Queste equazioni sono utili per trovare, attraverso il principio di sovrapposizione, lo sforzo prodotto da un carico normale distribuito.

Timoshenko e Goodier [7] partendo dalla condizione di un sistema assialsimmetrico utilizzando un sistema di coordinate polari dedussero lo sforzo prodotto da una forza normale concentrata che agisce su un semi-spazio elastico ricavando:

$$\sigma_r = \frac{P}{2 * \pi} * \left[(1 - 2 * \nu) * \left(\frac{1}{r^2} - \frac{z}{\rho * r^2} \right) - \frac{3 * z * r^2}{\rho^5} \right] \quad (1.28a)$$

$$\sigma_\theta = -\frac{P}{2 * \pi} * (1 - 2 * \nu) * \left(\frac{1}{r^2} - \frac{z}{\rho * r^2} - \frac{z}{\rho^3} \right) \quad (1.28b)$$

$$\sigma_z = -\frac{3 * P}{2 * \pi} * \frac{z^3}{\rho^5} \quad (1.28c)$$

$$\tau_{rz} = -\frac{3 * P}{2 * \pi} * \frac{r * z^2}{\rho^5} \quad (1.28d)$$

E' facile vedere che le equazioni (1.27) e (1.28) sono identiche ponendo $x = r$, $y = 0$, $\sigma_x = \sigma_r$ e $\sigma_y = \sigma_\theta$ nelle equazioni (1.27). Inoltre si ha:

$$\sigma_r + \sigma_\theta + \sigma_z = -\frac{P}{\pi} * \frac{(1 + \nu) * z}{\rho^3} \quad (1.28e)$$

Timoshenko e Goodier [7] derivarono le deformazioni dagli sforzi e integrando ottennero gli spostamenti:

$$u_r = \frac{P}{4 * \pi * \underline{G}} \left[\frac{r * z}{\rho^3} - (1 - 2 * \nu) * \frac{\rho - z}{\rho * r} \right] \quad (1.29a)$$

$$u_z = \frac{P}{4 * \pi * \underline{G}} \left[\frac{z^2}{\rho^3} + \frac{2 * (1 - \nu)}{\rho} \right] \quad (1.29b)$$

Questi risultati sono consistenti con le equazioni (1.26). Sulla superficie del solido ($z = 0$) si ha:

$$\bar{u}_r = -\frac{(1-2\nu) * P}{4 * \pi * G} * \frac{P}{r} \quad (1.30a)$$

$$\bar{u}_z = \frac{(1-\nu)}{2 * \pi * G} * \frac{P}{r} \quad (1.30b)$$

Dall'equazione (1.30b) si vede che il profilo della superficie deformata è un iperboloide rettangolare, che asintoticamente tende alla superficie indeformata e esibisce un teorico spostamento infinito in O come mostrato in figura_1.2.

Gli sforzi e gli spostamenti prodotti da una pressione normale distribuita su un'area S della superficie possono ora essere determinati per il principio di sovrapposizione utilizzando i risultati appena ottenuti per una forza concentrata. Riferendosi alla figura_1.1 quello che vogliamo determinare è lo spostamento \bar{u}_z nel generico punto della superficie $B(x, y)$ e le componenti dello sforzo in un generico punto interno $A(x, y, z)$ dovuto alla pressione distribuita $p(\xi, \eta)$ che agisce sull'area S . Ci baseremo sulle coordinate polari (s, ϕ) con origine in B in modo che la pressione $p(s, \phi)$ agente su un elemento in C sulla superficie sia equivalente alla forza di magnitudine $p * s * ds * d\phi$. Lo spostamento della superficie in B dovuto a questa forza potrà essere ricavato dall'equazione (1.30b) nella quale $r = BC = s$. Lo spostamento in B dovuto alla pressione distribuita sulla superficie S sarà:

$$\bar{u}_z = \frac{1-\nu^2}{\pi * E} * \iint_S p(s, \phi) * ds * d\phi \quad (1.31)$$

Dove E è il modulo di Young.

Le componenti dello sforzo in A possono essere trovate integrando le componenti dello sforzo nel caso di una forza concentrata date dall'equazioni (1.27).

1.2.3 Pressione applicata su una regione circolare con spostamento normale uniforme

Alla luce dei risultati appena ottenuti studieremo il caso che ci interessa, cioè il caso di pressione distribuita su una regione di raggio a in grado di provocare un uniforme spostamento normale all'area circolare caricata. La pressione in grado di provocare tale spostamento è data da:

$$p = p_0 * \left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.32)$$

Questa è la pressione che si determina sulla faccia circolare di un indentatore cilindrico premuto contro un semi-spazio elastico. Calcoleremo lo spostamento sulla superficie di un punto B e lo sforzo in un punto interno A .

Riferendosi alla figura_1.3a:

$$t^2 = r^2 + s^2 + 2 * r * s * \cos \phi$$

Così che:

$$p(s, \phi) = p_0 * a * (\alpha^2 - 2 * \beta * s - s^2)^{-\frac{1}{2}} \quad (1.33)$$

Dove $\alpha^2 = a^2 - r^2$ e $\beta = r \cos \phi$. Lo spostamento dentro la zona circolare caricata, usando l'equazione (1.31), è:

$$\bar{u}_z = \frac{1-\nu^2}{\pi * E} * p_0 * a * \int_0^{2*\pi} d\phi * \int_0^{s_1} (\alpha^2 - 2 * \beta * s - s^2)^{-\frac{1}{2}} * ds$$

Dove il limite s_1 è la radice positiva di:

$$\alpha^2 - 2 * \beta * s - s^2 = 0$$

Inoltre:

$$\int_0^{s_1} (\alpha^2 - 2 * \beta * s - s^2)^{-\frac{1}{2}} * ds = \frac{\pi}{2} - \tan^{-1}\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)$$

E

$$\tan^{-1}\left[\frac{\beta(\phi)}{\alpha}\right] = -\tan^{-1}\left[\frac{\beta(\phi + \pi)}{\alpha}\right]$$

Così che l'integrale di $\tan^{-1}\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)$ è nullo come ϕ varia tra 0 e $2 * \pi$, quindi:

$$\bar{u}_z = \frac{1-\nu^2}{\pi * E} * p_0 * a * \int_0^{2*\pi} \left[\frac{\pi}{2} - \tan^{-1}\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)\right] * d\phi = \frac{\pi * (1-\nu^2) * p_0 * a}{E} \quad (1.34)$$

Che è una costante indipendente da r . La forza totale è:

$$P = \int_0^a 2 * \pi * r * p_0 * \left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right)^{-\frac{1}{2}} * dr = 2 * \pi * a^2 * p_0 \quad (1.35)$$

Le relazioni (1.34) e (1.35) forniscono la relazione:

$$P = \frac{2 * a * E}{(1-\nu^2)} * \bar{u}_z \quad (1.36)$$

Tale relazione sarà ampiamente richiamata nel corso di questo lavoro in quando descrive la relazione teorica che lega l'andamento del carico con la penetrazione nel regime elastico durante una prova di indentazione cilindrica.

Quando B si trova fuori dell'area caricata (figura1.3b)

$$p(s, \phi) = p_0 * a * (\alpha^2 + 2 * \beta * s - s^2)^{-\frac{1}{2}}$$

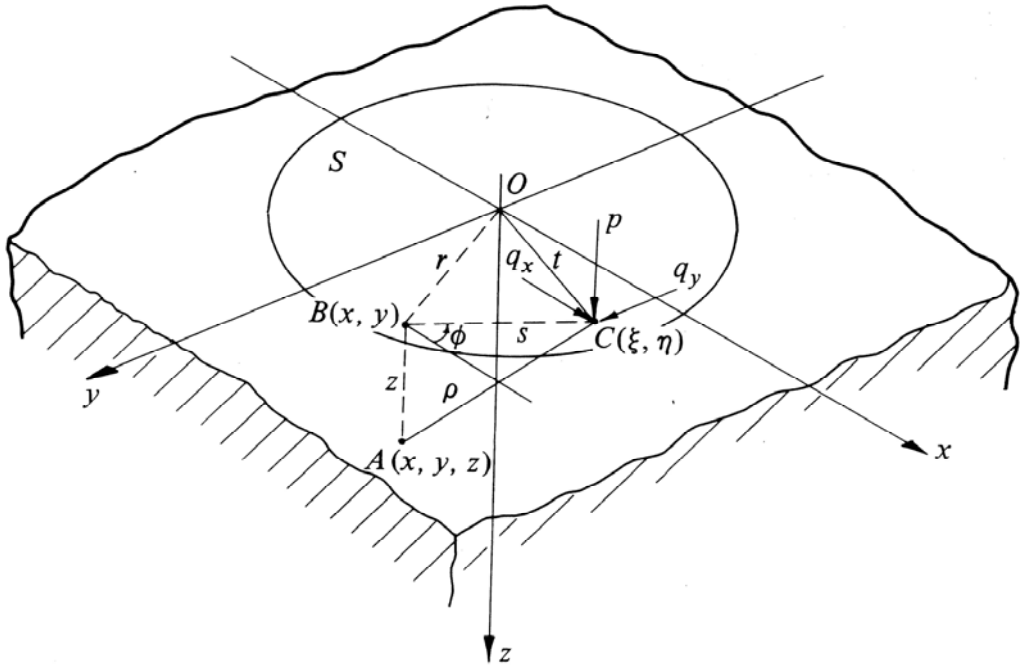
E i limiti $s_{1,2}$ sono le radici di $\alpha^2 + 2 * \beta * s - s^2 = 0$, quindi

$$\int_{s_1}^{s_2} (\alpha^2 + 2 * \beta * s - s^2)^{\frac{1}{2}} * ds = \pi$$

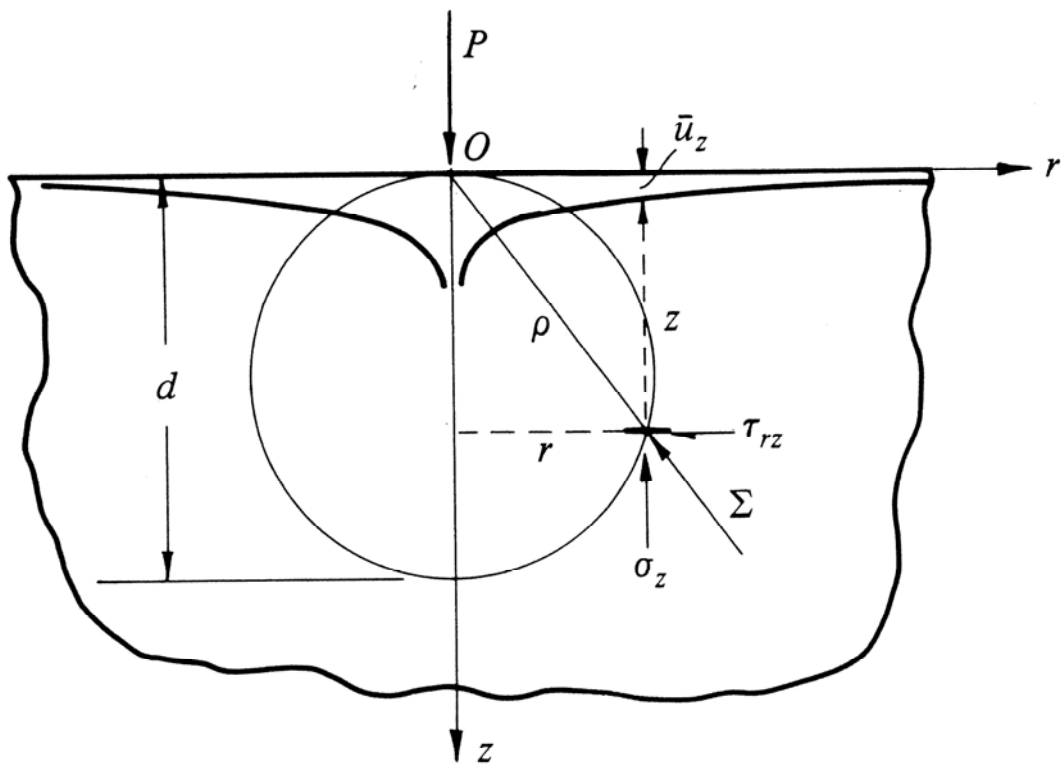
I limiti su ϕ sono $\phi_{1,2} = \sin^{-1}\left(\frac{a}{r}\right)$, così che

$$\bar{u}_z = \frac{2 * (1 - \nu^2)}{E} * p_0 * a * \sin^{-1}\left(\frac{a}{r}\right) \quad (1.37)$$

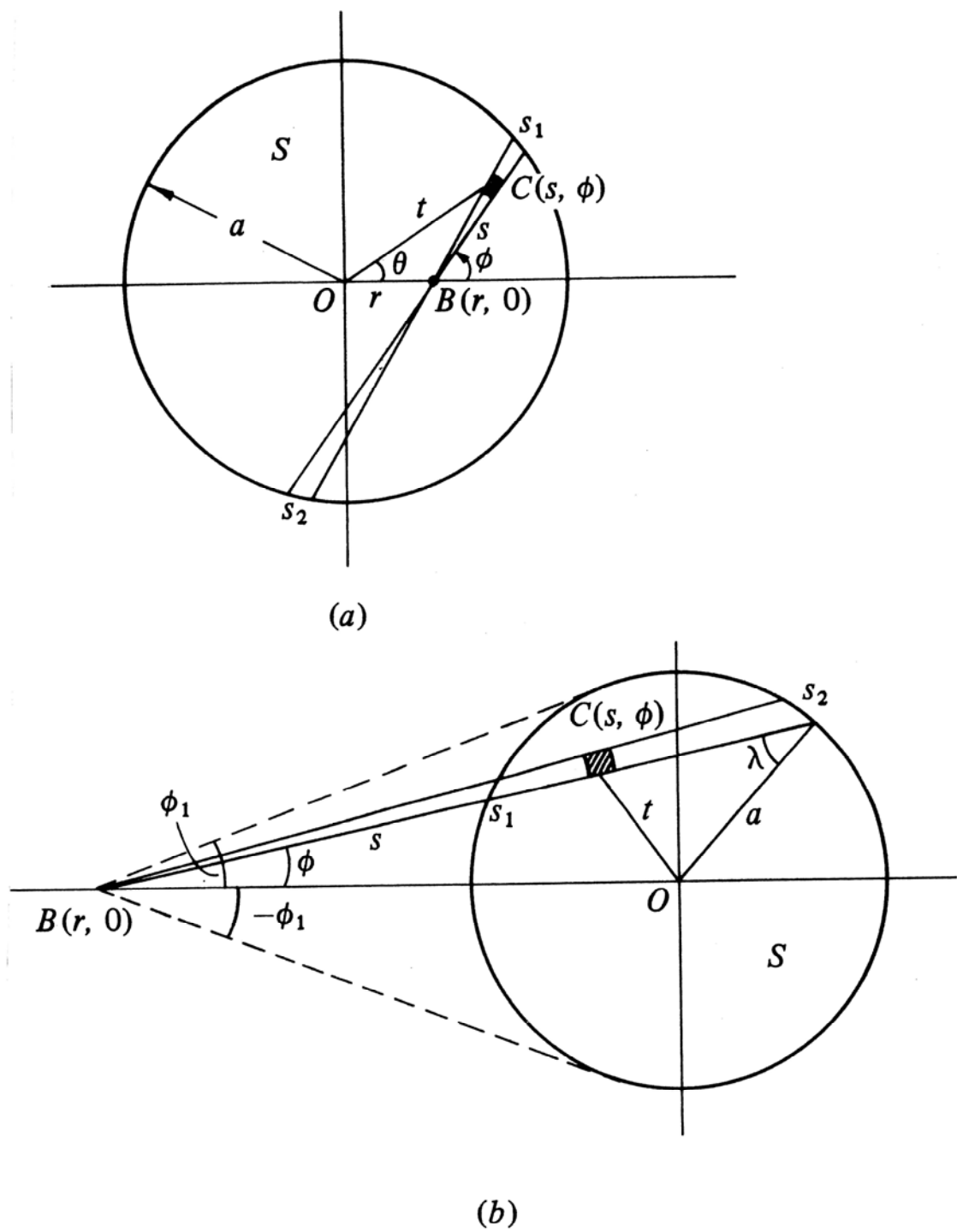
La pressione risulta teoricamente infinita ai bordi dell'indentatore e la superficie dello spostamento ha un gradiente infinito appena fuori del bordo. Gli sforzi dentro il semi-spazio furono calcolati da Sneddon [8].



Figura_1.1



Figura_1.2



Figura_1.3

Pressione applicata ad una regione circolare. Spostamenti: (a) in un punto B interno; (b) in un punto B esterno

2. ATTIVITA' SPERIMENTALE

2.1 LA MACCHINA INDENTATRICE

2.1.1 Parte meccanica e sensoristica

La macchina sviluppata ha come requisito di progetto quello di costituire un apparato sperimentale che si possa trasportare e quindi operare anche in campo.

Un disegno e delle foto dell'apparato sono mostrate nelle figure 2.1, 2.2, 2.3 e 2.4. L'azionamento è realizzato con un motore passo-passo su cui è calettato un riduttore (posizione_12). L'asse del motoriduttore è calettato su un asse filettato (posizione_15) che si avvita su una slitta a sezione quadrata (posizione_18) che ha il compito di trasformare il moto rotatorio in un moto traslatorio. La slitta a sezione quadrata è infatti impegnata in una cava sempre a sezione quadrata ricavata sul corpo dell'indentatore (posizione_2).

Sulla slitta a sezione quadrata è montato il sensore di forza (posizione_16). Sul sensore di forza è infine fissata la punta indentatrice (posizione_5) e il sensore di penetrazione (posizione_7), una foto di questi particolari è mostrata nella figura 2.5.

Per la preparazione della superficie del pezzo in prova è stato progettato un apposito apparato.

L'utensile è costituito da una fresa a candela di diametro 8 mm (posizione_32). La fresa è fissata sull'albero motore (posizione_30) attraverso una ghiera (posizione_31). L'avanzamento dell'utensile è realizzato da una ghiera (posizione_33) che si avvita sulla slitta orizzontale (posizione_26) che può traslare manualmente lungo due assi di traslazione (posizione_25) solidali al corpo di supporto della fresa (posizione_24).

Il moto rotatorio all'albero motore (posizione_30) è fornito da un albero flessibile collegato ad un trapano portatile.

Sia l'apparato per la preparazione del pezzo in prova che l'indentatore portatile operano su una piastra base (posizione_1) che dovrà essere fissata sul pezzo in prova attraverso due viti di ancoraggio (posizione_8). Questa accortezza assicura la perpendicolarità della punta indentatrice con la superficie del pezzo in prova.

La geometria della punta indentatrice è mostrata nella figura 2.6. Essa è costituita da tre cilindri coassiali realizzati in un sol pezzo in carburo di tungsteno sinterizzato; tale materiale garantisce indeformabilità ed una sufficiente rigidità. Il cilindro di diametro inferiore costituisce l'indentatore ed ha un diametro pari a 1 mm.

La macchina è progettata per esercitare spinte fino a 5000 N con velocità operative di 0.0017 mm/s valore ampiamente regolabile attraverso la gestione del motore passo-passo.

La cella di carico utilizzata ha un carico massimo di 2000 N con una sensibilità di 4 N.

Il sensore di penetrazione è un LVDT (Linear Variable Differential Transformer) che consente un campo di misurazione tra ± 2.5 mm con una sensibilità di 1 μ m.

Il motoriduttore si compone di un motore passo-passo da 200 passi per giro avente la possibilità di essere pilotato in configurazione microstepping mediante la quale è possibile ottenere posizioni intermedie tra un passo e l'altro. Il riduttore consente una riduzione del numero di giri pari a 307.5 cosa che permette di controllare la posizione della punta indentatrice con una precisione teorica, senza utilizzare la modalità microstepping, di 8.13 μ m. La coppia massima di uscita erogabile dal motoriduttore è pari a 15 N*m, ma con appena 2 N*m si ottengono spinte pari a 5000 N.

2.1.2 Sistema di controllo del motore e dell'acquisizione dei segnali

Uno schema del sistema di controllo è riportato nella figura 2.7.

L'azionamento è assicurato da un motore passo-passo controllabile sia in catena chiusa che in catena aperta.

La scheda che lo pilota consente di interfacciarsi con il mondo esterno con input/output di tipo analogico e digitale.

Sia il sensore di penetrazione che quello del carico sono dotati di una loro elettronica di condizionamento del segnale. Il segnale condizionato viene letto da un sistema di acquisizione National Instruments FieldPoint di tipo real-time. Le misure raccolte sono memorizzate in un PC (personal computer) che sovrintende il processo. Le caratteristiche tecniche assicurate da questa configurazione sono riassumibili in 16_bit di campionamento della grandezza analogica ad un rateo di aggiornamento di 0.17 secondi.

L'ambiente di sviluppo del software è LabviewRT di National Instruments.

L'algoritmo di controllo del processo è il seguente:

Si imposta la penetrazione massima, il carico massimo, il precarico, la velocità di avvicinamento e la velocità di acquisizione dei segnali.

Si avvia il motore che al raggiungimento del precarico si ferma per consentire la regolazione manuale del trasduttore di penetrazione e l'impostazione della velocità di indentazione scelta per la prova.

Si avvia la prova di indentazione avviando il motore e acquisendo i segnali della cella di carico e del sensore di penetrazione. Tali segnali sono riprodotti durante la prova su un diagramma carico-penetrazione sul PC (personal computer) e contemporaneamente salvati su file.

Al raggiungimento del carico massimo o della penetrazione massima previamente impostata il sistema di controllo provvede a fermare il motore e ad invertire il senso di rotazione del motore dando inizio alla fase di scarico della prova di indentazione. Raggiunto il carico nullo si ha il fermo del motore e dell'acquisizione dei segnali dei due sensori.

Il sistema di controllo consente di eseguire anche prove a penetrazione costante e a carico costante utilizzando come segnale di controllo rispettivamente o il sensore di penetrazione o il sensore di carico.

2.2 PROVE DI INDENTAZIONE

L'attività sperimentale si è concentrata conducendo prove a temperatura ambiente sull'acciaio ferritico inossidabile F82H messo a punto per impieghi nucleari ed ampiamente caratterizzato. Per tale materiale sono disponibili le curve di trazione a varie temperature e pertanto è stato utilizzato come riferimento per le prove di indentazione e di simulazione numerica.

Nella figura_2.8 è mostrata la curva di indentazione ottenuta a temperatura ambiente per l'acciaio F82H.

Le prove di indentazione sono state condotte con velocità di penetrazione di 0.1 mm/min utilizzando, ricordo, un indentatore cilindrico del diametro di 1 mm.

Una foto dei provini utilizzati è mostrata nella figura_2.9.

2.3 REGOLARIZZAZIONE DEI DATI SPERIMENTALI

I dati di una prova di indentazione se graficati rivelano la loro non regolarità in quanto non si dispongono su una curva regolare e continua.

Tale evidenza si manifesta in modo più marcato graficando la derivata di tali dati.

L'anomalia che risulta più evidente è quando a diverso carico si registra un'identica penetrazione non giustificabile da alcuna interpretazione fisica.

Ricordo che i dati sperimentali sono soggetti a una barra di errore legata all'errore totale proprio di ogni sensore. Valutabile nel nostro caso in $\pm 1 \mu\text{m}$ per il sensore di penetrazione e $\pm 4 \text{ N}$ per la cella di carico.

Si è cercato quindi di regolarizzare i dati sperimentali ricorrendo in primo luogo alle note tecniche matematiche [9,10].

2.3.1 Approssimazione trigonometrica

Una somma trigonometrica che coincide in un certo numero di dati sperimentali può essere così costruita:

1. Si creano due tabelle contenenti in una il numero progressivo dei dati sperimentali e il valore della penetrazione e nell'altra sempre il numero progressivo dei dati sperimentali e il valore del carico.
2. Per le due serie di dati, che supporremo in numero dispari, si calcolano i coefficienti della somma trigonometrica con le formule:

$$\begin{aligned}
 a_k &= \frac{2}{2 * L + 1} * \sum_{x=0}^{2 * L} y(x) * \cos\left(\frac{2 * \pi}{2 * L + 1} * k * x\right), & k = 0, 1, \dots, L \\
 b_k &= \frac{2}{2 * L + 1} * \sum_{x=0}^{2 * L} y(x) * \sin\left(\frac{2 * \pi}{2 * L + 1} * k * x\right), & k = 1, 2, \dots, L
 \end{aligned}
 \tag{2.1}$$

Dove $(2 * L + 1)$ è il numero di dati sperimentali.

3. Calcolo della somma trigonometrica interpolante per le due serie di dati:

$$y(x) = \frac{1}{2} * a_0 + \sum_{k=1}^L \left[a_k * \cos\left(\frac{2 * \pi}{2 * L + 1} * k * x\right) + b_k * \sin\left(\frac{2 * \pi}{2 * L + 1} * k * x\right) \right]
 \tag{2.2}$$

4. Quella sopra ottenuta è la somma trigonometrica che coincide nei $2 * L + 1$ punti dati. L'approssimazione dei minimi quadrati per gli stessi dati discreti si ottiene per semplice troncamento della somma interpolatrice. Nel caso di $2 * L + 1$ punti, si minimizza la quantità:

$$S = \sum_{x=0}^{2 * L} [y(x) - T_M(x)]^2
 \tag{2.3}$$

Ove $T_M(x)$ è la somma abbreviata (con M minore di L).

$$T_M(x) = \frac{1}{2} * a_0 + \sum_{k=1}^M \left[a_k * \cos\left(\frac{2 * \pi}{2 * L + 1} * k * x\right) + b_k * \sin\left(\frac{2 * \pi}{2 * L + 1} * k * x\right) \right]
 \tag{2.4}$$

Per $M = L$ la quantità S risulta nulla e in tal caso abbiamo un'altra volta ancora la somma interpolatrice.

5. Ricomposizione dei dati in un'unica tabella che contenga il valore soggetto alla correzione trigonometrica della penetrazione e del carico.

2.3.2 Approssimazione con media dei vicini

Un'altra tecnica per regolarizzare dei dati sperimentali e quella di sostituire il valore di un dato con la media del suo valore e di un certo numero di dati che lo precedono e lo seguono. Tale algoritmo risulta di facile implementazione e risulta efficace nei casi in cui il fenomeno fisico che si sta studiando varia lentamente con una variazione temporale dei dati non caratterizzata da picchi e veloci spostamenti.

$$y(n) = \frac{y(n - m) + y(n - m + 1) + \dots + y(n + m - 1) + y(n + m)}{2 * m + 1}
 \tag{2.5}$$

Dove m è il numero di dati che precedono e seguono il dato da regolarizzare.

2.3.3 Approssimazione polinomiale

Questa tecnica si prefigge di determinare, partendo da dei dati sperimentali, un polinomio che minimizzi la seguente somma:

$$S = \sum_{i=0}^N (y_i - a_0 - a_1 * x_i - \dots - a_m * x_i^m)^2 \quad (2.6)$$

Dove N è il numero dei dati e m è il grado del polinomio. La condizione da imporre è che $m < N$ questo rende improbabile che il polinomio:

$$p(x) = a_0 + a_1 * x + a_2 * x^2 + \dots + a_m * x^m \quad (2.7)$$

possa passare per tutti gli N punti assegnati.

Imponendo che S sia la più piccola possibile si determina il seguente sistema di equazioni lineari che una volta risolto permette di ricavare i coefficienti del polinomio:

$$\begin{aligned} s_0 * a_0 + s_1 * a_1 + \dots + s_m * a_m &= t_0 \\ s_1 * a_0 + s_2 * a_1 + \dots + s_{m+1} * a_m &= t_1 \\ \dots & \\ s_m * a_0 + s_{m+1} * a_1 + \dots + s_{2*m} * a_m &= t_m \end{aligned} \quad (2.8)$$

Dove:

$$\begin{aligned} s_k &= \sum_{i=0}^N x_i^k \\ t_k &= \sum_{i=0}^N y_i * x_i^k \end{aligned} \quad (2.9)$$

Questo sistema di equazioni lineari determina univocamente gli a_j e tali coefficienti effettivamente minimizzano il valore possibile di S .

2.3.4 Risultati e considerazioni

I codici, per eseguire le tre regolarizzazioni, sono stati scritti in fortran_90 e per la soluzione del sistema di equazioni lineari necessaria per la regolarizzazione con l'approssimazione polinomiale si sono utilizzate le Engineering and Scientific Subroutine Library.

Nella figura_2.10 si riporta un grafico che permette di confrontare i risultati. In tale grafico non si riportano gli andamenti interpolanti delle varie regolarizzazioni in quanto sono quasi sovrapponibili con i dati sperimentali e quindi anche tra loro. Ho pensato quindi di mostrare l'andamento della derivata che ci permette di identificare la regolarità di un andamento grafico.

La migliore tecnica sembra essere quella dell'approssimazione polinomiale ma tutti e tre i metodi sono metodi matematici e quindi sono soggetti alla seguente critica.

I dati che si stanno analizzando sono dati sperimentali e come tali vanno presi come buoni attribuendogli logicamente la relativa barra di errore. La regolarizzazione matematica modifica i dati non tenendo conto della barra di errore e quindi un dato regolarizzato può in principio cadere al di fuori della barra di errore. Questo è un discorso fisicamente non accettabile in quanto si stravolge il dato in maniera definitiva perdendone il significato fisico.

D'altra parte i dati sperimentali devono essere processati per poterli inserire in un algoritmo che li analizzi al fine di ricavare grandezze macroscopiche che il processo di indentazione è in grado di evidenziare.

Una strada che si può seguire è la seguente:

1. Si analizzano i dati escludendo i campionamenti in cui o la penetrazione o il carico diminuiscono o sono uguali rispetto ai valori precedenti.
2. Si effettua un'approssimazione polinomiale e quindi si verifica quanti dati regolarizzati escono dalle barre di errore. Alla luce di tale risultato si può decidere se aumentare il grado del polinomio o rimuovere i dati sperimentali anomali.

2.4 CORREZIONE DELLE CURVE DI INDENTAZIONE DALL'INFLUENZA DELLA MACCHINA DI PROVA

La regolarizzazione dei dati consente di sfruttare al meglio gli algoritmi utilizzati per l'analisi dei dati. Il confronto delle curve di indentazione calcolate con il codice agli elementi finiti e quello delle curve sperimentali ha evidenziato una non sovrapposibilità.

Tra le possibili cause c'è l'influenza della risposta elastica della struttura dell'apparato di prova. A tal fine si è cercato di caratterizzare la risposta della macchina alle sollecitazioni proprie della prova effettuando una indentazione senza il penetratore.

Il risultato è mostrato in figura_2.11. In tale grafico sono riportati gli andamenti di tre prove eseguite una dopo l'altra, si noti come la seconda e la terza siano perfettamente sovrapposibili. Tale andamento caratterizza la nostra macchina e ogni indentazione dovrà essere corretta da tale risposta elastica della macchina di prova.

La sottrazione, a parità di carico, della penetrazione della curva caratterizzante la macchina dalla penetrazione della prova di indentazione del materiale fornirà la curva corretta.

I risultati di tale algoritmo sono riportati nella figura_2.12. Interessante è l'andamento della curva di scarico corretta. Tale andamento, come mostrato nell'ingrandimento di figura_2.13, riproduce molto bene l'andamento teorico caratterizzato da un comportamento completamente elastico rappresentato dalla formula (1.36).

Rimangono comunque zone di non completa sovrapposibilità tra curva sperimentale e curva ottenuta con gli elementi finiti che dovranno essere attentamente analizzate e risolte.

2.5 PROVE DI COMPRESSIONE

I dati sul comportamento elasto-plastico da inserire nel codice agli elementi finiti sono ricavate da prove di trazione statica. Tali prove forniscono dati sul comportamento del materiale fino al 6% di allungamento, tale valore è superato durante la prova di indentazione e quindi i dati necessari per la simulazione vengono estrapolati.

Al fine di estendere i dati sul comportamento plastico dell'acciaio F82H si sono eseguite prove di compressione.

I provini concordati con i tecnici del Centro Sperimentale Metalli sono in numero di 4 e il disegno è riportato in figura_2.14.

Tale attività si colloca nel tentativo di indagare le discrepanze tra curva sperimentale e curva ottenuta con gli elementi finiti. Si vuole in particolare vedere se i parametri plastici del materiale inseriti nel codice FEM (Finite Element Method) siano corretti.

Nelle figure_2.15 e 2.16 sono mostrate la macchina di prova e il particolare dell'estensimetro e della cella di carico.

Nella figura_2.17 è riportato un risultato tipico delle prove effettuate, mentre nella figura_2.18 si mettono a confronto i risultati della prova di trazione con quella di compressione.

Nella figura_2.19 sono mostrati i campioni dopo la prova di compressione mentre nella tabella_2.1 sono riportati i risultati delle quattro prove di compressione.

L'evidenti discrepanze tra gli andamenti della prova di trazione e di compressione suggeriscono un'attenta analisi sui dati caratterizzanti il comportamento plastico del materiale da inserire nel codice agli elementi finiti.

2.6 PROVE DI INDENTAZIONE A CALDO

Al fine di eseguire prove di indentazione a caldo e prove di scorrimento viscoso si è modificata la macchina di indentazione secondo lo schema mostrato in figura_2.20 e nella figura_2.21.

Dal disegno meccanico e dalle figure si nota come tutta la sensoristica sia stata allontanata dal forno elettrico attraverso un apposita prolunga (posizione_1 di figura 2.20) costruita in INVAR che è una lega ferro-nichel con il nichel presente in una percentuale del 36%. Tale materiale è utilizzato in applicazioni dove il cambiamento dimensionale dovuto alla variazione di temperatura deve essere minimizzato e dove è richiesta una bassa conducibilità termica. Il coefficiente di dilatazione termica per l'INVAR è $1.0E-6$ [mm/(mm*°C)], pari a circa 1/10 di quello dell'acciaio, mentre la conducibilità termica è 10.5 [W/(m*°K)], pari a circa ¼ di quella dell'acciaio. La necessità di questa scelta è legata al campo di temperatura ammesso per i due sensori che è di $-20\div 60^{\circ}\text{C}$ per la cella di carico e $-20\div 80^{\circ}\text{C}$ per il sensore di posizione.

Il forno elettrico appositamente costruito è mostrato nella figura_2.22. Esso ha il compito di portare il campione alla temperatura voluta con uniformità e costanza nel tempo. E' costituito da un dispositivo riscaldante rappresentato da una termoresistenza tubolare della potenza di 550_Watt, da un dispositivo misuratore e autoregolatore della temperatura in grado di gestire rampe di salita della temperatura e mantenimento con tecnologia PID (Proportional Integral Derivative) e da un sensore di temperatura costituito da una termocoppia tipo "K" (Cr-Al) che consente di misurare temperature in un campo tra -270 e 1370°C . Nella figura_2.23 è riportato lo schema di controllo del forno elettrico.

Sono state eseguite prove di indentazione a caldo sull'acciaio ferritico inossidabile F82H fino a temperature di 440°C . I risultati sono mostrati nella figura_2.24. Tali curve sono state corrette dall'influenza della macchina di prova (vedi paragrafo 2.4) e quindi utilizzando l'analisi condotta sulla curva di scarico si è calcolato il modulo di Young in funzione della temperatura. I risultati ottenuti sono mostrati nella figura_2.25 dove sono messi a confronto con un andamento sperimentale fornito dalla letteratura [11].

2.7 PROVE DI INDENTAZIONE OTTENUTE CON PUNZONI DI DIVERSO DIAMETRO

Con il punzone di diametro 1_{mm} e applicando il carico massimo pari a 2000_{N} si ottengono penetrazioni di circa $110_{\mu\text{m}}$ sull'acciaio ferritico inossidabile F82H. Per poter ottenere penetrazioni maggiori si sono realizzati penetratori con diametri pari a 0.5 , 0.7 , e 0.8_{mm} .

Tali indentatori sono mostrati nella figura_2.26 ed hanno consentito di ampliare la terza zona della fase di carico quella cioè in cui all'aumentare della profondità di penetrazione il carico tende ad un valore di saturazione (vedi paragrafo 3.2).

Prove di indentazione sull'acciaio F82H utilizzando punzoni di diverso diametro sono mostrate in figura_2.27, tali prove hanno consentito la verifica sperimentale dei risultati ottenuti dall'applicazione del criterio di somiglianza al processo di indentazione cilindrica discusso nel paragrafo 3.4 e osservabili nella figura_3.20.

2.8 PROVE DI INDENTAZIONE DI CARICO E SCARICO

Come ben illustrato nel paragrafo 3.2 la curva di carico in un processo di indentazione cilindrica presenta tre fasi caratteristiche. La prima fase è praticamente pseudo-lineare fino al raggiungimento di un carico di pressione limite convenzionalmente denominato p_y .

L'evidenza sperimentale [1] mostra che il carico limite di pressione è legato alla tensione di snervamento σ_y misurata con le prove di trazione dalla seguente relazione:

$$p_y \cong 3 * \sigma_y \quad (2.10)$$

Il carico p_y , a partire dal quale si determina il carico di snervamento, è relativo al fenomeno fisico di plasticizzazione del materiale immediatamente sottostante l'indentatore e l'inizio della protrusione del materiale ai lati della punta.

Per individuare tale punto caratteristico si sono eseguite prove di carico e scarico con carichi crescenti. Un tipico andamento relativo all'acciaio F82H è riportato nella figura_2.28, analizzando tali andamenti si osserva come la curva di carico e quella di scarico tendono a discostarsi al crescere del carico evidenziando un aumento del lavoro plastico rappresentato dall'area compresa tra le due curve.

Tale osservazione ha suggerito di definire un parametro di plasticità (vedi figura_2.29):

$$parametro_plasticità = \frac{X_s - X_c}{X_c} * 100 \quad (2.11)$$

I valori delle penetrazioni X_s e X_c sono presi convenzionalmente al 70% del carico massimo della curva di carico-scarico presa in considerazione.

L'andamento del parametro di plasticità in funzione del carico massimo della curva di carico-scarico considerata è mostrato nella figura_2.30. L'andamento mostra un significativo incremento del parametro di plasticità intorno al carico di 600_N.

Utilizzando la relazione 2.10 possiamo ricavare la tensione di snervamento ottenendo:

$$\sigma_y = \frac{p_y}{3} = \frac{1}{3} * \frac{P_y}{\frac{\pi * d^2}{4}} \quad (2.12)$$

Dove d è il diametro del punzone cilindrico che nel nostro caso è 0.7_mm. Tale relazione fornisce un valore di 520 MPa come carico di snervamento che è confrontabile con il valore ottenuto con la prova di trazione.

2.9 PROVE DI DUREZZA ROCKWELL REALIZZATE CON LA MACCHINA INDENTATRICE

La prova di durezza Rockwell con penetratore a cono presenta vantaggi interessanti quali la velocità di prova e la lettura diretta della durezza. Il penetratore è costituito da un diamante a forma di cono circolare retto con angolo al vertice di $120^\circ \pm 0.5^\circ$. Il metodo di prova è descritto nella figura_2.31. Si applica il carico iniziale $F_0 = 98 \pm 2N$ e si azzerava l'indice dello strumento indicatore di profondità. Si applica progressivamente, in un tempo variabile da 5 a 10 secondi, il carico addizionale $F_1 = 1372 \pm 7N$. Trascorsi 30 secondi dall'applicazione del carico addizionale F_1 questo si toglie in modo da riportare il carico al suo valore iniziale F_0 . In tal modo si esclude la deformazione elastica. La profondità di penetrazione e è il parametro fondamentale per calcolare la durezza Rockwell e deve essere misurato con la tolleranza di $\pm 0.001mm$. Il numero di durezza Rockwell con penetratore a cono è espresso dall'equazione:

$$HRC = 100 - e \quad (2.13)$$

Dove bisogna tener conto che l'unità HRC è pari a 0.002mm.

La macchina indentatrice, per come è costruita, si presta ad eseguire questo tipo di prova. Si è quindi acquisito un penetratore Rockwell a cono insieme ad altri penetratori tipo Vickers, Knoop e Birkovitz le cui foto sono riportate nella figura_2.32. Si è modificato il penetratore Rockwell per renderlo compatibile all'attrezzatura di prova e si è realizzato un apposito programma di controllo. La prova di durezza è stata eseguita su un pezzo campione (figura_2.33, 2.34) di durezza $51HRC$. Nella figura_2.35 è riportato l'andamento della curva carico-penetrazione che nella fase di carico segue la legge di Kick (vedi formula 3.1) caratteristica dei penetratori conici, piramidali. Nelle figure_2.36, 2.37 sono riportati rispettivamente gli andamenti del carico e della penetrazione in funzione del tempo.

Dalla figura_2.37 si determina che il valore di e vale $100\mu m$ che in unità HRC è pari a 50. Sostituendo nella formula 2.13 si determina per il pezzo campione una durezza di $50HRC$.

2.10 PROVE DI SCORRIMENTO VISCOSO

Le prove di deformazione a carico costante consistono nel sottoporre istantaneamente un campione viscoelastico ad uno sforzo e mantenere quindi costante lo sforzo misurando la deformazione in funzione del tempo. Al fine di realizzare le condizioni operative per questa tipologia di prove si è realizzato un apposito meccanismo da montare sul basamento della macchina indentatrice.

Il disegno meccanico e la foto della macchina sono mostrate nella figura_2.38, l'apparato è costituito da due leve di seconda specie in serie. Lo schema cinematico della struttura è riportato nella figura_2.39 dove è mostrato l'apparato in condizioni di perfetto allineamento e con un inclinazione del braccio su cui è applicato il peso di 40° .

L'apparato così concepito è in grado di fornire un fattore moltiplicativo della forza pari a 27.6 in condizioni di perfetto allineamento, ma per la sua struttura cinematica il dispositivo è evidentemente non lineare, cioè la sua risposta varierà con l'inclinazione del braccio su cui è applicato il peso. Valutiamo la risposta dell'apparato per quantificare questa non linearità, si consideri un sistema di riferimento centrato nel punto di rotazione della leva che esercita la forza di penetrazione, come mostrato nella figura_2.39. Facendo riferimento alla figura_2.39 si ha:

$$\begin{aligned} x_1 &= 149 + 35 * \cos(\alpha) \\ y_1 &= -50 + 35 * \sin(\alpha) \end{aligned} \tag{2.14}$$

Dove x_1, y_1 sono le coordinate del punto P_1 .

Vogliamo determinare l'angolo β in funzione dell'angolo α . Tale dipendenza si può scrivere:

$$\beta = a \tan\left(\frac{y_2}{x_2}\right) \tag{2.15}$$

Dove x_2, y_2 sono le coordinate del punto P_2 . Per risolvere il problema dobbiamo esprimere x_2 e y_2 in funzione di x_1 e y_1 . Dalla geometria del problema possiamo scrivere il seguente sistema di due equazioni:

$$\begin{aligned} (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 &= 50^2 \\ x_2^2 + y_2^2 &= (149 + 35)^2 = 184^2 \end{aligned} \tag{2.16}$$

La soluzione di tale sistema di equazioni fornisce la seguente soluzione:

$$x_2 = \sqrt{(184^2 - y_2^2)} \quad (2.17)$$

$$y_2 = \frac{2 * C * y_1 + \sqrt{(2 * C * y_1)^2 - 4 * (x_1^2 + y_1^2) * (C^2 - x_1^2 * 184^2)}}{2 * (x_1^2 + y_1^2)}$$

Dove la variabile C è data da:

$$C = \frac{184^2 - 50^2 + x_1^2 + y_1^2}{2} \quad (2.18)$$

Conoscendo l'angolo β si può determinare lo spostamento del punzone dato dalla relazione:

$$h = 35 * \tan(\beta) \quad (2.19)$$

Siamo quindi in grado di stabilire una relazione tra l'angolo α e lo spostamento del punzone h . Tale andamento è riportato nella figura_2.40a dove si evince il comportamento non lineare della risposta dell'apparato per angoli α grandi, se comunque ci si limita ad operare con angoli α piccoli il comportamento è assimilabile ad un andamento lineare.

Risolta la cinematica dell'apparato si può determinare l'andamento della forza sul punzone in funzione dell'angolo α . Questo si può ottenere uguagliando il lavoro svolto dalla forza peso con quello svolto dalla forza che agisce sul punzone. Il risultato è riportato nelle figure_2.40b,c dove si è supposto che la forza peso è di 100_N.

Tale andamento è ovviamente non lineare ma se ci si limita ad un angolo α di $\pm 20^\circ$ si avrà un carico sul punzone pari a $2757 \pm 12_N$, lo spostamento sul punzone in tale intervallo è pari a 4.56_mm se si opera tra $\pm 10^\circ$ si avrà $2762 \pm 2_N$ e 2.31_mm. Tali valori consentono di utilizzare la macchina per prove di scorrimento viscoso utilizzando un penetratore cilindrico.

2.10.1 Relazione tra prove di creep di trazione e di indentazione

Le prove di creep sui materiali costituiscono il modo per analizzare la resistenza delle strutture che devono lavorare ad alta temperatura. I parametri che descrivono il fenomeno sono ricavati con prove di trazione a carico costante. Tale prova richiede un grande numero di provini e molte volte la microstruttura dei provini risulta diversa da quella del materiale in servizio. La prova di creep eseguita indentando il materiale ha diversi vantaggi rispetto alla prova di trazione a carico costante come ad esempio quella di richiedere una piccola quantità di materiale.

Al fine di poter comparare le due diverse prove si sono eseguite ricerche sia numeriche che sperimentali. L'approccio classico [12] fa uso di fattori di conversione. La pressione sotto l'indentatore è data:

$$\sigma_N = \frac{F}{A} \quad (2.20)$$

Dove F è la forza applicata sull'indentatore cilindrico ed A è l'area dell'indentatore.

Il legame tra tale pressione e la tensione uniassiale di una prova di trazione a carico costante è:

$$\sigma = c_0 * \sigma_N \quad (2.21)$$

Dove c_0 è un fattore di conversione che calcoli agli elementi finiti suggeriscono valere $c_0 = 0.296$ [13].

L'entità della velocità di variazione della deformazione di una prova di trazione a carico costante $\dot{\varepsilon}$ si può legare alla relativa velocità di variazione di una prova di indentazione \dot{d} attraverso la relazione:

$$\dot{\varepsilon} = c_2 * \frac{\dot{d}}{2 * r} \quad (2.22)$$

Dove r è il raggio dell'indentatore e c_2 è un fattore di conversione che calcoli agli elementi finiti suggeriscono valere $c_2 = 0.755$ [13].

Si assuma che il comportamento del materiale in una prova di trazione a carico costante di creep segua la legge di Norton:

$$\dot{\varepsilon} = c_m * \sigma^{n_m} \quad (2.23)$$

Dove n_m è l'esponente della tensione di creep e c_m è il relativo fattore di creep.

Per la prova di indentazione cilindrica la parte stazionaria della velocità di variazione della penetrazione può scriversi:

$$\dot{d} = c_I * \sigma_N^{n_I} \quad (2.24)$$

Dove n_I è l'esponente della tensione di indentazione di creep e c_I è il relativo fattore di creep che dipende dalla temperatura del materiale. Sostituendo l'equazioni (2.21) e (2.22) nella (2.24) si ricava:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{c_I * c_2}{2 * r * c_0^{n_I}} * \sigma^{n_I} \quad (2.25)$$

Comparando le equazioni (2.25) e (2.23) si ottengono le relazioni di equivalenza:

$$c_m = \frac{c_I * c_2}{2 * r * c_0^{n_I}} \quad (2.26)$$

$$n_m = n_I \quad (2.27)$$

2.10.2 Prove di Creep

In letteratura esistono dati relativi a prove di creep eseguite sull'acciaio F82H [14,15]. Tali prove sono relative a prove di trazione a carico costante. Le figure 2.41 e 2.42 mostrano rispettivamente una tipica curva di creep e l'andamento della velocità di variazione della deformazione $\dot{\varepsilon}$ in funzione della tensione applicata. Da questo ultimo grafico si possono ricavare l'esponente della tensione di creep $n_m = 18.4$ e il fattore di creep $c_m = e^{-117}$.

Come evidenziato dalla formula (2.27) l'esponente della tensione di indentazione di creep n_I e l'esponente della tensione di creep n_m sono uguali. Si sono quindi eseguite prove di creep con un indentatore cilindrico del diametro di 1 mm al fine di riprodurre lo stesso risultato sperimentale. La scelta del carico da applicare è stata fatta utilizzando la relazione (2.21) che lega la pressione sotto l'indentatore e la tensione uniassiale della prova di trazione a carico costante. I carichi scelti sono stati 660_N, 705_N e 750_N corrispondenti rispettivamente ad una tensione uniassiale di 248.9_MPa, 265.8_MPa e 282.8_MPa. La temperatura di creep registrata sulla superficie del campione è stata di 535 °C (808 K).

Le prove hanno avuto una durata media di circa 24 ore.

La prima ora e mezza, dall'accensione del forno, è lasciata alla termalizzazione del sistema. Questa fase è stata attentamente studiata, l'apparato tende a dilatarsi fino al raggiungimento di un equilibrio termico, tale comportamento è evidenziato nella figura_2.43 e dalla immagine termografica mostrata nella figura_2.44.

Raggiunto l'equilibrio termico si sono eseguite le prove di creep utilizzando sempre lo stesso campione di acciaio F82H e lo stesso punzone cilindrico.

I risultati delle tre prove sono riportati nella figura_2.45.

Si può osservare che la velocità di penetrazione \dot{d} decresce dall'applicazione del carico fino ad arrivare ad un valore costante. Ci sono significative differenze tra le curve di creep ottenute con prove di indentazione e quelle ottenute con prove di trazione a carico costante. Le curve di creep per indentazione sono caratterizzate da un creep secondario caratterizzato da una velocità di penetrazione costante. Invece le prove di creep per trazione a carico costante presentano anche la fase di creep terziario nel quale la velocità di creep aumenta nel tempo.

Utilizzando la relazione (2.24) possiamo ricavare l'esponente della tensione di indentazione di creep n_I e il fattore di creep c_I . Tale relazione può essere scritta:

$$\ln \dot{d} = \ln c_I + n_I \ln \sigma_N \quad (2.28)$$

La velocità di penetrazione \dot{d} si ricava dal grafico di figura_2.45 in quanto è rappresentata dal coefficiente angolare del tratto rettilineo. Tale calcolo è eseguito graficamente in figura_2.46.

Dalla relazione (2.28), conoscendo la velocità di penetrazione \dot{d} e la pressione sotto l'indentatore σ_N , è possibile ricavare graficamente l'esponente della tensione di indentazione di creep n_I e il fattore di creep c_I . Tale calcolo è eseguito graficamente in figura_2.47 dove si ricavano i seguenti valori:

$$\begin{aligned} n_I &= 18.19 \\ c_I &= e^{-140.37} \end{aligned} \quad (2.29)$$

Si può notare che il valore ottenuto per l'esponente della tensione di indentazione di creep n_I è praticamente uguale all'esponente della tensione di creep n_m come prescritto dalla relazione (2.27).

La conoscenza dei parametri n_I , c_I , n_m e c_m ci permette di stabilire la relazione che lega i due fattori di conversione c_0 e c_2 utilizzati nelle relazioni (2.21) e (2.22), per l'acciaio F82H.

La relazione che lega tali due parametri si ricava dalla relazione (2.26) che può essere riscritta nel seguente modo:

$$c_2 = \frac{2 * r * c_m * c_0^{n_f}}{c_1} \quad (2.30)$$

Tale andamento è riportato nel grafico di figura_2.48.

Utilizzando come fattori di conversione $c_0 = 0.276$ e $c_2 = 1$ si possono comparare i dati ottenuti con prove di trazione a carico costante con quelli ottenuti con prove di indentazione. I risultati sono mostrati nella figura_2.49 dove si può osservare che i dati convertiti dell'indentazione sono in buon accordo con quelli ottenuti con la prova di trazione a carico costante.

Si conferma quindi la possibilità che i parametri della prova di creep per trazione a carico costante possono essere determinati da una prova di creep di indentazione.

2.11 PROVE DI INDENTAZIONE A TEMPERATURA AMBIENTE SULLA LEGA DI RAME CuCrZr

In un reattore a fusione nucleare un componente importantissimo è la prima parete. La sua funzione è quella di delimitare fisicamente, la camera di fusione. Questo comporta condizioni di funzionamento particolarmente gravose. In particolare si hanno elevati flussi neutronici, elevate temperature accompagnate da forti gradienti termici e carichi meccanici dovuti alla pressione del fluido termovettore, ai pesi propri e alle sollecitazioni di origine elettromagnetica.

Come materiale per asportare il calore si pensa di utilizzare una lega di rame CuCrZr (Cu-0.5%Cr-0.06%Zr) che combina un'alta conducibilità termica ed elettrica con delle buone proprietà meccaniche e una resistenza ai danneggiamenti radiativi.

L'intero lavoro fin qui svolto si è concentrato sull'acciaio F82H anche lui messo a punto per impieghi nucleari. Si vogliono ora applicare gli algoritmi, sviluppati per estrarre dalle curve di indentazione le caratteristiche meccaniche, anche sulla lega di rame CuCrZr.

In figura_2.50 è riportata la curva di indentazione ottenuta sulla lega CuCrZr a temperatura ambiente con un indentatore cilindrico del diametro di 1_mm. Tale curva è stata corretta per la risposta elastica dell'apparato di prova. Nelle figure_2.51 e 2.52 sono rispettivamente riportati gli ingrandimenti della prima fase della curva di carico e della prima fase della curva di scarico. Dalla pendenza della curva di scarico si è ricavato il modulo di Young che risulta essere pari a 129_GPa.

In figura_2.53 sono riportate le curve di carico e scarico utilizzate per determinare il carico di pressione limite p_y . Si è calcolato il parametro di plasticità secondo la formula_2.11 e nella figura_2.54 lo si è riportato in funzione del carico massimo della curva di carico-scarico.

L'andamento mostra un incremento del parametro plastico intorno al carico di 500_N, utilizzando la formula_2.12 si ricava un carico di snervamento di 212_MPa.

Fissando il carico di snervamento ed assumendo come valore di primo tentativo il modulo di Young appena trovati si è applicato l'algoritmo inverso. Il risultato mostrato in figura_2.55 ha determinato i seguenti risultati per i parametri elasto-plastici della lega di rame CuCrZr:

$$\begin{aligned} \sigma_y &= 212 \text{ MPa} \\ E &= 149 \text{ GPa} \\ n &= 0.126 \end{aligned} \quad (2.31)$$

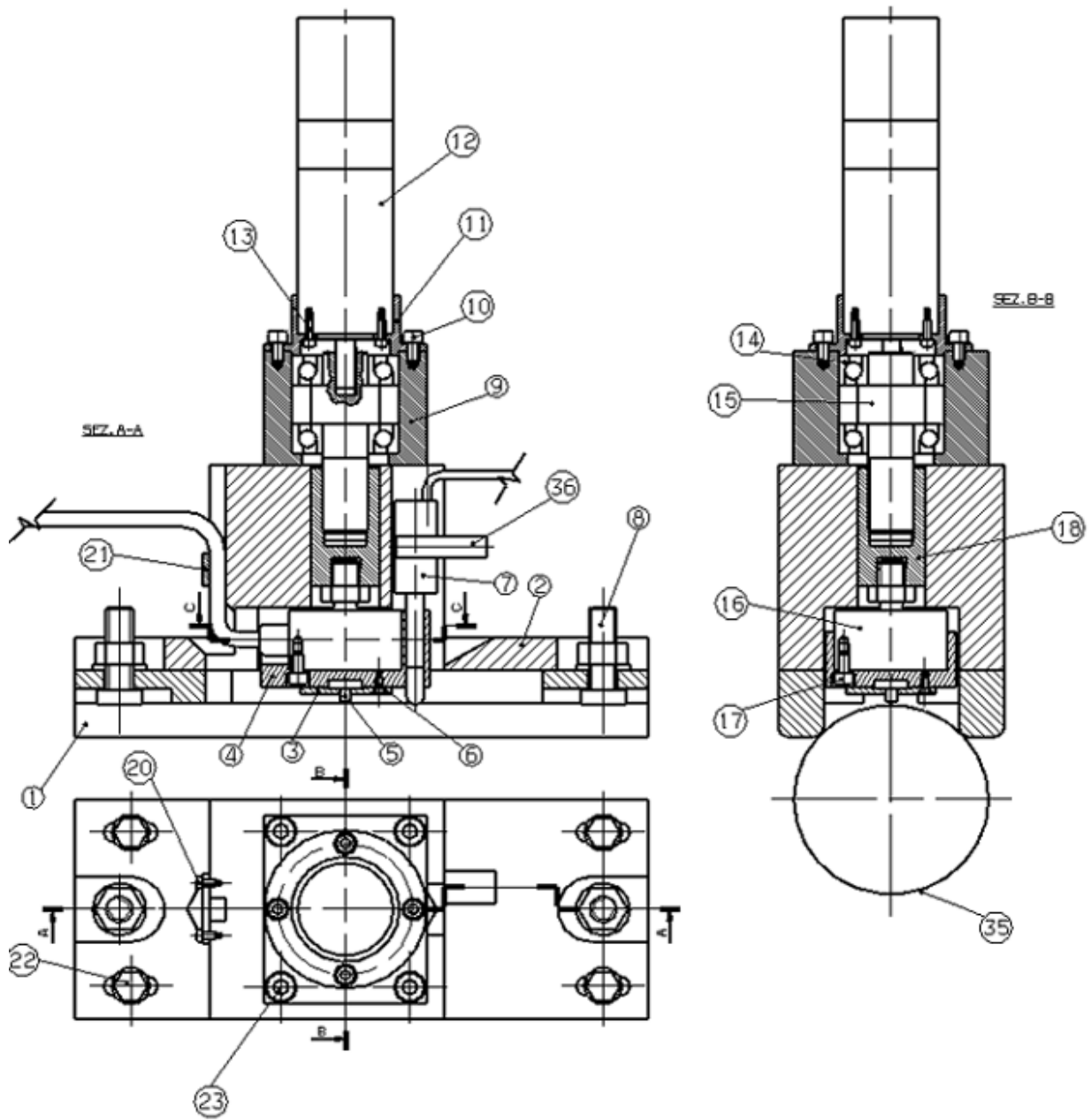
Il relativo diagramma di trazione è mostrato in figura_2.56.

I dati ricavati sono compatibili con quelli di una lega CuCrZr sottoposta ad un trattamento termico di solubilizzazione ed invecchiamento [16], le cui proprietà termomeccaniche sono:

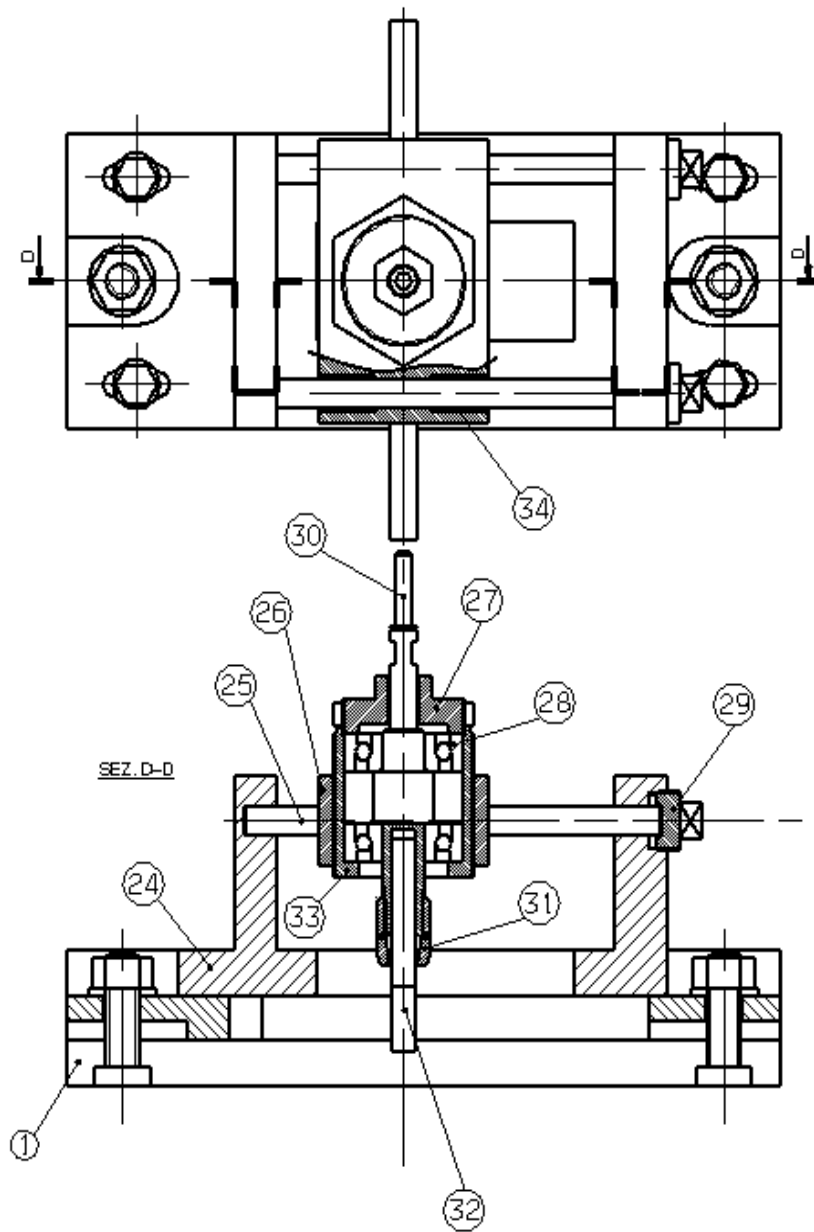
$$\begin{aligned}
\sigma_y &\cong 200MPa \\
\sigma_u &\cong 300MPa \\
HB &\cong 120 \\
\delta_{tot} &\cong 15\% \\
\lambda &\cong 320Wm^{-1}K^{-1}
\end{aligned}
\tag{2.32}$$

Dove σ_u è la tensione ultima, HB è la durezza Brinell, δ_{tot} è la deformazione totale e λ è la conducibilità termica.

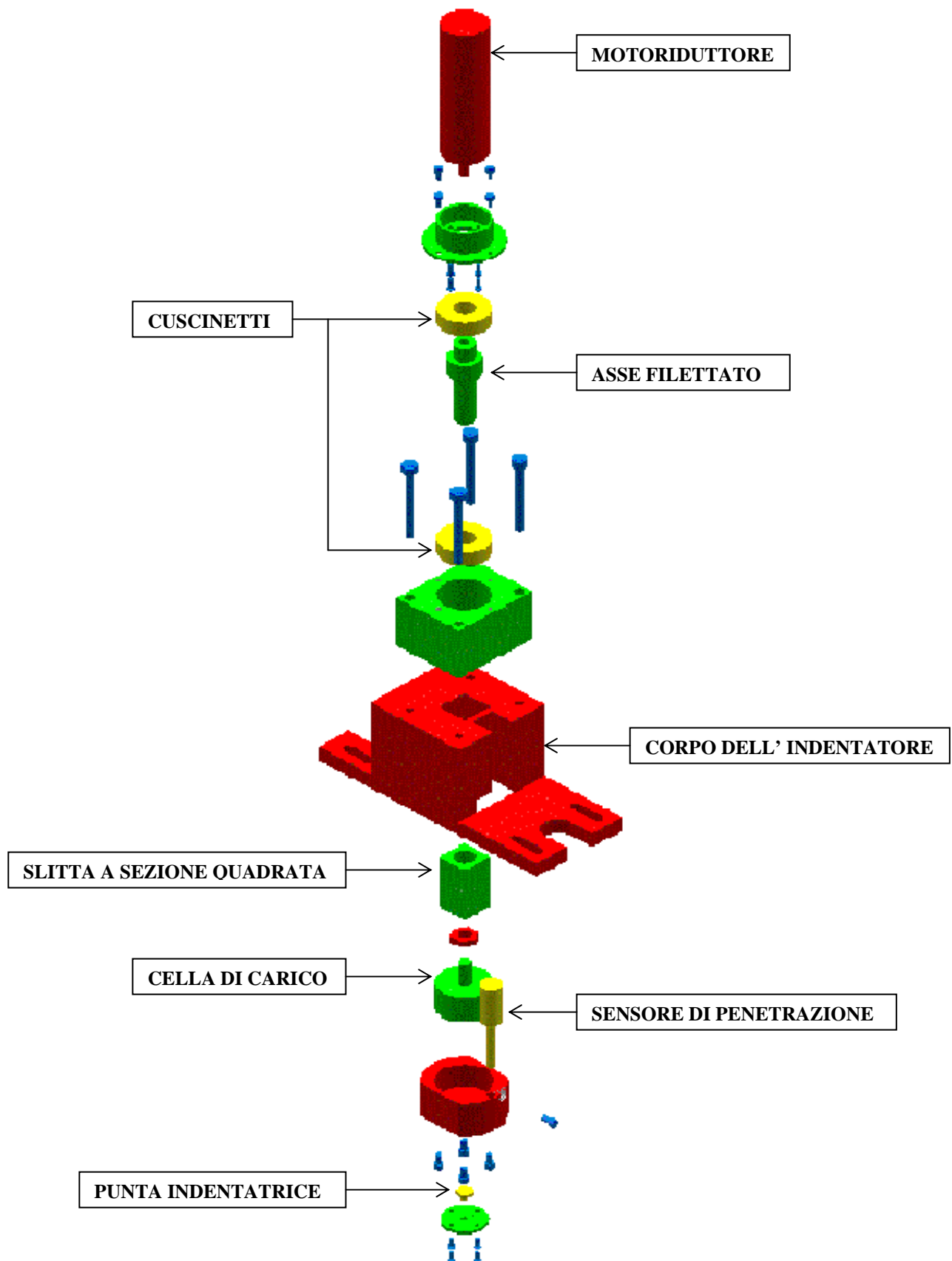
L'errore commesso sulla valutazione del carico di snervamento è del 6%. Per confermare che i dati riportati nella relazione (2.32) siano la giusta caratterizzazione meccanica del materiale analizzato si è eseguita una prova di durezza Vickers ottenendo il valore di $HV = 114 \pm 3$ che corrisponde ad una durezza Brinell di $HB = 110$, tale valore risulta compatibile con quello riportato nella relazione (2.32).



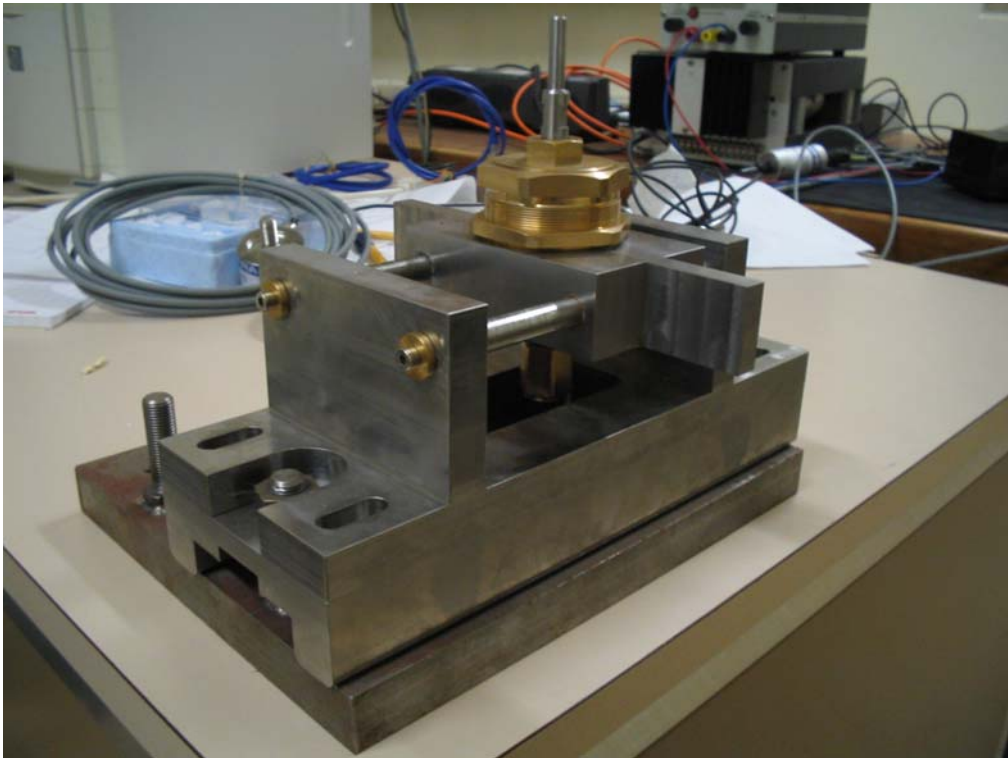
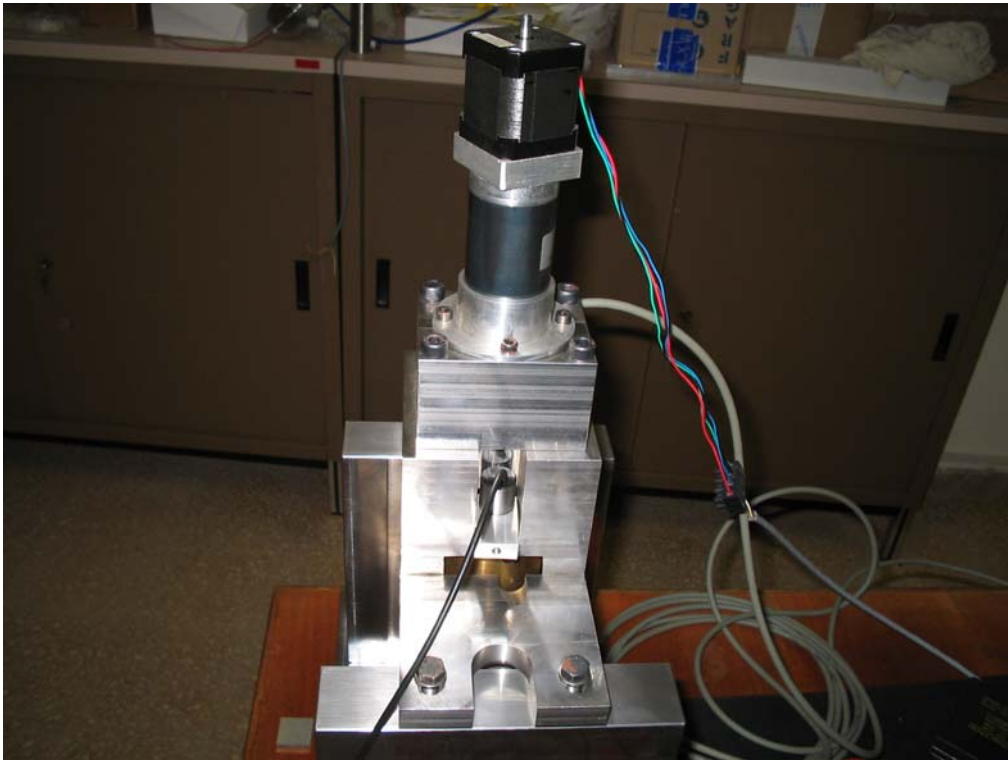
Figura_2.1
Macchina indentatrice



Figura_2.2
Macchina per la preparazione del pezzo



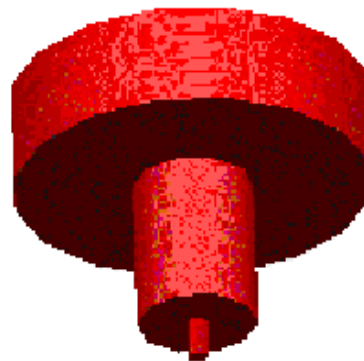
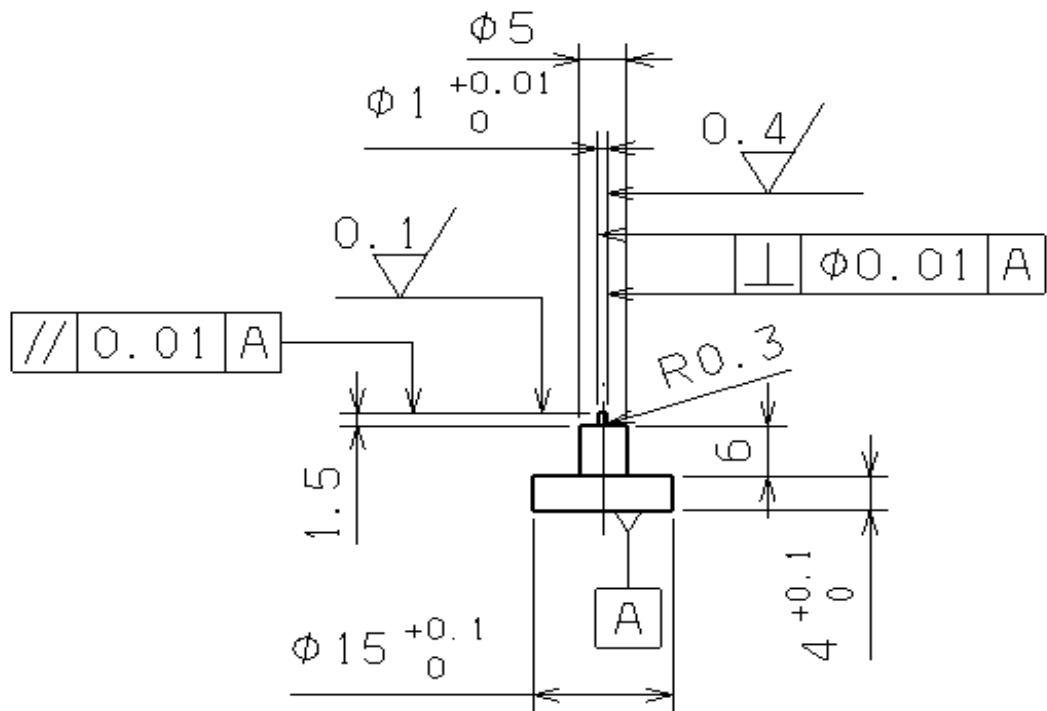
Figura_2.3
 Disegno meccanico esploso della macchina indentatrice



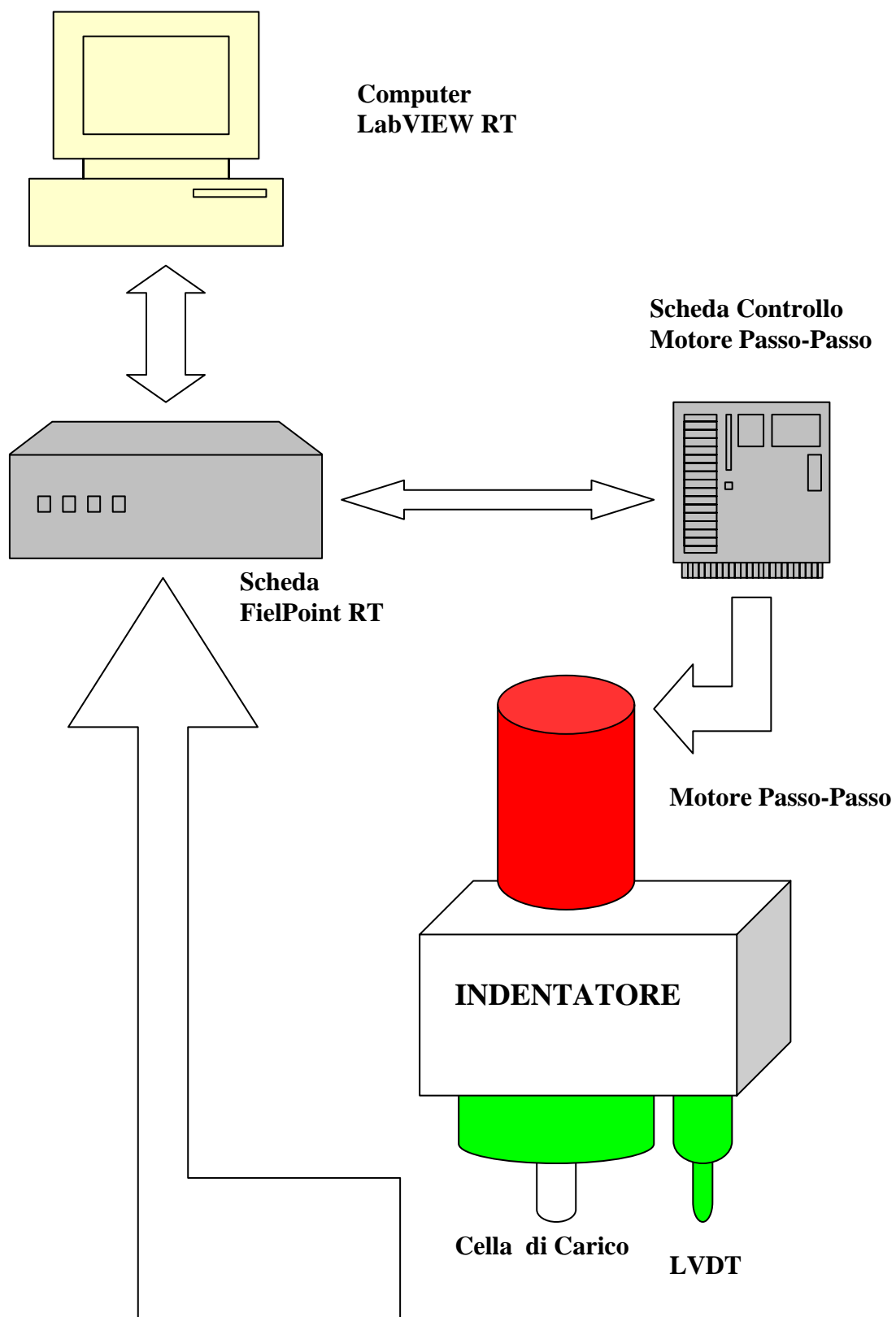
Figura_2.4
Macchina indentatrice e attrezzatura per la preparazione del pezzo



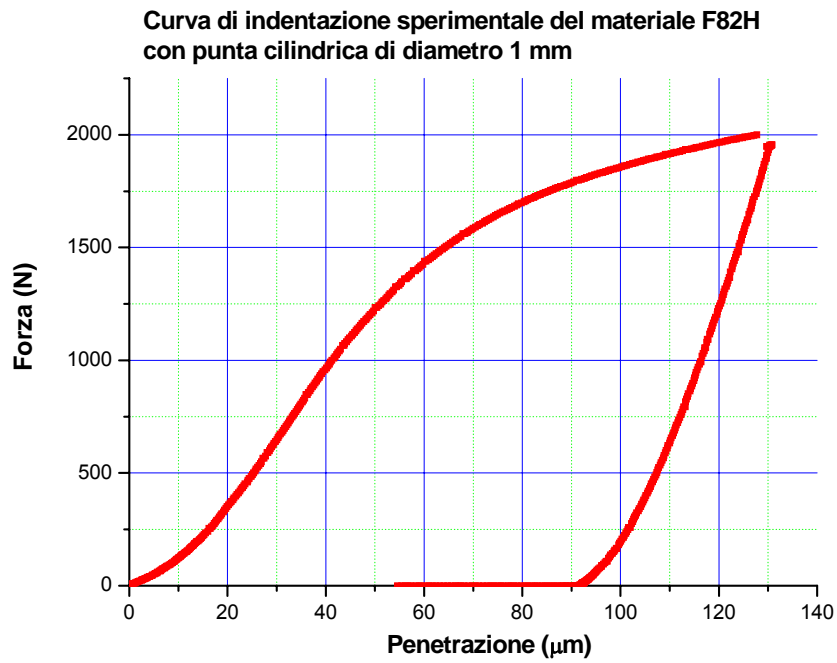
Figura_2.5
Sensore di forza e di penetrazione e punta indentatrice



Figura_2.6
Indentatore cilindrico

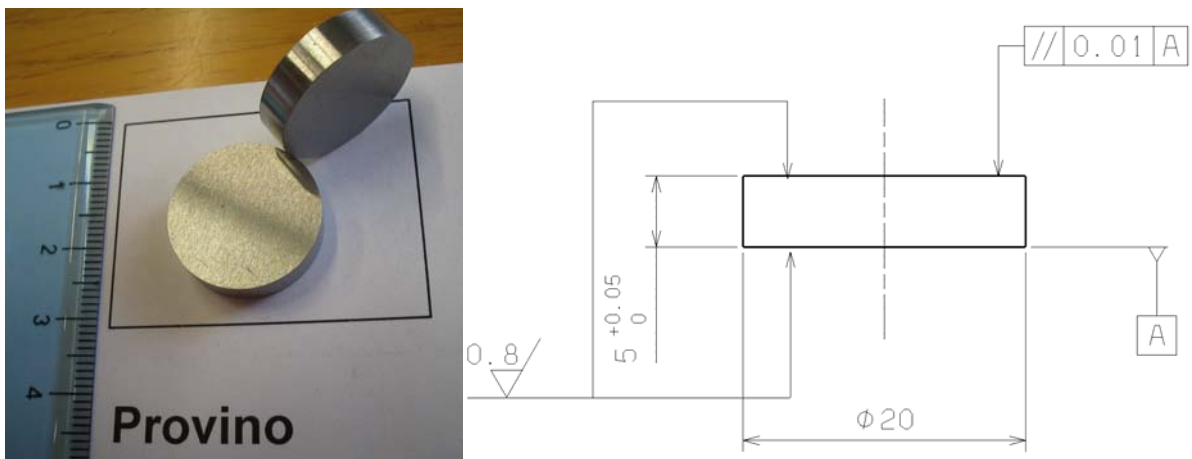


Figura_2.7
Schema del sistema di controllo



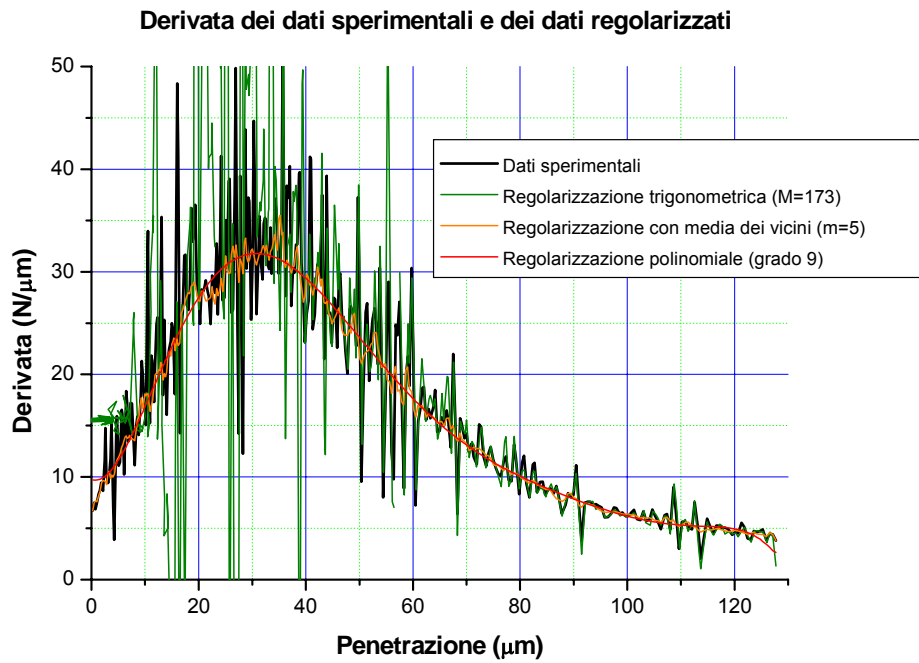
Figura_2.8

Curva sperimentale del materiale F82H ottenuta con un penetratore cilindrico del diametro di 1 mm

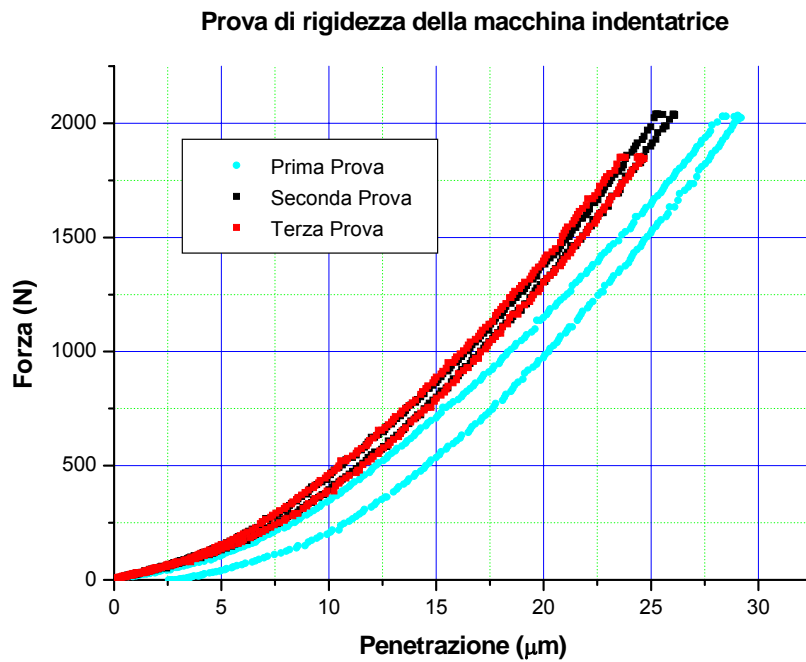


Figura_2.9

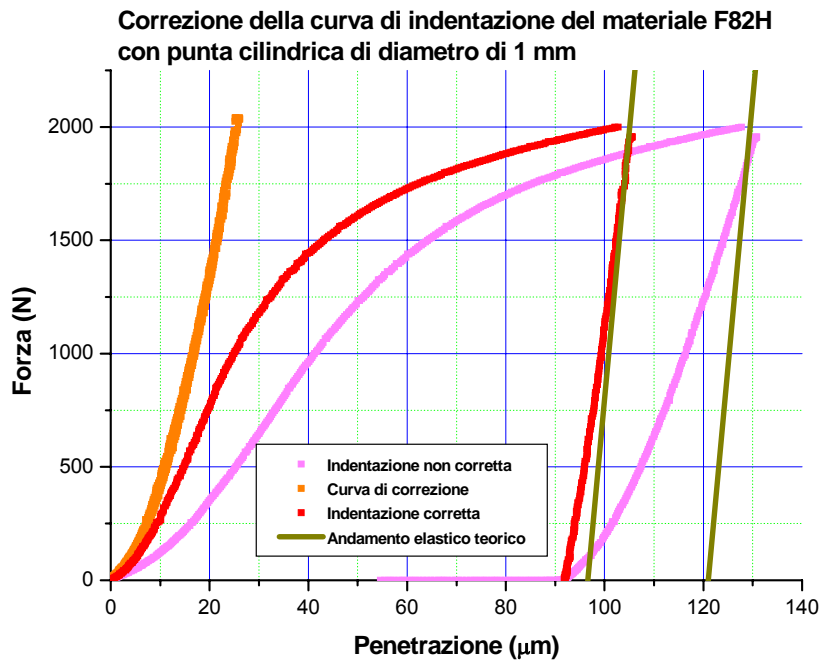
Provini utilizzati per la prova di indentazione



Figura_2.10
 Confronto tra le varie regolarizzazioni studiate

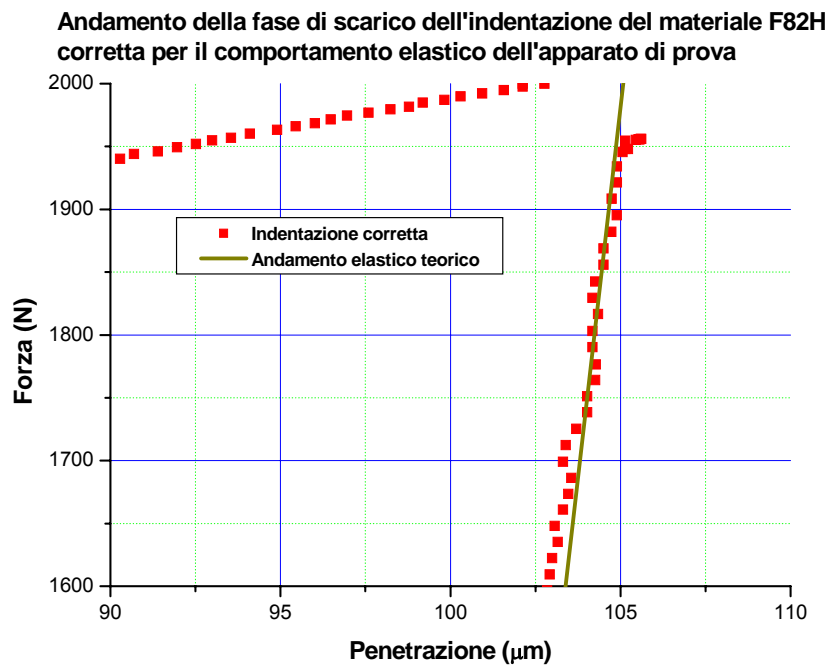


Figura_2.11
 Prova di rigidità della macchina indentatrice



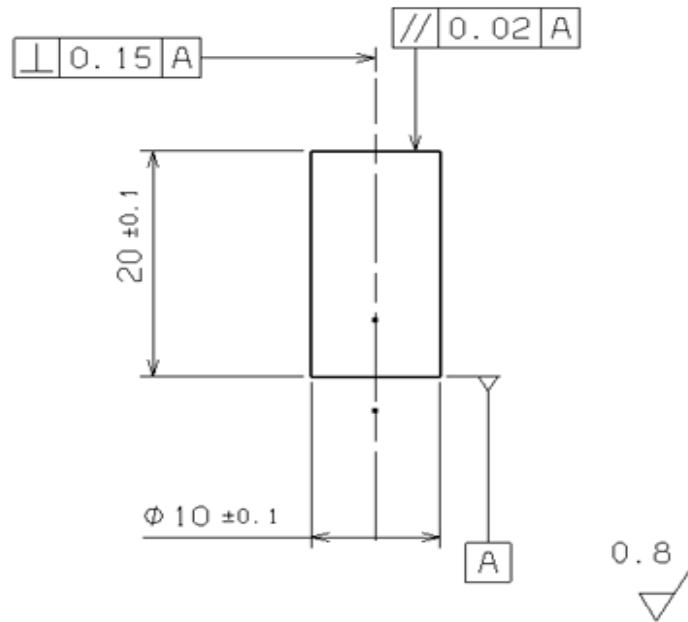
Figura_2.12

Correzione della curva di indentazione per la risposta elastica dell'apparato di prova



Figura_2.13

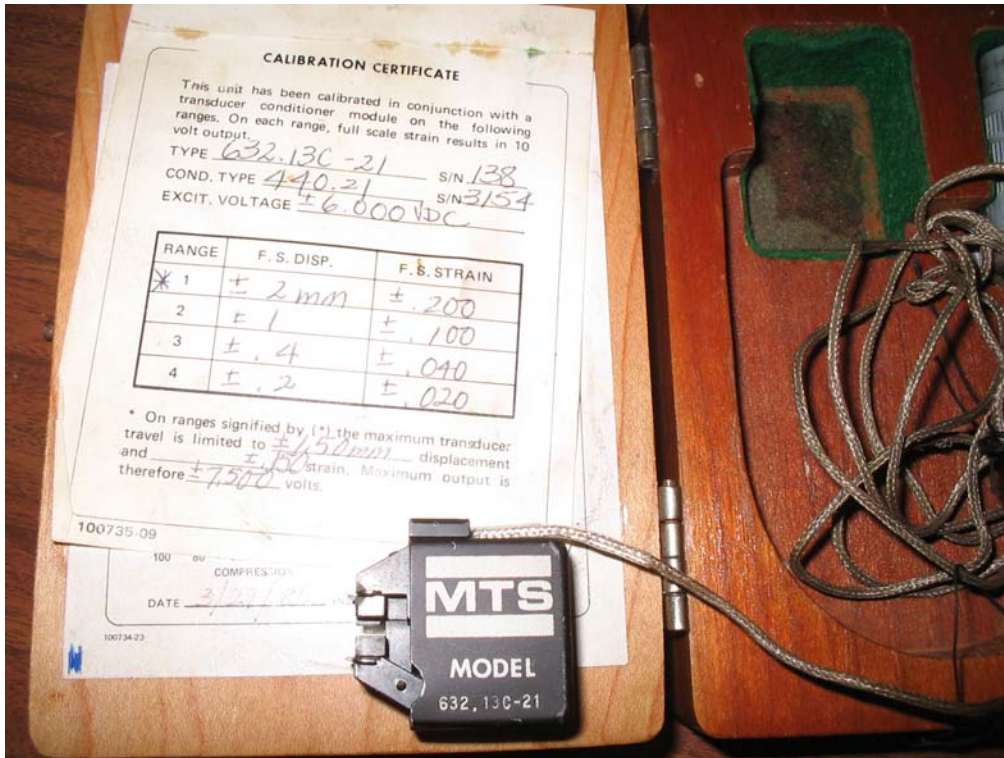
Andamento ingrandito della prima parte della curva di scarico corretta



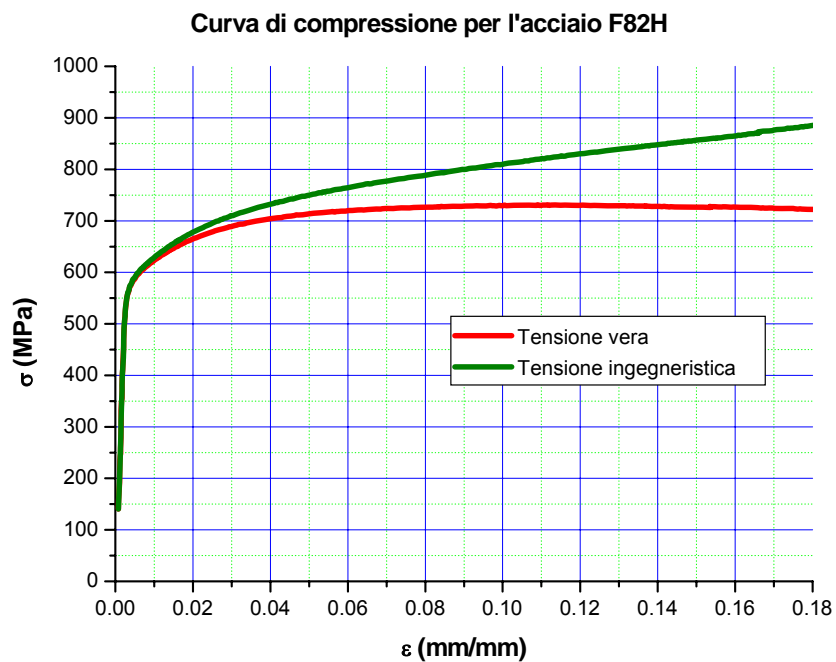
Figura_2.14
 Provino utilizzato per le prove di compressione



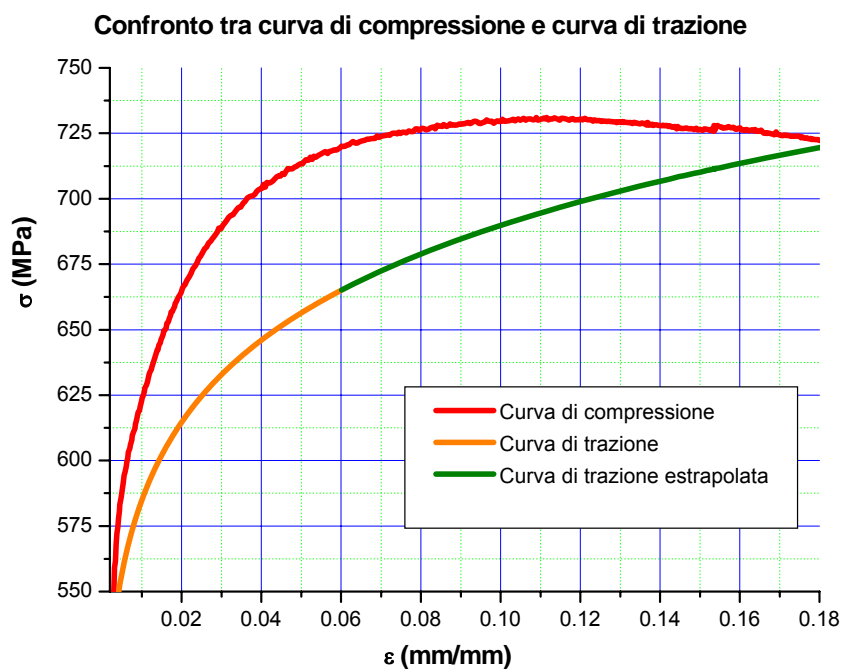
Figura_2.15
 Macchina di compressione



Figura_2.16
 Particolare dell'estensimetro e della cella di carico



Figura_2.17
Risultato della prova di compressione eseguita sull'acciaio F82H.



Figura_2.18
Confronto tra la curva di compressione e la curva di trazione dell'acciaio F82H



Figura_2.19
Campioni dell'acciaio F82H dopo la prova di compressione

Tipo di Provetta:	Cilindrica
Prove condotte in accordo con la	ASTM E9

Sigla provetta		1	2	3	4
Temperatura di prova (°C)		amb.	amb.	amb.	amb.
Velocità pistone (mm/sec)		0,005	0,005	0,005	0,005
D ₀ (mm)	diámetro iniziale	10,03	10,07	10,04	10,05
S ₀ (mm ²)	sezione iniziale	79,01	79,64	79,17	79,33
L ₀ (mm)	lunghezza campione	20,00	19,98	19,97	20,00
L _e (mm)	base estensimetro	10	10	10	10
F _{max} (N)	carico massimo ultimo	71629	70208	71819	67687
R _m (MPa)	carico unitario massimo	907	882	907	853
ε	deformazione ultima %	20	20	20	20
n	coefficiente incrudimento	0,03	0,04	0,05	0,01
K (MPa)	coefficiente di resistenza	790	813	844	733

Tabella_2.1
Risultati delle quattro prove di compressione

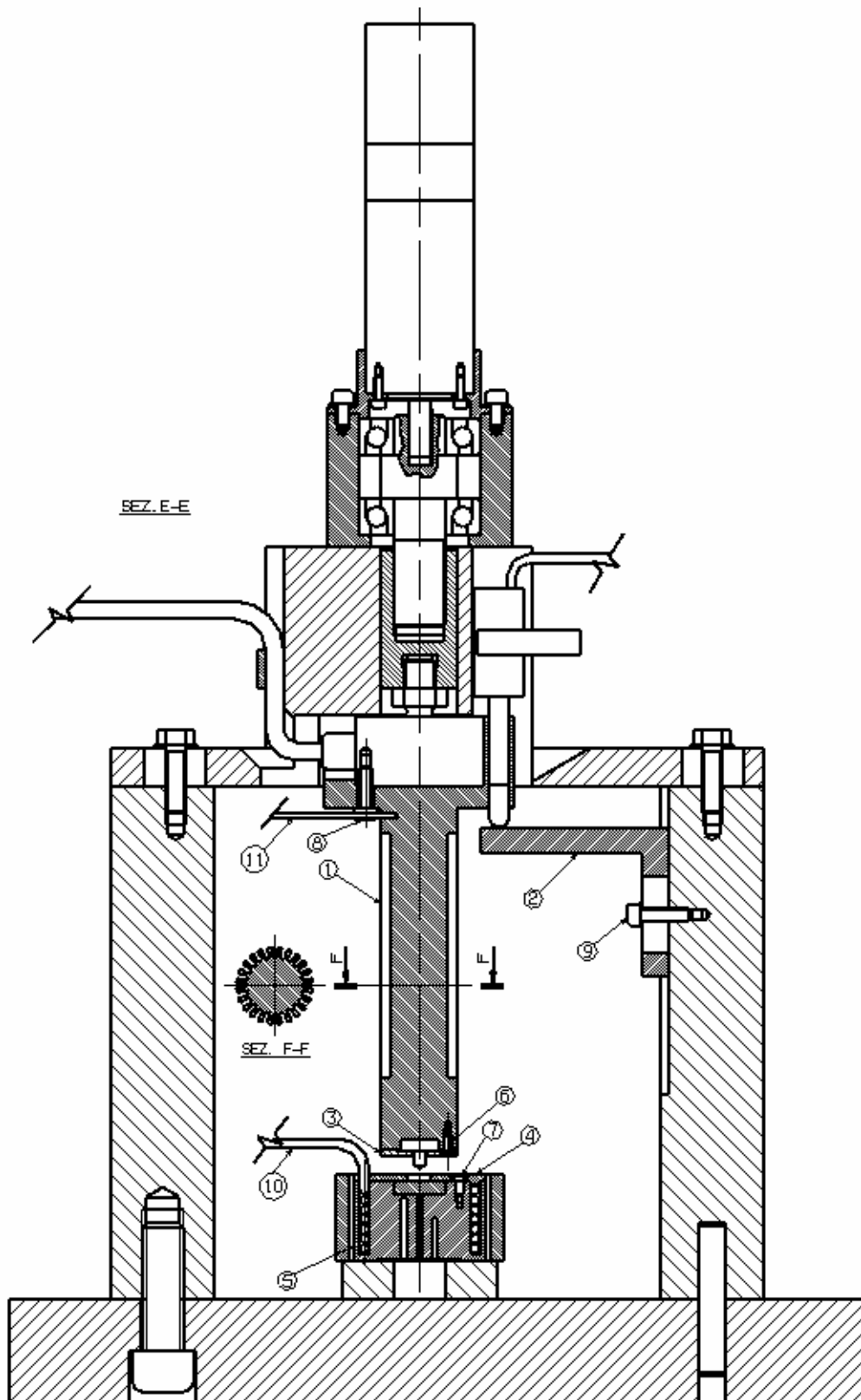
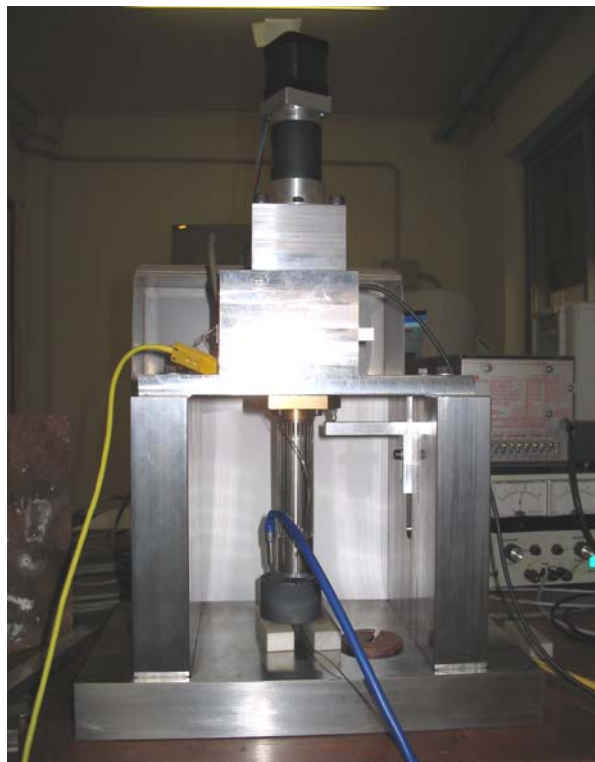
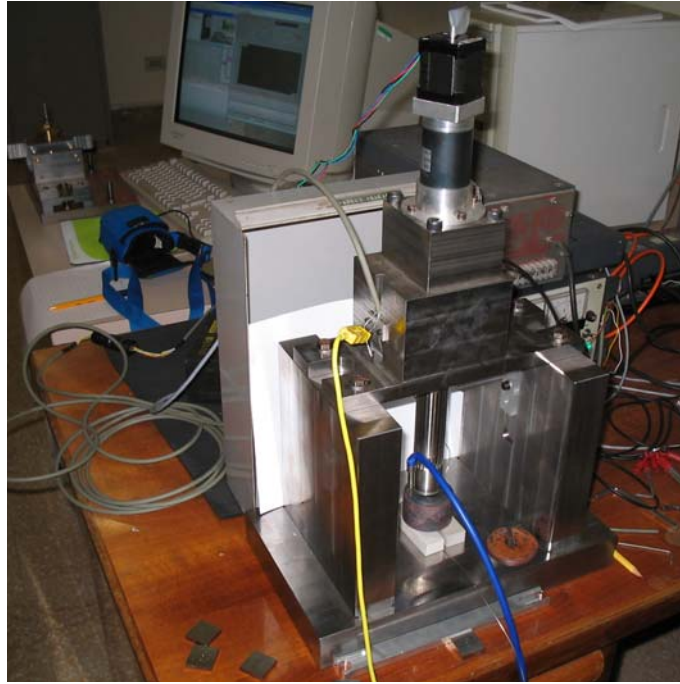
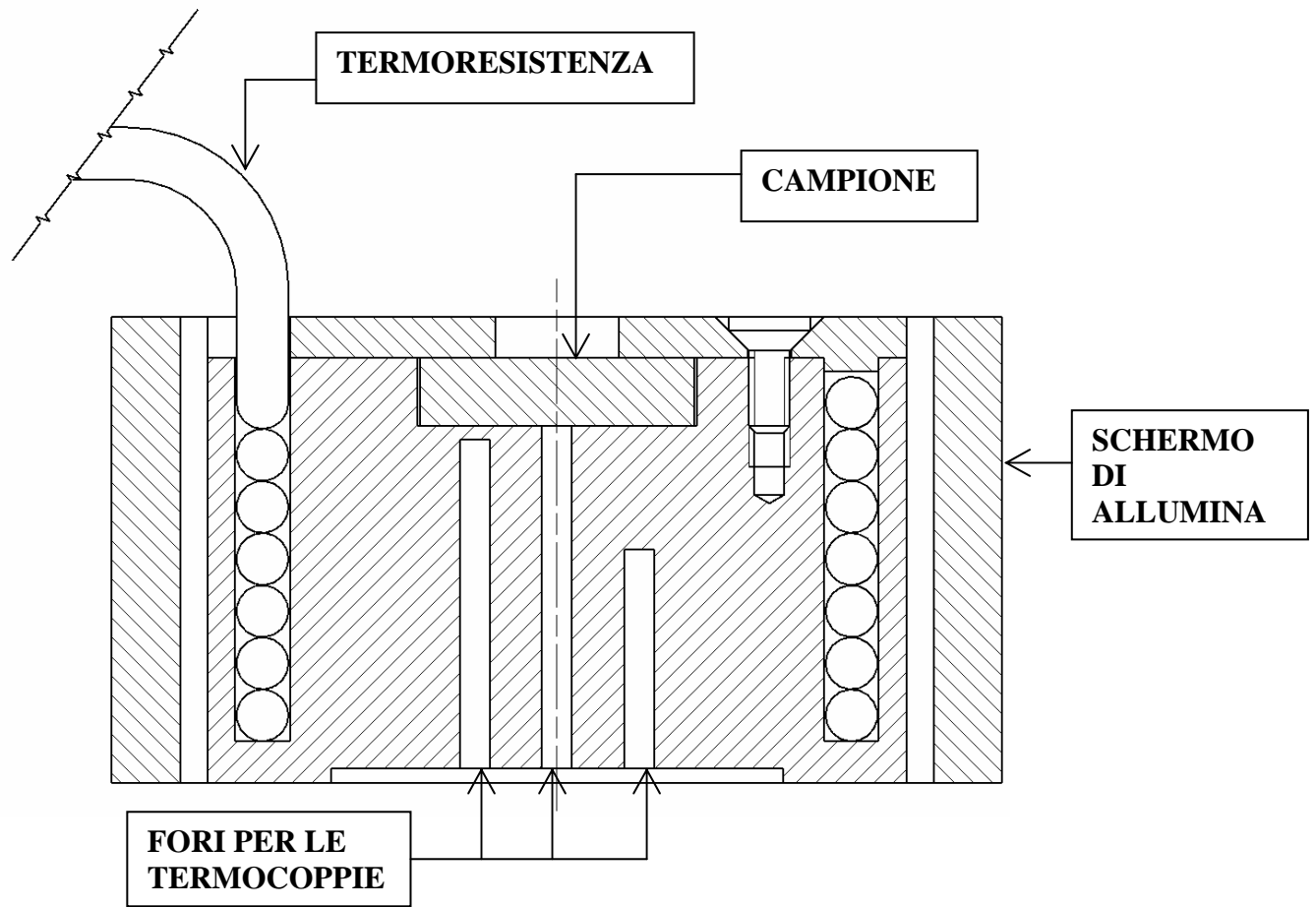


Figura 2.20

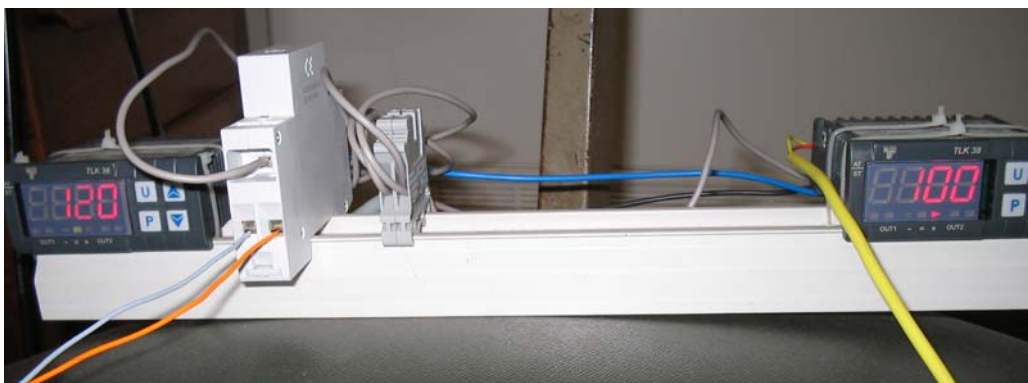
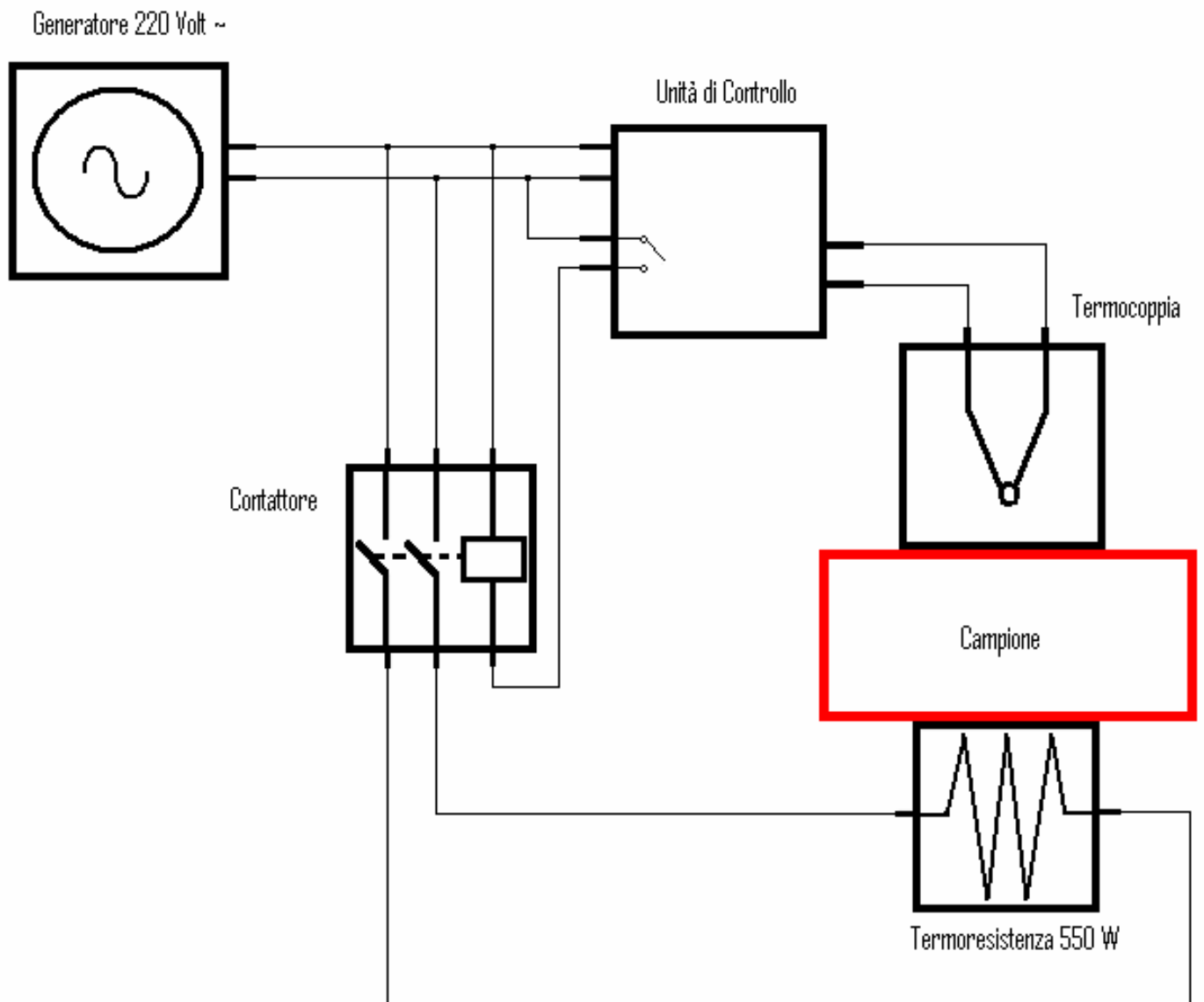
Disegno meccanico della macchina indentatrice modificata per le prove di indentazione a caldo



Figura_2.21
Foto della macchina indentatrice modificata per le prove di indentazione a caldo

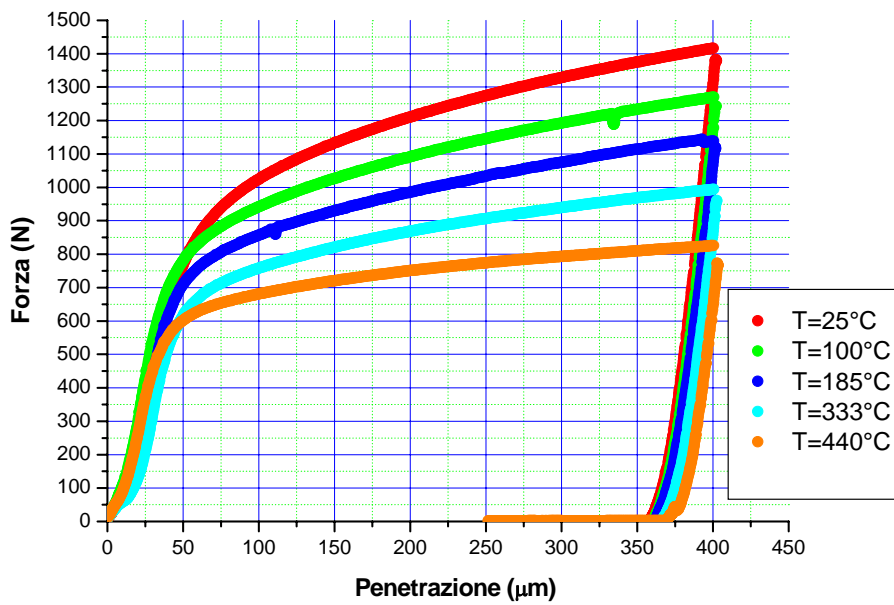


Figura_2.22
Forno elettrico



Figura_2.23
 Schema di controllo del forno elettrico

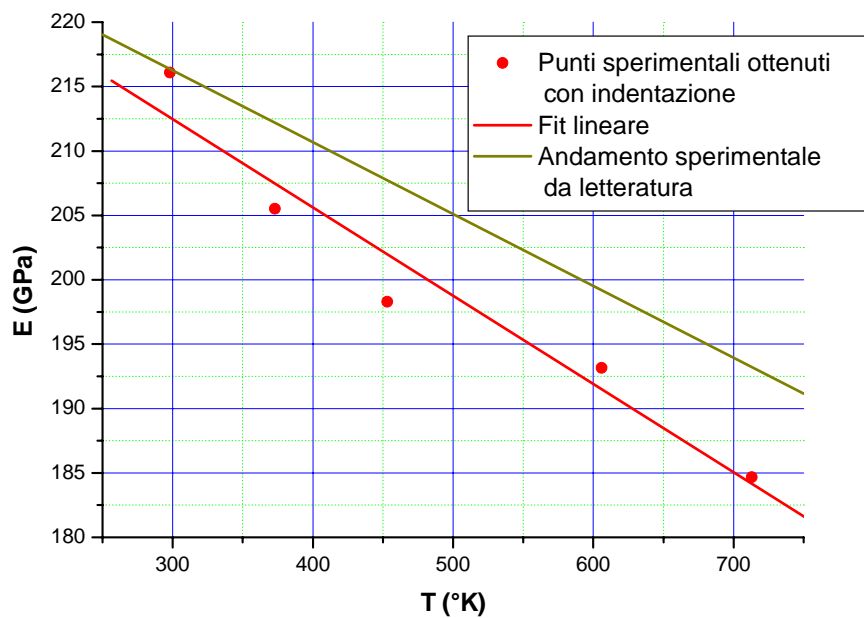
Curve di indentazione a caldo sul materiale F82H con punzone ϕ 0.7 mm



Figura_2.24

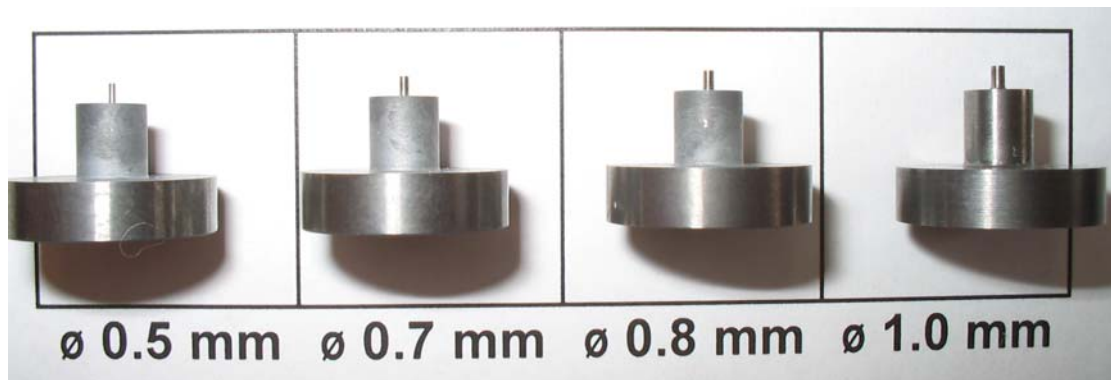
Curve di indentazione a caldo eseguite sull'acciaio F82H

Modulo di Young ottenuto dalle prove di indentazione a caldo sull'acciaio F82H



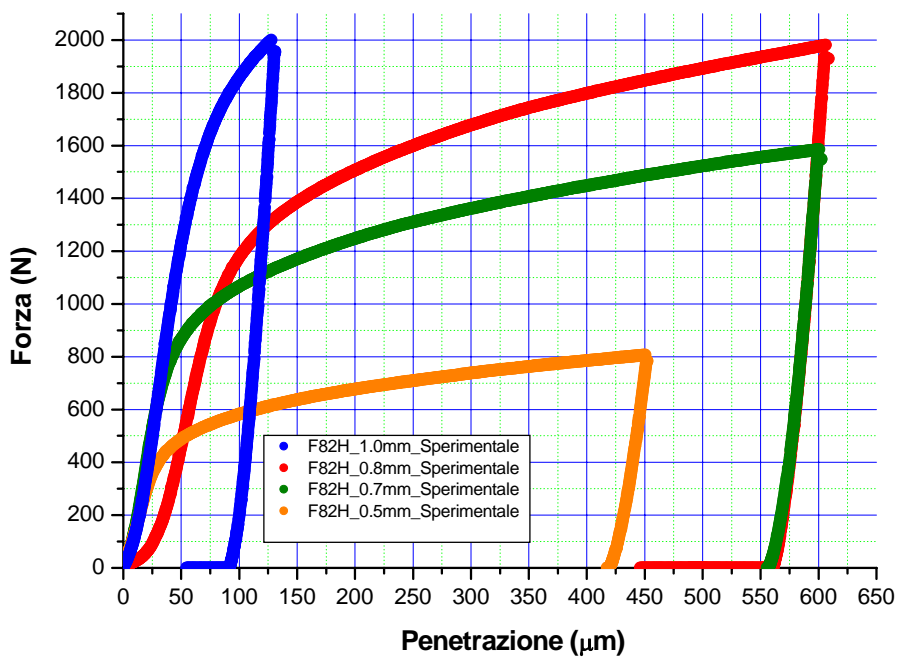
Figura_2.25

Modulo di Young ottenuto dalle prove di indentazione a caldo sull'acciaio F82H confrontato con un andamento sperimentale fornito dalla letteratura [11]



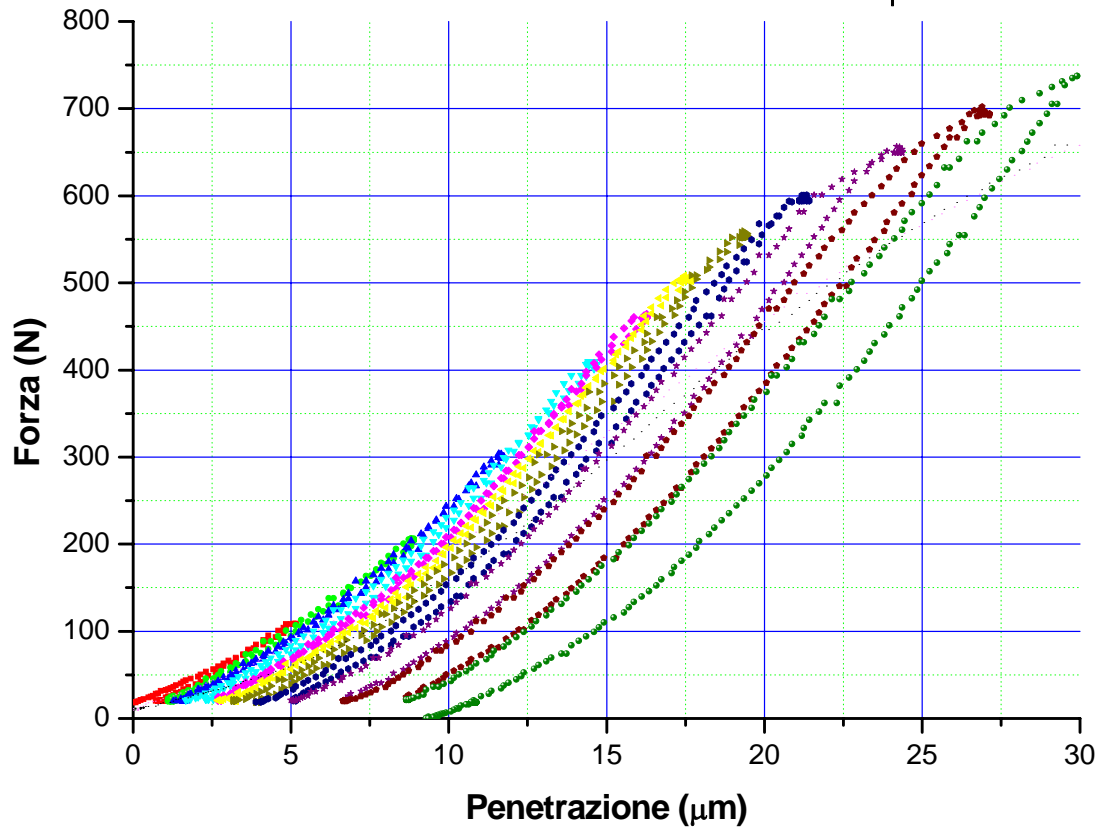
Figura_2.26
 Indentatori cilindrici di diverso diametro

Curve di indentazione sul materiale F82H con punte cilindriche di diverso diametro



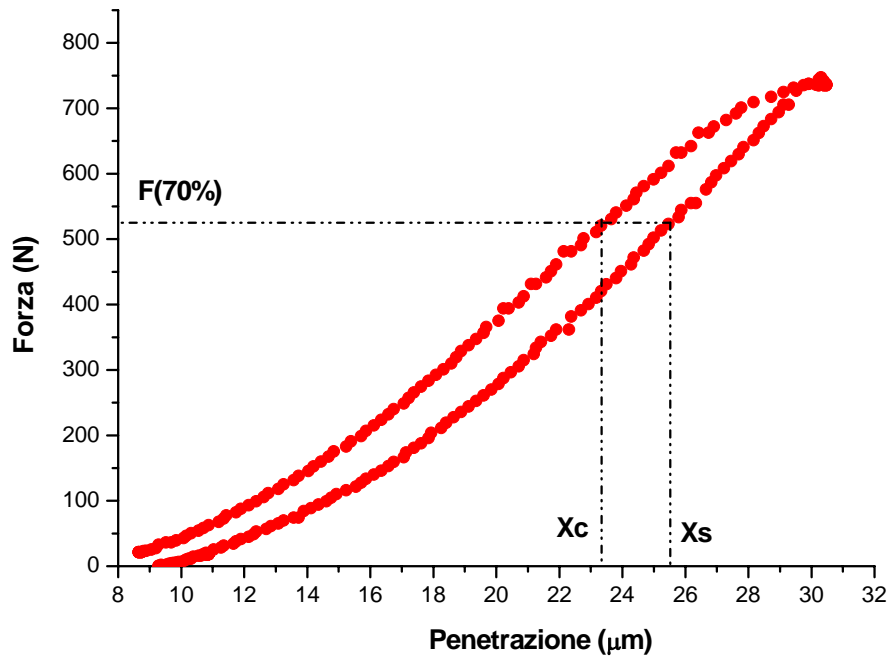
Figura_2.27
 Curve di indentazione con indentatori di diverso diametro eseguite sull'acciaio F82H

Curve di carico e scarico materiale F82H a carichi crescenti con indentatore cilindrico del ϕ 0.7 mm



Figura_2.28

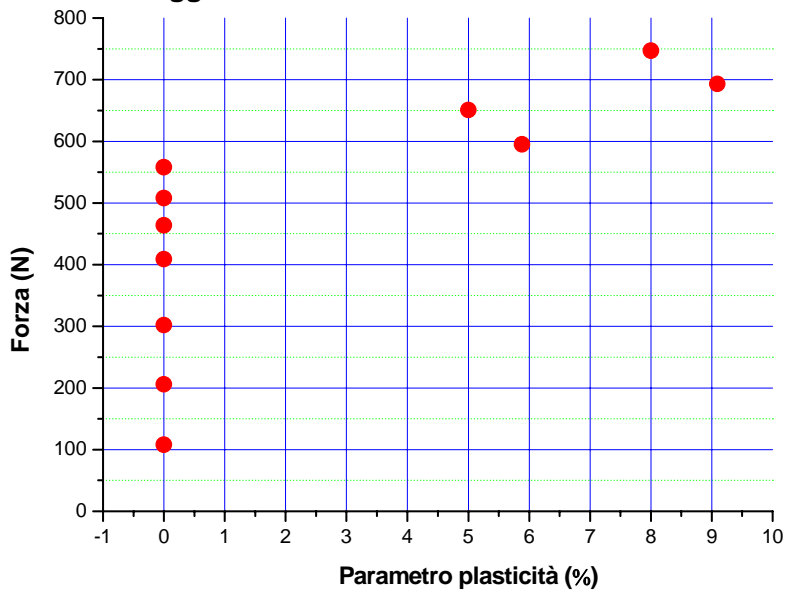
Curve di indentazione di carico e scarico eseguite sull'acciaio F82H



Figura_2.29

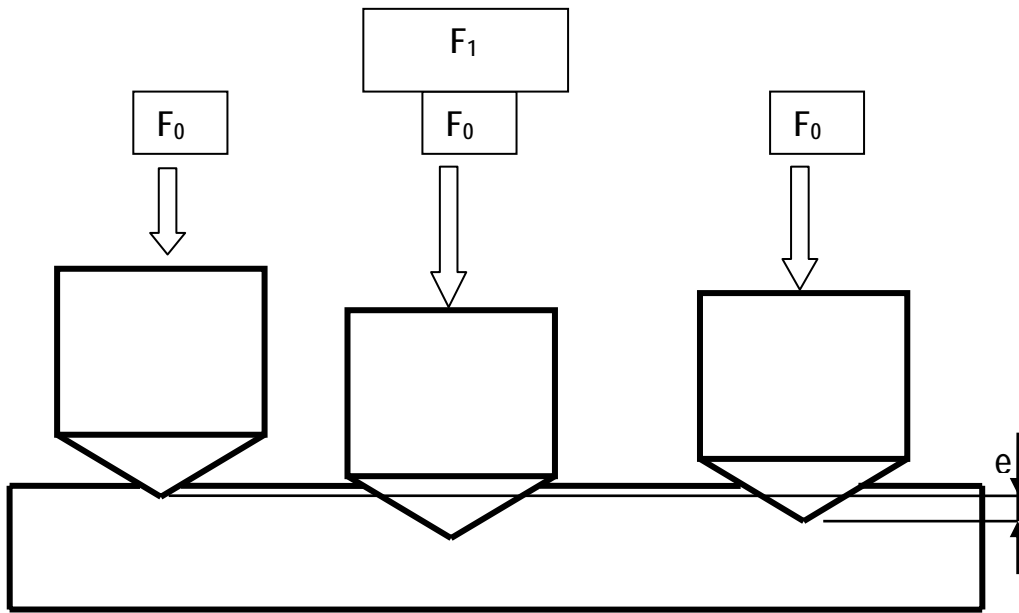
Curva di indentazione di carico e scarico eseguite sull'acciaio F82H

Variazione del parametro di plasticità con il progredire del carico massimo raggiunto dalle curve di carico e scarico



Figura_2.30

Variazione del parametro di plasticità con il progredire del carico massimo raggiunto dalle curve di carico e scarico eseguite sull'acciaio F82H



Figura_2.31
Rappresentazione schematica del metodo Rockwell



Figura_2.32
Penetratori, si noti il penetratore Rockwell modificato

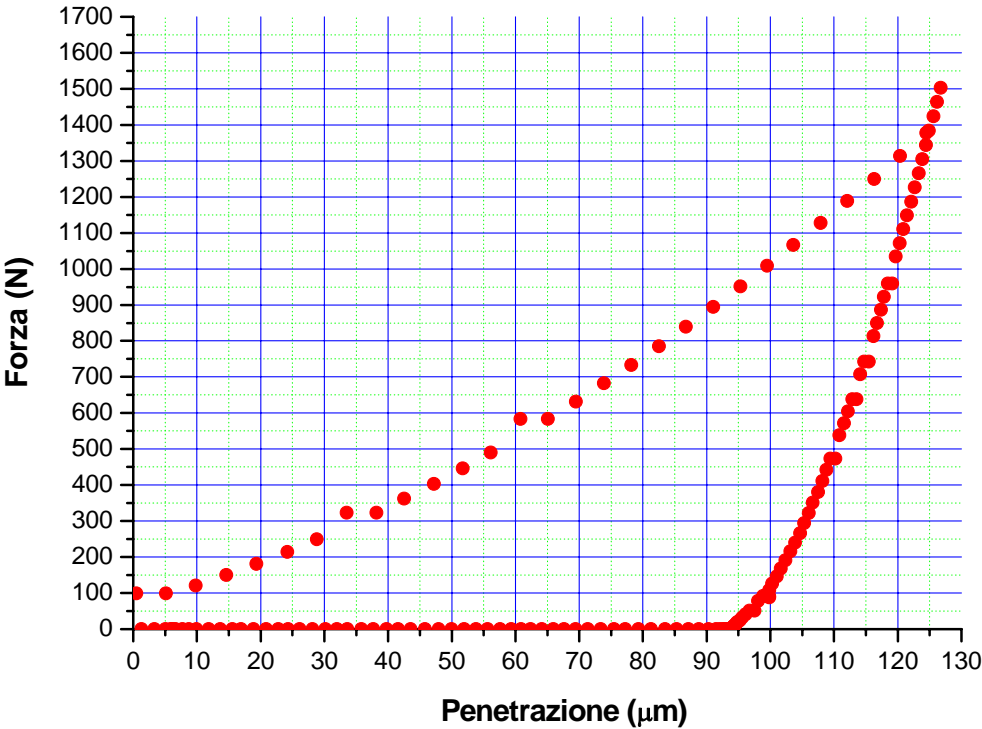


Figura_2.33
Campione di durezza nota



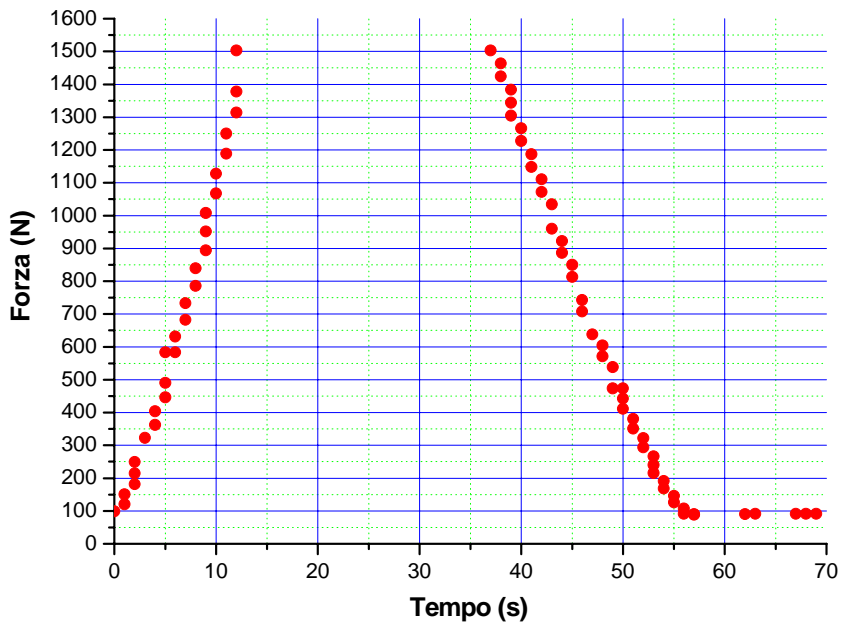
Figura_2.34
Prova di durezza Rockwell

Andamento della forza in funzione della penetrazione durante la prova di durezza HRC



Figura_2.35
Curva carico-penetrazione ottenuta con il penetratore Rockwell a cono

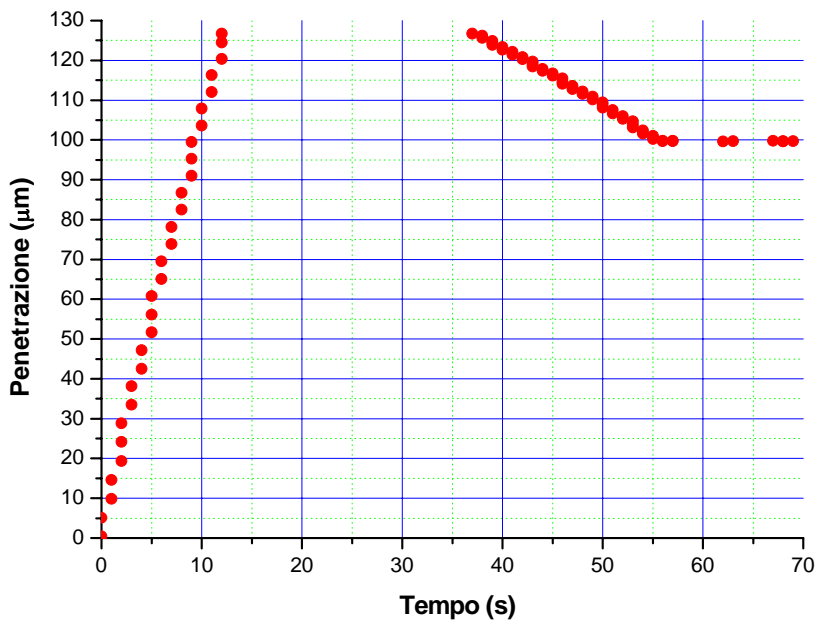
Andamento della forza in funzione del tempo durante la prova di durezza HRC



Figura_2.36

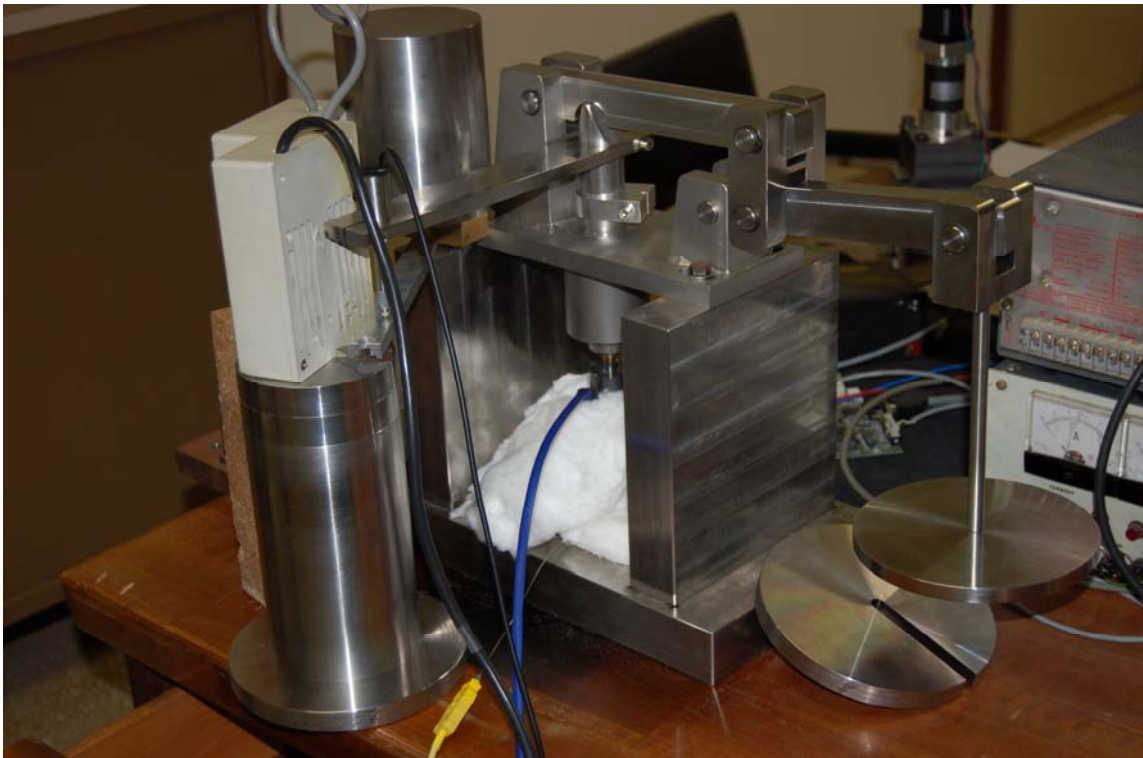
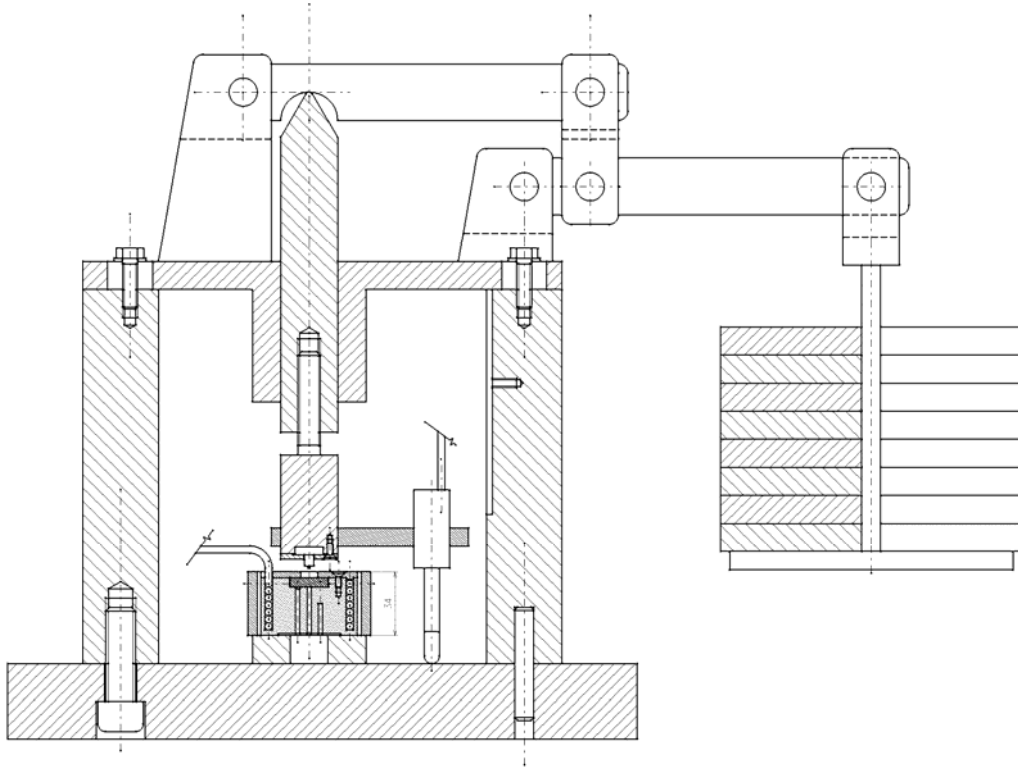
Andamento del carico in funzione del tempo nella prova di durezza Rockwell a cono

Andamento della penetrazione in funzione del tempo durante la prova di durezza HRC

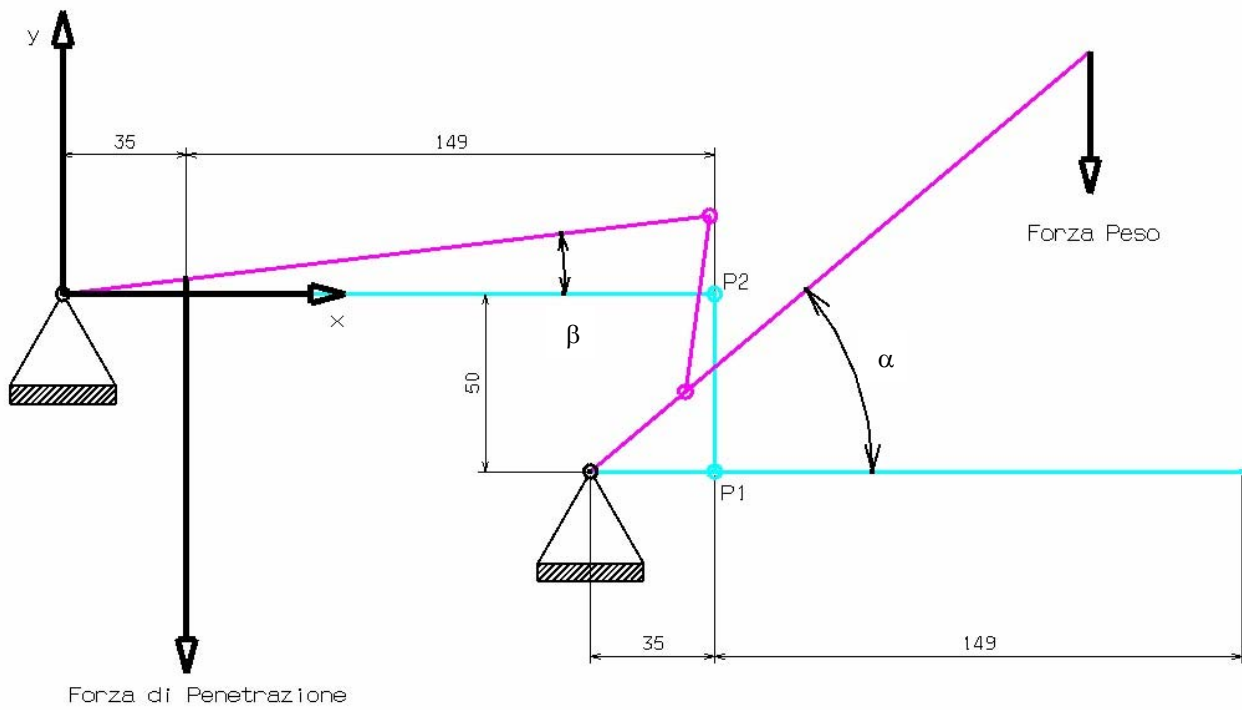


Figura_2.37

Andamento della penetrazione in funzione del tempo nella prova di durezza Rockwell a cono

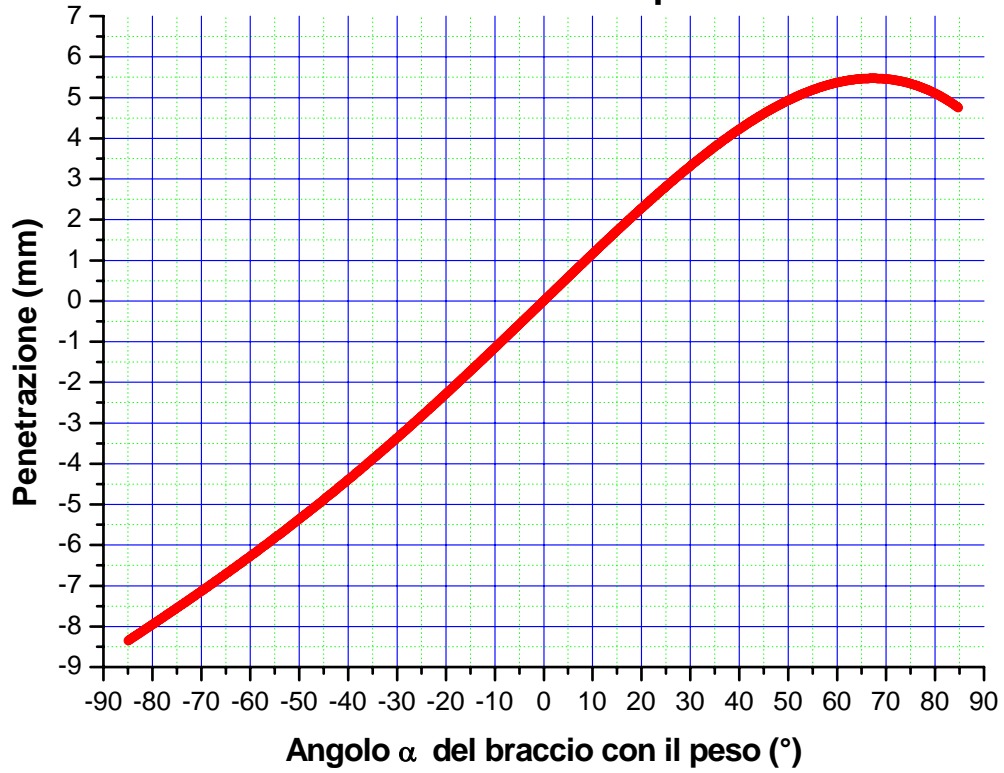


Figura_2.38
Disegno meccanico e foto della macchina per le prove di scorrimento viscoso



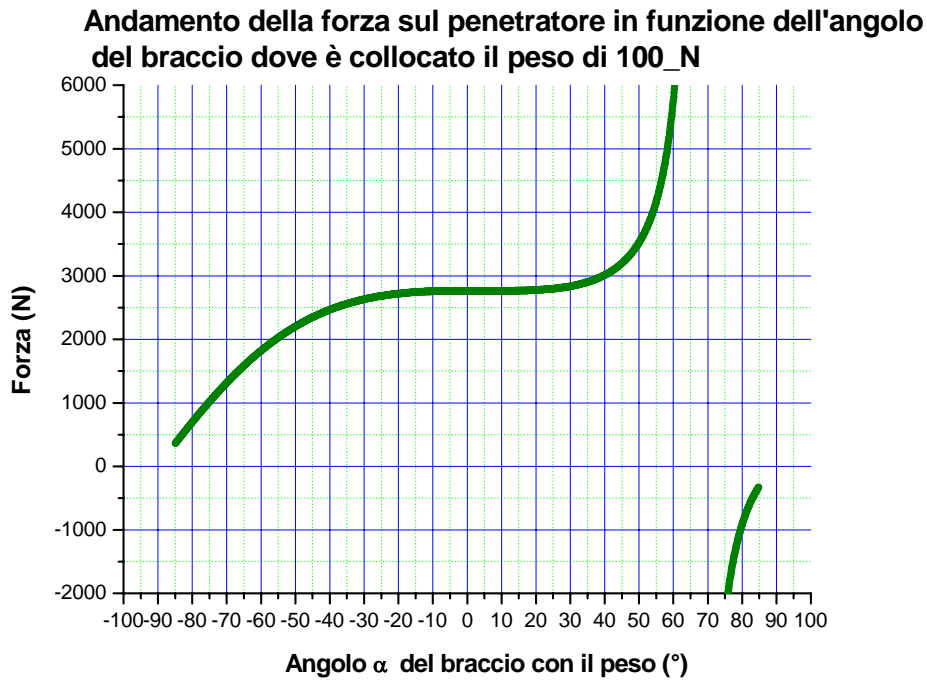
Figura_2.39
 Schema dell'apparato per eseguire prove di scorrimento viscoso

Andamento della penetrazione in funzione dell'angolo del braccio dove è collocato il peso



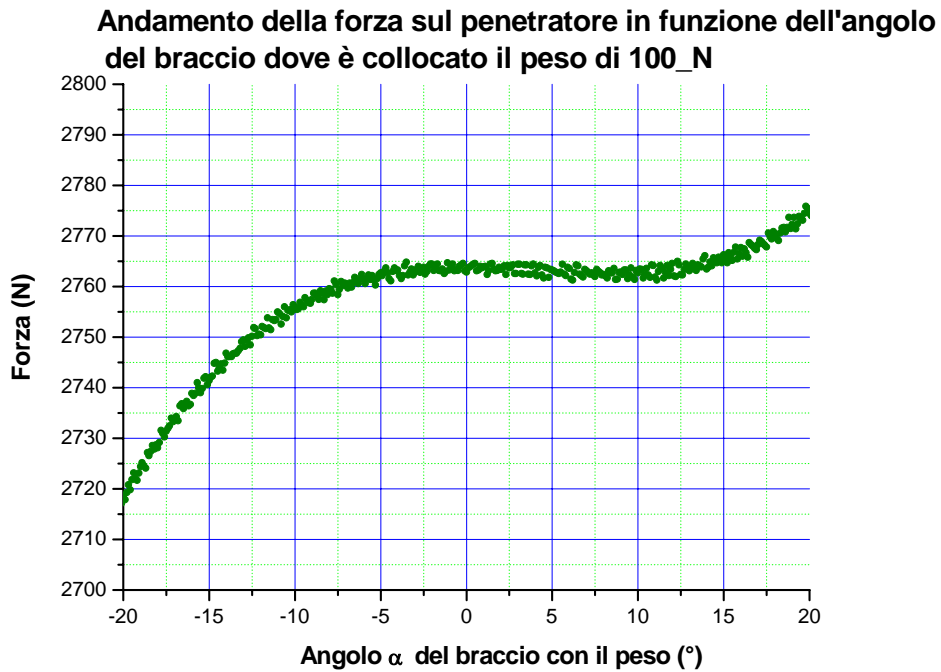
Figura_2.40a

Valore della penetrazione in funzione dell'angolo α



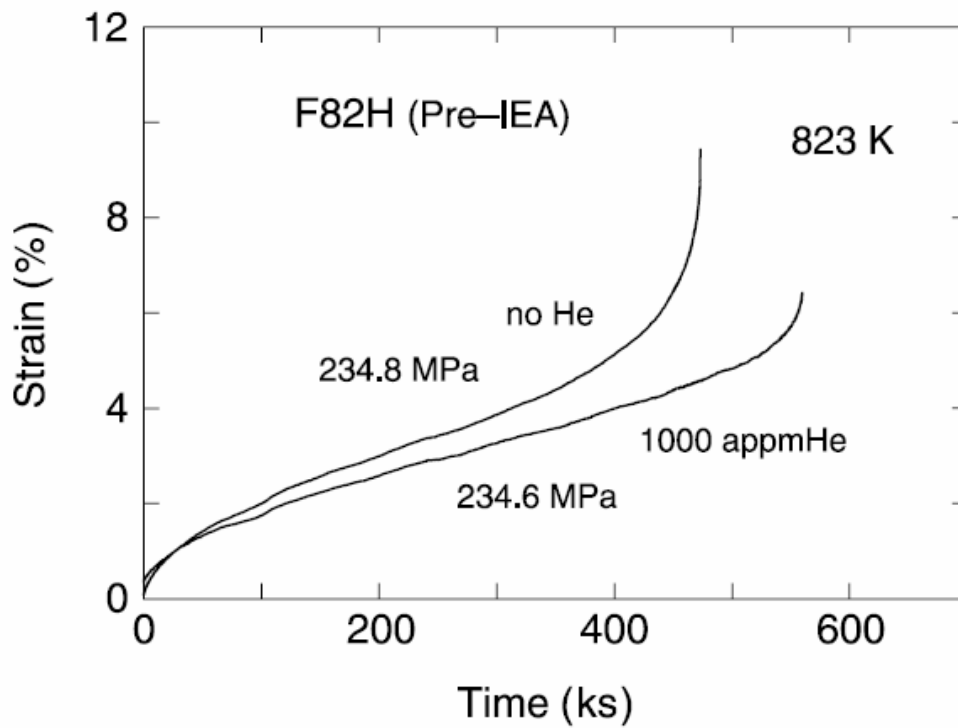
Figura_2.40b

Valore del carico di penetrazione in funzione dell'angolo α

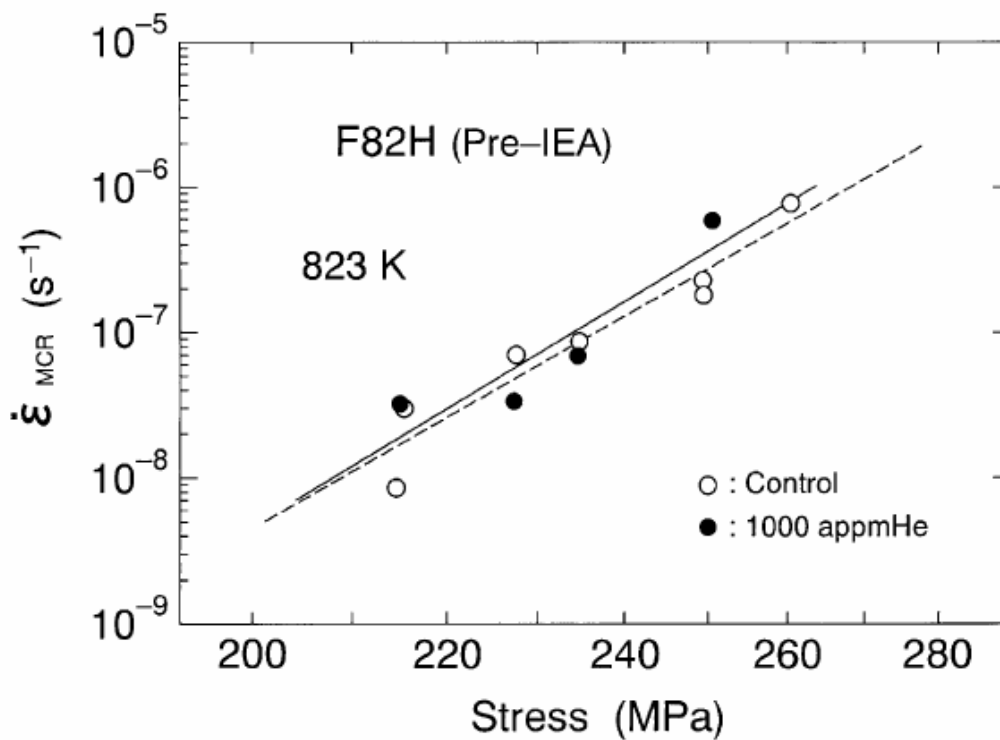


Figura_2.40c

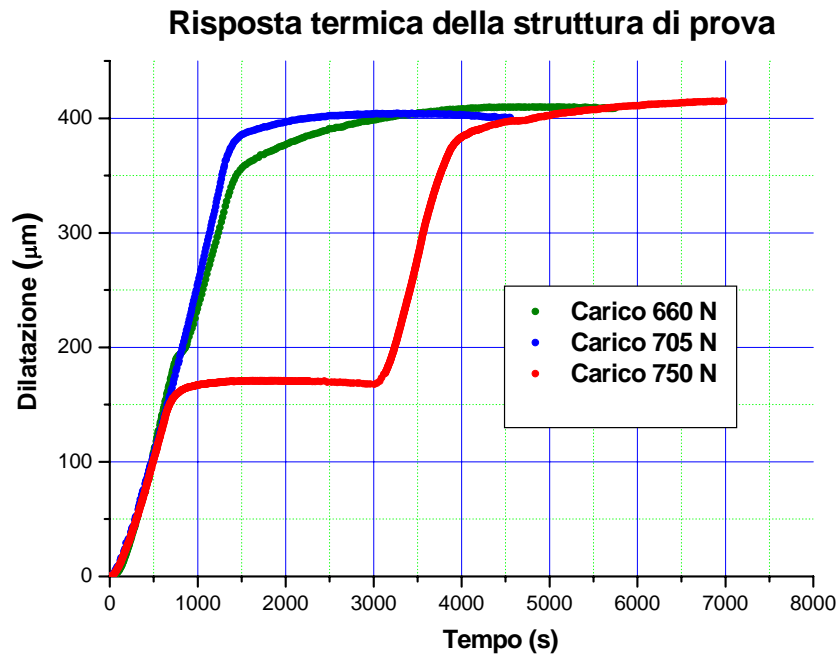
Particolare del valore del carico di penetrazione in funzione dell'angolo α



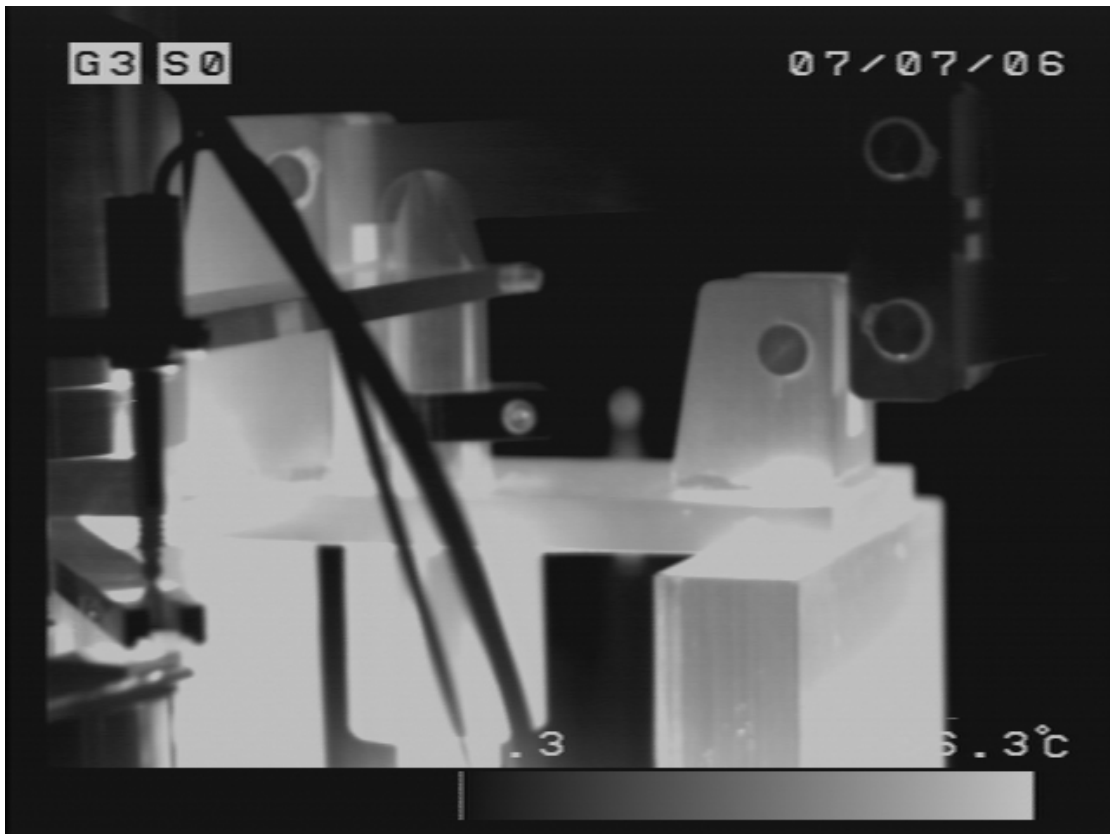
Figura_2.41
Curva di creep per l'acciaio F82H [15]



Figura_2.42
Velocità di creep in funzione della tensione per l'acciaio F82H [15]

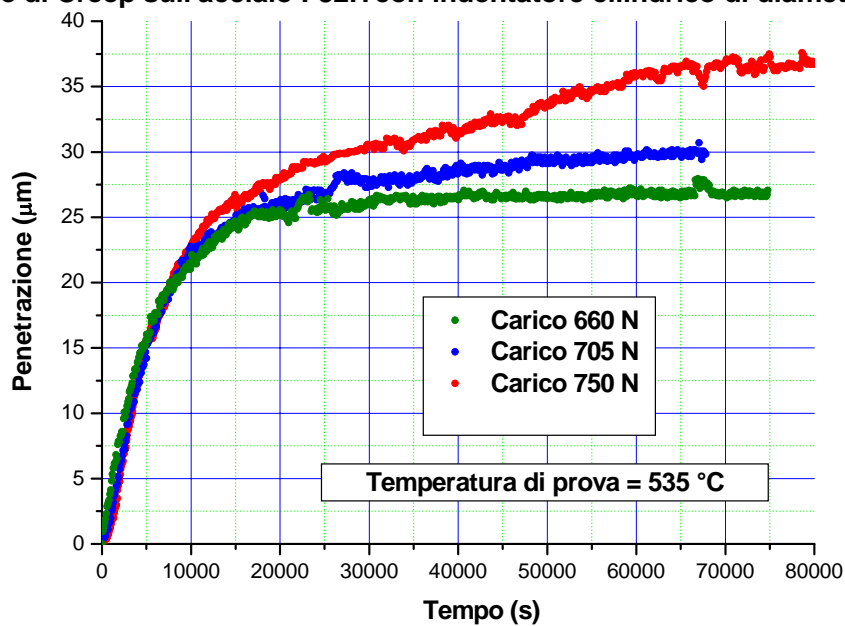


Figura_2.43
Risposta termica dell'apparato di prova



Figura_2.44
Termografia dell'apparato di creep all'equilibrio termico

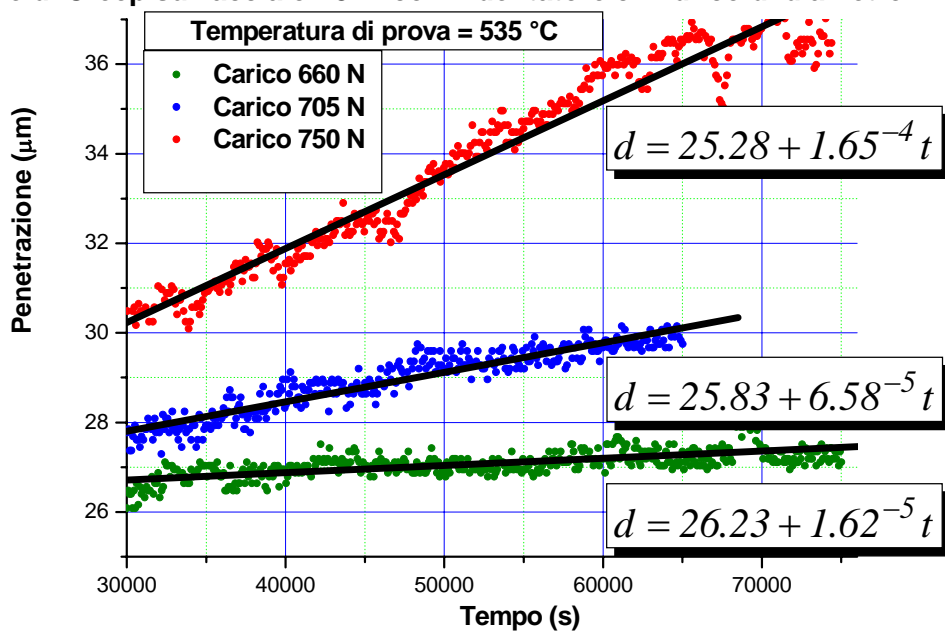
Prove di Creep sull'acciaio F82H con indentatore cilindrico di diametro 1 mm



Figura_2.45

Andamento della profondità di penetrazione in funzione del tempo al variare del carico

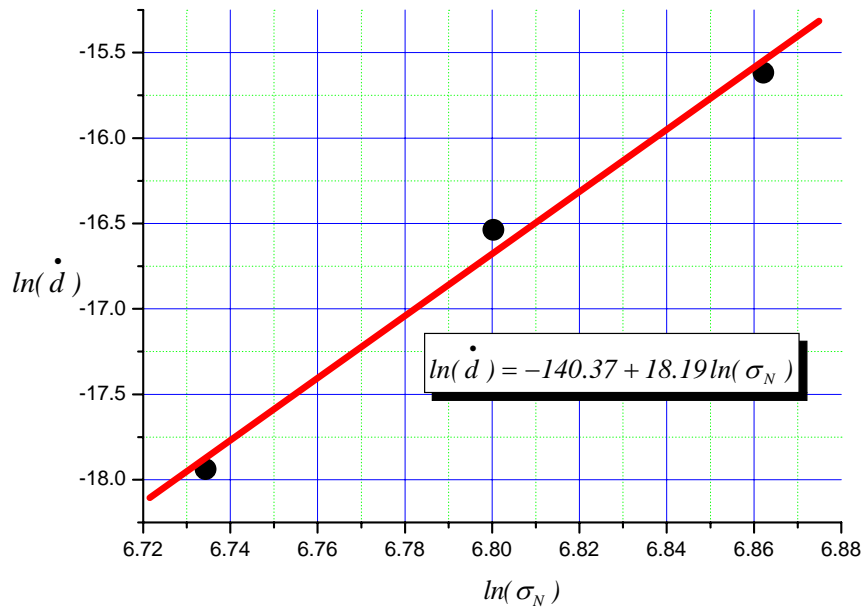
Prove di Creep sull'acciaio F82H con indentatore cilindrico di diametro 1 mm



Figura_2.46

Calcolo della velocità di penetrazione

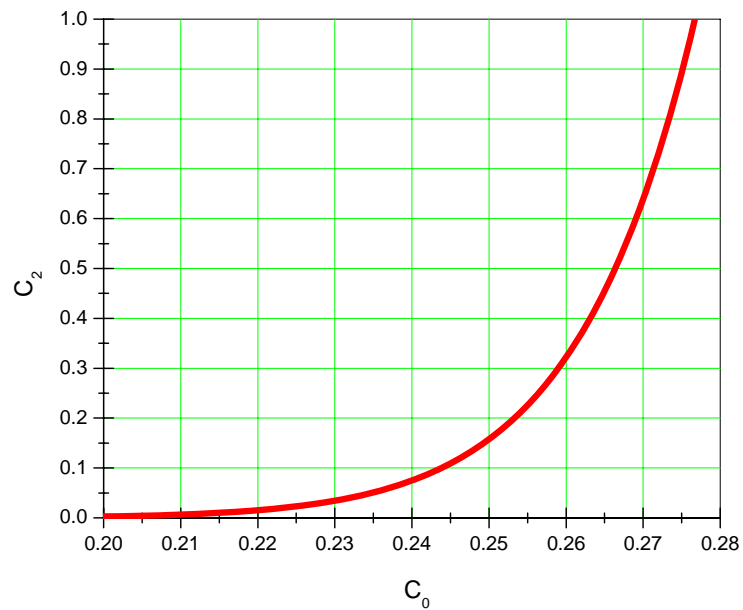
Velocità di indentazione in funzione della pressione sotto l'indentatore



Figura_2.47

Calcolo dell'esponente della tensione di indentazione di creep e del fattore di creep

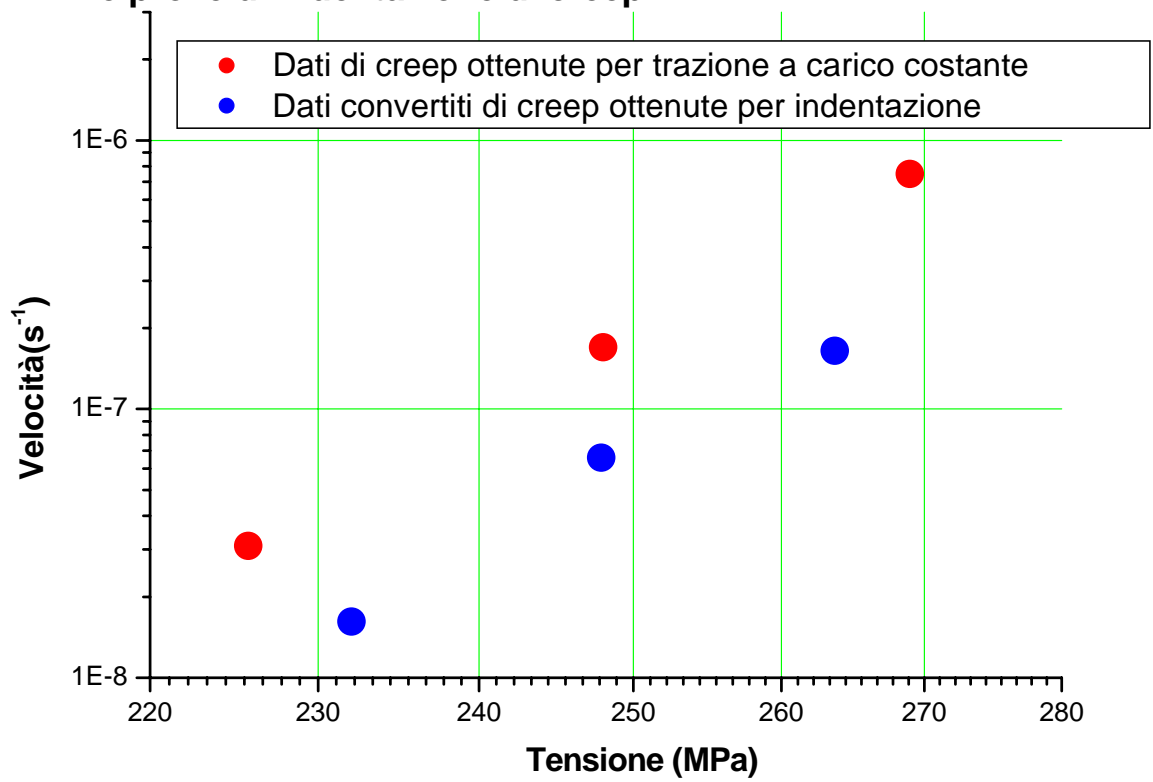
Relazione tra i fattori di conversione c_2 e c_0



Figura_2.48

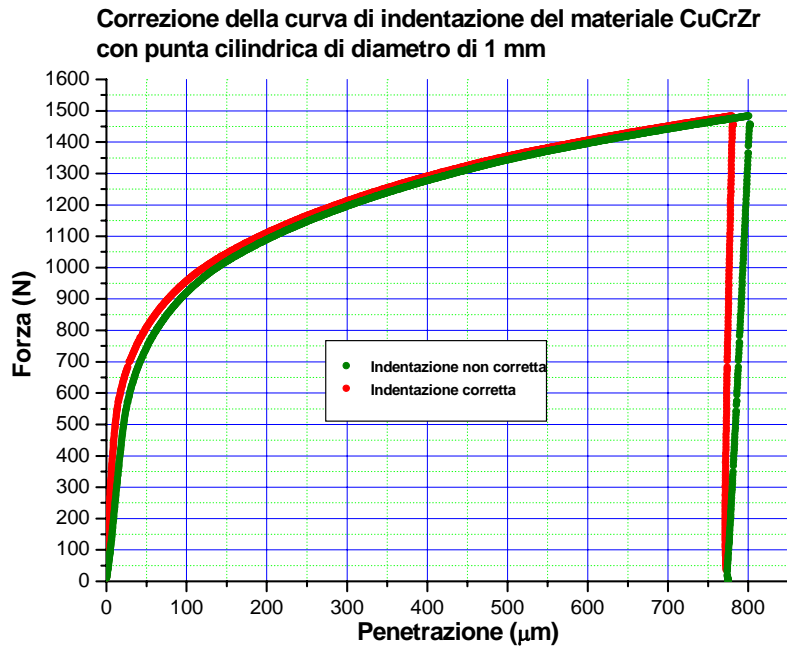
Relazione tra i due fattori di conversione c_0 e c_2 per l'acciaio F82H

Confronto tra prove di trazione a carico costante di creep e prove di indentazione di creep

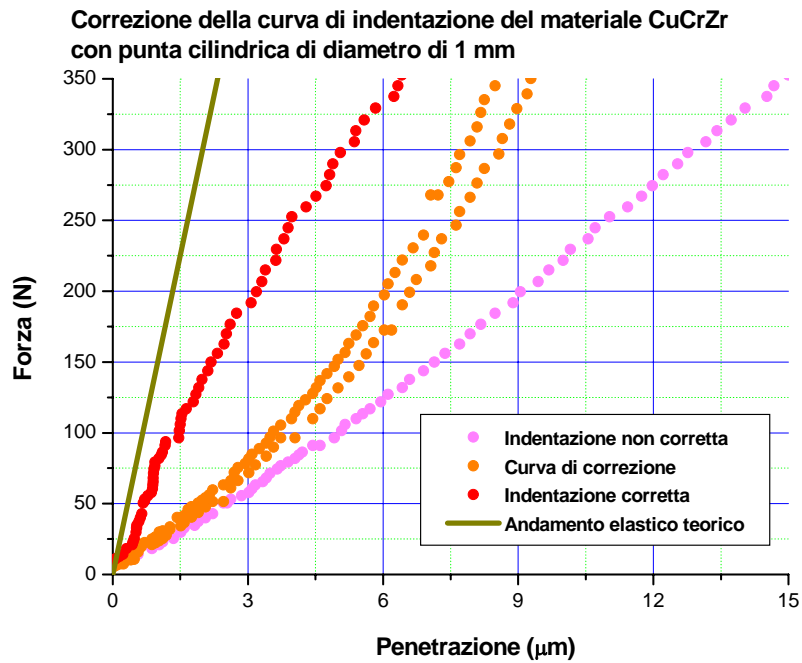


Figura_2.49

Velocità di creep in funzione della tensione per l'acciaio F82H ottenuta con prove di trazione a carico costante e con prove di indentazione

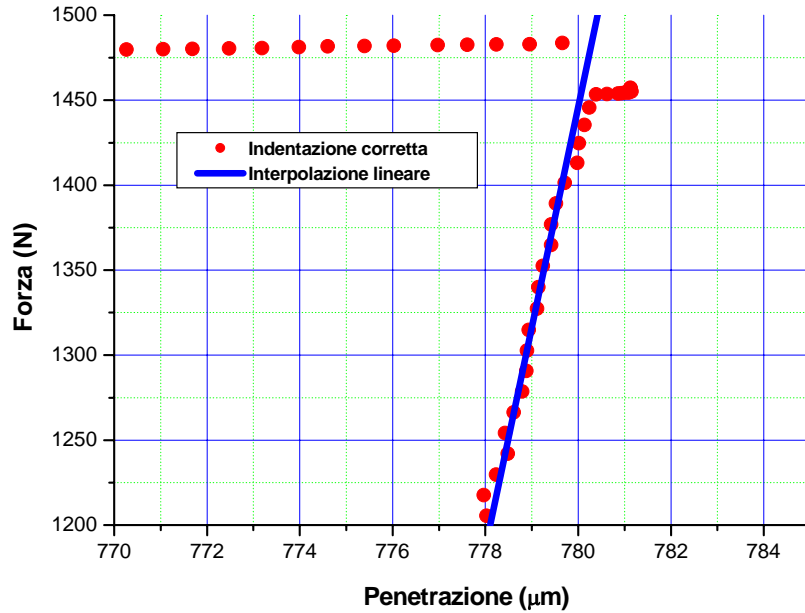


Figura_2.50
Curva di indentazione per il materiale CuCrZr



Figura_2.51
Andamento ingrandito della prima parte della curva di carico

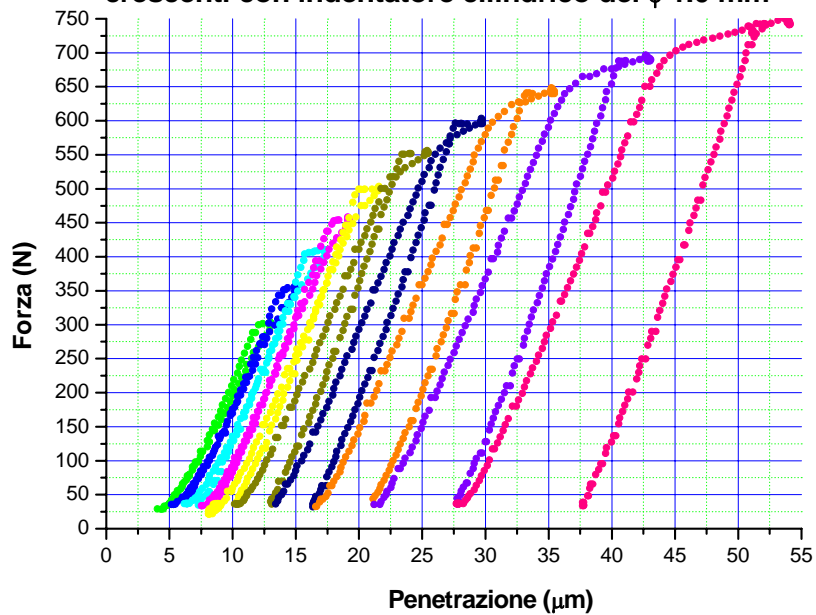
Andamento della fase di scarico dell'indentazione del materiale CuCrZr corretta per il comportamento elastico dell'apparato di prova



Figura_2.52

Andamento ingrandito della prima parte della curva di scarico corretta

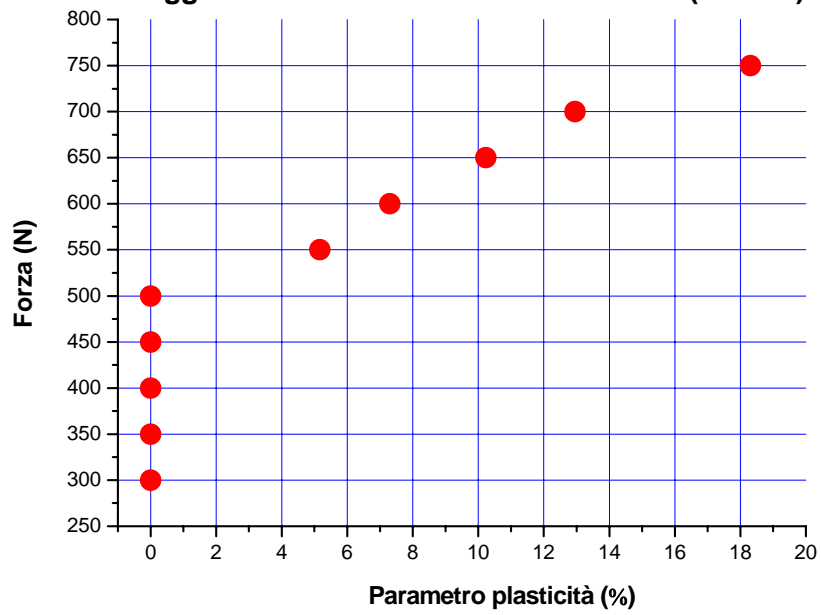
Curve di carico e scarico materiale CuCrZr a carichi crescenti con indentatore cilindrico del ϕ 1.0 mm



Figura_2.53

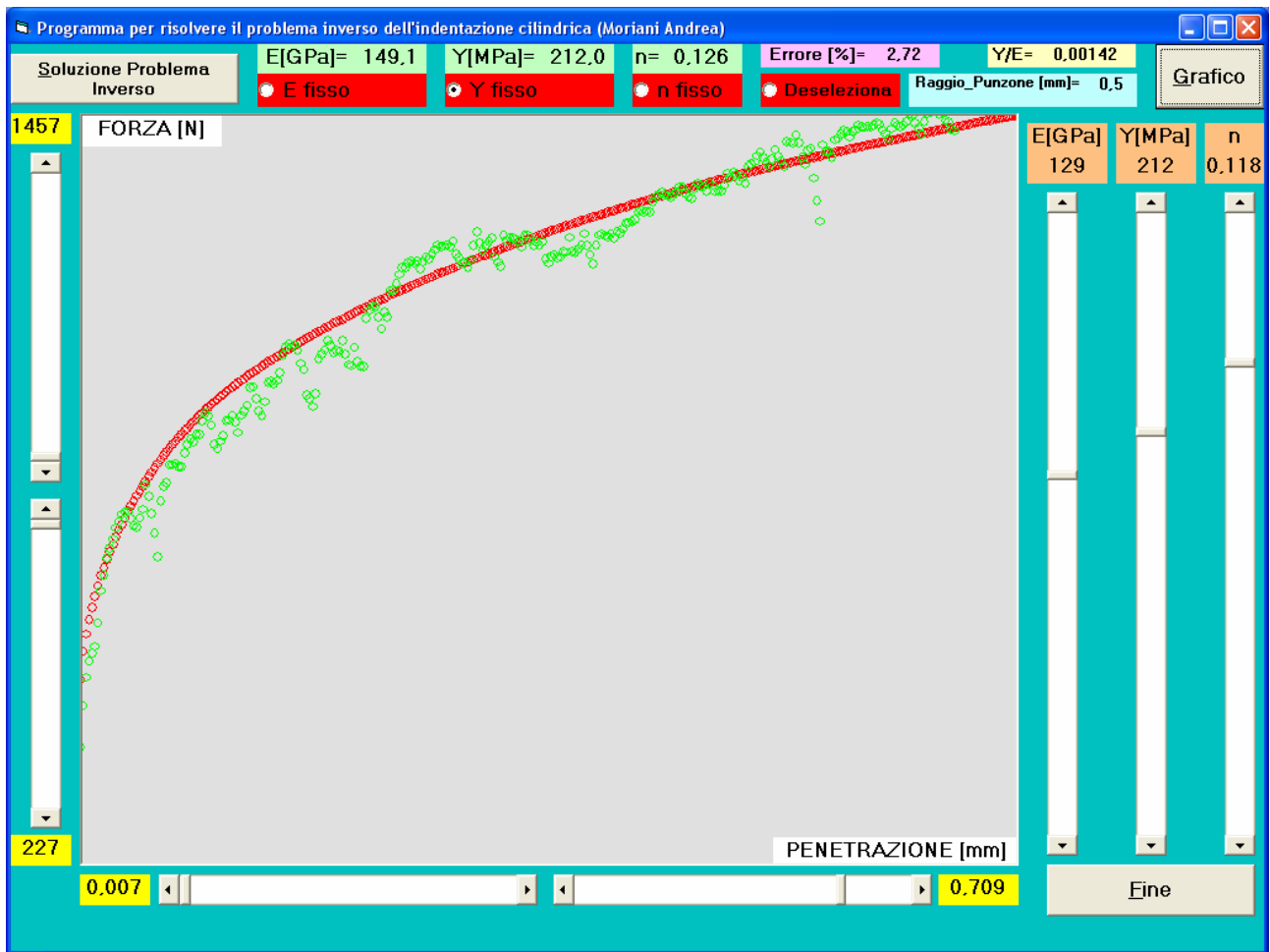
Curve di indentazione di carico e scarico eseguite sulla lega di rame CuCrZr

Variazione del parametro di plasticità con il progredire del carico massimo raggiunto dalle curve di scarico e carico (CuCrZr)



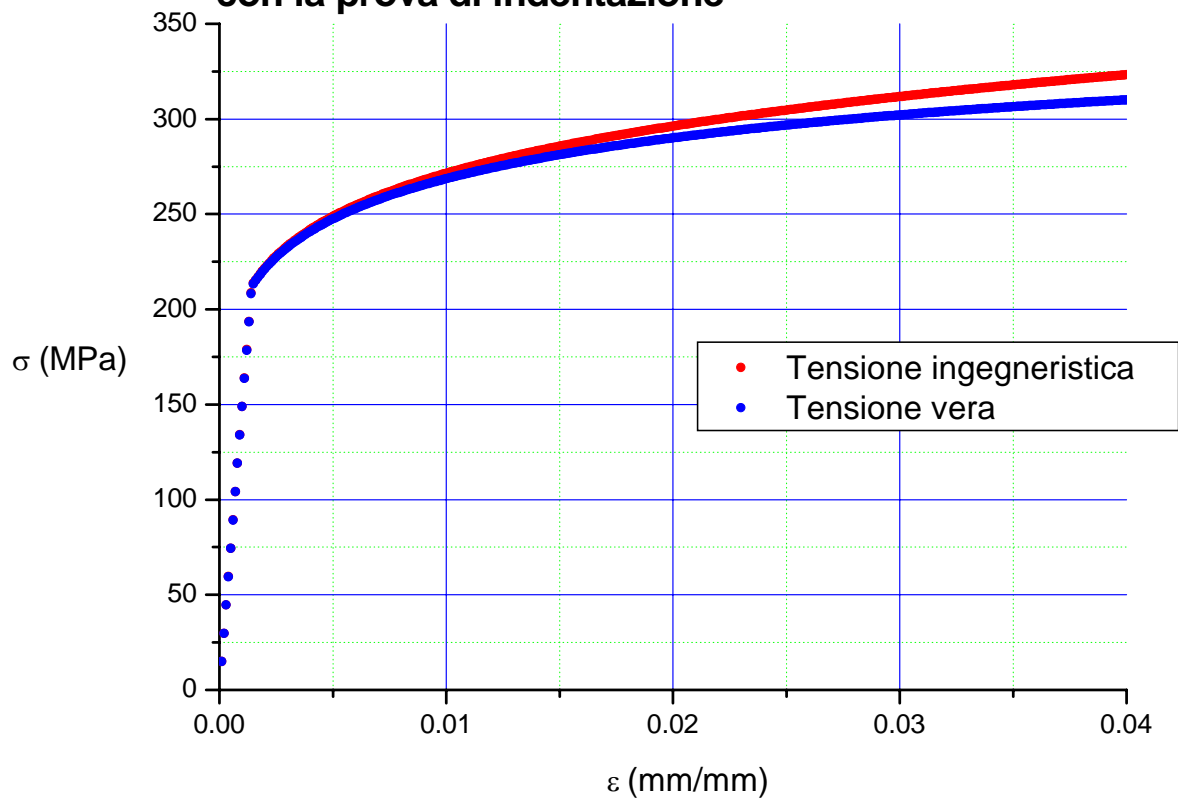
Figura_2.54

Variazione del parametro di plasticità con il progredire del carico massimo raggiunto dalle curve di carico e scarico eseguite sulla lega di rame CuCrZr



Figura_2.55
 Risultato finale dell' algoritmo inverso sulla lega di rame CuCrZr

Curva di trazione per il materiale CuCrZr determinata con la prova di indentazione



Figura_2.56

Curva di trazione per la lega di rame CuCrZr ricavata con la prova di indentazione

3. SIMULAZIONI NUMERICHE

3.1 STUDIO DI UN MODELLO ALTERNATIVO AGLI ELEMENTI FINITI

La tecnica naturale di riprodurre mediante calcolo numerico il processo di indentazione è quello di utilizzare codici agli elementi finiti (FEM).

Nel tentativo di fornire uno strumento ulteriore si è scritto un programma che riesca a simulare il processo di indentazione e di compressione del materiale con il fine ultimo di riuscire a risalire alla curva di compressione del materiale in esame dalla curva di indentazione.

Avvalendosi delle tecniche utilizzate nello studio della dinamica molecolare ho utilizzato il seguente schema di principio:

1. Definizione di una griglia bidimensionale di punti materiali.
2. Determinazione di una lista dei vicini per ogni punto materiale. Durante tutta la simulazione il generico punto materiale interagirà solo con i vicini ora determinati.
3. Imposizione della penetrazione sui punti materiali interessati.
4. Calcolo delle forze tra i punti materiali e quindi delle accelerazioni.
5. Cinematica dei punti materiali imponendo che i punti materiali della base del materiale non si muovano come anche i punti materiali soggetti all'indentazione.
6. Ripetizione dei punti 4 e 5 fino a raggiungere uno stato di equilibrio e calcolo del carico relativo alla penetrazione imposta. Allo stato di equilibrio tutti i punti materiali non soggetti a imposizione di moto saranno in equilibrio cioè non agirà alcuna forza su di essi mentre su quelli soggetti a imposizione di moto figureranno delle forze necessarie a rispettare il vincolo imposto.
7. Ripetizione dei punti 3, 4, 5, 6 fino al raggiungimento della penetrazione voluta.

Le forze che si assume tenere insieme i punti materiali sono costituite da forze longitudinali e forze trasversali.

Le forze longitudinali agiscono lungo la retta che collega i punti materiali e sono ricavate dal diagramma di trazione del materiale in oggetto.

Le forze trasversali agiscono in presenza di un disallineamento trasversale dei punti materiali e dovrebbero essere ricavate dal diagramma di taglio del materiale in oggetto.

I risultati ottenuti sono interessanti. Utilizzando una griglia 1.5_mm x 1.5_mm con spaziatura 0.1_mm si è prima simulata una prova di compressione, imponendo lo spostamento su tutti i punti della superficie superiore. Il risultato è stato quello di ottenere la curva di trazione.

Si è simulato quindi un processo di indentazione con indentatore cilindrico di diametro 1_mm. La fase elastica iniziale sembra ben riprodotta e sposa molto bene l'andamento teorico previsto dalla formula (1.36).

I risultati delle elaborazioni sono riportati nei grafici delle figure_3.1, 3.2.

La sperimentazione numerica con tale codice non sembra dare buoni risultati soprattutto ai carichi più elevati e quindi non sembra costituire una valida alternativa al codice agli elementi finiti ABAQUS che quindi costituirà il modello numerico di riferimento per il confronto con i risultati sperimentali.

3.2 COSTRUZIONE DI UN MODELLO COMPUTAZIONALE PER LA SOLUZIONE DEL PROBLEMA DIRETTO

Tra gli obiettivi che ci si è proposti di raggiungere in questa attività di dottorato di ricerca c'è quella di ricavare, in modo univoco, un procedimento (algoritmo diretto) per estrarre dalle caratteristiche elasto-plastiche di un materiale la curva di carico di indentazione con penetratore cilindrico del diametro di 1_mm. Questo costituisce un interessante punto di partenza per ricavare da dati di indentazione le proprietà elasto-plastiche del materiale (algoritmo inverso).

L'idea è quella di usare l'analisi dimensionale per costruire una dipendenza funzionale con parametri adimensionali tale da caratterizzare l'indentazione profonda strumentata con indentatore cilindrico.

Lavori di questo tipo sono già stati eseguiti ma solo per il caso di indentatori tipo Berkovich e Vickers [17] dove nella fase di carico si ha una risposta che segue la legge di Kick:

$$P = C * h^2 \quad (3.1)$$

Dove P è il carico di penetrazione, C è la curvatura di carico che dipende dal materiale e h è la profondità di penetrazione.

La descrizione della fase di carico per un'indentazione con penetratore cilindrico è invece più articolata e può essere schematizzata in tre fasi:

1. Fase praticamente lineare caratterizzata da un comportamento elastico del materiale descritta dalla formula (1.36), che per comodità riscriviamo nel seguente modo:

$$P = \frac{2 * E * r}{1 - \nu^2} * h \quad (3.2)$$

Dove E è il modulo di Young, r il raggio del penetratore cilindrico e ν è il coefficiente di Poisson.

2. Fase con gradiente decrescente del carico-penetrazione simile alla fase di incrudimento in una prova di trazione.
3. Fase in cui all'aumentare della profondità di penetrazione il carico tende ad un valore di saturazione.

Nei lavori sull'argomento si è cercato, attraverso l'analisi dimensionale, di ricavare un gruppo di funzioni adimensionali che con i dati di calcoli nel campo elasto-plastico ottenuti utilizzando codici agli elementi finiti hanno permesso di ricavare espressioni analitiche che legano i dati di indentazione alle proprietà elasto-plastiche. Sono quindi stati definiti degli algoritmi per l'analisi diretta e inversa dove l'algoritmo diretto permette il calcolo di un'unica risposta di indentazione per fissate proprietà elasto-plastiche mentre l'algoritmo inverso permette di estrarre le proprietà elasto-plastiche dai dati di indentazione.

Quello che invece si farà in questo lavoro è basato sempre sull'analisi dimensionale e sulla costruzione di una banca dati utilizzando un codice agli elementi finiti, ma la fase di determinazione delle funzioni analitiche è sostituita da un'attenta analisi grafica di interpolazione che permette di ricavare la curva di carico di indentazione dalle proprietà elasto-plastiche del materiale.

3.2.1 Considerazioni teoriche

3.2.1.1 Formulazione del problema: La figura_3.3 mostra la tipica risposta $P - h$ di un materiale elasto-plastico sottoposto ad indentazione cilindrica. Il comportamento plastico di molti metalli puri e leghe che fornisce lo sforzo in funzione della deformazione può essere ben approssimato da una descrizione con legge di potenza del tipo:

$$\begin{aligned} \sigma &= E * \varepsilon & \text{per} & \quad \sigma \leq \sigma_y \\ \sigma &= R * \varepsilon^n & \text{per} & \quad \sigma \geq \sigma_y \end{aligned} \quad (3.3)$$

Dove E è il modulo di Young, R un coefficiente di resistenza, n l'esponente di incrudimento, σ_y il carico iniziale di snervamento ed ε la deformazione totale.

Per completare la descrizione del materiale si deve fornire il coefficiente di Poisson ν .

Il comportamento elasto-plastico di un materiale è pienamente determinato dai parametri E , ν , σ_y e n .

3.2.1.1 Analisi Dimensionale: Per un indentatore cilindrico che penetra normalmente in un solido elasto-plastico, il carico può essere scritto:

$$P = P(h, r, E_m, \nu_m, E_i, \nu_i, \sigma_y, n) \quad (3.4)$$

Dove E_i è il modulo di Young della punta indentatrice, ν_i è il coefficiente di Poisson della punta indentatrice, E_m è il modulo di Young del materiale indentato e ν_m è il coefficiente di Poisson del materiale indentato. Questa dipendenza funzionale si semplifica combinando gli effetti elastici:

$$P = P(h, r, E, \sigma_y, n) \quad (3.5)$$

Dove:

$$E = \left[\frac{1 - \nu_m^2}{E_m} + \frac{1 - \nu_i^2}{E_i} \right]^{-1} \quad (3.6)$$

I parametri h , r , E , σ_y e n sono detti parametri di governo poiché determinano una soluzione del problema dell'indentazione cilindrica in maniera univoca. Si ricorda che la scelta dei parametri di governo in un problema che non ha una esplicita formulazione matematica dipende dall'intuito del ricercatore nel capire quali parametri sono realmente importanti e quali invece possono essere trascurati.

Gli argomenti h e E si assumono essere dimensionalmente indipendenti, mentre le dimensioni degli argomenti r , σ_y e n sono esprimibili in termini delle dimensioni dei parametri h e E .

Le dimensioni della quantità P devono essere esprimibili in termini delle dimensioni dei parametri di governo h e E :

$$[P] = [E] * [h]^2 \quad (3.7)$$

Poniamo:

$$\begin{aligned} \Pi_1 &= \frac{r}{h} \\ \Pi_2 &= \frac{\sigma_y}{E} \\ \Pi &= \frac{P}{E * h^2} \end{aligned} \quad (3.8)$$

Utilizzando tali quantità possiamo riscrivere la (3.5) nella forma:

$$\begin{aligned} \Pi &= \frac{P(h, r, E, \sigma_y, n)}{E * h^2} = \frac{1}{E * h^2} * P(h, \Pi_1 * h, E, \Pi_2 * E, n) = \\ &= F(h, E, n, \Pi_1, \Pi_2) \end{aligned} \quad (3.9)$$

Dove le quantità Π , Π_1 e Π_2 sono adimensionali e passando da un sistema di unità di misura ad un altro all'interno della stessa classe non variano i loro valori numerici. Al contrario si può passare ad un sistema di unità di misura nel quale qualsiasi parametro E o h ad esempio h cambia di un fattore arbitrario mentre E non cambia. Quindi per tale passaggio il primo argomento nella (3.9) è cambiato arbitrariamente mentre tutti gli altri argomenti della funzione F rimangono invariati così come il valore di Π . Segue che $\frac{\partial F}{\partial h} = 0$ e in modo analogo possiamo scrivere $\frac{\partial F}{\partial E} = 0$. Quindi la relazione (3.9) è rappresentabile da una funzione di 3 argomenti:

$$\Pi = \Phi(n, \Pi_1, \Pi_2) \quad (3.10)$$

Che porta alla seguente forma funzionale:

$$P(h, r, E, \sigma_y, n) = E * h^2 * \Phi\left(\frac{r}{h}, \frac{\sigma_y}{E}, n\right) \quad (3.11)$$

Quanto esposto costituisce l'applicazione dettagliata del teorema Π dell'analisi dimensionale. Tale teorema ci permette di ridurre la difficoltà di determinare la funzione desiderata riducendo il numero di parametri di governo (nel nostro caso 5: h , r , E , σ_y e n) per un numero pari al numero di parametri di governo con dimensioni indipendenti (nel nostro caso 2: h e E).

3.2.2 Costruzione della base dati con codice agli elementi finiti

La relazione (3.11) può essere posta nella seguente forma:

$$\frac{P}{E * h^2} = \Phi\left(\frac{r}{h}, \frac{\sigma_y}{E}, n\right) \quad (3.12)$$

L'applicazione dell'analisi dimensionale ci mostra un importante risultato e cioè che per un fissato raggio dell'indentatore cilindrico r per tutti i materiali con un dato valore dell'esponente di incrudimento n e con lo stesso rapporto $\frac{\sigma_y}{E}$ la forma funzionale Φ sarà la stessa. Cioè il grafico di Φ in funzione di $\frac{r}{h}$ sarà uguale.

Per determinare la forma funzionale Φ si deve disporre di un grande numero di dati relativi a indentazioni su materiali che abbracciano un vasto campo di proprietà elasto-plastiche. Passare attraverso i dati ricavabili da prove strumentate di indentazione costituirebbe un lavoro lungo e comunque non garantirebbe di coprire grosse combinazioni di parametri elasto-plastici. Quello che comunemente conviene fare è di utilizzare codici agli elementi finiti con i quali è facile costruirsi una grande base dati utilizzabile per lo studio della funzione adimensionale Φ . Questa soluzione è lecita dando per scontato che il risultato, eseguito sullo stesso materiale, di una prova di indentazione strumentata e di un codice agli elementi finiti sia perfettamente sovrapponibile. E' stato eseguito uno studio parametrico analizzando 40 casi utilizzando il codice agli elementi finiti ABAQUS [18].

Il modello FEM costruito per la simulazione è mostrato in figura_3.4. Sono stati modellati un indentatore di 1_mm di diametro che penetra un cilindretto avente un diametro di 10_mm e un'altezza di 5_mm. Il provino è stato modellato attraverso 7200 elementi assialsimmetrici a 4 nodi ad integrazione ridotta denominati CAX4R. L'indentatore è stato modellato con una superficie infinitamente rigida assunta inizialmente in contatto con il provino. L'analisi elasto-plastica è stata

eseguita con il codice ABAQUS/Explicit che consente di beneficiare di una routine automatica che permette di riadattare la mesh qualora il valore di distorsione degli elementi supera una certa soglia. In tutte le analisi l'applicazione del carico è stata effettuata imponendo uno spostamento all'indentatore e calcolando la reazione media esercitata dal provino sull'indentatore stesso.

I casi studiati sono stati scelti in modo da far variare il rapporto $\frac{\sigma_y}{E}$ tra 0.0010 e 0.0088 e ripetendo le stesse simulazioni per un valore dell'esponente di incrudimento n pari rispettivamente a 0, 0.1, 0.3 e 0.5. In tutte le simulazioni il coefficiente di Poisson è fissato pari a 0.3. Il riepilogo dei dati utilizzati per la costruzione della base dati è riportato nelle tabelle_3.1, 3.2, 3.3 e 3.4.

In figura_3.5 sono riportati i risultati per il materiale P70-70-0.1 (la lettura di questa codifica usata nel presente lavoro è: $E=70$ GPa, $\sigma_y=70$ MPa e $n=0.1$) e per il materiale P210-210-0.1. In figura_3.5a sono riportati gli andamenti di P in funzione di h mentre nella figura_3.5b gli andamenti di $\log\left(\frac{P}{E * h^2}\right)$ in funzione di $\log\left(\frac{r}{h}\right)$ (in questo caso il rapporto $\frac{\sigma_y}{E}$ è fisso). Tale esempio è stato riportato in quanto verifica l'asserzione fatta all'inizio di questo paragrafo in cui si affermava che l'andamento di Φ a parità del rapporto $\frac{\sigma_y}{E}$ è identico.

I risultati ricavati con il codice agli elementi finiti sono stati ottenuti imponendo una penetrazione di 1_mm. La base dati comprende anche la curva di scarico che potrà essere utilizzata in un successivo studio che porterà allo sviluppo dell'algoritmo inverso.

Un aspetto interessante che si evince dagli andamenti di $\log\left(\frac{P}{E * h^2}\right)$ in funzione di $\log\left(\frac{r}{h}\right)$ è che mostrano un andamento costituito da due andamenti rettilinei. Il primo comprende le ultime due fasi del processo di indentazione cilindrica mentre il secondo rappresenta quella che abbiamo definito, nel paragrafo 3.2, come prima fase.

Nella figura_3.6 sono riportati gli andamenti di $\log(\Phi)$ al variare di $\log\left(\frac{r}{h}\right)$ e del rapporto $\frac{\sigma_y}{E}$ per un fissato valore del parametro n (nel caso specifico $n=0.1$). La proiezione di tali andamenti sul piano $\log\left(\frac{P}{E * h^2}\right)$, $\log\left(\frac{r}{h}\right)$ mostra che gli andamenti rettilinei prima identificati traslano verso

l'alto all'aumentare del rapporto $\frac{\sigma_y}{E}$ in maniera lineare (per una migliore visualizzazione si veda anche la figura_3.7).

La superficie di figura_3.6 a sua volta trasla verso l'alto all'aumentare del parametro n che nella nostra base dati varia tra 0 e 0.5. Questa traslazione verso l'alto, cioè che a parità di $\log\left(\frac{r}{h}\right)$ e di

$\frac{\sigma_y}{E}$ il valore di $\log\left(\frac{P}{E * h^2}\right)$ cresce al crescere di n , si manifesta con una variazione dell'inclinazione delle superfici.

3.2.3 Algoritmo per l'analisi diretta

L'analisi diretta deve portare a predire l'andamento di P in funzione di h conoscendo le proprietà elasto-plastiche del materiale cioè i parametri E , σ_y e n .

Le considerazioni fatte nel paragrafo precedente suggeriscono la possibilità di costruire la curva di carico di indentazione conoscendo i parametri elasto-plastici del materiale attraverso un'interpolazione lineare dei valori contenuti nella base dati.

A tal fine sono stati costruiti due programmi in codice fortran_90 [19]. Il primo denominato "Problema_diretto.f" riceve come dati di ingresso i parametri E , σ_y e in una prima elaborazione il valore del parametro n immediatamente inferiore a quello reale disponibile nella base dati (n_{\min}) e in una seconda elaborazione il valore del parametro n immediatamente superiore a quello reale disponibile nella base dati (n_{\max}). Letti i dati di ingresso il codice "Problema_diretto.f" va a leggere la base dati costruita con il codice agli elementi finiti relativa al parametro n impostato e crea una matrice a tre colonne costituita dai valori $\log\left(\frac{r}{h}\right)$, $\frac{\sigma_y}{E}$ e $\log\left(\frac{P}{E * h^2}\right)$.

Si determina tra quali valori, disponibili nella base dati, il parametro $\frac{\sigma_y}{E}$ del materiale in esame si colloca.

Si estraggono dalla base dati due matrici contenenti i valori $\log\left(\frac{r}{h}\right)$, $\frac{\sigma_y}{E}$ e $\log\left(\frac{P}{E * h^2}\right)$ relativi ai rapporti $\frac{\sigma_y}{E}$ contenenti quello relativo al materiale in esame.

Si rendono congruenti le due matrici sopra costruite fissandone il numero di elementi e la spaziatura attraverso un'interpolazione lineare dei dati supportati dal loro andamento rettilineo.

Si costruisce infine una matrice finale contenente i valori $\log\left(\frac{r}{h}\right)$, $\frac{\sigma_y}{E}$ e $\log\left(\frac{P}{E * h^2}\right)$ relativi al rapporto $\frac{\sigma_y}{E}$ del materiale in esame attraverso una interpolazione lineare delle due matrici ricavate precedentemente, tale procedura è giustificata dalla regolarità della superficie che si ottiene fissando il parametro n e variando il parametro $\frac{\sigma_y}{E}$ identificabile con la linearità con cui si spostano verso valori crescenti di $\log\left(\frac{P}{E * h^2}\right)$ le curve $\log\left(\frac{P}{E * h^2}\right)$ in funzione di $\log\left(\frac{r}{h}\right)$ corrispondenti a valori crescenti del parametro $\frac{\sigma_y}{E}$.

L'esecuzione relativa a n_{\min} e n_{\max} del codice "Problema_diretto.f" permette di ottenere due matrici contenenti i valori $\log\left(\frac{r}{h}\right)$, $\frac{\sigma_y}{E}$ e $\log\left(\frac{P}{E * h^2}\right)$ relativi al rapporto $\frac{\sigma_y}{E}$ del materiale in esame corrispondenti ai due valori di n contenenti quello relativo al materiale in esame.

Con il secondo codice denominato "Interpolazione_finale.f" si procede all'interpolazione delle due matrici ottenute con il codice "Problema_diretto.f".

Oltre alle due matrici sopra citate i dati di ingresso sono anche E , n_{\min} , n_{\max} e il reale valore di n del materiale in esame. Come affermato nel paragrafo precedente le superfici $\log\left(\frac{P}{E * h^2}\right)$, $\log\left(\frac{r}{h}\right)$ e $\frac{\sigma_y}{E}$ corrispondenti a differenti valori di n evolvono verso valori crescenti di $\log\left(\frac{P}{E * h^2}\right)$ a parità di $\log\left(\frac{r}{h}\right)$ e $\frac{\sigma_y}{E}$ ma non in maniera tale da mantenerle parallele, tali superfici tendono a variare

l'inclinazione reciproca come si è cercato di evidenziare in figura_3.8 dove è riportata la sezione delle quattro superfici relative ai rispettivi n per i materiali P170-300-(0.0, 0.1, 0.3 e 0.5) realizzata con l'intersezione del piano passante per il rapporto $\frac{\sigma_y}{E} = 0.0018$ che compete a detti materiali.

Tale inclinazione diminuisce linearmente con l'aumentare del parametro n .

Questa osservazione è sfruttata nel codice "Interpolazione_finale.f" dove si attribuisce ad ogni punto delle due matrici di ingresso i parametri della retta (coefficiente angolare ed intercetta) che passa per 5 punti suoi adiacenti. I corrispondenti valori relativi al parametro n relativi al materiale in esame si ottengono per interpolazione lineare dei corrispondenti parametri delle due rette relative rispettivamente a n_{\min} e n_{\max} .

3.2.4 Verifiche dell'algoritmo per l'analisi diretta

La verifica della congruità dell'algoritmo per l'analisi diretta proposto è stato effettuato confrontando i risultati ottenuti con tale codice e i risultati ottenuti con un codice agli elementi finiti.

Tale verifica si è effettuata su 10 casi in cui si sono simulati materiali con proprietà non comprese nella base dati. Nella tabella_3.5 sono riportati i dati utilizzati per la costruzione delle prove di

verifica. Nella figura_3.9 è riportata la disposizione di tali dati nel piano $\frac{\sigma_y}{E}$ e n insieme ai dati utilizzati per la costruzione della base dati.

Nelle figure_3.10(a,b,c,d,e,f,g,h,i,l) sono riportati i risultati dell'algoritmo proposto mettendoli a confronto con i dati ottenuti dal codice agli elementi finiti. Nei grafici, nella parte superiore, sono riportate le curve $P-h$ relative al codice FAA (Forward Analysis Algorithms) e al codice FEM (Finite Element Method) mentre nella parte inferiore sono riportati due grafici che quantificano l'entità dell'errore. Tali figure evidenziano che i risultati ottenuti con l'algoritmo per l'analisi diretta sono in buon accordo con le curve $P-h$ ottenute con il codice agli elementi finiti.

Si è eseguita un'ulteriore verifica che evidenzia la sensibilità e la bontà dell'algoritmo proposto. Gli acciai sottoposti ad irraggiamento neutronico [20] evidenziano un aumento del carico di snervamento σ_y mentre il modulo di Young E rimane inalterato. Tale comportamento è

evidenziato nella figura_3.11 dove è riportato la variazione del carico di snervamento in funzione del danneggiamento neutronico espressa dal numero di spostamenti per atomo (dpa) per due materiali sviluppati per applicazioni nucleari. La prova di indentazione si presta a verificare questi cambiamenti di comportamento meccanico su pezzi già montati ed in servizio. Per verificare la bontà dell'algoritmo proposto nonché la sensibilità nel rilevare cambiamenti delle proprietà meccaniche della prova di indentazione strumentata si è analizzata la variazione di risposta per l'acciaio ferritico inossidabile F82H sviluppato per impieghi nucleari. Di tale acciaio in figura_3.12 sono riportate le curve di trazione relative al materiale non irraggiato e irraggiato. Per noi sono due materiali diversi che designeremo con P205-523-0.07168 (F82H non irraggiato) e P205-620-0.07168 (F82H irraggiato). Nella tabella_3.6 sono riportati i dati utilizzati per la costruzione delle prove di verifica.

Nella figura_3.13 sono riportate le curve $P-h$ relative al codice FAA (Forward Analysis Algorithms) mentre nella figura_3.14 quelle relative al codice FEM (Finite Element Method). Tali figure confermano ulteriormente che i risultati ottenuti con l'algoritmo per l'analisi diretta sono in buon accordo con le curve $P-h$ ottenute con il codice agli elementi finiti. Inoltre il loro confronto con la figura_3.12 evidenzia che la sensibilità della prova di indentazione ad evidenziare cambiamenti delle proprietà meccaniche è identica a quella di una prova di trazione convenzionale.

3.3 CONFRONTO DELLA CURVA DI INDENTAZIONE SPERIMENTALE CON QUELLA OTTENUTA AGLI ELEMENTI FINITI

La curva sperimentale di carico presenta una pendenza iniziale nettamente inferiore rispetto a quella teorica e a quella numerica.

Si è corretta tale curva tenendo conto del comportamento elastico dell'apparato di prova, ma come detto nel paragrafo_2.4 tale correzione funziona per la curva di scarico ma non per quella di carico. Si è pensato di indagare le conseguenze di una non perfetta planaria tra indentatore cilindrico e campione. In una prima fase di questa analisi si è cercato di valutare le conseguenze di un disallineamento angolare θ tra il punzone cilindrico e il campione. In tali condizioni quando la punta indentatrice si avvicina al pezzo il processo di indentazione interesserà un'area che aumenterà con l'aumentare della penetrazione fino ad interessare tutta la sezione circolare del punzone. La risposta elastica in questa fase transitoria è stata modellizzata attraverso la formula:

$$P = \frac{2 * E * r_{eq} * h}{(1 - \nu^2)} \quad (3.13)$$

Simile alla formula (3.2) ma dove questa volta si è introdotto il concetto di r_{eq} raggio equivalente. Tale formula è la nota relazione che risolve il problema elastico di un penetratore cilindrico su un semi-spazio elastico ma dove si tiene conto che la sezione dell'impronta varia con la penetrazione costituendo un segmento circolare con sezione tendente a quella circolare del punzone cilindrico. Il raggio equivalente è il raggio di quel cerchio con area uguale a quella del segmento circolare. Si può far vedere che il raggio equivalente è funzione del disallineamento angolare θ e della penetrazione h infatti:

$$r_{eq} = \sqrt{\frac{A}{\pi}} \quad (3.14)$$

Dove r_{eq} è il raggio equivalente dell'area A data dalla formula:

$$A = \frac{1}{2} * [r * l - c * (r - x)] \quad (3.15)$$

Dove r è il raggio della punta del punzone, l la lunghezza dell'arco del segmento circolare, c la corda del segmento circolare e x la freccia del segmento circolare. Tali relazioni sono date dalle seguenti formule:

$$x = \frac{h}{\text{tg}(\theta)} \quad (3.16)$$

Dove θ è il disallineamento angolare tra punzone e campione.

$$c = 2 * \sqrt{x * (2 * r - x)} \quad (3.17)$$

$$l = \alpha * r \quad (3.18)$$

Dove α è l'angolo al vertice della corda del segmento circolare esprimibile con la relazione:

$$\alpha = 2 * \arcsin\left(\frac{c}{2 * r}\right) \quad (3.19)$$

Le relazioni (3.14), (3.15), (3.16), (3.17), (3.18) e (3.19) permettono di esprimere il raggio equivalente r_{eq} in funzione del raggio del punzone r , dell'angolo di disallineamento θ e della profondità di penetrazione h .

Si è scritto un programma che eseguisse automaticamente tale conto. Quello che si può notare confrontando tali dati con i risultati sperimentali è che tale analisi giustifica l'andamento concavo della curva di carico sperimentale. Inoltre imponendo un disallineamento di 12° si ha anche un andamento molto simile a quello sperimentale come evidenziato nella figura_3.15.

Sicuramente resta arbitraria l'assunzione di sostituire il comportamento di un'indentazione con punzone cilindrico disallineato rispetto al campione con quello di un'indentazione cilindrica con perfetto allineamento ma con raggio che aumenta con l'aumentare della penetrazione con l'accortezza di mantenere la stessa sezione del segmento circolare del punzone cilindrico disallineato.

Alla luce di questi risultati preliminari, ottenuti simulando un disallineamento tra il campione e il punzone, si è pensato di utilizzare il codice agli elementi finiti ABAQUS per calcolare in maniera più realistica l'influenza di tale disallineamento.

Si sono eseguite tre diverse simulazioni schematizzate nella figura_3.16:

1. La prima imponendo una perfetta ortogonalità tra penetratore e campione. Tale analisi riproduce fedelmente l'andamento elastico teorico ma non l'andamento sperimentale corretto dal comportamento elastico della struttura di prova.
2. La seconda imponendo una complanarità tra l'asse del punzone e l'asse di traslazione della macchina di prova ma una superficie di contatto del punzone non planare.
3. La terza imponendo una complanarità tra l'asse del punzone e l'asse di traslazione della macchina di prova ma una superficie di contatto del punzone non planare e una conicità del punzone.

Le ultime due prove simulano due differenti disallineamenti. Nella seconda il punzone ha l'asse coincidente con l'asse di traslazione ed è la sua superficie di contatto a non essere perfettamente piana ma costituita da un cono introflesso con angolo al vertice di 156° ($180^\circ - 2 * 12^\circ$). Nella terza alle condizioni geometriche caratterizzanti la seconda prova si è aggiunta la condizione che il punzone non è cilindrico ma presenta una conicità di 12° .

Ambedue nella prima fase di indentazione interessano una superficie inferiore rispetto all'indentazione ideale. La seconda dopo questa prima fase raggiungerà la stessa sezione dell'indentazione ideale mentre la terza la supererà ed infatti in tale simulazione si raggiungeranno, a grosse penetrazioni, carichi superiori rispetto alle prime due prove.

Come evidenziato nella figura_3.17 il comportamento iniziale delle prove due e tre mostrano un'inclinazione inferiore rispetto alla prima ed anche rispetto a quella sperimentale corretta.

Miscelando opportunamente questi errori geometrici in principio si può giustificare non solo la minore pendenza iniziale (vedi la quarta simulazione nella figura_3.17) del comportamento sperimentale ma anche il maggiore carico che si ottiene sempre nei risultati sperimentali a grosse penetrazioni.

3.4 APPLICAZIONE DEL CRITERIO DI SOMIGLIANZA AL PROCESSO DI INDENTAZIONE CILINDRICA

In molti casi, prima di costruire grandi e dispendiose strutture, come navi o aerei, si impiegano molti sforzi nella prova di modelli in scala. Bisogna però sapere legare i risultati sperimentali sui modelli ai prodotti finali, se questo non si sa fare la modellazione non è utile. Con lo scopo di razionalizzare la modellazione il concetto di fenomeni simili è essenziale.

Fenomeni sono detti simili se differiscono solo nei valori numerici dei parametri di governo e inoltre se le corrispondenti quantità adimensionali $\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_{m-k}$ tra loro coincidono, dove m è il numero di parametri di governo che nel caso dell'indentazione cilindrica sono 5 e cioè h, r, E, σ_y e n mentre k è il numero di parametri di governo con dimensione indipendente che nel caso dell'indentazione cilindrica sono 2 e cioè h e E . Legata a questa definizione di fenomeni simili, le quantità adimensionali $\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_{m-k}$ che nel caso dell'indentazione cilindrica sono 3 e cioè

$\Pi_1 = \frac{r}{h}, \Pi_2 = \frac{\sigma_y}{E}$ e $\Pi_3 = n$ sono chiamati parametri simili.

Consideriamo due fenomeni simili come due indentazioni cilindriche eseguite con due punzoni diversi uno con raggio r_m che definiremo come il processo di indentazione del nostro modello e l'altro con raggio r_p che definiremo come il processo di indentazione del nostro prototipo del quale vorremo prevedere il comportamento dai dati ottenuti sul nostro modello.

Per entrambi i fenomeni esiste una relazione della forma:

$$P_m = P(h_m, r_m, E_m, \sigma_{y_m}, n_m) \quad (3.20)$$

$$P_p = P(h_p, r_p, E_p, \sigma_{y_p}, n_p)$$

Dove la funzione P è la stessa in entrambi i casi per la definizione di fenomeno simile, ma i valori numerici dei parametri di governo h, r, E, σ_y e n sono differenti. Dove ricordo l'indice m denota quantità relative al modello di cui si conosce il comportamento mentre l'indice p denota quantità relative al prototipo di cui si vuole conoscere il comportamento. Usando l'analisi dimensionale troviamo per entrambi i fenomeni (vedi formula_3.10):

$$\Pi_m = \Phi(\Pi_{1m}, \Pi_{2m}, \Pi_{3m}) \quad (3.21)$$

$$\Pi_p = \Phi(\Pi_{1p}, \Pi_{2p}, \Pi_{3p})$$

Dove la funzione Φ deve essere la stessa sia per il modello che per il prototipo. Poiché per la definizione di fenomeno simile si ha:

$$\begin{aligned} \Pi_{1m} &= \Pi_{1p} \\ \Pi_{2m} &= \Pi_{2p} \\ \Pi_{3m} &= \Pi_{3p} \end{aligned} \quad (3.22)$$

Segue che:

$$\Pi_m = \Pi_p \quad (3.23)$$

Ritornando alle variabili dimensionali, dalla (3.23) e dalla (3.8) si ottiene:

$$P_p = P_m * \left(\frac{h_p}{h_m} \right)^2 * \left(\frac{E_p}{E_m} \right) \quad (3.24)$$

Che rappresenta una semplice regola per risalire a dati relativi al prototipo utilizzando misure eseguite sul modello, cosa molto utile quando misure dirette sul prototipo risultano difficili da eseguire.

La condizione (3.22) di similarità del modello al prototipo mostra che è necessario scegliere i parametri di governo r_m , σ_{ym} e n_m del modello in modo da garantire la similarità del modello al prototipo cioè:

$$r_m = r_p * \left(\frac{h_m}{h_p} \right)$$

$$\sigma_{ym} = \sigma_{yp} * \left(\frac{E_m}{E_p} \right) \quad (3.25)$$

$$n_m = n_p$$

Mentre i parametri del modello h_m , E_m possono essere scelti arbitrariamente.

3.4.1 Applicazione su processi di indentazione su materiali identici: Tale condizione si può esprimere come:

$$E_m = E_p = E$$

$$\sigma_{ym} = \sigma_{yp} = \sigma_y \quad (3.26)$$

$$n_m = n_p = n$$

Le relazioni (3.24) e (3.25) diventano:

$$P_p = P_m * \left(\frac{h_p}{h_m} \right)^2$$

$$r_m = r_p * \left(\frac{h_m}{h_p} \right) \quad (3.27)$$

Da tali relazioni possiamo ricavare l'andamento della curva carico-penetrazione per il prototipo conoscendo i dati relativi al modello:

$$P_p = P_m * \left(\frac{r_p}{r_m} \right)^2$$

$$h_p = h_m * \left(\frac{r_p}{r_m} \right) \quad (3.28)$$

Questo è un risultato molto importante dal quale si deduce che da una curva di indentazione eseguita con un punzone del diametro di 1_mm con una penetrazione massima di 1_mm posso ricavare i dati relativi ad un'indentazione con punzone del diametro di 0.5_mm limitatamente ad

una profondità di 0.5_mm. Cioè non è esatto ottenere la curva di penetrazione relativa al prototipo moltiplicando semplicemente il valore del carico di indentazione del modello per il quadrato del rapporto tra il raggio del punzone del prototipo con il raggio del punzone del modello, bisogna anche scalare le profondità di indentazione del prototipo moltiplicando la profondità di volta in volta raggiunta dal modello per il rapporto tra il raggio del punzone del prototipo con il raggio del punzone del modello.

Questo risultato è stato verificato e la sua correttezza si può osservare nelle figure_3.18(a,b) e 3.19(a,b).

In particolare le figure 3.18b e 3.19b mostrano gli andamenti delle curve carico-penetrazione paragonandoli all'andamento teorico dato dalla relazione (1.36). Il ragionamento sopra esposto si può, in questa fase, giustificare analiticamente in quanto si conosce nel tratto elastico l'andamento funzionale (1.36). Possiamo scrivere per il modello la relazione:

$$P_m = \frac{2 * E * r_m * h_m}{1 - \nu^2} \quad (3.29)$$

Moltiplichiamo ambo i membri per $\left(\frac{r_p}{r_m}\right)^2$:

$$P_m * \left(\frac{r_p}{r_m}\right)^2 = \frac{2 * E * r_m * h_m}{1 - \nu^2} * \left(\frac{r_p}{r_m}\right)^2 \quad (3.30)$$

Semplificando e tenendo conto delle relazioni (3.28):

$$P_p = \frac{2 * E * r_p * h_m}{1 - \nu^2} * \left(\frac{r_p}{r_m}\right) \quad (3.31)$$

Dove si vede come anche la profondità di penetrazione del modello deve essere moltiplicata per $\left(\frac{r_p}{r_m}\right)$ al fine di ottenere la profondità di penetrazione del prototipo.

Questo risultato, provato sui dati ottenuti con simulazioni agli elementi finiti, è perfettamente verificabile anche sui dati sperimentali come si evidenzia nella figura_3.20 dove si vede l'applicazione del criterio di similarità ad una curva sperimentale ottenuta con punzone cilindrico di diametro 0.7_mm per ricavare quella relativa ad una curva ottenuta con un punzone di diametro 0.5_mm.

Le relazioni (3.28) permettono di estendere la banca dati costruita nel paragrafo_3.2.2 relativa ad indentazioni ottenute con penetratore cilindrico a testa piatta del diametro di 1_mm anche a penetratori con diametri diversi senza dover ripetere le simulazioni con il codice agli elementi finiti ABAQUS.

3.5 CORREZIONE DELLA CURVA DI INDENTAZIONE CON I DATI OTTENUTI DALLA CURVA DI COMPRESSIONE

Durante l'attività sperimentale si sono eseguite prove di compressione sull'acciaio F82H. Tali prove hanno evidenziato un diverso comportamento nel campo plastico (figura_2.18) rispetto a quelli ottenuti con la prova di trazione .

Si è quindi deciso di ricalcolare i parametri plastici dell'acciaio da inserire nel codice FEM (Finite Element Method).

3.5.1 Calcolo dei parametri plastici dalle prove di compressione: Come descritto nel paragrafo_3.2.1.1 il comportamento plastico di molti metalli puri e leghe è ben approssimato da una descrizione con legge di potenza (formula 3.3) che possiamo scrivere:

$$y = a_0 * x^{a_1} \quad (3.32)$$

Dove è evidente l'analogia con la relazione $\sigma = R * \varepsilon^n$. Per determinare i coefficienti a_0 e a_1 applichiamo l'approssimazione con il metodo dei minimi quadrati alla (3.32).
Conviene linearizzare la (3.32) calcolandone il logaritmo:

$$\ln y = \ln a_0 + a_1 * \ln x \quad (3.33)$$

Supponiamo di avere un numero N di dati sperimentali, definiamo errore il valore:

$$\delta_i = \ln y_i - \ln a_0 - a_1 * \ln x_i \quad i = 1, N \quad (3.34)$$

Definiamo l'errore quadratico medio:

$$S = \sum_{i=1}^N \delta_i^2 = \sum_{i=1}^N (\ln y_i - \ln a_0 - a_1 * \ln x_i)^2 \quad (3.35)$$

La funzione S dipende dai due parametri a_0 e a_1 . Minimizziamo S eguagliando a zero le due derivate parziali $\frac{\partial S}{\partial a_0}$ e $\frac{\partial S}{\partial a_1}$:

$$\frac{\partial S}{\partial a_0} = \sum_{i=1}^N 2 * (\ln y_i - \ln a_0 - a_1 * \ln x_i) * \left(-\frac{1}{a_0}\right) = 0 \quad (3.36)$$

$$\frac{\partial S}{\partial a_1} = \sum_{i=1}^N 2 * (\ln y_i - \ln a_0 - a_1 * \ln x_i) * (-\ln x_i) = 0$$

La soluzione del sistema (3.36) determina i due parametri a_0 e a_1 :

$$a_0 = \exp \left(\frac{\sum_{i=1}^N \ln y_i - a_1 * \sum_{i=1}^N \ln x_i}{N} \right) \quad (3.37)$$

$$a_1 = \frac{N * \sum_{i=1}^N \ln y_i * \ln x_i - \sum_{i=1}^N \ln y_i * \sum_{i=1}^N \ln x_i}{N * \sum_{i=1}^N (\ln x_i)^2 - \left(\sum_{i=1}^N \ln x_i \right)^2}$$

Applicando le relazioni (3.37) ai dati plastici ricavati dalle prove di compressione si sono determinati il coefficiente di resistenza R e l'esponente di incrudimento n per l'acciaio F82H:

$$\begin{aligned} R &= 895,0577 [MPa] \\ n &= 0,0789 \end{aligned} \tag{3.38}$$

Si sono quindi potuti ottenere i nuovi dati da inserire nel codice FEM (Finite Element Method) che sono riportati nella tabella_3.6.

3.5.2 Risultati numerici: Con i nuovi dati ottenuti sul comportamento plastico del materiale si è eseguita la simulazione dell'indentazione con codice FEM (Finite Element Method). Il risultato è riportato nella figura_3.21. Si può osservare che ora l'andamento ad alte penetrazioni delle curve di carico sperimentali e di simulazione numerica sono sovrapponibili. Questo risultato dimostra come nella simulazione del processo di indentazione profonda si deve fare molta attenzione sui parametri elasto-plastici da inserire nel codice, in particolare il comportamento plastico deve essere dedotto dalla prova di compressione e non da quella di trazione.

3.6 SOLUZIONE DEL PROBLEMA INVERSO DELL'INDENTAZIONE CON PENETRATORE CILINDRICO

Utilizzando i risultati ottenuti dallo studio del problema diretto dell'indentazione cilindrica ricavati nel paragrafo_3.2.3 si è affrontato il problema inverso. L'analisi inversa implica la stima dei parametri elasto-plastici da una curva carico-penetrazione.

L'algoritmo di analisi inversa è mostrato nel diagramma di flusso di figura_3.22. I dati di ingresso sono la curva di indentazione del materiale, di cui si vogliono conoscere le proprietà elasto-plastiche, e i valori di prima approssimazione di tali proprietà. L'algoritmo prevede la possibilità di poter fissare uno dei tre parametri elasto-plastici qualora si sia confidenti sul suo valore.

I valori del modulo di Young E , dell'esponente di incrudimento n e del carico di snervamento σ_y di prima approssimazione costituiscono i dati di ingresso al modulo per la soluzione del problema diretto dell'indentazione cilindrica. Tale modulo è già stato ricavato e descritto nel paragrafo_3.2.3. Il risultato dell'algoritmo diretto è una curva di carico-penetrazione che è confrontata con la curva carico-penetrazione del materiale incognito. Il parametro di errore [$Errore_{N-1}$] è costituito dall'errore percentuale medio.

Tale parametro di errore costituirà il termine di paragone per accettare o meno una nuova configurazione di parametri elasto-plastici. La ricerca dei parametri elasto-plastici che minimizzano il parametro di errore è eseguita adottando un algoritmo Monte Carlo.

1. Si sceglie a caso quali dei tre parametri, o dei due parametri se uno è stato fissato, saranno soggetti a cambiamento.
2. Si definiscono dei numeri casuali uniformemente distribuiti tra -1 e 1 che chiameremo R_E , R_n e R_{σ_y} .
3. Si cambiano i parametri elasto-plastici nel seguente modo:

$$\begin{aligned} E_N &= E_{N-1} + R_E \Delta_E \\ \sigma_{yN} &= \sigma_{yN-1} + R_{\sigma_y} \Delta_{\sigma_y} \\ n_N &= n_{N-1} + R_n \Delta_n \end{aligned} \tag{3.39}$$

essendo Δ_E , Δ_{σ_y} e Δ_n dei valori piccoli e adeguati al problema in oggetto.

Questo costituisce una nuova configurazione che definiremo di prova.

4. Con tale configurazione di prova si risolve il problema diretto e la curva carico-penetrazione ottenuta si confronta con la curva del materiale incognito. Si determina quindi il parametro di errore relativo alla configurazione di prova [$Errore_N$].
5. Se $Errore_N < Errore_{N-1}$ si accetta la configurazione di prova altrimenti l'algoritmo ritorna al punto 1 incrementando di uno un contatore. Se la configurazione di prova non viene accettata per un certo numero di tentativi consecutivi si considera accettata l'ultima configurazione dei parametri elasto-plastici trovata.

Due configurazioni successive possono differire anche per un solo parametro elasto-plastico e comunque saranno sempre molto vicine.

3.6.1 Programma per la soluzione del problema inverso: L'algoritmo sopra riportato è stato tradotto dapprima in un codice fortran_90 poi constatata l'efficienza del codice si è realizzato un codice in Visual Basic.

Si è passati all'ambiente di sviluppo Visual Basic perché rispetto al fortran_90 consente di costruire una interfaccia grafica dotata di dispositivi che facilitano l'utilizzo dell'algoritmo.

Una volta lanciato il programma viene richiesto il file dati relativo alla curva di carico di un materiale di cui si vogliono ricavare i dati elasto-plastici ed, inoltre, è richiesto il valore del raggio dell'indentatore cilindrico adottato per la prova.

Nella figura_3.23 è riportata l'interfaccia grafica adottata. Cliccando sul pulsante "Grafico" si visualizzano sul diagramma la curva di carico-penetrazione del materiale incognito e quella determinata dai parametri elasto-plastici visualizzati sotto il pulsante "Grafico". Tali valori sono anche impostabili attraverso le tre barre di scorrimento riportate sotto i tre visualizzatori.

Con tale strumento è possibile determinare i valori di prima approssimazione dei tre parametri

elasto-plastici. Tra le indicazioni riportate nell'interfaccia utente c'è anche il rapporto $\frac{\sigma_y}{E}$ che deve

essere compreso tra 0.0010 e 0.0088, intervallo determinato dalla base dati (vedi paragrafo 3.2.2).

Se si è certi del valore di uno dei parametri elasto-plastici è possibile fissarlo attraverso dei pulsanti di opzione posti in alto sotto gli indicatori dei parametri elasto-plastici stimati dall'algoritmo inverso. La pressione del pulsante "Soluzione Problema Inverso" attiva l'algoritmo inverso che si conclude con la determinazione dei parametri elasto-plastici che minimizzano il parametro di errore. I parametri elasto-plastici determinati sono visualizzati sugli indicatori posti in alto insieme all'entità del parametro di errore. La fine dell'esecuzione dell'algoritmo inverso è segnalata da una apposita finestra di dialogo.

Se durante l'esecuzione dell'algoritmo il rapporto $\frac{\sigma_y}{E}$ dovesse cadere al di fuori dell'intervallo

caratteristico della base dati un'altra finestra di dialogo segnala questa condizione.

Il diagramma visualizza in partenza tutto l'intervallo di penetrazione presente nel file di ingresso.

Tale campo, come anche quello della forza, può essere cambiato attraverso degli appositi cursori.

Grazie a tali cursori è possibile visualizzare tratti parziali del diagramma, costituendo quindi una forma di ingrandimento utilizzabile anche in fase di determinazione dei parametri elasto-plastici di prima approssimazione.

Il parametro di errore è calcolato solo sui dati visualizzati sul diagramma consentendo quindi di applicare l'algoritmo inverso a tratti parziali del diagramma carico-penetrazione, cosa che rende utilizzabile il codice anche su prove di indentazione che non arrivano alla penetrazione massima con cui si è costruita la base dati.

Il pulsante "Fine" consente di uscire dal programma.

3.6.2 Verifica dell'algoritmo per l'analisi inversa: La verifica della congruità dell'algoritmo per l'analisi inversa proposta è stata effettuata confrontando i risultati ottenuti con tale codice e i risultati ottenuti con un codice agli elementi finiti.

Tale verifica si è effettuata su 8 casi in cui si sono simulati 4 materiali con proprietà non comprese nella base dati. I quattro materiali utilizzati come verifica sono P10-40-0.07, P14-60-0.35, P70-120-0.26 e P205-562-0.0789 dei quali si sono simulati con codice FEM processi di indentazione cilindrica con diametro rispettivamente di 1.2 mm e 0.8 mm per un totale di 8 simulazioni.

Nelle figure_3.24(a,b) sono riportati i risultati dell'algoritmo proposto applicato alle curve di carico del materiale P70-120-0.26 ottenuta con penetratore cilindrico di diametro 1.2 mm e del materiale P14-60-0.35 ottenuta con penetratore cilindrico di diametro 0.8 mm. I risultati evidenziano che l'algoritmo è valido, in quanto nell'ottimizzare lo scarto quadratico medio tra la curva di carico del materiale incognito e quella di prova si raggiunge un risultato molto vicino a quello aspettato. Il disaccordo che si riscontra è dovuto al fatto che l'algoritmo non tiene conto del peso dei singoli parametri elasto-plastici del materiale sulle tre fasi che caratterizzano l'indentazione con penetratore cilindrico (vedi paragrafo 3.2).

A tal fine si sono eseguite delle simulazioni FEM (Finite Element Method) che, partendo da un materiale di riferimento, evidenziano gli effetti sulle tre fasi della curva di carico dei tre parametri elasto-plastici E , σ_y e n che sono stati variati di \pm il 30%. Nella tabella _3.7 sono riportati i dati utilizzati per tali simulazioni, tali dati sono anche riportati graficamente nella figura_3.25. Nella figura_3.26 sono riportati i risultati ottenuti con il codice agli elementi finiti. Da tali andamenti si evince che la fase iniziale della curva di carico caratterizzata da un comportamento praticamente elastico è influenzata dal solo modulo di Young E . Il successivo andamento pseudolineare che precede la fase con gradiente decrescente è influenzata da tutti e tre i parametri elasto-plastici ma con modalità differenti:

- La variazione del modulo di Young E provoca una traslazione verticale dell'andamento pseudolineare, senza una variazione della pendenza. Verso l'alto al crescere di E , verso il basso al diminuire di E .
- La variazione del carico di snervamento σ_y provoca una marcata variazione dell'inclinazione dell'andamento pseudolineare. La pendenza aumenta al crescere di σ_y , mentre diminuisce con il decremento di σ_y .
- La variazione dell'esponente di incrudimento n provoca una piccola variazione dell'inclinazione dell'andamento pseudolineare. La pendenza aumenta al crescere di n mentre diminuisce con il decremento di n .

Per quantificare le variazioni si può dire che in prossimità della fase con gradiente decrescente la variazione provocata dal carico di snervamento σ_y è del 41%, quella dovuta al modulo di Young E è del 21% mentre quella dovuta all'esponente di incrudimento n è del 6%.

L'ultima fase in cui all'aumentare della profondità di penetrazione il carico tende ad un valore asintotico è influenzata da tutti e tre i parametri elasto plastici ma con modalità differenti:

- La variazione del modulo di Young E provoca una lieve traslazione verticale quantificabile in un 10%, verso l'alto al crescere di E , verso il basso al diminuire di E .
- La variazione del carico di snervamento σ_y provoca una marcata traslazione verticale quantificabile in un 47%, verso l'alto al crescere di σ_y , verso il basso al diminuire di σ_y .
- La variazione dell'esponente di incrudimento n provoca una apprezzabile traslazione verticale quantificabile in un 22%, verso l'alto al crescere di n , verso il basso al diminuire di n .

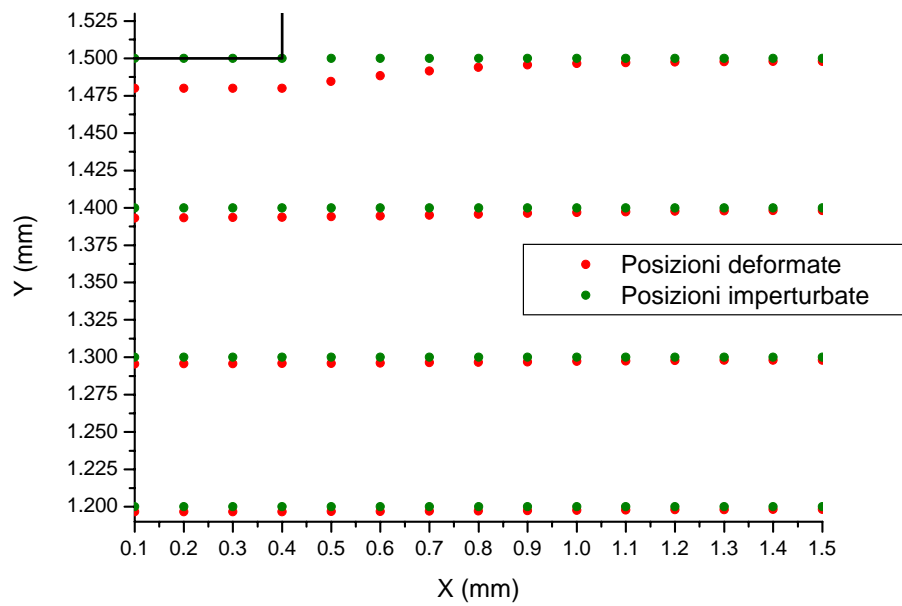
Quanto trovato può essere utilizzato per migliorare i risultati che si possono ottenere con l'algoritmo inverso. A tal fine si è definita una procedura, definita algoritmo di correzione, così schematizzabile:

1. Letto il file dati relativo alla curva di carico del materiale incognito si esegue una valutazione della bontà dei dati ed eventualmente si impone l'algoritmo inverso sulla porzione di curva fisicamente significativa.
2. Ottenuti dall'algoritmo inverso i valori di E , σ_y e n di primo tentativo si esegue una parzializzazione del grafico al tratto iniziale della curva di penetrazione cioè quello che precede la fase con gradiente decrescente. In questo tratto è noto che influiscono in modo apprezzabile i valori di σ_y e di E . Il primo oltre ad avere una maggiore influenza provoca anche una variazione dell'inclinazione, mentre il modulo di Young determina una traslazione verticale di tale andamento. Variando tali valori si cerca di sovrapporre la curva di tentativo con la curva del materiale incognito.
3. Si riespande la scala delle penetrazioni e si opera sull'esponente di incrudimento cercando di sovrapporre i due grafici nella fase in cui all'aumentare della profondità di penetrazione il carico tende ad un valore di saturazione.
4. Si ripetono i punti 2 e 3 fino ad una totale sovrapposizione dei due grafici. I valori determinati dei tre parametri elasto-plastici rappresenteranno la soluzione del problema inverso dell'indentazione con penetratore cilindrico.

La necessità di tale algoritmo e la sua efficacia si possono constatare applicandolo al materiale P205-562-0.0789. Come si può osservare nella figura_3.27a l'applicazione dell'algoritmo inverso porta ad un risultato non soddisfacente imputabile a tutti i motivi sopra esposti. Nella figura_3.27b si vede il risultato dell'applicazione dell'algoritmo di correzione, cioè di una prima applicazione del punto 2. Nella figura_3.27c si vede il risultato dell'applicazione del punto 3 e di una ulteriore iterazione del punto 2. Infine nella figura_3.27d è riportato il risultato finale che stima il materiale essere il P190-555-0.08. L'errore di tale stima è del 7% per quanto riguarda il modulo di Young, dell'1% per quanto riguarda il carico di snervamento e dell'1% per quanto riguarda l'esponente di incrudimento.

L'algoritmo di correzione è stato poi applicato ai materiali P70-120-0.26 e P14-60-0.35 già analizzati applicando solo l'algoritmo inverso. I risultati sono mostrati rispettivamente nelle figura_3.28 e figura_3.29 ed evidenziano come l'applicazione dell'algoritmo di correzione migliori anche per questi casi la stima dei parametri elasto-plastici.

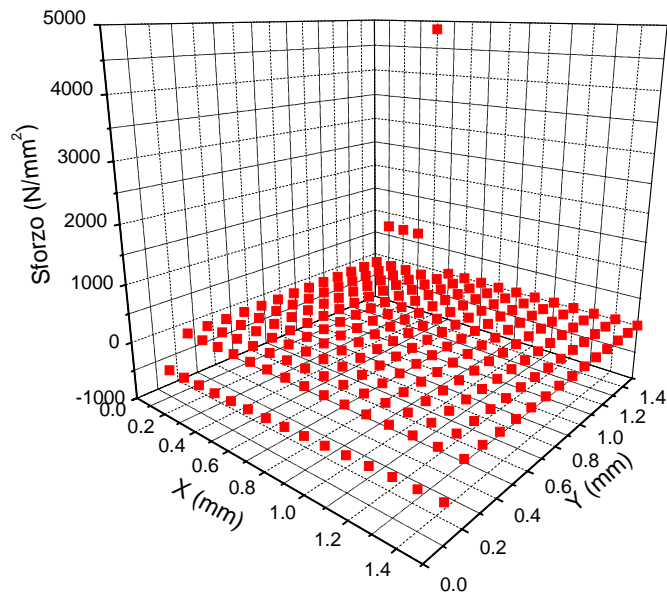
Andamento degli spostamenti in una simulazione di indentazione MDMNL



Figura_3.1a

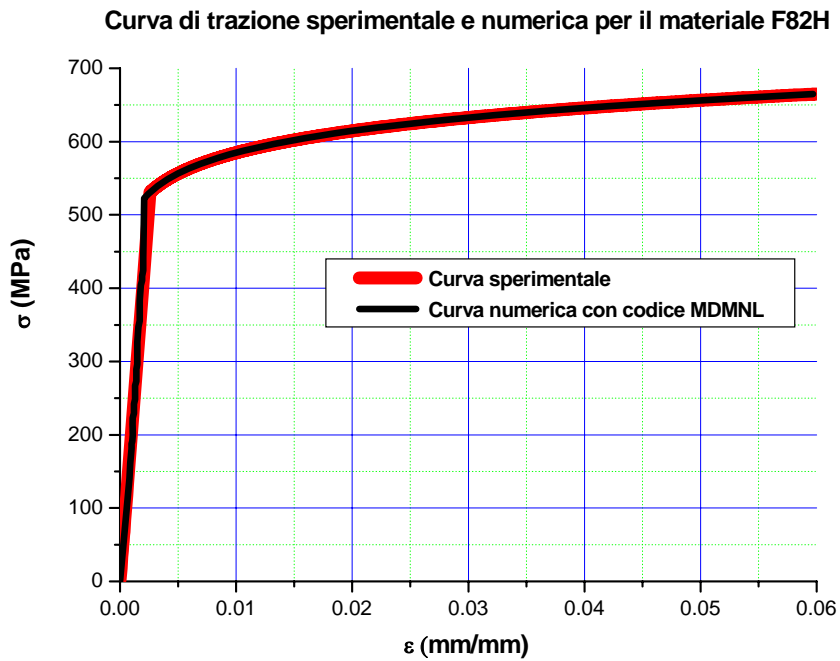
Spostamento dei punti materiali in una simulazione di indentazione ottenuta con il codice numerico MDMNL (Dinamica Molecolare in problemi di Meccanica non Lineare)

Andamento degli sforzi in una simulazione di indentazione MDMNL



Figura_3.1b

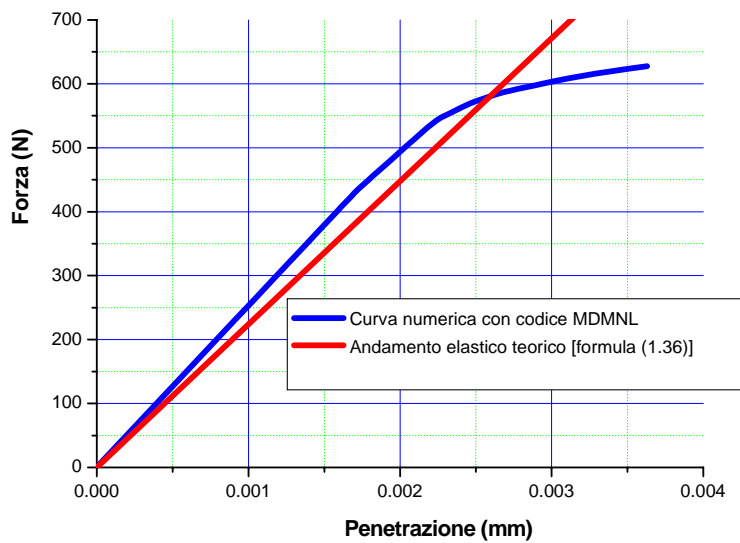
Sforzi sui punti materiali in una simulazione di indentazione ottenuta con il codice numerico MDMNL (Dinamica Molecolare in problemi di Meccanica non Lineare)



Figura_3.2a

Confronto tra curva di trazione sperimentale e curva di trazione ottenuta con il codice numerico MDMNL (Dinamica Molecolare in problemi di Meccanica non Lineare)

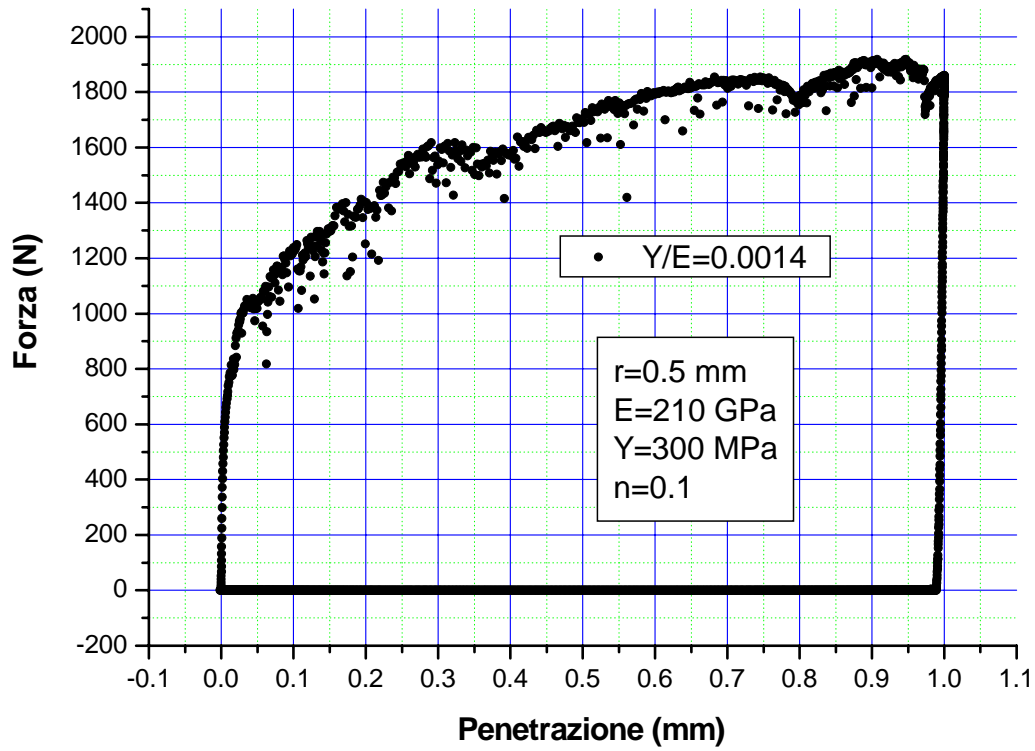
CURVA TEORICA E NUMERICA PER UN INDENTATORE CON DIAMETRO 1 mm



Figura_3.2b

Confronto tra curva di indentazione teorica e curva di indentazione ottenuta con il codice numerico MDMNL (Dinamica Molecolare in problemi di Meccanica non Lineare)

Curva di indentazione FEM del materiale P210-300-0.1



Figura_3.3

Tipica risposta $P-h$ di un materiale elasto-plastico sottoposto ad indentazione cilindrica ricavata con un codice agli elementi finiti

E[N/m ²]	σ_y [N/m ²]	σ_y/E	n	R[N/m ²]	σ [N/m ²]	ε^t	ε^p
7,00E+10	7,00E+07	0,0010	0,00000	7,00E+07	7,00E+07	0,001000	0,000000
7,00E+10	7,00E+07	0,0010	0,00000	7,00E+07	7,00E+07	0,015000	0,014000
7,00E+10	7,00E+07	0,0010	0,00000	7,00E+07	7,00E+07	0,020000	0,019000
7,00E+10	7,00E+07	0,0010	0,00000	7,00E+07	7,00E+07	0,050000	0,049000
7,00E+10	7,00E+07	0,0010	0,00000	7,00E+07	7,00E+07	1,000000	0,999000
7,00E+10	7,00E+07	0,0010	0,00000	7,00E+07	7,00E+07	2,000000	1,999000
P70-70-0.0							
2,10E+11	2,10E+08	0,0010	0,00000	2,10E+08	2,10E+08	0,001000	0,000000
2,10E+11	2,10E+08	0,0010	0,00000	2,10E+08	2,10E+08	0,010000	0,009000
2,10E+11	2,10E+08	0,0010	0,00000	2,10E+08	2,10E+08	0,020000	0,019000
2,10E+11	2,10E+08	0,0010	0,00000	2,10E+08	2,10E+08	0,050000	0,049000
2,10E+11	2,10E+08	0,0010	0,00000	2,10E+08	2,10E+08	1,000000	0,999000
2,10E+11	2,10E+08	0,0010	0,00000	2,10E+08	2,10E+08	2,000000	1,999000
P210-210-0.0							
2,10E+11	3,00E+08	0,0014	0,00000	3,00E+08	3,00E+08	0,001429	0,000000
2,10E+11	3,00E+08	0,0014	0,00000	3,00E+08	3,00E+08	0,010000	0,008571
2,10E+11	3,00E+08	0,0014	0,00000	3,00E+08	3,00E+08	0,020000	0,018571
2,10E+11	3,00E+08	0,0014	0,00000	3,00E+08	3,00E+08	0,050000	0,048571
2,10E+11	3,00E+08	0,0014	0,00000	3,00E+08	3,00E+08	1,000000	0,998571
2,10E+11	3,00E+08	0,0014	0,00000	3,00E+08	3,00E+08	2,000000	1,998571
P210-300-0.0							
1,70E+11	3,00E+08	0,0018	0,00000	3,00E+08	3,00E+08	0,001765	0,000000
1,70E+11	3,00E+08	0,0018	0,00000	3,00E+08	3,00E+08	0,010000	0,008235
1,70E+11	3,00E+08	0,0018	0,00000	3,00E+08	3,00E+08	0,020000	0,018235
1,70E+11	3,00E+08	0,0018	0,00000	3,00E+08	3,00E+08	0,050000	0,048235
1,70E+11	3,00E+08	0,0018	0,00000	3,00E+08	3,00E+08	1,000000	0,998235
1,70E+11	3,00E+08	0,0018	0,00000	3,00E+08	3,00E+08	2,000000	1,998235
P170-300-0.0							
1,00E+10	3,00E+07	0,0030	0,00000	3,00E+07	3,00E+07	0,003000	0,000000
1,00E+10	3,00E+07	0,0030	0,00000	3,00E+07	3,00E+07	0,010000	0,007000
1,00E+10	3,00E+07	0,0030	0,00000	3,00E+07	3,00E+07	0,020000	0,017000
1,00E+10	3,00E+07	0,0030	0,00000	3,00E+07	3,00E+07	0,050000	0,047000
1,00E+10	3,00E+07	0,0030	0,00000	3,00E+07	3,00E+07	1,000000	0,997000
1,00E+10	3,00E+07	0,0030	0,00000	3,00E+07	3,00E+07	2,000000	1,997000
P10-30-0.0							
5,00E+10	2,00E+08	0,0040	0,00000	2,00E+08	2,00E+08	0,004000	0,000000
5,00E+10	2,00E+08	0,0040	0,00000	2,00E+08	2,00E+08	0,010000	0,006000
5,00E+10	2,00E+08	0,0040	0,00000	2,00E+08	2,00E+08	0,020000	0,016000
5,00E+10	2,00E+08	0,0040	0,00000	2,00E+08	2,00E+08	0,050000	0,046000
5,00E+10	2,00E+08	0,0040	0,00000	2,00E+08	2,00E+08	1,000000	0,996000
5,00E+10	2,00E+08	0,0040	0,00000	2,00E+08	2,00E+08	2,000000	1,996000
P50-200-0.0							
9,00E+10	5,00E+08	0,0056	0,00000	5,00E+08	5,00E+08	0,005556	0,000000
9,00E+10	5,00E+08	0,0056	0,00000	5,00E+08	5,00E+08	0,010000	0,004444
9,00E+10	5,00E+08	0,0056	0,00000	5,00E+08	5,00E+08	0,020000	0,014444
9,00E+10	5,00E+08	0,0056	0,00000	5,00E+08	5,00E+08	0,050000	0,044444
9,00E+10	5,00E+08	0,0056	0,00000	5,00E+08	5,00E+08	1,000000	0,994444
9,00E+10	5,00E+08	0,0056	0,00000	5,00E+08	5,00E+08	2,000000	1,994444
P90-500-0.0							
1,30E+11	1,00E+09	0,0077	0,00000	1,00E+09	1,00E+09	0,007692	0,000000
1,30E+11	1,00E+09	0,0077	0,00000	1,00E+09	1,00E+09	0,010000	0,002308
1,30E+11	1,00E+09	0,0077	0,00000	1,00E+09	1,00E+09	0,020000	0,012308
1,30E+11	1,00E+09	0,0077	0,00000	1,00E+09	1,00E+09	0,050000	0,042308
1,30E+11	1,00E+09	0,0077	0,00000	1,00E+09	1,00E+09	1,000000	0,992308
1,30E+11	1,00E+09	0,0077	0,00000	1,00E+09	1,00E+09	2,000000	1,992308
P130-1000-0.0							
2,10E+11	1,80E+09	0,0086	0,00000	1,80E+09	1,80E+09	0,008571	0,000000
2,10E+11	1,80E+09	0,0086	0,00000	1,80E+09	1,80E+09	0,010000	0,001429
2,10E+11	1,80E+09	0,0086	0,00000	1,80E+09	1,80E+09	0,020000	0,011429
2,10E+11	1,80E+09	0,0086	0,00000	1,80E+09	1,80E+09	0,050000	0,041429
2,10E+11	1,80E+09	0,0086	0,00000	1,80E+09	1,80E+09	1,000000	0,991429
2,10E+11	1,80E+09	0,0086	0,00000	1,80E+09	1,80E+09	2,000000	1,991429
P210-1800-0.0							
1,70E+11	1,50E+09	0,0088	0,00000	1,50E+09	1,50E+09	0,008824	0,000000
1,70E+11	1,50E+09	0,0088	0,00000	1,50E+09	1,50E+09	0,010000	0,001176
1,70E+11	1,50E+09	0,0088	0,00000	1,50E+09	1,50E+09	0,020000	0,011176
1,70E+11	1,50E+09	0,0088	0,00000	1,50E+09	1,50E+09	0,050000	0,041176
1,70E+11	1,50E+09	0,0088	0,00000	1,50E+09	1,50E+09	1,000000	0,991176
1,70E+11	1,50E+09	0,0088	0,00000	1,50E+09	1,50E+09	2,000000	1,991176
P170-1500-0.0							

Tabella_3.1

Dati utilizzati nel codice agli elementi finiti per la costruzione della base dati per i materiali con $n=0.0$

σ =Tensione vera, ε^t =Deformazione totale vera, ε^p =Deformazione plastica vera

E[N/m ²]	σ_y [N/m ²]	σ_y/E	n	R[N/m ²]	σ [N/m ²]	ε^t	ε^p
7,00E+10	7,00E+07	0,0010	0,10000	1,40E+08	7,00E+07	0,001000	0,000000
7,00E+10	7,00E+07	0,0010	0,10000	1,40E+08	9,18E+07	0,015000	0,013689
7,00E+10	7,00E+07	0,0010	0,10000	1,40E+08	9,44E+07	0,020000	0,018651
7,00E+10	7,00E+07	0,0010	0,10000	1,40E+08	1,04E+08	0,050000	0,048521
7,00E+10	7,00E+07	0,0010	0,10000	1,40E+08	1,40E+08	1,000000	0,998005
7,00E+10	7,00E+07	0,0010	0,10000	1,40E+08	1,50E+08	2,000000	1,997862
P70-70-0.1							
2,10E+11	2,10E+08	0,0010	0,10000	4,19E+08	2,10E+08	0,001000	0,000000
2,10E+11	2,10E+08	0,0010	0,10000	4,19E+08	2,64E+08	0,010000	0,008741
2,10E+11	2,10E+08	0,0010	0,10000	4,19E+08	2,83E+08	0,020000	0,018651
2,10E+11	2,10E+08	0,0010	0,10000	4,19E+08	3,11E+08	0,050000	0,048521
2,10E+11	2,10E+08	0,0010	0,10000	4,19E+08	4,19E+08	1,000000	0,998005
2,10E+11	2,10E+08	0,0010	0,10000	4,19E+08	4,49E+08	2,000000	1,997862
P210-210-0.1							
2,10E+11	3,00E+08	0,0014	0,10000	5,78E+08	3,00E+08	0,001429	0,000000
2,10E+11	3,00E+08	0,0014	0,10000	5,78E+08	3,64E+08	0,010000	0,008265
2,10E+11	3,00E+08	0,0014	0,10000	5,78E+08	3,91E+08	0,020000	0,018140
2,10E+11	3,00E+08	0,0014	0,10000	5,78E+08	4,28E+08	0,050000	0,047962
2,10E+11	3,00E+08	0,0014	0,10000	5,78E+08	5,78E+08	1,000000	0,997249
2,10E+11	3,00E+08	0,0014	0,10000	5,78E+08	6,19E+08	2,000000	1,997052
P210-300-0.1							
1,70E+11	3,00E+08	0,0018	0,10000	5,66E+08	3,00E+08	0,001765	0,000000
1,70E+11	3,00E+08	0,0018	0,10000	5,66E+08	3,57E+08	0,010000	0,007901
1,70E+11	3,00E+08	0,0018	0,10000	5,66E+08	3,82E+08	0,020000	0,017750
1,70E+11	3,00E+08	0,0018	0,10000	5,66E+08	4,19E+08	0,050000	0,047535
1,70E+11	3,00E+08	0,0018	0,10000	5,66E+08	5,66E+08	1,000000	0,996673
1,70E+11	3,00E+08	0,0018	0,10000	5,66E+08	6,06E+08	2,000000	1,996435
P170-300-0.1							
1,00E+10	3,00E+07	0,0030	0,10000	5,36E+07	3,00E+07	0,003000	0,000000
1,00E+10	3,00E+07	0,0030	0,10000	5,36E+07	3,38E+07	0,010000	0,006616
1,00E+10	3,00E+07	0,0030	0,10000	5,36E+07	3,63E+07	0,020000	0,016373
1,00E+10	3,00E+07	0,0030	0,10000	5,36E+07	3,97E+07	0,050000	0,046025
1,00E+10	3,00E+07	0,0030	0,10000	5,36E+07	5,36E+07	1,000000	0,994637
1,00E+10	3,00E+07	0,0030	0,10000	5,36E+07	5,75E+07	2,000000	1,994252
P10-30-0.1							
5,00E+10	2,00E+08	0,0040	0,10000	3,47E+08	2,00E+08	0,004000	0,000000
5,00E+10	2,00E+08	0,0040	0,10000	3,47E+08	2,19E+08	0,010000	0,005616
5,00E+10	2,00E+08	0,0040	0,10000	3,47E+08	2,35E+08	0,020000	0,015302
5,00E+10	2,00E+08	0,0040	0,10000	3,47E+08	2,57E+08	0,050000	0,044851
5,00E+10	2,00E+08	0,0040	0,10000	3,47E+08	3,47E+08	1,000000	0,993052
5,00E+10	2,00E+08	0,0040	0,10000	3,47E+08	3,72E+08	2,000000	1,992553
P50-200-0.1							
9,00E+10	5,00E+08	0,0056	0,10000	8,40E+08	5,00E+08	0,005556	0,000000
9,00E+10	5,00E+08	0,0056	0,10000	8,40E+08	5,30E+08	0,010000	0,004108
9,00E+10	5,00E+08	0,0056	0,10000	8,40E+08	5,68E+08	0,020000	0,013685
9,00E+10	5,00E+08	0,0056	0,10000	8,40E+08	6,23E+08	0,050000	0,043079
9,00E+10	5,00E+08	0,0056	0,10000	8,40E+08	8,40E+08	1,000000	0,990662
9,00E+10	5,00E+08	0,0056	0,10000	8,40E+08	9,01E+08	2,000000	1,989992
P90-500-0.1							
1,30E+11	1,00E+09	0,0077	0,10000	1,63E+09	1,00E+09	0,007692	0,000000
1,30E+11	1,00E+09	0,0077	0,10000	1,63E+09	1,03E+09	0,010000	0,002103
1,30E+11	1,00E+09	0,0077	0,10000	1,63E+09	1,10E+09	0,020000	0,011536
1,30E+11	1,00E+09	0,0077	0,10000	1,63E+09	1,21E+09	0,050000	0,040724
1,30E+11	1,00E+09	0,0077	0,10000	1,63E+09	1,63E+09	1,000000	0,987484
1,30E+11	1,00E+09	0,0077	0,10000	1,63E+09	1,74E+09	2,000000	1,986586
P130-1000-0.1							
2,10E+11	1,80E+09	0,0086	0,10000	2,90E+09	1,80E+09	0,008571	0,000000
2,10E+11	1,80E+09	0,0086	0,10000	2,90E+09	1,83E+09	0,010000	0,001295
2,10E+11	1,80E+09	0,0086	0,10000	2,90E+09	1,96E+09	0,020000	0,010671
2,10E+11	1,80E+09	0,0086	0,10000	2,90E+09	2,15E+09	0,050000	0,039775
2,10E+11	1,80E+09	0,0086	0,10000	2,90E+09	2,90E+09	1,000000	0,986204
2,10E+11	1,80E+09	0,0086	0,10000	2,90E+09	3,11E+09	2,000000	1,985214
P210-1800-0.1							
1,70E+11	1,50E+09	0,0088	0,10000	2,41E+09	1,50E+09	0,008824	0,000000
1,70E+11	1,50E+09	0,0088	0,10000	2,41E+09	1,52E+09	0,010000	0,001065
1,70E+11	1,50E+09	0,0088	0,10000	2,41E+09	1,63E+09	0,020000	0,010424
1,70E+11	1,50E+09	0,0088	0,10000	2,41E+09	1,78E+09	0,050000	0,039505
1,70E+11	1,50E+09	0,0088	0,10000	2,41E+09	2,41E+09	1,000000	0,985840
1,70E+11	1,50E+09	0,0088	0,10000	2,41E+09	2,58E+09	2,000000	1,984823
P170-1500-0.1							

Tabella_3.2

Dati utilizzati nel codice agli elementi finiti per la costruzione della base dati per i materiali con $n=0.1$

σ =Tensione vera, ε^t =Deformazione totale vera, ε^p =Deformazione plastica vera

E[N/m ²]	σ_s [N/m ²]	σ_s/E	n	R[N/m ²]	σ [N/m ²]	ε^t	ε^p
7,00E+10	7,00E+07	0,0010	0,30000	5,56E+08	7,00E+07	0,001000	0,000000
7,00E+10	7,00E+07	0,0010	0,30000	5,56E+08	1,58E+08	0,015000	0,012747
7,00E+10	7,00E+07	0,0010	0,30000	5,56E+08	1,72E+08	0,020000	0,017544
7,00E+10	7,00E+07	0,0010	0,30000	5,56E+08	2,26E+08	0,050000	0,046766
7,00E+10	7,00E+07	0,0010	0,30000	5,56E+08	5,56E+08	1,000000	0,992057
7,00E+10	7,00E+07	0,0010	0,30000	5,56E+08	6,85E+08	2,000000	1,990221
P70-70-0.3							
2,10E+11	2,10E+08	0,0010	0,30000	1,67E+09	2,10E+08	0,001000	0,000000
2,10E+11	2,10E+08	0,0010	0,30000	1,67E+09	4,19E+08	0,010000	0,008005
2,10E+11	2,10E+08	0,0010	0,30000	1,67E+09	5,16E+08	0,020000	0,017544
2,10E+11	2,10E+08	0,0010	0,30000	1,67E+09	6,79E+08	0,050000	0,046766
2,10E+11	2,10E+08	0,0010	0,30000	1,67E+09	1,67E+09	1,000000	0,992057
2,10E+11	2,10E+08	0,0010	0,30000	1,67E+09	2,05E+09	2,000000	1,990221
P210-210-0.3							
2,10E+11	3,00E+08	0,0014	0,30000	2,14E+09	3,00E+08	0,001429	0,000000
2,10E+11	3,00E+08	0,0014	0,30000	2,14E+09	5,38E+08	0,010000	0,007439
2,10E+11	3,00E+08	0,0014	0,30000	2,14E+09	6,62E+08	0,020000	0,016847
2,10E+11	3,00E+08	0,0014	0,30000	2,14E+09	8,72E+08	0,050000	0,045849
2,10E+11	3,00E+08	0,0014	0,30000	2,14E+09	2,14E+09	1,000000	0,989804
2,10E+11	3,00E+08	0,0014	0,30000	2,14E+09	2,64E+09	2,000000	1,987447
P210-300-0.3							
1,70E+11	3,00E+08	0,0018	0,30000	2,01E+09	3,00E+08	0,001765	0,000000
1,70E+11	3,00E+08	0,0018	0,30000	2,01E+09	5,05E+08	0,010000	0,007031
1,70E+11	3,00E+08	0,0018	0,30000	2,01E+09	6,21E+08	0,020000	0,016344
1,70E+11	3,00E+08	0,0018	0,30000	2,01E+09	8,18E+08	0,050000	0,045188
1,70E+11	3,00E+08	0,0018	0,30000	2,01E+09	2,01E+09	1,000000	0,988179
1,70E+11	3,00E+08	0,0018	0,30000	2,01E+09	2,47E+09	2,000000	1,985446
P170-300-0.3							
1,00E+10	3,00E+07	0,0030	0,30000	1,71E+08	3,00E+07	0,003000	0,000000
1,00E+10	3,00E+07	0,0030	0,30000	1,71E+08	4,31E+07	0,010000	0,005695
1,00E+10	3,00E+07	0,0030	0,30000	1,71E+08	5,30E+07	0,020000	0,014700
1,00E+10	3,00E+07	0,0030	0,30000	1,71E+08	6,98E+07	0,050000	0,043023
1,00E+10	3,00E+07	0,0030	0,30000	1,71E+08	1,71E+08	1,000000	0,982861
1,00E+10	3,00E+07	0,0030	0,30000	1,71E+08	2,11E+08	2,000000	1,978899
P10-30-0.3							
5,00E+10	2,00E+08	0,0040	0,30000	1,05E+09	2,00E+08	0,004000	0,000000
5,00E+10	2,00E+08	0,0040	0,30000	1,05E+09	2,63E+08	0,010000	0,004734
5,00E+10	2,00E+08	0,0040	0,30000	1,05E+09	3,24E+08	0,020000	0,013517
5,00E+10	2,00E+08	0,0040	0,30000	1,05E+09	4,27E+08	0,050000	0,041466
5,00E+10	2,00E+08	0,0040	0,30000	1,05E+09	1,05E+09	1,000000	0,979038
5,00E+10	2,00E+08	0,0040	0,30000	1,05E+09	1,29E+09	2,000000	1,974192
P50-200-0.3							
9,00E+10	5,00E+08	0,0056	0,30000	2,37E+09	5,00E+08	0,005556	0,000000
9,00E+10	5,00E+08	0,0056	0,30000	2,37E+09	5,96E+08	0,010000	0,003373
9,00E+10	5,00E+08	0,0056	0,30000	2,37E+09	7,34E+08	0,020000	0,011841
9,00E+10	5,00E+08	0,0056	0,30000	2,37E+09	9,67E+08	0,050000	0,039260
9,00E+10	5,00E+08	0,0056	0,30000	2,37E+09	2,37E+09	1,000000	0,973618
9,00E+10	5,00E+08	0,0056	0,30000	2,37E+09	2,92E+09	2,000000	1,967520
P90-500-0.3							
1,30E+11	1,00E+09	0,0077	0,30000	4,31E+09	1,00E+09	0,007692	0,000000
1,30E+11	1,00E+09	0,0077	0,30000	4,31E+09	1,08E+09	0,010000	0,001678
1,30E+11	1,00E+09	0,0077	0,30000	4,31E+09	1,33E+09	0,020000	0,009754
1,30E+11	1,00E+09	0,0077	0,30000	4,31E+09	1,75E+09	0,050000	0,036513
1,30E+11	1,00E+09	0,0077	0,30000	4,31E+09	4,31E+09	1,000000	0,966869
1,30E+11	1,00E+09	0,0077	0,30000	4,31E+09	5,30E+09	2,000000	1,959210
P130-1000-0.3							
2,10E+11	1,80E+09	0,0086	0,30000	7,51E+09	1,80E+09	0,008571	0,000000
2,10E+11	1,80E+09	0,0086	0,30000	7,51E+09	1,89E+09	0,010000	0,001023
2,10E+11	1,80E+09	0,0086	0,30000	7,51E+09	2,32E+09	0,020000	0,008948
2,10E+11	1,80E+09	0,0086	0,30000	7,51E+09	3,06E+09	0,050000	0,035451
2,10E+11	1,80E+09	0,0086	0,30000	7,51E+09	7,51E+09	1,000000	0,964261
2,10E+11	1,80E+09	0,0086	0,30000	7,51E+09	9,24E+09	2,000000	1,956001
P210-1800-0.3							
1,70E+11	1,50E+09	0,0088	0,30000	6,20E+09	1,50E+09	0,008824	0,000000
1,70E+11	1,50E+09	0,0088	0,30000	6,20E+09	1,56E+09	0,010000	0,000839
1,70E+11	1,50E+09	0,0088	0,30000	6,20E+09	1,92E+09	0,020000	0,008721
1,70E+11	1,50E+09	0,0088	0,30000	6,20E+09	2,52E+09	0,050000	0,035153
1,70E+11	1,50E+09	0,0088	0,30000	6,20E+09	6,20E+09	1,000000	0,963529
1,70E+11	1,50E+09	0,0088	0,30000	6,20E+09	7,63E+09	2,000000	1,955099
P170-1500-0.3							

Tabella_3.3

Dati utilizzati nel codice agli elementi finiti per la costruzione della base dati per i materiali con $n=0.3$

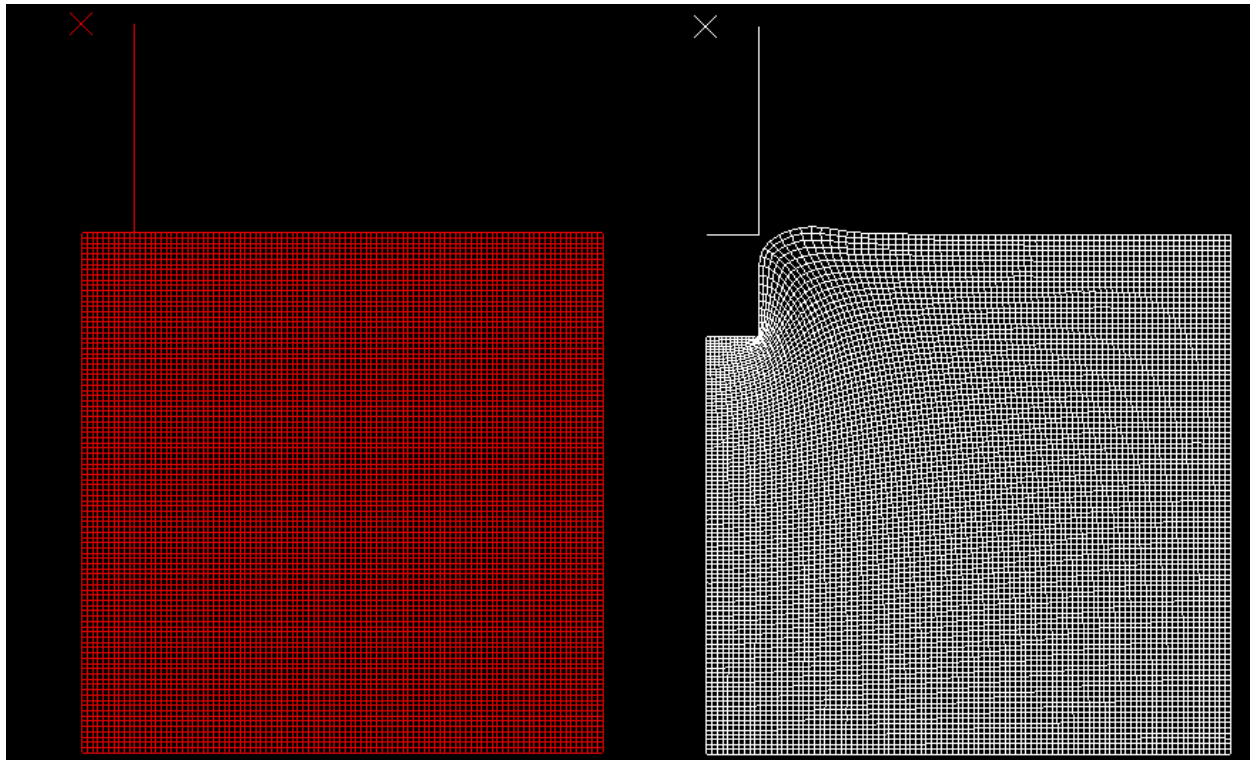
σ =Tensione vera, ε^t =Deformazione totale vera, ε^p =Deformazione plastica vera

E[N/m ²]	σ_s [N/m ²]	σ_s/E	n	R[N/m ²]	σ [N/m ²]	ε^t	ε^p
7,00E+10	7,00E+07	0,0010	0,50000	2,21E+09	7,00E+07	0,001000	0,000000
7,00E+10	7,00E+07	0,0010	0,50000	2,21E+09	2,71E+08	0,015000	0,011127
7,00E+10	7,00E+07	0,0010	0,50000	2,21E+09	3,13E+08	0,020000	0,015528
7,00E+10	7,00E+07	0,0010	0,50000	2,21E+09	4,95E+08	0,050000	0,042929
7,00E+10	7,00E+07	0,0010	0,50000	2,21E+09	2,21E+09	1,000000	0,968377
7,00E+10	7,00E+07	0,0010	0,50000	2,21E+09	3,13E+09	2,000000	1,955279
P70-70-0.5							
2,10E+11	2,10E+08	0,0010	0,50000	6,64E+09	2,10E+08	0,001000	0,000000
2,10E+11	2,10E+08	0,0010	0,50000	6,64E+09	6,64E+08	0,010000	0,006838
2,10E+11	2,10E+08	0,0010	0,50000	6,64E+09	9,39E+08	0,020000	0,015528
2,10E+11	2,10E+08	0,0010	0,50000	6,64E+09	1,48E+09	0,050000	0,042929
2,10E+11	2,10E+08	0,0010	0,50000	6,64E+09	6,64E+09	1,000000	0,968377
2,10E+11	2,10E+08	0,0010	0,50000	6,64E+09	9,39E+09	2,000000	1,955279
P210-210-0.5							
2,10E+11	3,00E+08	0,0014	0,50000	7,94E+09	3,00E+08	0,001429	0,000000
2,10E+11	3,00E+08	0,0014	0,50000	7,94E+09	7,94E+08	0,010000	0,006220
2,10E+11	3,00E+08	0,0014	0,50000	7,94E+09	1,12E+09	0,020000	0,014655
2,10E+11	3,00E+08	0,0014	0,50000	7,94E+09	1,77E+09	0,050000	0,041548
2,10E+11	3,00E+08	0,0014	0,50000	7,94E+09	7,94E+09	1,000000	0,962204
2,10E+11	3,00E+08	0,0014	0,50000	7,94E+09	1,12E+10	2,000000	1,946548
P210-300-0.5							
1,70E+11	3,00E+08	0,0018	0,50000	7,14E+09	3,00E+08	0,001765	0,000000
1,70E+11	3,00E+08	0,0018	0,50000	7,14E+09	7,14E+08	0,010000	0,005799
1,70E+11	3,00E+08	0,0018	0,50000	7,14E+09	1,01E+09	0,020000	0,014059
1,70E+11	3,00E+08	0,0018	0,50000	7,14E+09	1,60E+09	0,050000	0,040607
1,70E+11	3,00E+08	0,0018	0,50000	7,14E+09	7,14E+09	1,000000	0,957992
1,70E+11	3,00E+08	0,0018	0,50000	7,14E+09	1,01E+10	2,000000	1,940591
P170-300-0.5							
1,00E+10	3,00E+07	0,0030	0,50000	5,48E+08	3,00E+07	0,003000	0,000000
1,00E+10	3,00E+07	0,0030	0,50000	5,48E+08	5,48E+07	0,010000	0,004523
1,00E+10	3,00E+07	0,0030	0,50000	5,48E+08	7,75E+07	0,020000	0,012254
1,00E+10	3,00E+07	0,0030	0,50000	5,48E+08	1,22E+08	0,050000	0,037753
1,00E+10	3,00E+07	0,0030	0,50000	5,48E+08	5,48E+08	1,000000	0,945228
1,00E+10	3,00E+07	0,0030	0,50000	5,48E+08	7,75E+08	2,000000	1,922540
P10-30-0.5							
5,00E+10	2,00E+08	0,0040	0,50000	3,16E+09	2,00E+08	0,004000	0,000000
5,00E+10	2,00E+08	0,0040	0,50000	3,16E+09	3,16E+08	0,010000	0,003675
5,00E+10	2,00E+08	0,0040	0,50000	3,16E+09	4,47E+08	0,020000	0,011056
5,00E+10	2,00E+08	0,0040	0,50000	3,16E+09	7,07E+08	0,050000	0,035858
5,00E+10	2,00E+08	0,0040	0,50000	3,16E+09	3,16E+09	1,000000	0,936754
5,00E+10	2,00E+08	0,0040	0,50000	3,16E+09	4,47E+09	2,000000	1,910557
P50-200-0.5							
9,00E+10	5,00E+08	0,0056	0,50000	6,71E+09	5,00E+08	0,005556	0,000000
9,00E+10	5,00E+08	0,0056	0,50000	6,71E+09	6,71E+08	0,010000	0,002546
9,00E+10	5,00E+08	0,0056	0,50000	6,71E+09	9,49E+08	0,020000	0,009459
9,00E+10	5,00E+08	0,0056	0,50000	6,71E+09	1,50E+09	0,050000	0,033333
9,00E+10	5,00E+08	0,0056	0,50000	6,71E+09	6,71E+09	1,000000	0,925464
9,00E+10	5,00E+08	0,0056	0,50000	6,71E+09	9,49E+09	2,000000	1,894591
P90-500-0.5							
1,30E+11	1,00E+09	0,0077	0,50000	1,14E+10	1,00E+09	0,007692	0,000000
1,30E+11	1,00E+09	0,0077	0,50000	1,14E+10	1,14E+09	0,010000	0,001229
1,30E+11	1,00E+09	0,0077	0,50000	1,14E+10	1,61E+09	0,020000	0,007597
1,30E+11	1,00E+09	0,0077	0,50000	1,14E+10	2,55E+09	0,050000	0,030388
1,30E+11	1,00E+09	0,0077	0,50000	1,14E+10	1,14E+10	1,000000	0,912294
1,30E+11	1,00E+09	0,0077	0,50000	1,14E+10	1,61E+10	2,000000	1,875965
P130-1000-0.5							
2,10E+11	1,80E+09	0,0086	0,50000	1,94E+10	1,80E+09	0,008571	0,000000
2,10E+11	1,80E+09	0,0086	0,50000	1,94E+10	1,94E+09	0,010000	0,000742
2,10E+11	1,80E+09	0,0086	0,50000	1,94E+10	2,75E+09	0,020000	0,006907
2,10E+11	1,80E+09	0,0086	0,50000	1,94E+10	4,35E+09	0,050000	0,029298
2,10E+11	1,80E+09	0,0086	0,50000	1,94E+10	1,94E+10	1,000000	0,907418
2,10E+11	1,80E+09	0,0086	0,50000	1,94E+10	2,75E+10	2,000000	1,869069
P210-1800-0.5							
1,70E+11	1,50E+09	0,0088	0,50000	1,60E+10	1,50E+09	0,008824	0,000000
1,70E+11	1,50E+09	0,0088	0,50000	1,60E+10	1,60E+09	0,010000	0,000607
1,70E+11	1,50E+09	0,0088	0,50000	1,60E+10	2,26E+09	0,020000	0,006716
1,70E+11	1,50E+09	0,0088	0,50000	1,60E+10	3,57E+09	0,050000	0,028996
1,70E+11	1,50E+09	0,0088	0,50000	1,60E+10	1,60E+10	1,000000	0,906066
1,70E+11	1,50E+09	0,0088	0,50000	1,60E+10	2,26E+10	2,000000	1,867158
P170-1500-0.5							

Tabella_3.4

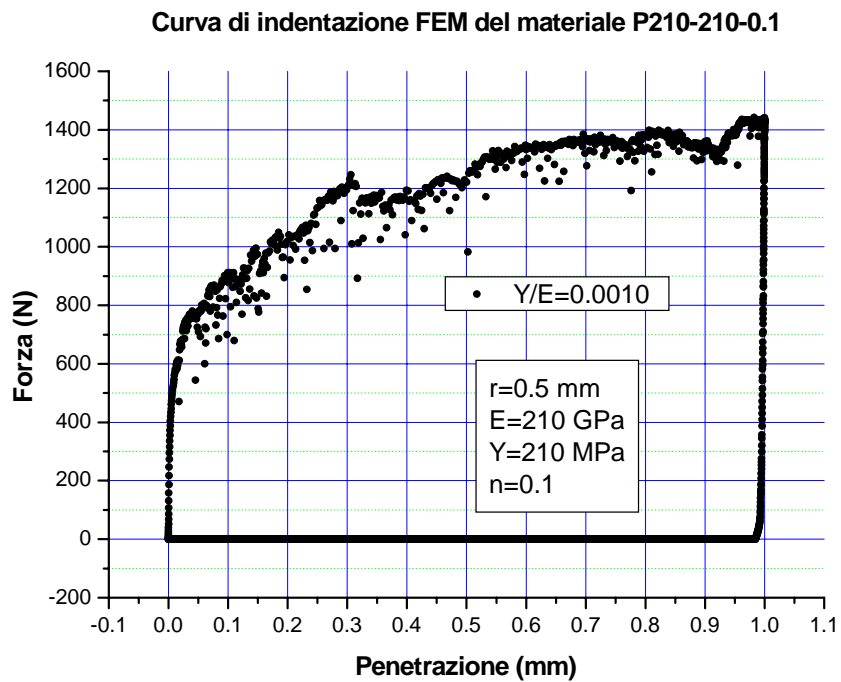
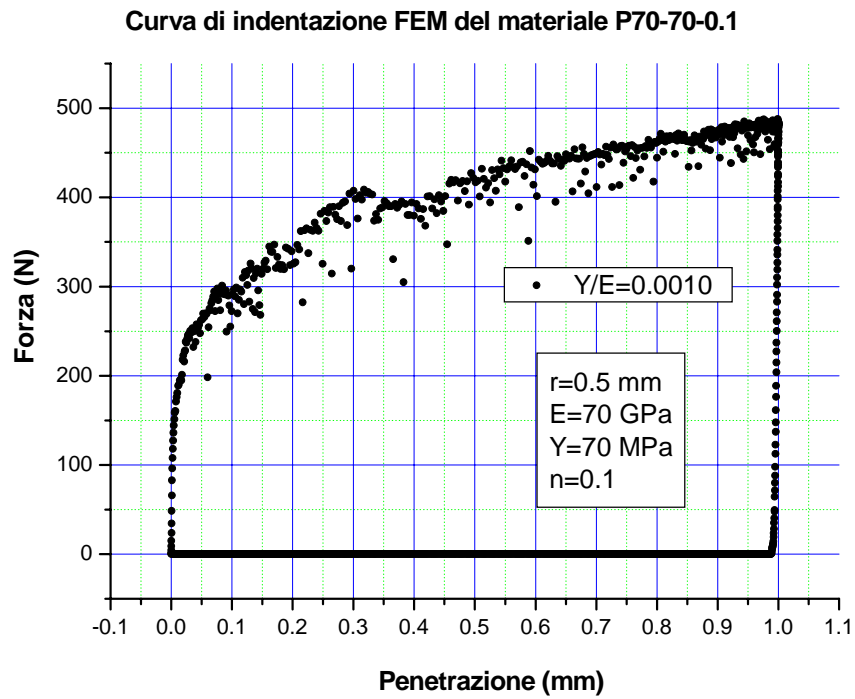
Dati utilizzati nel codice agli elementi finiti per la costruzione della base dati per i materiali con $n=0.5$

σ =Tensione vera, ε^t =Deformazione totale vera, ε^p =Deformazione plastica vera



Figura_3.4

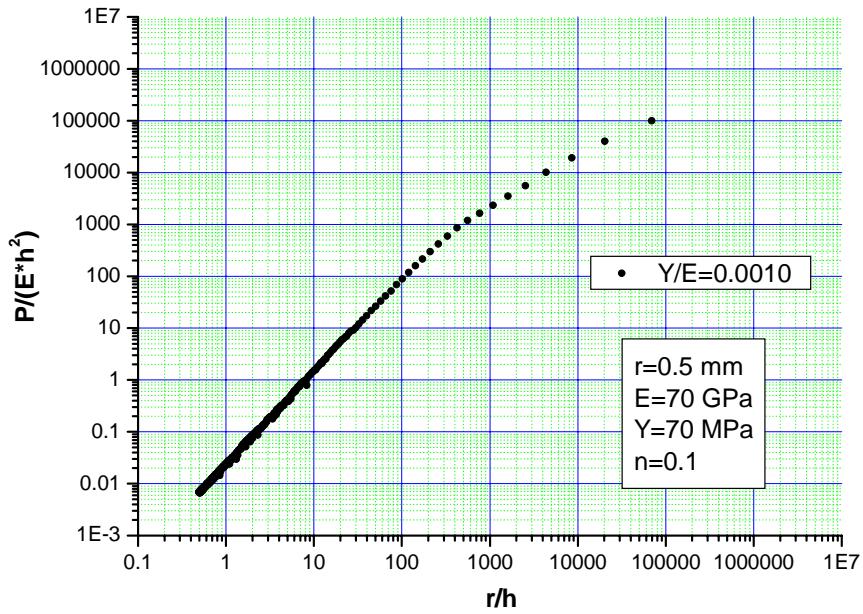
Modello FEM del processo di indentazione cilindrica. A sinistra è mostrata la configurazione indeformata a destra quella deformata



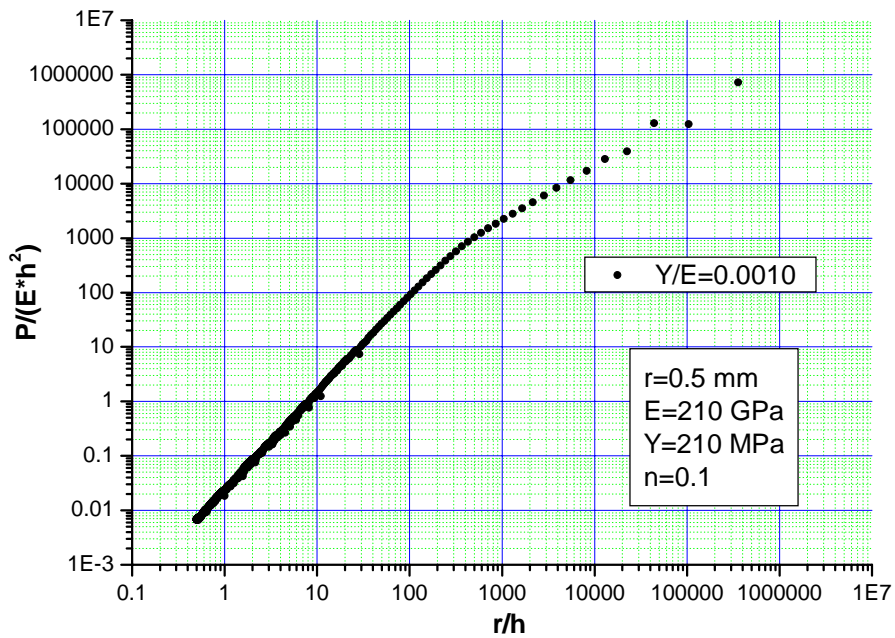
Figura_3.5a

Andamento del carico in funzione della penetrazione per due materiali con identico rapporto $\frac{\sigma_y}{E}$

Analisi dimensionale applicata al materiale P70-70-0.1



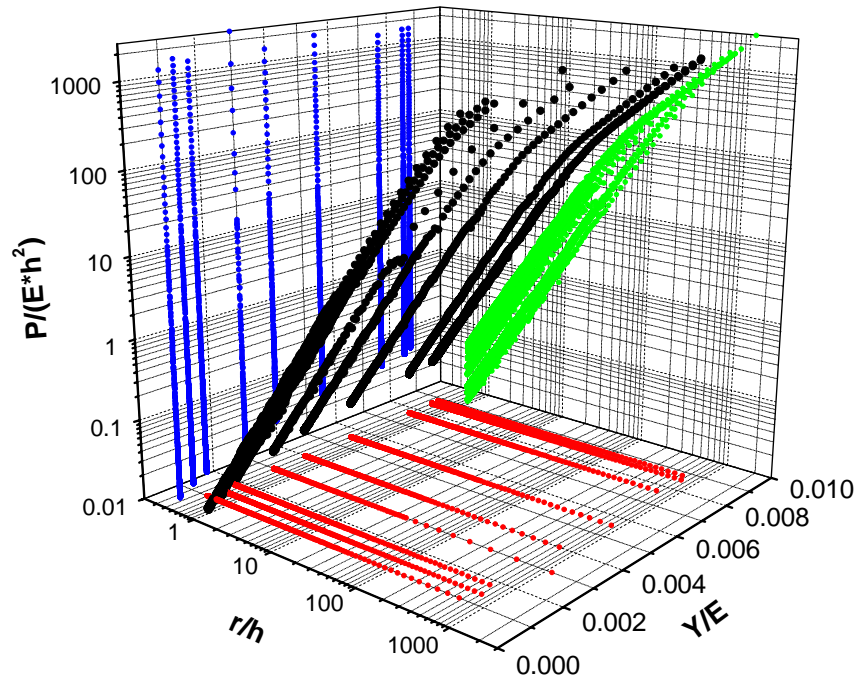
Analisi dimensionale applicata al materiale P210-210-0.1



Figura_3.5b

Andamento di $\log\left(\frac{P}{E * h^2}\right)$ in funzione di $\log\left(\frac{r}{h}\right)$ per i due materiali di figura_3.5a

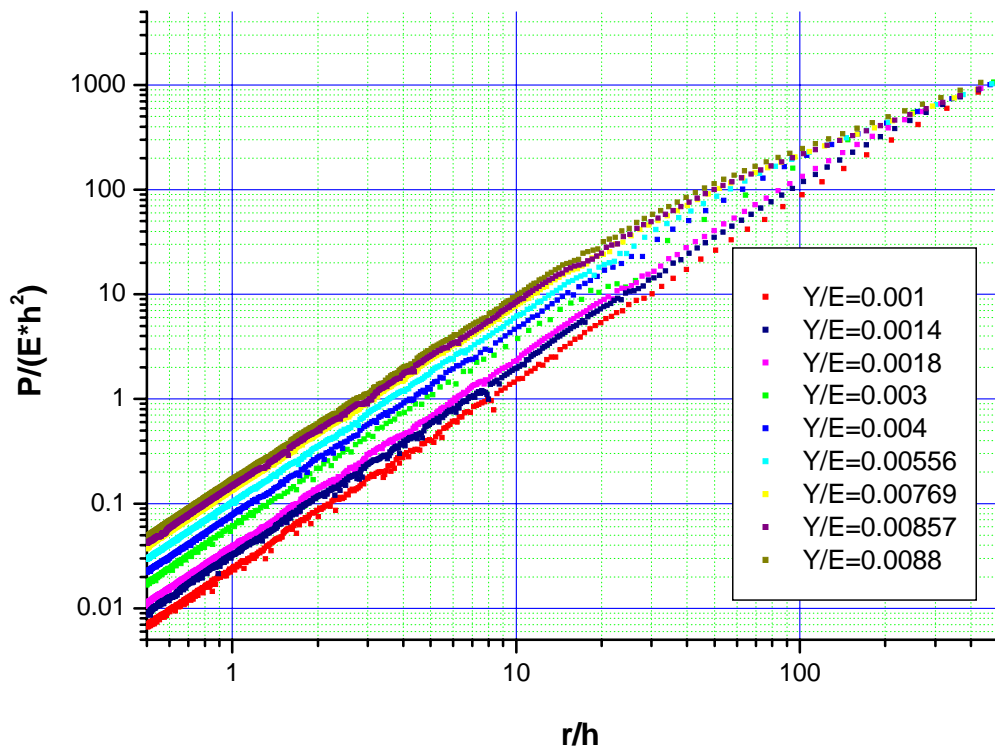
Materiali con $n=0.1$



Figura_3.6

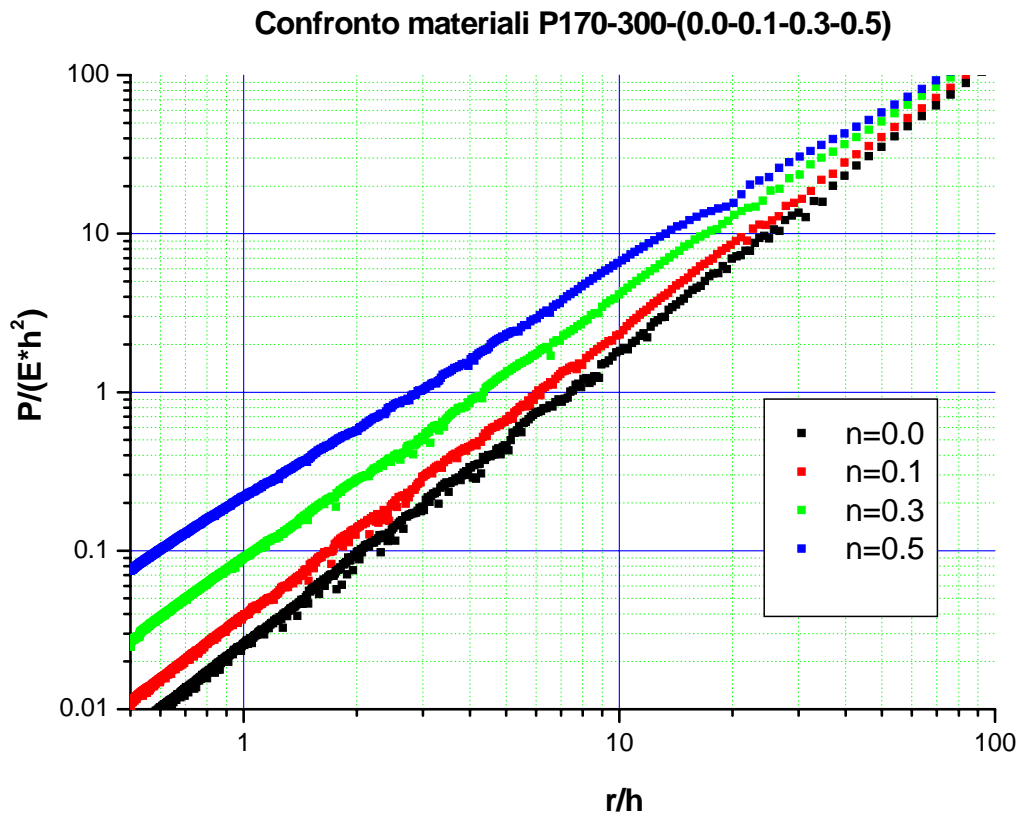
Andamento di $\log\left(\frac{P}{E \cdot h^2}\right)$ in funzione di $\log\left(\frac{r}{h}\right)$ e di $\frac{\sigma_y}{E}$ per i materiali con $n=0.1$

Materiali con n=0.1



Figura_3.7

Proiezione sul piano $\log\left(\frac{P}{E \cdot h^2}\right), \log\left(\frac{r}{h}\right)$ della superficie di figura_3.6



Intersezione delle superfici relative ai materiali P170-300-(0.0, 0.1, 0.3 e 0.5) con il piano passante per il rapporto $\frac{\sigma_y}{E} = 0.0018$

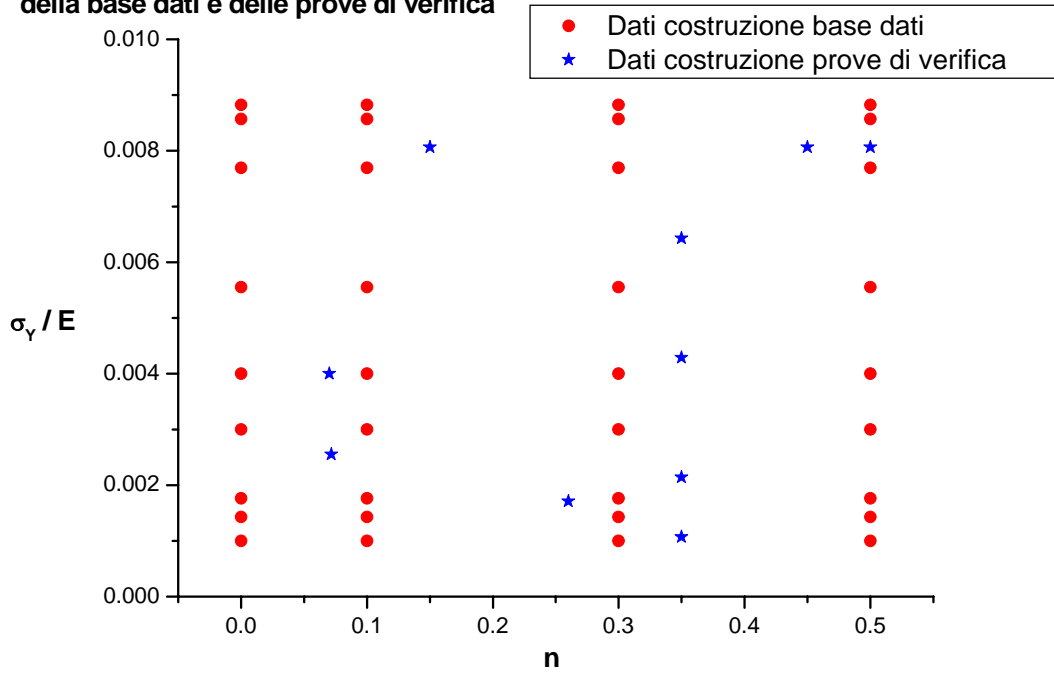
E[N/m ²]	σ _y [N/m ²]	σ _y /E	n	R[N/m ²]	σ[N/m ²]	ε ^l	ε ^p
----------------------	------------------------------------	-------------------	---	----------------------	----------------------	----------------	----------------

1,00E+10	4,00E+07	0,0040	0,07000	5,89E+07	4,00E+07	0,004000	0,000000
1,00E+10	4,00E+07	0,0040	0,07000	5,89E+07	4,26E+07	0,010000	0,005735
1,00E+10	4,00E+07	0,0040	0,07000	5,89E+07	4,48E+07	0,020000	0,015523
1,00E+10	4,00E+07	0,0040	0,07000	5,89E+07	4,77E+07	0,050000	0,045226
1,00E+10	4,00E+07	0,0040	0,07000	5,89E+07	5,89E+07	1,000000	0,994113
1,00E+10	4,00E+07	0,0040	0,07000	5,89E+07	6,18E+07	2,000000	1,993820
P10-40-0.07							
2,05E+11	5,23E+08	0,0026	0,07168	8,02E+08	5,23E+08	0,002551	0,000000
2,05E+11	5,23E+08	0,0026	0,07168	8,02E+08	5,77E+08	0,010000	0,007186
2,05E+11	5,23E+08	0,0026	0,07168	8,02E+08	6,06E+08	0,020000	0,017043
2,05E+11	5,23E+08	0,0026	0,07168	8,02E+08	6,47E+08	0,050000	0,046842
2,05E+11	5,23E+08	0,0026	0,07168	8,02E+08	8,02E+08	1,000000	0,996086
2,05E+11	5,23E+08	0,0026	0,07168	8,02E+08	8,43E+08	2,000000	1,995887
P205-523-0.07168							
1,55E+10	1,25E+08	0,0081	0,15000	2,58E+08	1,25E+08	0,008065	0,000000
1,55E+10	1,25E+08	0,0081	0,15000	2,58E+08	1,29E+08	0,010000	0,001671
1,55E+10	1,25E+08	0,0081	0,15000	2,58E+08	1,43E+08	0,020000	0,010758
1,55E+10	1,25E+08	0,0081	0,15000	2,58E+08	1,64E+08	0,050000	0,039397
1,55E+10	1,25E+08	0,0081	0,15000	2,58E+08	2,58E+08	1,000000	0,983382
1,55E+10	1,25E+08	0,0081	0,15000	2,58E+08	2,86E+08	2,000000	1,981561
P15.5-125-0.15							
7,00E+10	1,20E+08	0,0017	0,26000	6,29E+08	1,20E+08	0,001714	0,000000
7,00E+10	1,20E+08	0,0017	0,26000	6,29E+08	2,11E+08	0,015000	0,011987
7,00E+10	1,20E+08	0,0017	0,26000	6,29E+08	2,27E+08	0,020000	0,016753
7,00E+10	1,20E+08	0,0017	0,26000	6,29E+08	2,88E+08	0,050000	0,045879
7,00E+10	1,20E+08	0,0017	0,26000	6,29E+08	6,29E+08	1,000000	0,991021
7,00E+10	1,20E+08	0,0017	0,26000	6,29E+08	7,53E+08	2,000000	1,989248
P70-120-0.26							
1,40E+10	1,50E+07	0,0011	0,35000	1,64E+08	1,50E+07	0,001071	0,000000
1,40E+10	1,50E+07	0,0011	0,35000	1,64E+08	3,28E+07	0,010000	0,007659
1,40E+10	1,50E+07	0,0011	0,35000	1,64E+08	4,18E+07	0,020000	0,017016
1,40E+10	1,50E+07	0,0011	0,35000	1,64E+08	5,76E+07	0,050000	0,045887
1,40E+10	1,50E+07	0,0011	0,35000	1,64E+08	1,64E+08	1,000000	0,988265
1,40E+10	1,50E+07	0,0011	0,35000	1,64E+08	2,09E+08	2,000000	1,985043
P14-15-0.35							
1,40E+10	3,00E+07	0,0021	0,35000	2,58E+08	3,00E+07	0,002143	0,000000
1,40E+10	3,00E+07	0,0021	0,35000	2,58E+08	5,14E+07	0,010000	0,006326
1,40E+10	3,00E+07	0,0021	0,35000	2,58E+08	6,56E+07	0,020000	0,015317
1,40E+10	3,00E+07	0,0021	0,35000	2,58E+08	9,03E+07	0,050000	0,043547
1,40E+10	3,00E+07	0,0021	0,35000	2,58E+08	2,58E+08	1,000000	0,981586
1,40E+10	3,00E+07	0,0021	0,35000	2,58E+08	3,29E+08	2,000000	1,976530
P14-30-0.35							
1,40E+10	6,00E+07	0,0043	0,35000	4,05E+08	6,00E+07	0,004286	0,000000
1,40E+10	6,00E+07	0,0043	0,35000	4,05E+08	8,07E+07	0,010000	0,004235
1,40E+10	6,00E+07	0,0043	0,35000	4,05E+08	1,03E+08	0,020000	0,012652
1,40E+10	6,00E+07	0,0043	0,35000	4,05E+08	1,42E+08	0,050000	0,039874
1,40E+10	6,00E+07	0,0043	0,35000	4,05E+08	4,05E+08	1,000000	0,971106
1,40E+10	6,00E+07	0,0043	0,35000	4,05E+08	5,16E+08	2,000000	1,963172
P14-60-0.35							
1,40E+10	9,00E+07	0,0064	0,35000	5,27E+08	9,00E+07	0,006429	0,000000
1,40E+10	9,00E+07	0,0064	0,35000	5,27E+08	1,05E+08	0,010000	0,002496
1,40E+10	9,00E+07	0,0064	0,35000	5,27E+08	1,34E+08	0,020000	0,010436
1,40E+10	9,00E+07	0,0064	0,35000	5,27E+08	1,85E+08	0,050000	0,036820
1,40E+10	9,00E+07	0,0064	0,35000	5,27E+08	5,27E+08	1,000000	0,962393
1,40E+10	9,00E+07	0,0064	0,35000	5,27E+08	6,71E+08	2,000000	1,952067
P14-90-0.35							
1,55E+10	1,25E+08	0,0081	0,45000	1,09E+09	1,25E+08	0,008065	0,000000
1,55E+10	1,25E+08	0,0081	0,45000	1,09E+09	1,38E+08	0,010000	0,001116
1,55E+10	1,25E+08	0,0081	0,45000	1,09E+09	1,88E+08	0,020000	0,007864
1,55E+10	1,25E+08	0,0081	0,45000	1,09E+09	2,84E+08	0,050000	0,031670
1,55E+10	1,25E+08	0,0081	0,45000	1,09E+09	1,09E+09	1,000000	0,929430
1,55E+10	1,25E+08	0,0081	0,45000	1,09E+09	1,49E+09	2,000000	1,903599
P15.5-125-0.45							
1,55E+10	1,25E+08	0,0081	0,50000	1,39E+09	1,25E+08	0,008065	0,000000
1,55E+10	1,25E+08	0,0081	0,50000	1,39E+09	1,39E+08	0,010000	0,001020
1,55E+10	1,25E+08	0,0081	0,50000	1,39E+09	1,97E+08	0,020000	0,007300
1,55E+10	1,25E+08	0,0081	0,50000	1,39E+09	3,11E+08	0,050000	0,029920
1,55E+10	1,25E+08	0,0081	0,50000	1,39E+09	1,39E+09	1,000000	0,910197
1,55E+10	1,25E+08	0,0081	0,50000	1,39E+09	1,97E+09	2,000000	1,873000
P15.5-125-0.5							

Tabella 3.5

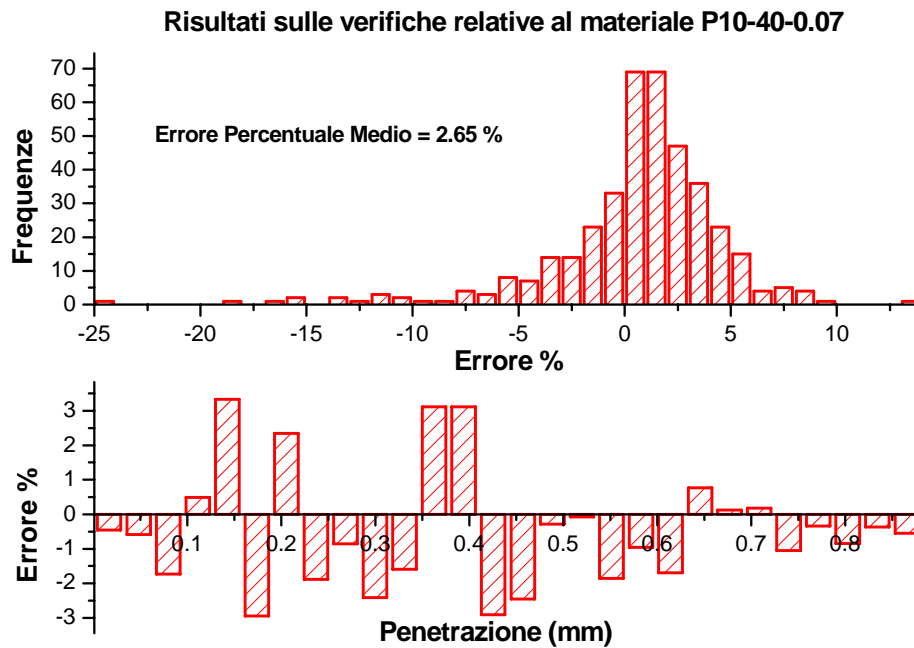
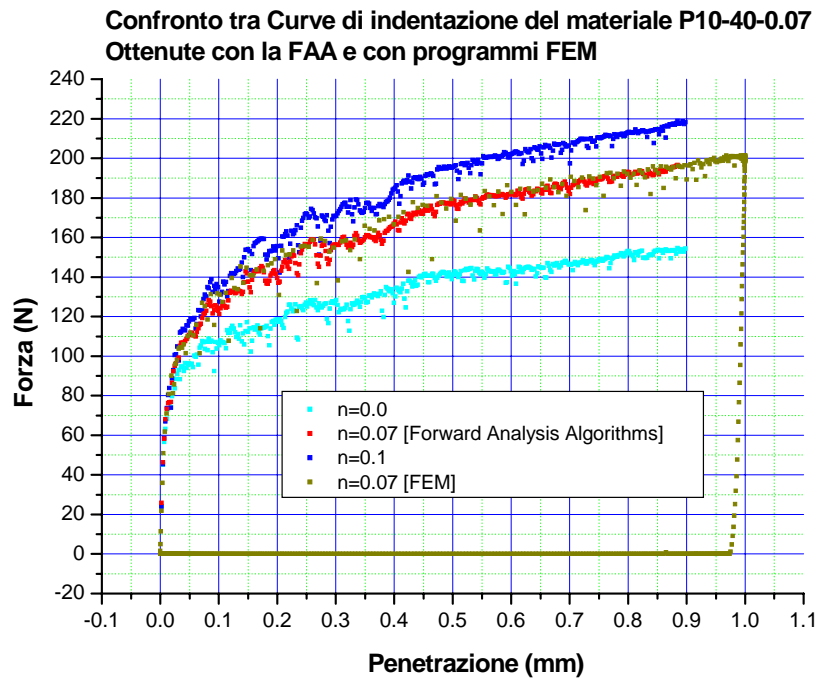
Dati utilizzati nel codice agli elementi finiti per la costruzione delle prove di verifica
 σ = Tensione vera, ε^t = Deformazione totale vera, ε^p = Deformazione plastica vera

Dati utilizzati nel codice agli elementi finiti per la costruzione della base dati e delle prove di verifica

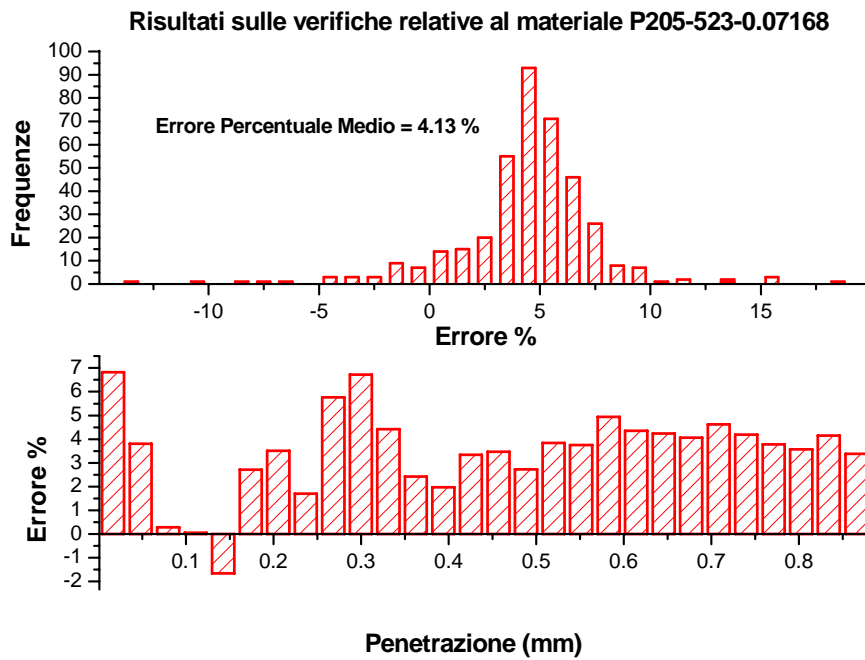
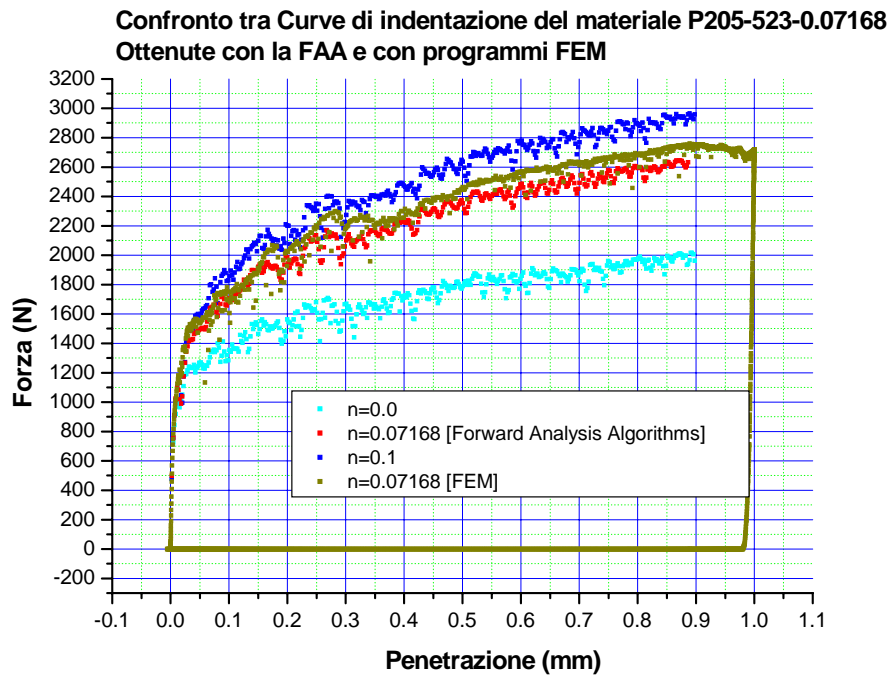


Figura_3.9

Materiali utilizzati per la costruzione della base dati e delle prove di verifica

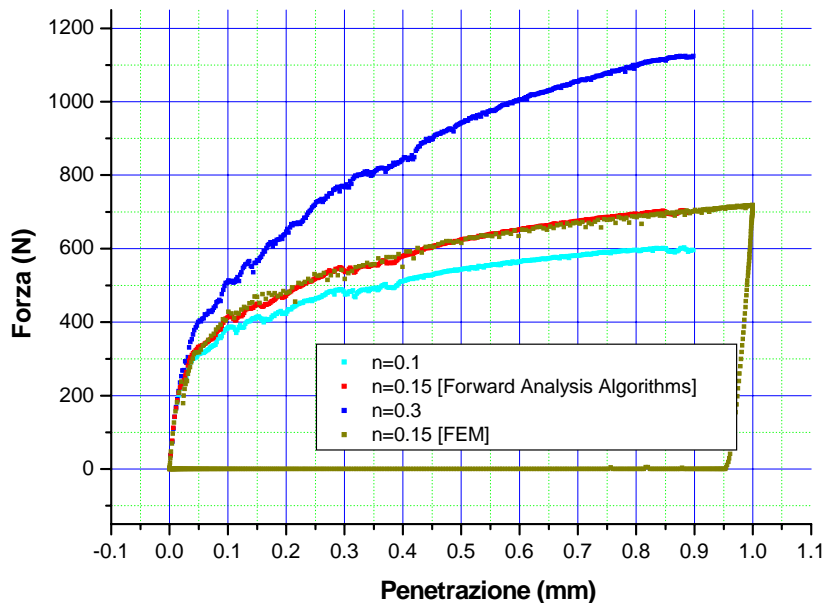


Figura_3.10a
Confronto con i risultati ottenuti con l' algoritmo diretto e con il codice agli elementi finiti

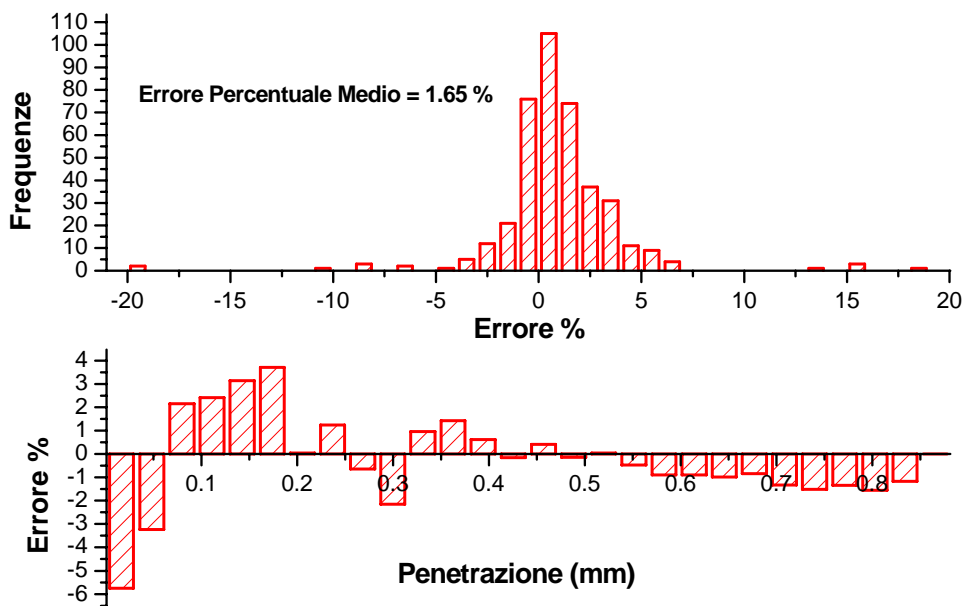


Figura_3.10b
Confronto con i risultati ottenuti con l' algoritmo diretto e con il codice agli elementi finiti

**Confronto tra Curve di indenzazione del materiale P15.5-125-0.15
Ottenute con la FAA e con programmi FEM**

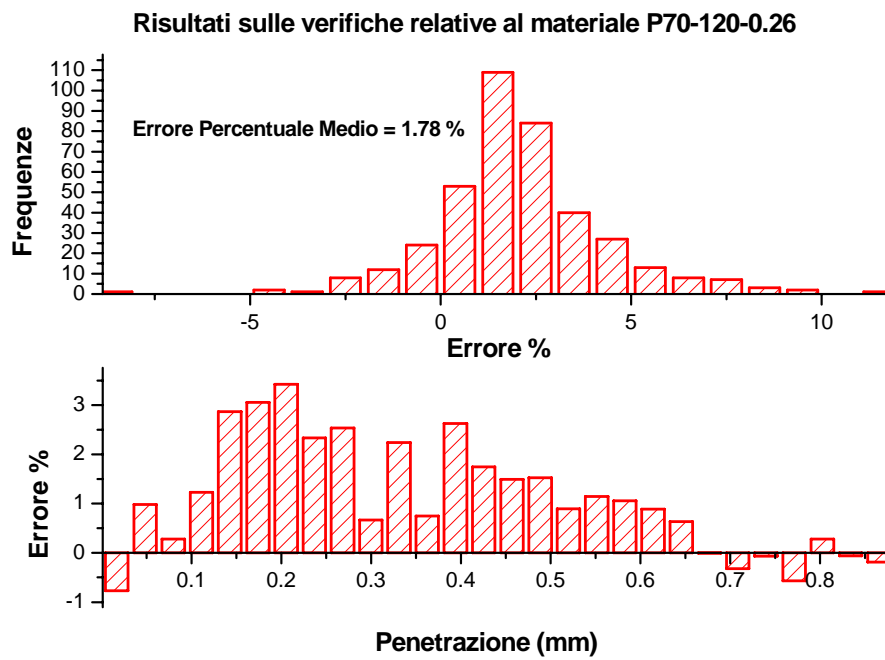
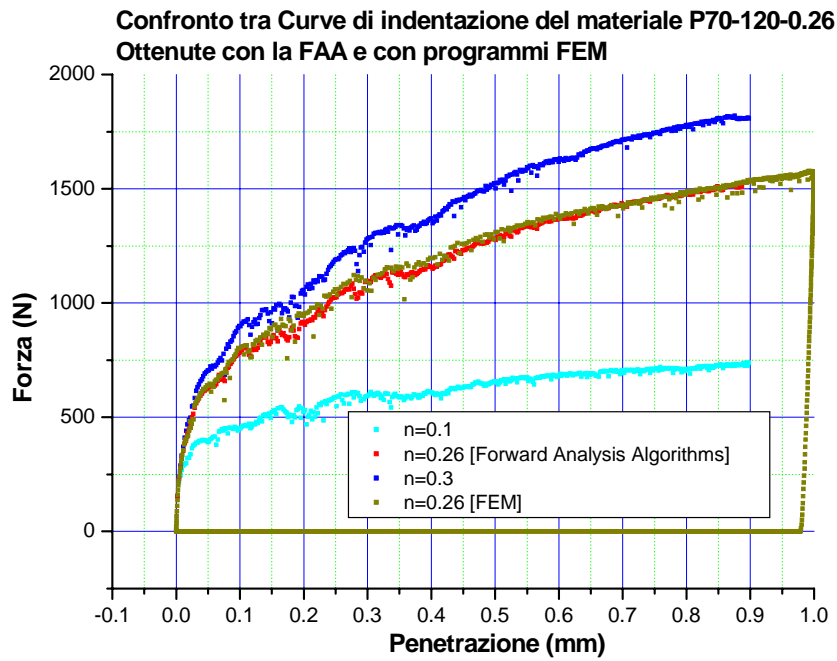


Risultati sulle verifiche relative al materiale P15.5-125-0.15

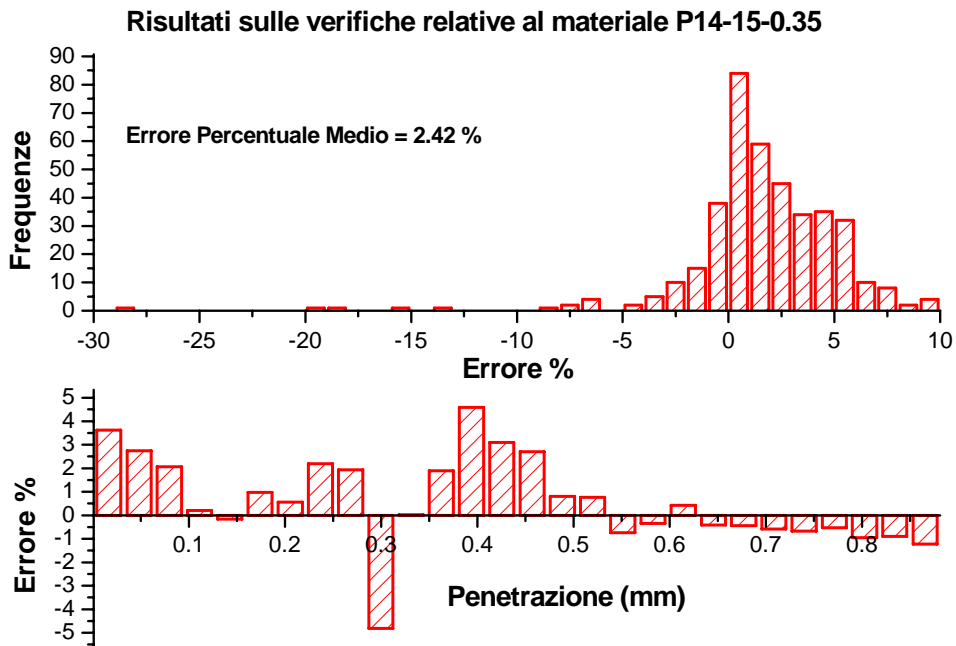
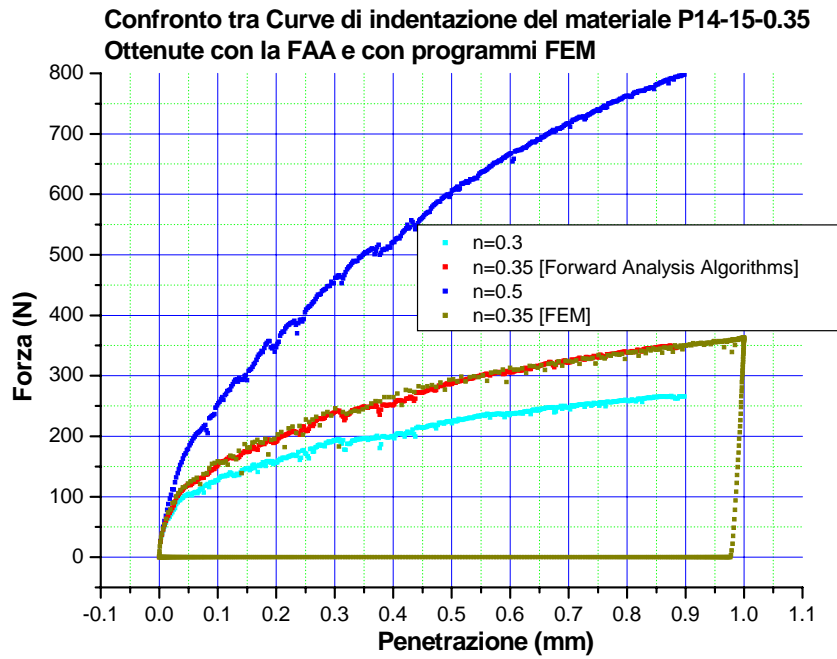


Figura_3.10c

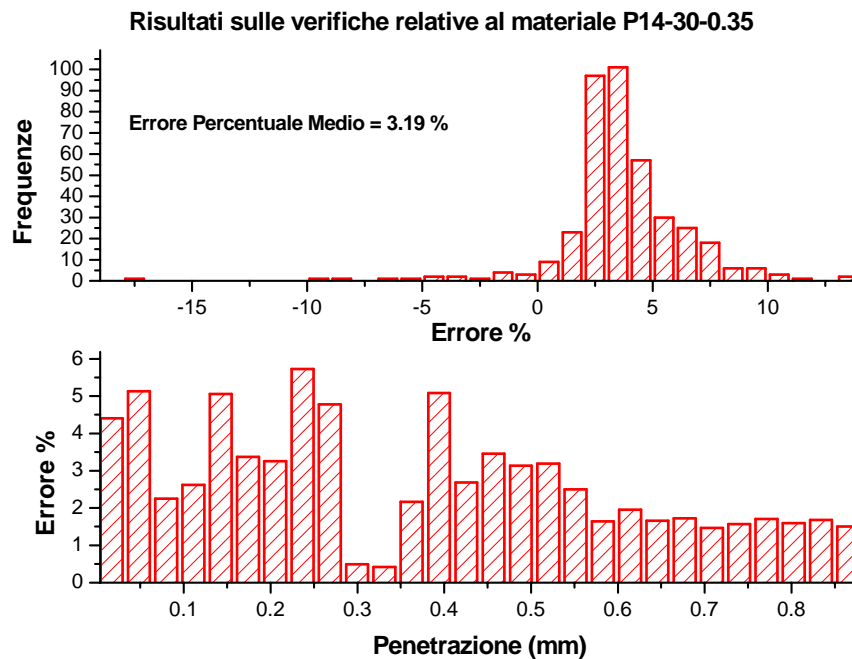
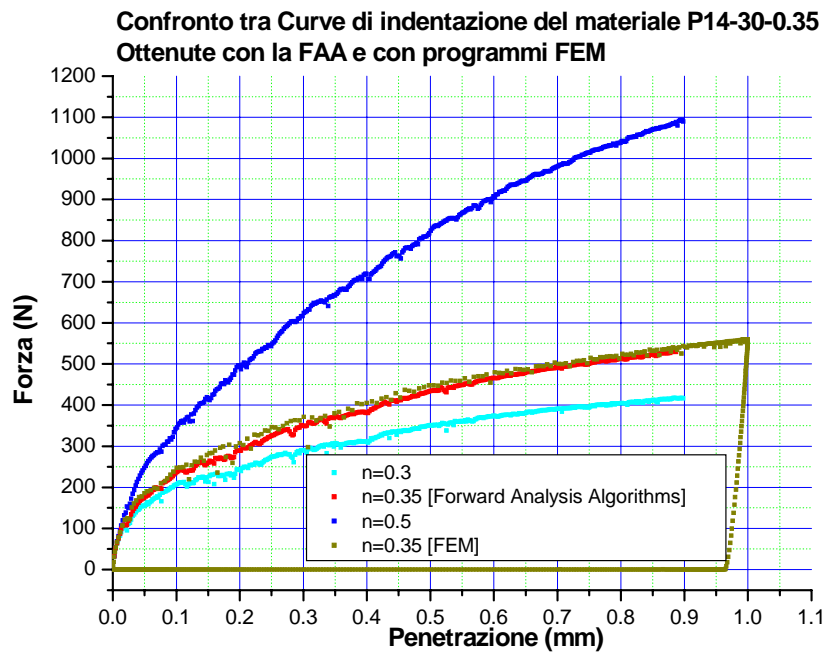
Confronto con i risultati ottenuti con l'algoritmo diretto e con il codice agli elementi finiti



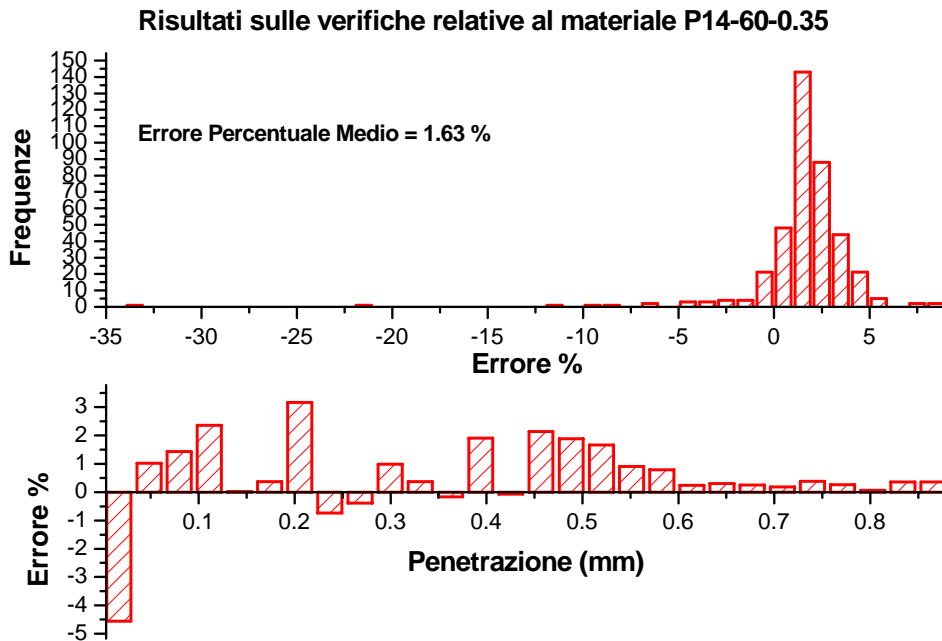
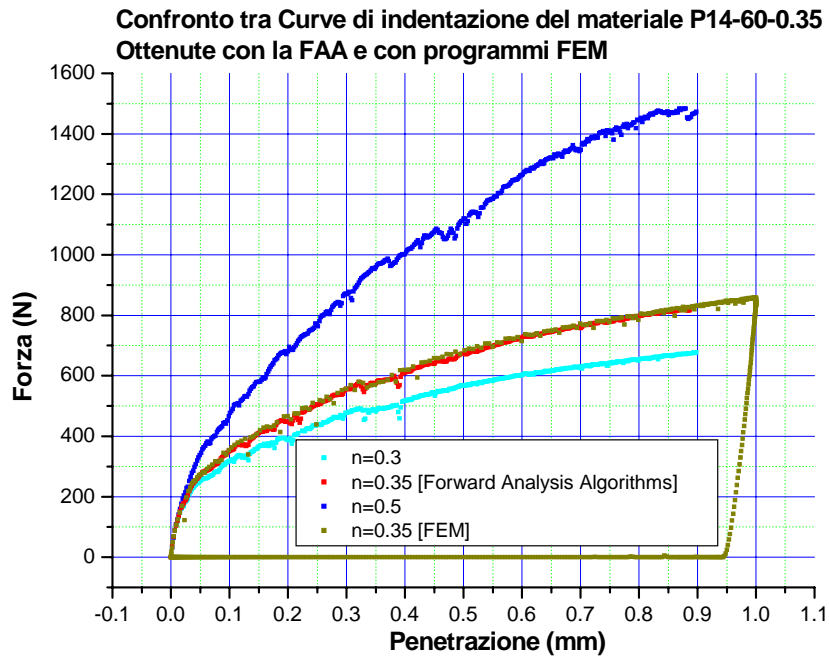
Figura_3.10d
Confronto con i risultati ottenuti con l'algoritmo diretto e con il codice agli elementi finiti



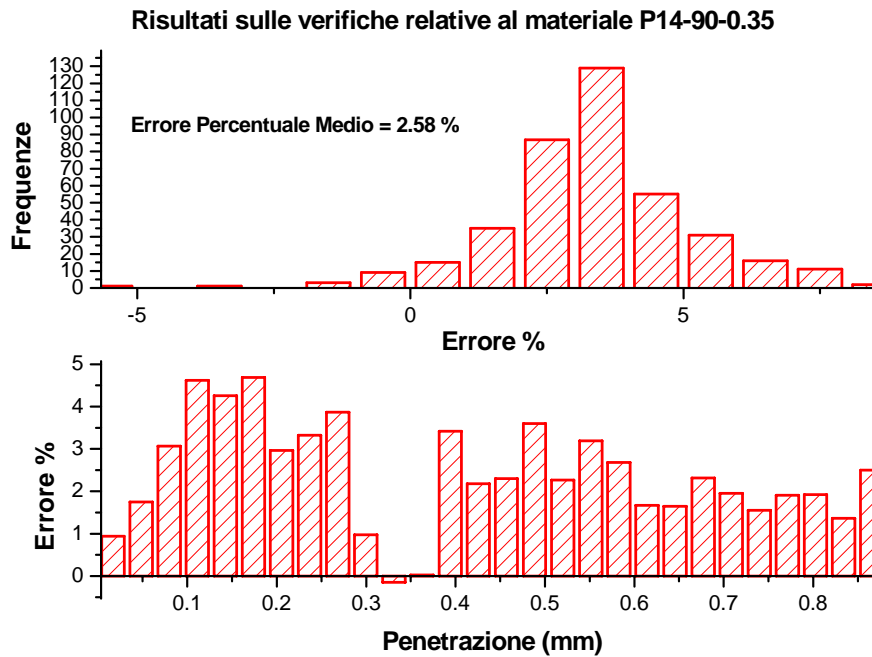
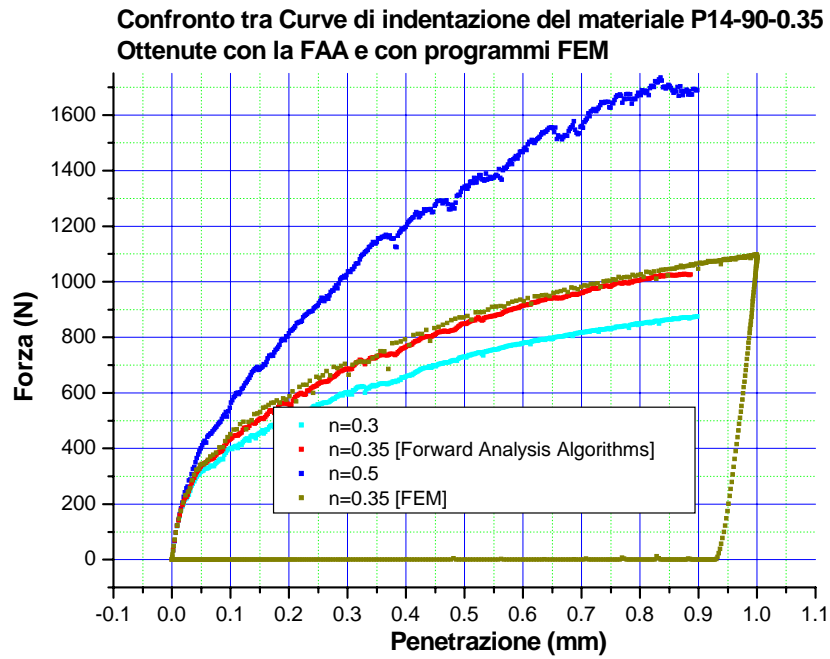
Figura_3.10e
Confronto con i risultati ottenuti con l'algoritmo diretto e con il codice agli elementi finiti



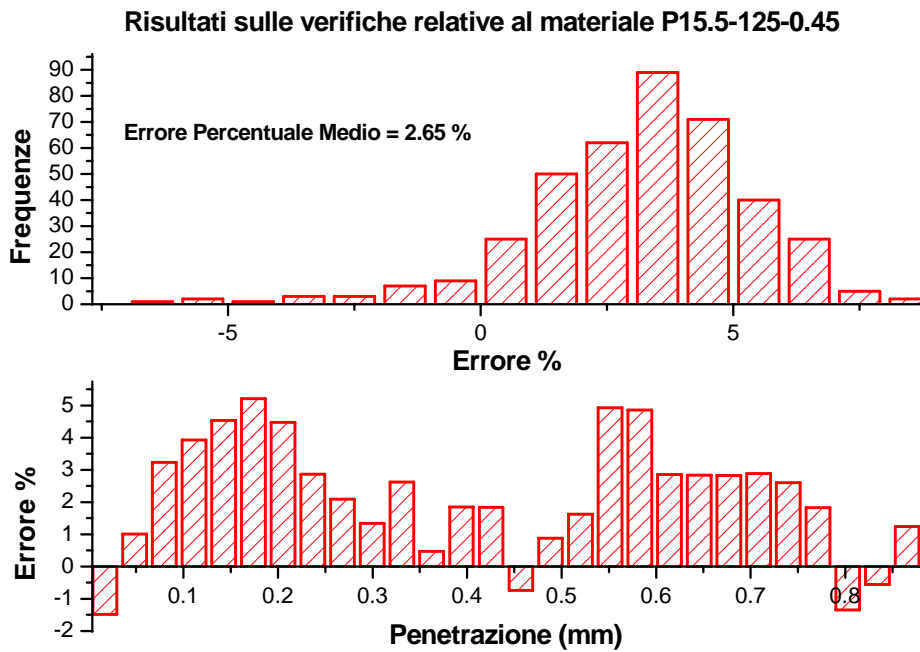
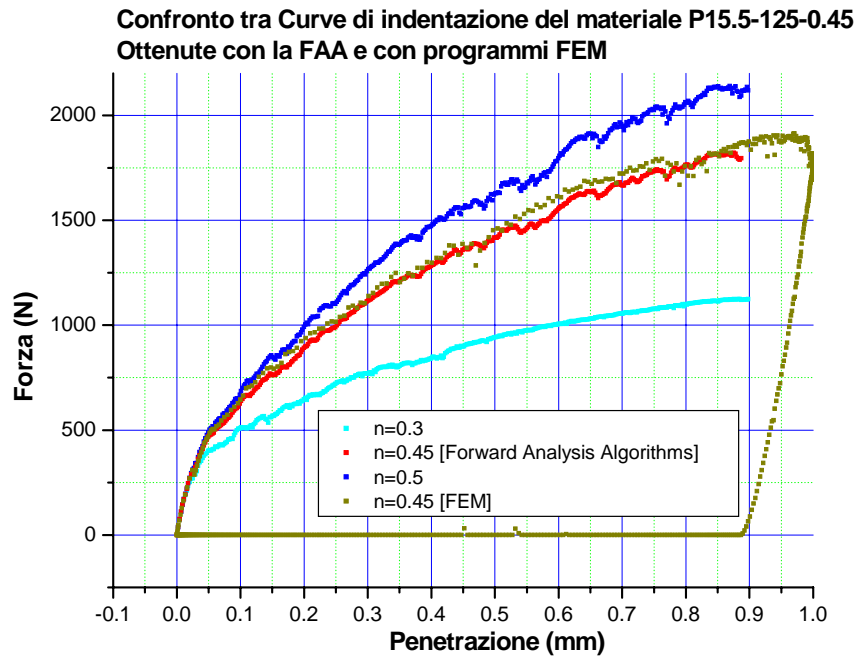
Figura_3.10f
Confronto con i risultati ottenuti con l'algorithmo diretto e con il codice agli elementi finiti



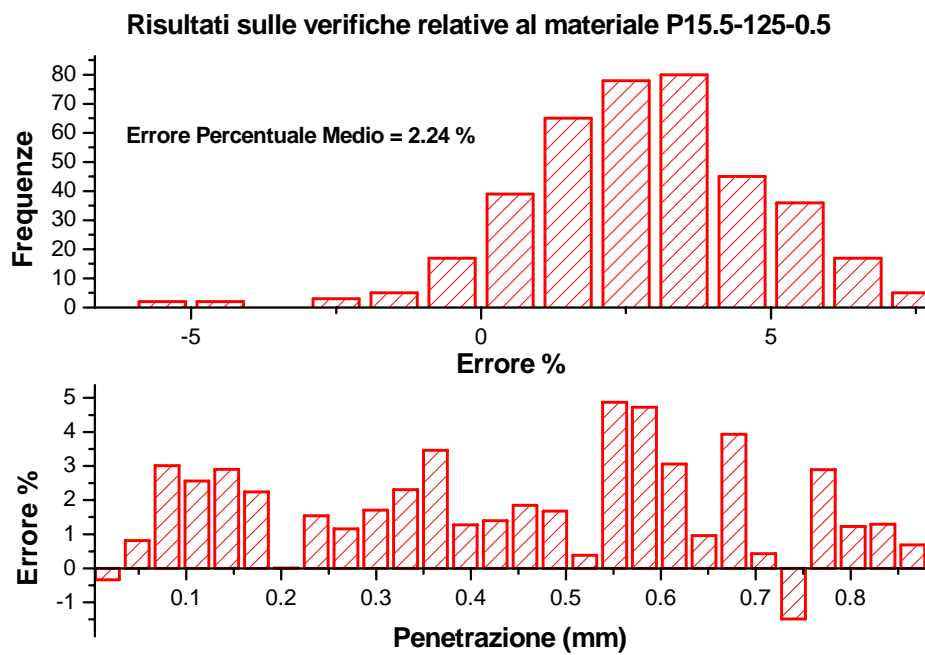
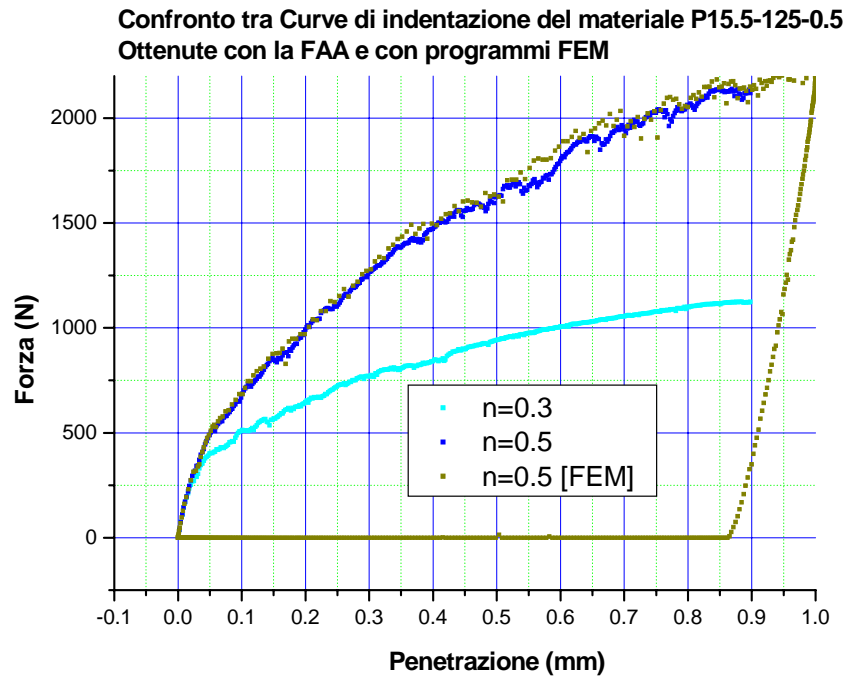
Figura_3.10g
 Confronto con i risultati ottenuti con l'algoritmo diretto e con il codice agli elementi finiti



Figura_3.10h
 Confronto con i risultati ottenuti con l'algoritmo diretto e con il codice agli elementi finiti



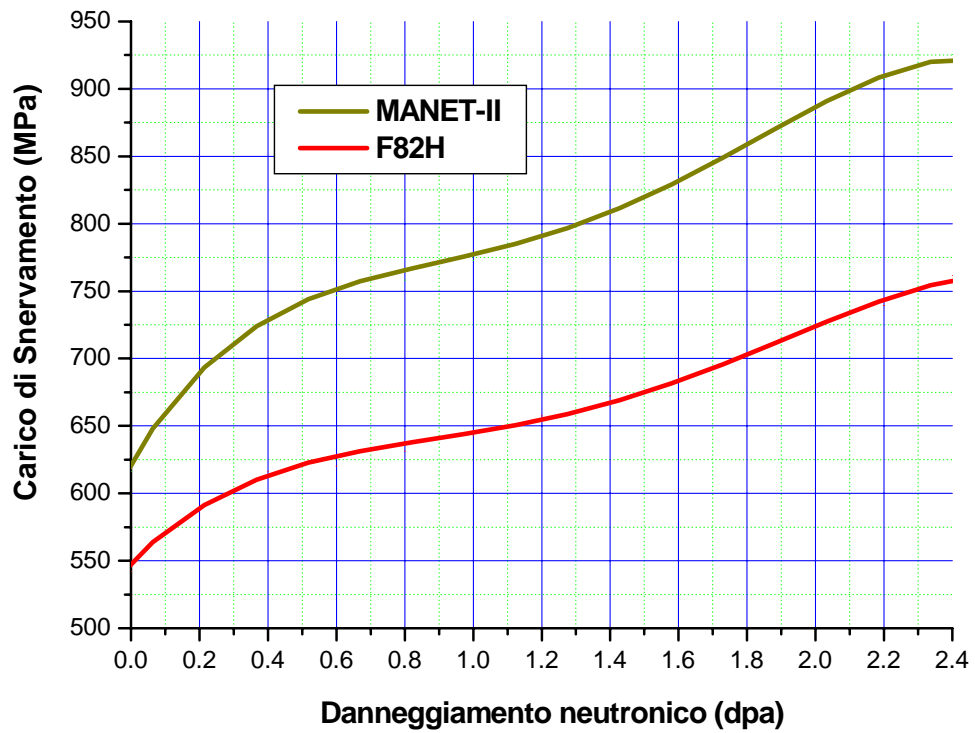
Figura_3.10i
Confronto con i risultati ottenuti con l'algoritmo diretto e con il codice agli elementi finiti



Figura_3.101

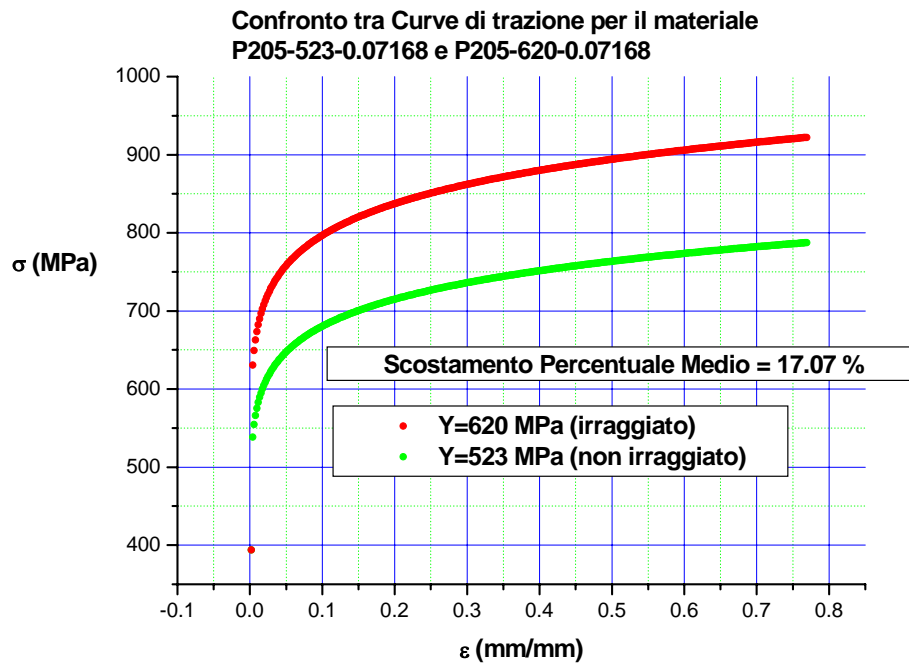
Confronto con i risultati ottenuti con l' algoritmo diretto e con il codice agli elementi finiti

Variazione del carico di snervamento in funzione del danneggiamento neutronico per gli acciai F82H e MANET-II



Figura_3.11

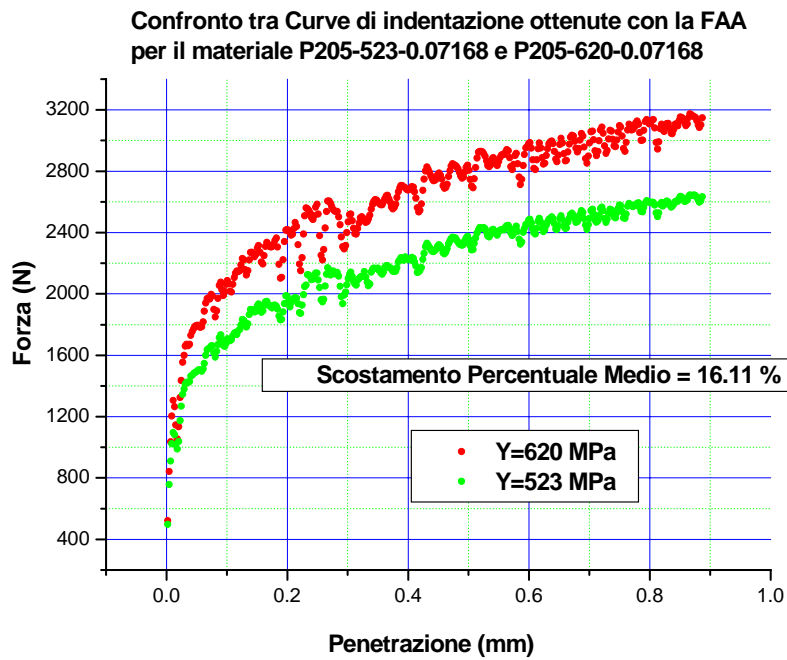
Variazione del carico di snervamento in funzione del danneggiamento neutronico



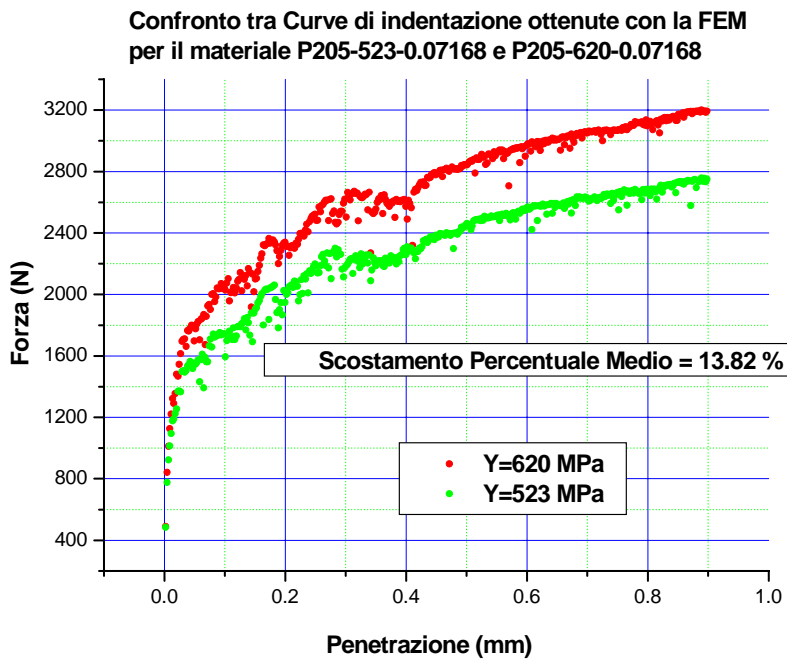
Figura_3.12
Curve di trazione relative all'acciaio F82H irraggiato e non irraggiato

E[N/m ²]	σ_y [N/m ²]	σ_y/E	n	R[N/m ²]	σ [N/m ²]	ε^t	ε^p
2,05E+11	5,23E+08	0,0026	0,07168	8,02E+08	5,23E+08	0,002551	0,000000
2,05E+11	5,23E+08	0,0026	0,07168	8,02E+08	5,77E+08	0,010000	0,007186
2,05E+11	5,23E+08	0,0026	0,07168	8,02E+08	6,06E+08	0,020000	0,017043
2,05E+11	5,23E+08	0,0026	0,07168	8,02E+08	6,47E+08	0,050000	0,046842
2,05E+11	5,23E+08	0,0026	0,07168	8,02E+08	8,02E+08	1,000000	0,996086
2,05E+11	5,23E+08	0,0026	0,07168	8,02E+08	8,43E+08	2,000000	1,995887
205-523-0.07168							
2,05E+11	6,20E+08	0,0030	0,07168	9,40E+08	6,20E+08	0,003024	0,000000
2,05E+11	6,20E+08	0,0030	0,07168	9,40E+08	7,10E+08	0,020000	0,016537
2,05E+11	6,20E+08	0,0030	0,07168	9,40E+08	7,31E+08	0,030000	0,026435
2,05E+11	6,20E+08	0,0030	0,07168	9,40E+08	7,58E+08	0,050000	0,046302
2,05E+11	6,20E+08	0,0030	0,07168	9,40E+08	9,40E+08	1,000000	0,995416
2,05E+11	6,20E+08	0,0030	0,07168	9,40E+08	9,88E+08	2,000000	1,995183
205-620-0.07168							

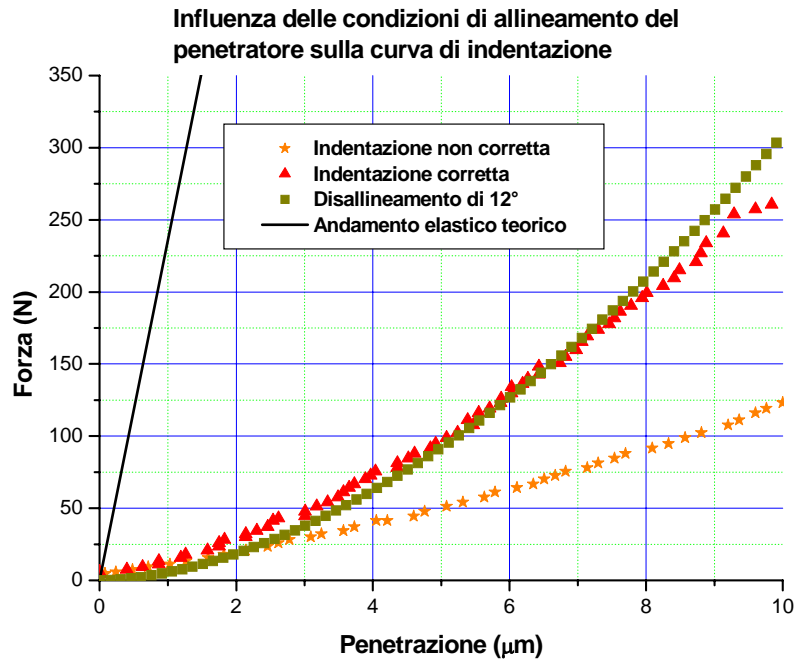
Tabella_3.6
Dati utilizzati nel codice agli elementi finiti per la costruzione delle prove di verifica
 σ = Tensione vera, ε^t = Deformazione totale vera, ε^p = Deformazione plastica vera



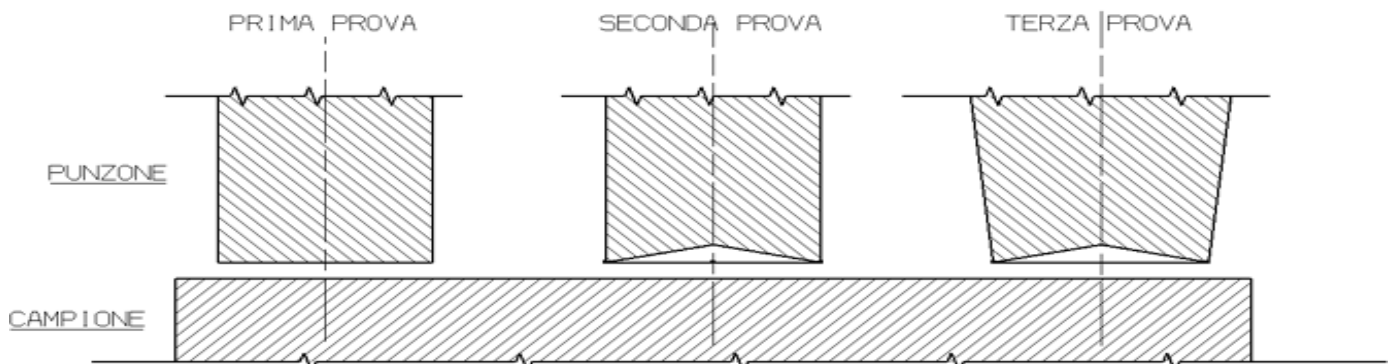
Figura_3.13
Curve carico–penetrazione ottenute con il codice FAA (Forward Analysis Algorithms)



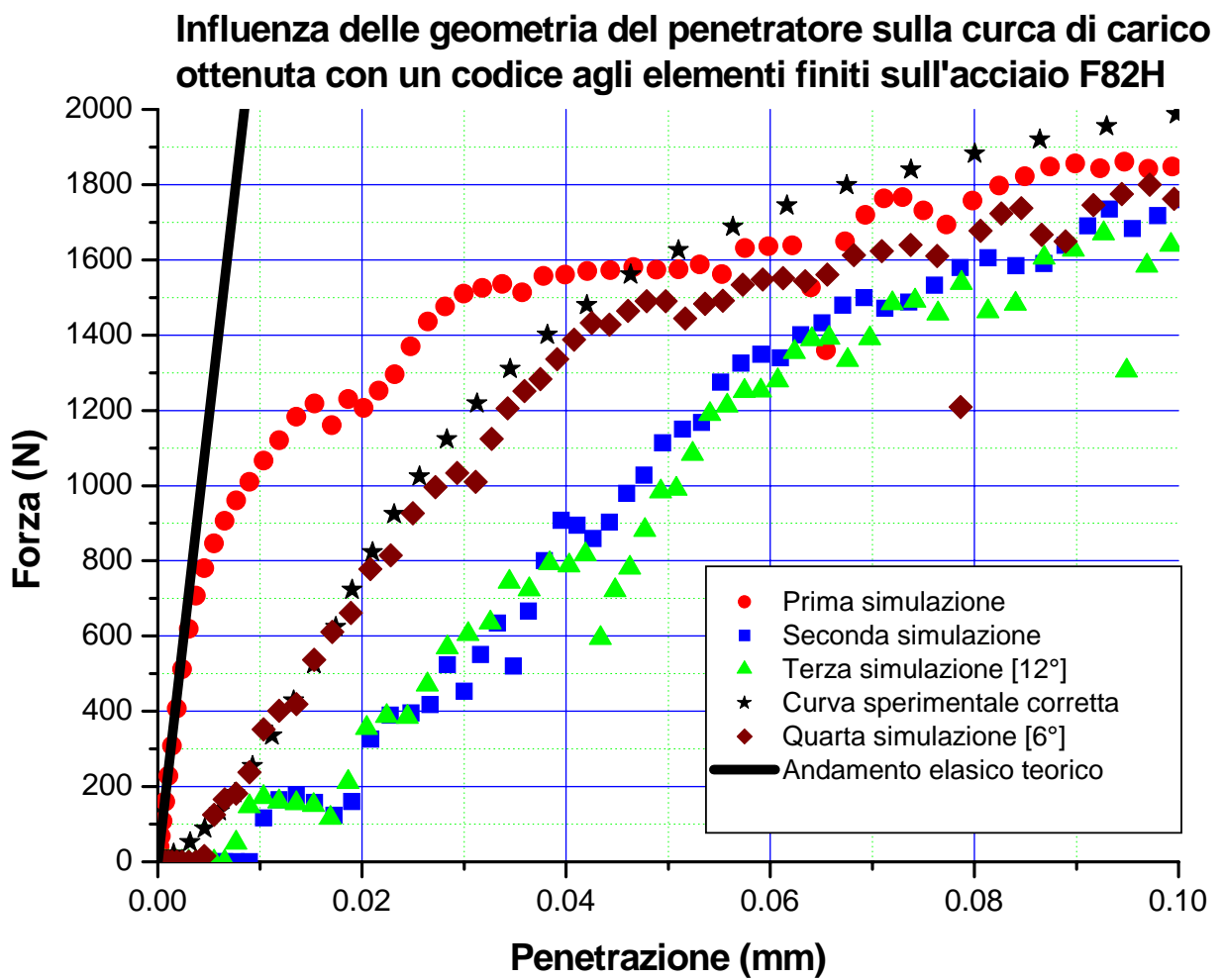
Figura_3.14
Curve carico–penetrazione ottenute con il codice FEM (Finite Element Method)



Figura_3.15
Influenza delle condizioni di allineamento del penetratore sulla curva di indentazione

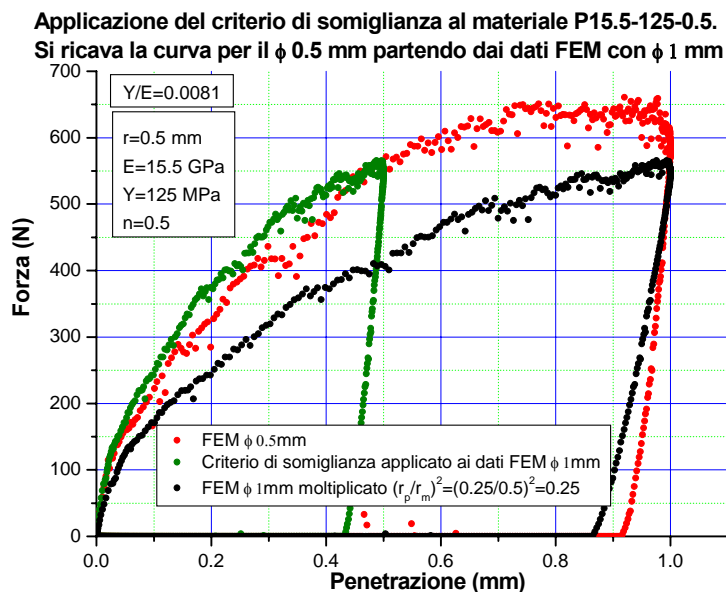


Figura_3.16
Simulazione di errori geometrici della punta indentatrice



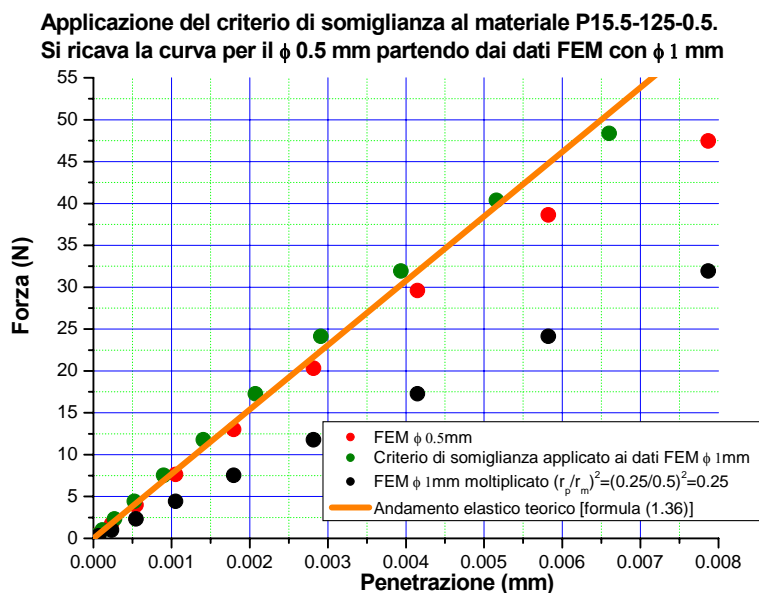
Figura_3.17

Influenza della geometria del penetratore sulla curva di carico ottenuta con un codice agli elementi finiti sull'acciaio F82H



Figura_3.18a

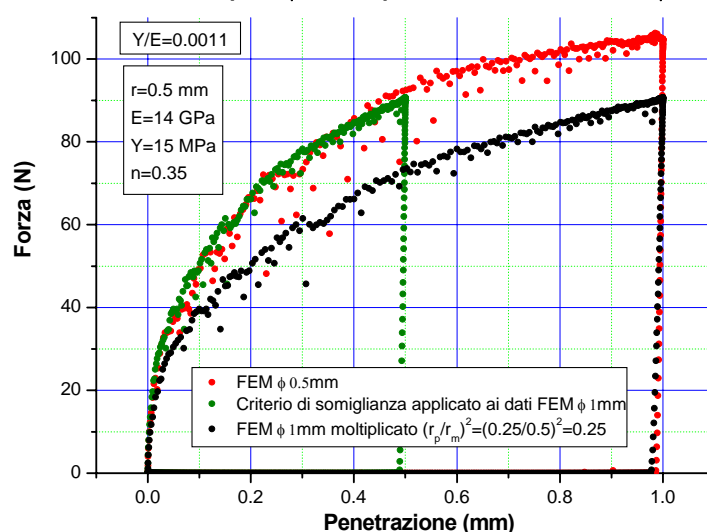
Criterio di somiglianza applicato ad un processo di indentazione svolto sullo stesso materiale. Dai dati di indentazione relativi ad un punzone con ϕ 1mm imponendo una penetrazione di 1mm si è determinata applicando il criterio di somiglianza l'indentazione relativa ad un punzone con ϕ 0.5mm (curva in verde). La curva in rosso è il risultato FEM per un punzone con ϕ 0.5mm imponendo una penetrazione di 1mm. La curva nera è ricavata moltiplicando semplicemente la curva di indentazione FEM con un punzone con ϕ 1mm per 0.25 (rapporto del quadrato dei raggi) che costituisce una procedura non corretta



Figura_3.18b

Ingrandimento della prima fase di indentazione dell'esempio di figura_3.18a. Gli andamenti relativi alla curva FEM con un punzone con ϕ 0.5mm e quello ricavato applicando il criterio di somiglianza sposano bene l'andamento teorico. L'andamento ricavato da una curva FEM con un punzone con ϕ 1mm dividendola per 0.25 (rapporto del quadrato dei raggi) invece si discosta dall'andamento teorico

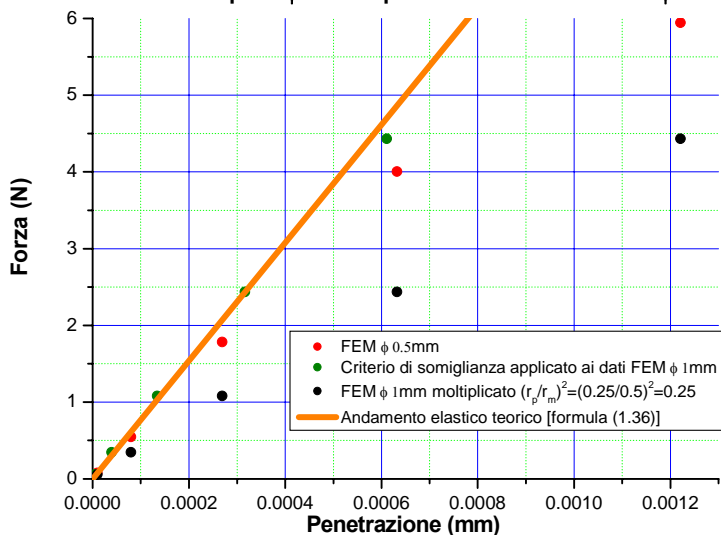
Applicazione del criterio di somiglianza al materiale P14-15-0.35.
Si ricava la curva per il ϕ 0.5 mm partendo dai dati FEM con ϕ 1 mm



Figura_3.19a

Criterio di somiglianza applicato ad un processo di indentazione svolto sullo stesso materiale. Dai dati di indentazione relativi ad un punzone con ϕ 1mm imponendo una penetrazione di 1mm si è determinata applicando il criterio di somiglianza l'indentazione relativa ad un punzone con ϕ 0.5mm (curva in verde). La curva in rosso è il risultato FEM per un punzone con ϕ 0.5mm imponendo una penetrazione di 1mm. La curva nera è ricavata moltiplicando semplicemente la curva di indentazione FEM con un punzone con ϕ 1mm per 0.25 (rapporto del quadrato dei raggi) che costituisce una procedura non corretta

Applicazione del criterio di somiglianza al materiale P14-15-0.35.
Si ricava la curva per il ϕ 0.5 mm partendo dai dati FEM con ϕ 1 mm



Figura_3.19b

Ingrandimento della prima fase di indentazione dell'esempio di figura_3.19a. Gli andamenti relativi alla curva FEM con un punzone con ϕ 0.5mm e quello ricavato applicando il criterio di somiglianza sposano bene l'andamento teorico. L'andamento ricavato da una curva FEM con un punzone con ϕ 1mm dividendola per 0.25 (rapporto del quadrato dei raggi) invece si discosta dall'andamento teorico

Applicazione del criterio di somiglianza al materiale F82H. Si ricava la curva per il ϕ 0.5 mm partendo dai dati sperimentali con ϕ 0.7 mm

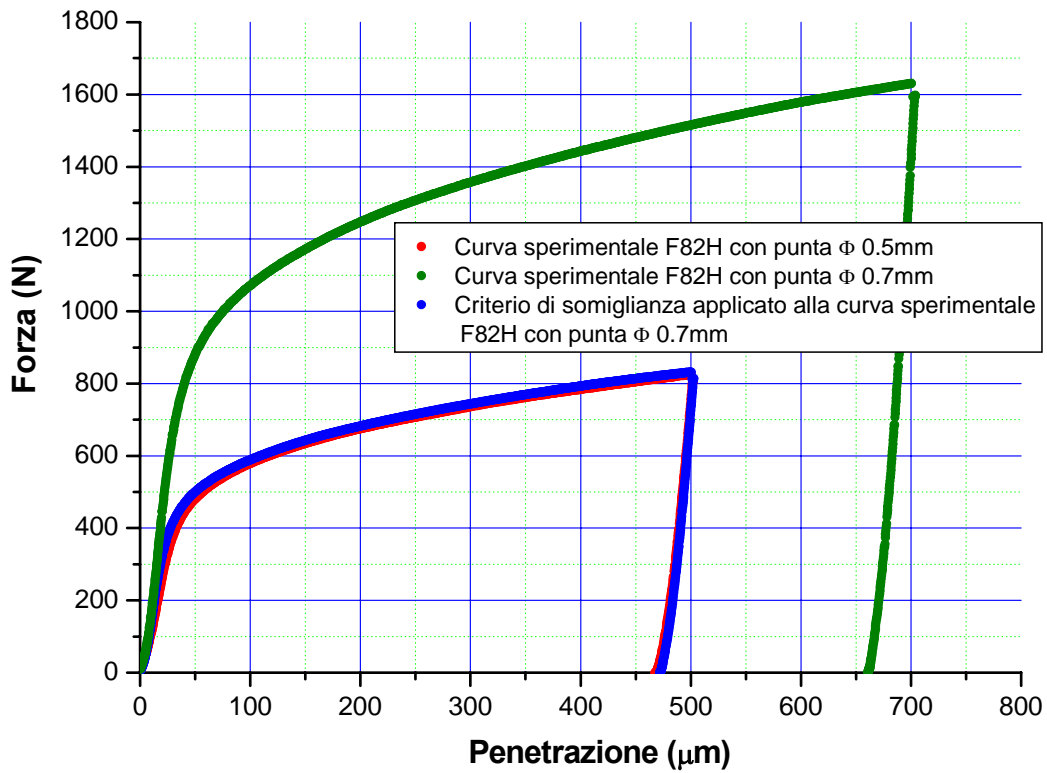


Figura 3.20

Criterio di somiglianza applicato ad un processo di indentazione svolto sullo stesso materiale. Dai dati di indentazione relativi ad un punzone con ϕ 0.7mm imponendo una penetrazione di 0.7mm (curva verde) si è determinata applicando il criterio di somiglianza l'indentazione relativa ad un punzone con ϕ 0.5mm (curva in blu). La curva in rosso è il risultato sperimentale per un punzone con ϕ 0.5mm imponendo una penetrazione di 0.5mm

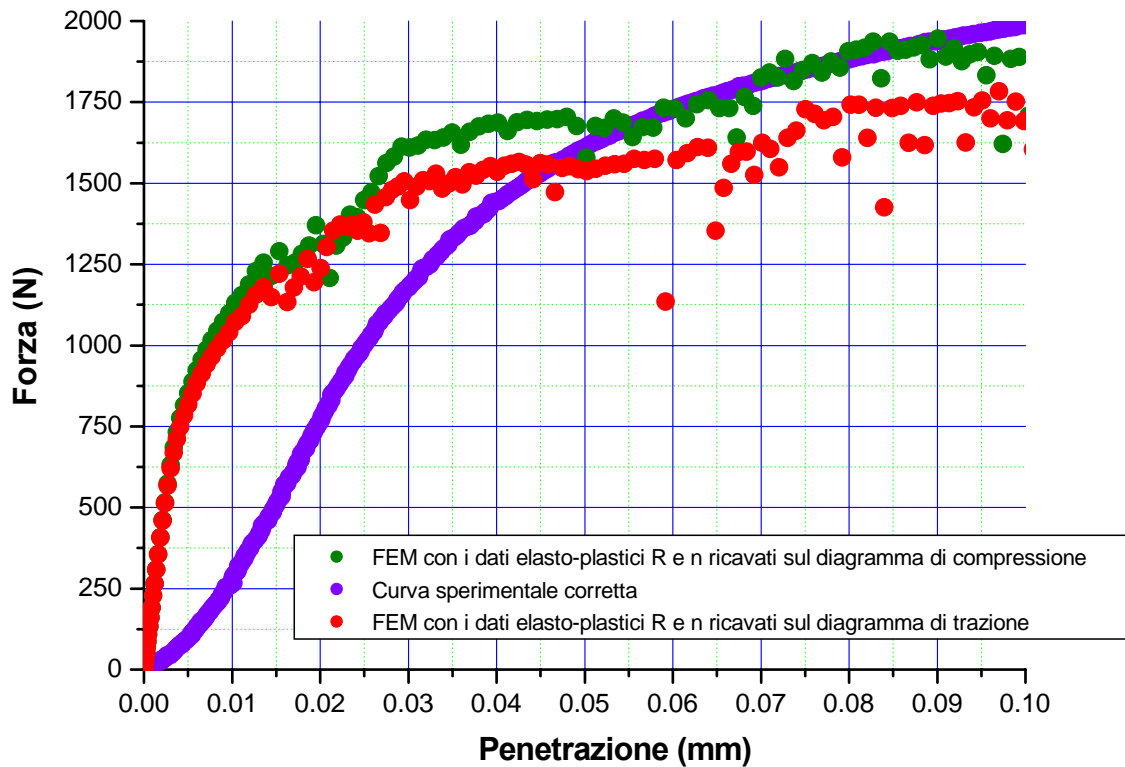
E[N/m ²]	σ_y [N/m ²]	σ_y/E	n	R[N/m ²]	σ [N/m ²]	ϵ^t	ϵ^p
2,05E+11	5,62E+08	0,0027	0,07890	8,95E+08	5,62E+08	0,002741	0,000000
2,05E+11	5,62E+08	0,0027	0,07890	8,95E+08	6,22E+08	0,010000	0,006964
2,40E+11	5,62E+08	0,0023	0,07890	9,06E+08	6,66E+08	0,020000	0,017227
2,05E+11	5,62E+08	0,0027	0,07890	8,95E+08	7,07E+08	0,050000	0,046553
2,05E+11	5,62E+08	0,0027	0,07890	8,95E+08	8,95E+08	1,000000	0,995634
2,05E+11	5,62E+08	0,0027	0,07890	8,95E+08	9,45E+08	2,000000	1,995388

P205-562-0.0789

Tabella_3.6

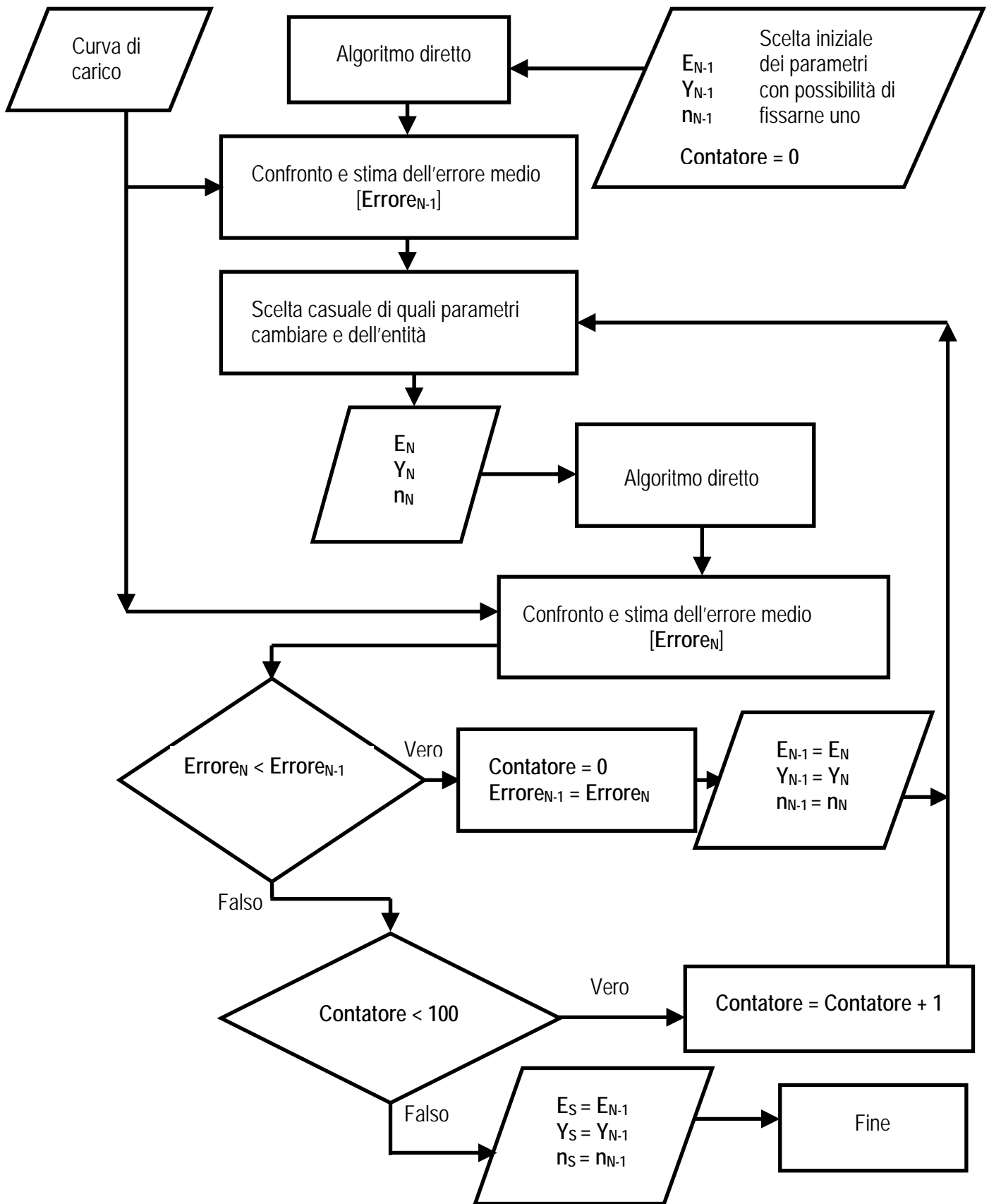
Dati, ricavati dal diagramma di compressione, utilizzati nel codice agli elementi finiti per la costruzione della curva di indentazione per l'acciaio F82H

Confronto tra curve di indentazione del materiale F82H ottenute sperimentalmente e con programmi FEM con dati elasto-plastici ricavati da curve di compressione e di trazione



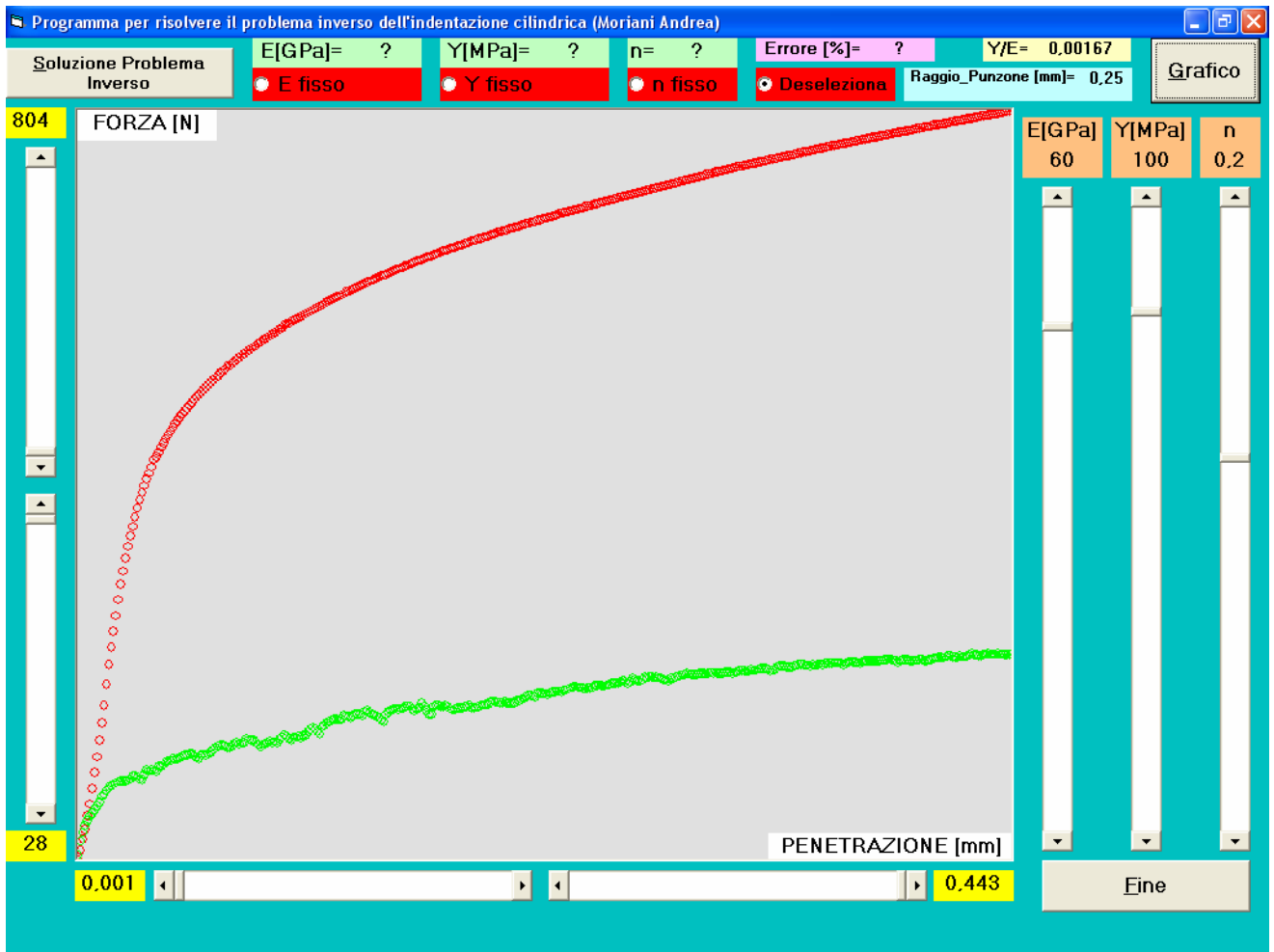
Figura_3.21

Curva di indentazione per l'acciaio F82H ricavata con i dati riportati nella tabella_3.6



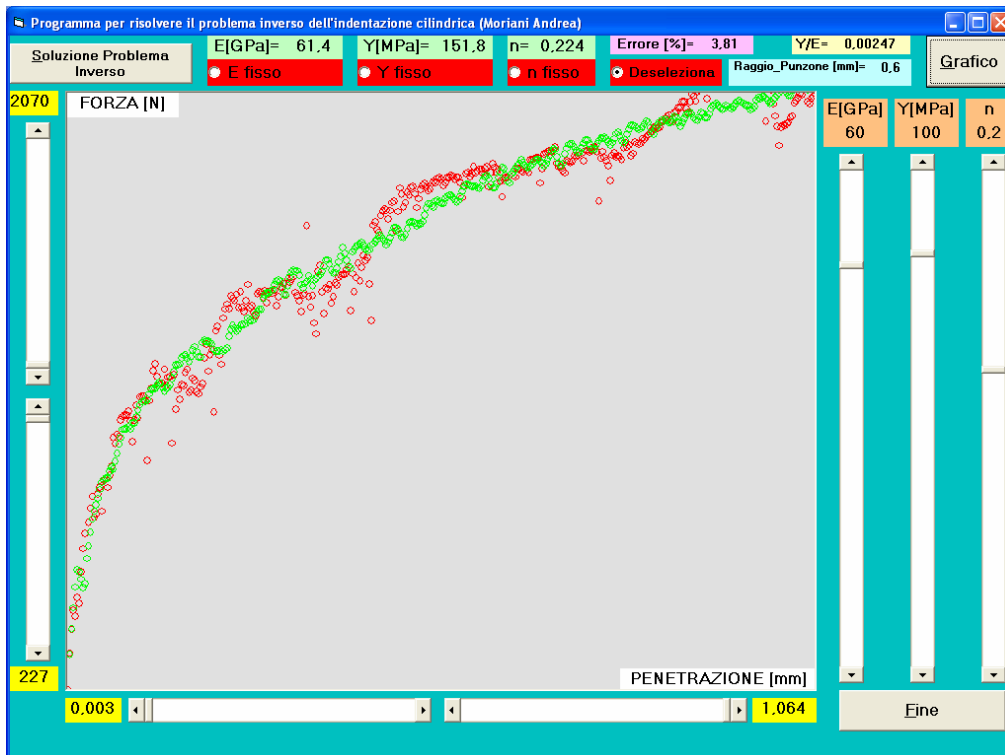
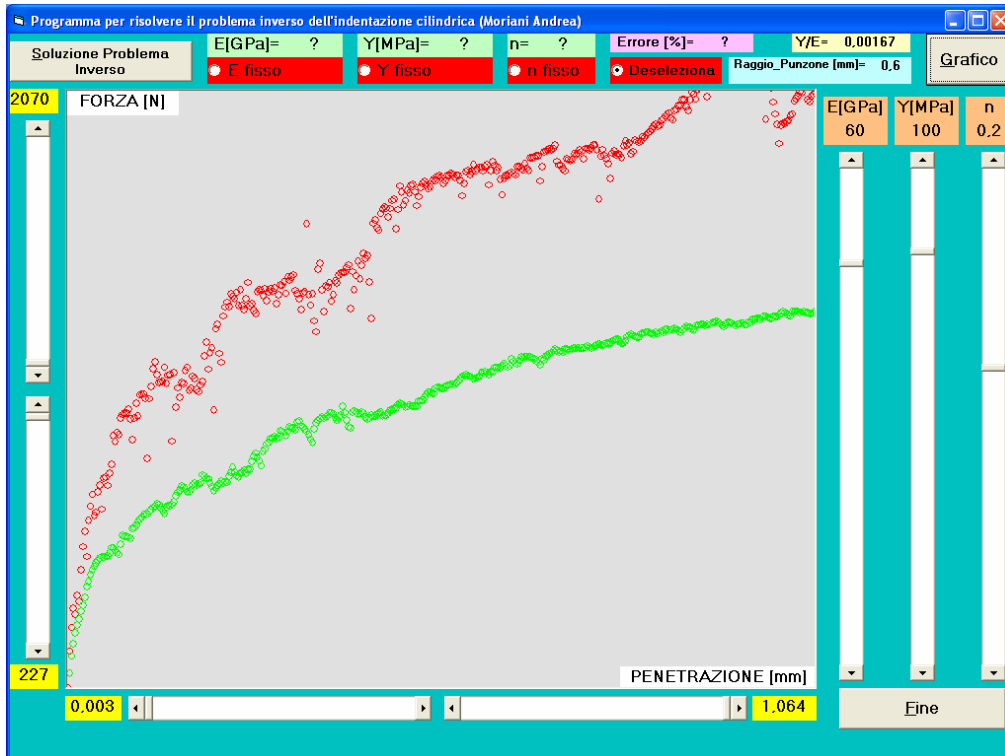
Figura_3.22

Diagramma di flusso del problema inverso dell'indentazione cilindrica



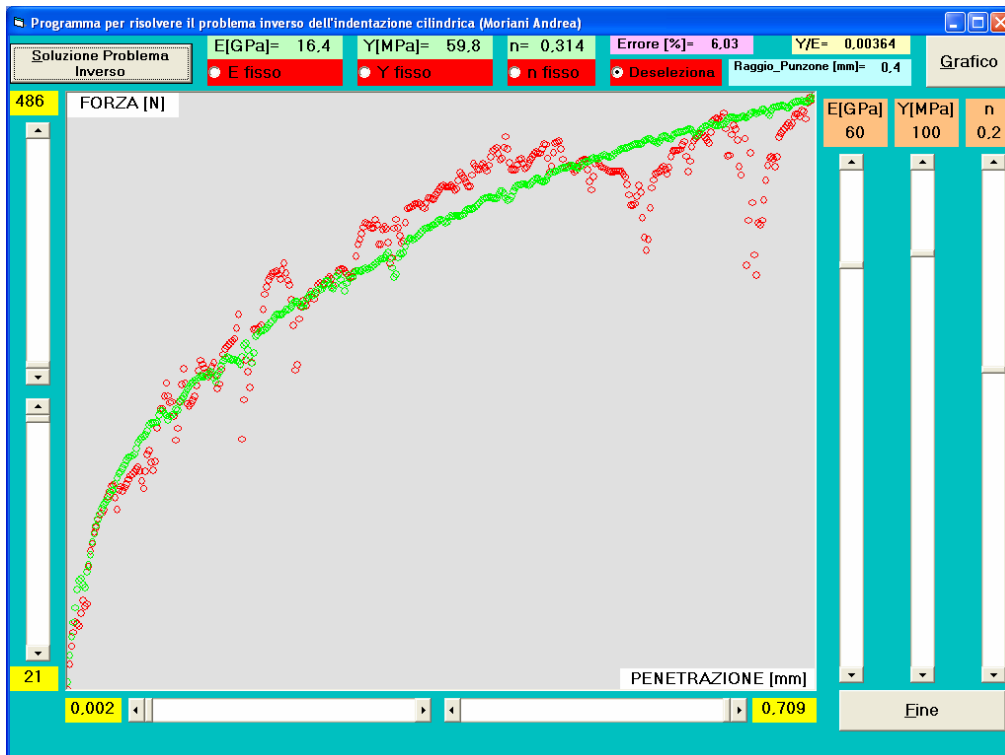
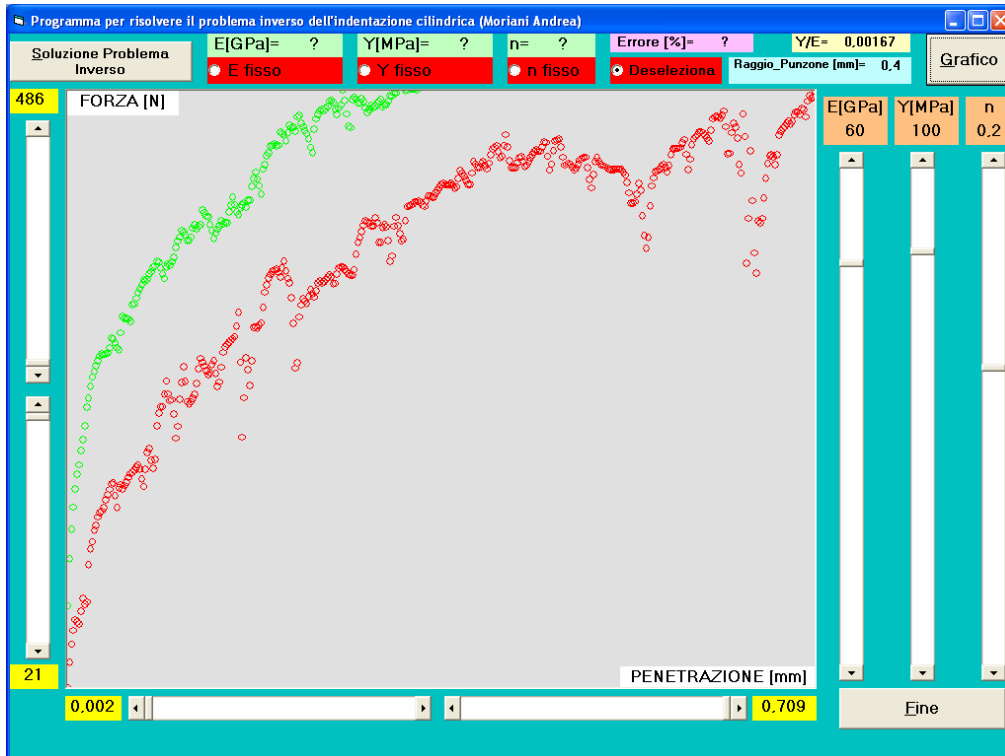
Figura_3.23

Interfaccia utente del programma per la soluzione del problema inverso dell'indentazione cilindrica



Figura_3.24a

Nel grafico superiore è riportata in rosso la curva $P-h$ del materiale incognito, P70-120-0.26, e in verde la curva $P-h$ di partenza per l'algorithm inverso. Sotto è riportato il risultato dell'algorithm inverso



Figura_3.24b

Nel grafico superiore è riportata in rosso la curva $P-h$ del materiale incognito, P14-60-0.35, e in verde la curva $P-h$ di partenza per l'algorithm inverso. Sotto è riportato il risultato dell'algorithm inverso

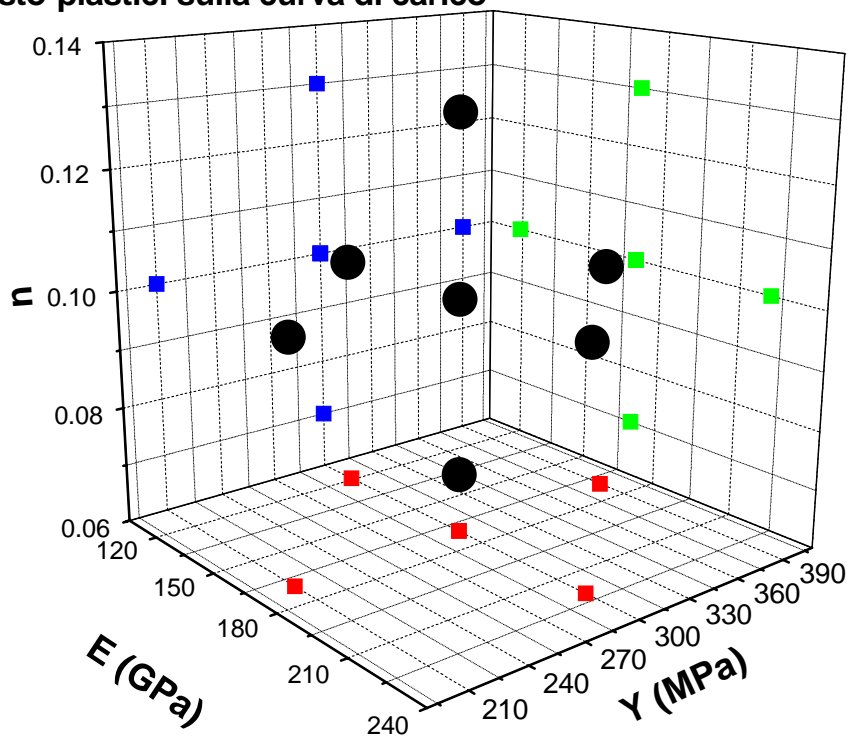
E[N/m ²]	σ_v [N/m ²]	σ_v/E	n	R[N/m ²]	σ [N/m ²]	ε^t	ε^p
1,70E+11	3,00E+08	0,0018	0,07000	4,68E+08	3,00E+08	0,001765	0,000000
1,70E+11	3,00E+08	0,0018	0,07000	4,68E+08	3,39E+08	0,010000	0,008007
1,70E+11	3,00E+08	0,0018	0,07000	4,68E+08	3,56E+08	0,020000	0,017908
1,70E+11	3,00E+08	0,0018	0,07000	4,68E+08	3,79E+08	0,050000	0,047770
1,70E+11	3,00E+08	0,0018	0,07000	4,68E+08	4,68E+08	1,000000	0,997250
1,70E+11	3,00E+08	0,0018	0,07000	4,68E+08	4,91E+08	2,000000	1,997113
Materiale	P170-300-0.07						
1,70E+11	3,00E+08	0,0018	0,13000	6,84E+08	3,00E+08	0,001765	0,000000
1,70E+11	3,00E+08	0,0018	0,13000	6,84E+08	3,76E+08	0,010000	0,007789
1,70E+11	3,00E+08	0,0018	0,13000	6,84E+08	4,11E+08	0,020000	0,017580
1,70E+11	3,00E+08	0,0018	0,13000	6,84E+08	4,63E+08	0,050000	0,047274
1,70E+11	3,00E+08	0,0018	0,13000	6,84E+08	6,84E+08	1,000000	0,995976
1,70E+11	3,00E+08	0,0018	0,13000	6,84E+08	7,48E+08	2,000000	1,995597
Materiale	P170-300-0.13						
1,19E+11	3,00E+08	0,0025	0,10000	5,46E+08	3,00E+08	0,002521	0,000000
1,19E+11	3,00E+08	0,0025	0,10000	5,46E+08	3,59E+08	0,015000	0,011987
1,19E+11	3,00E+08	0,0025	0,10000	5,46E+08	3,69E+08	0,020000	0,016899
1,19E+11	3,00E+08	0,0025	0,10000	5,46E+08	4,04E+08	0,050000	0,046601
1,19E+11	3,00E+08	0,0025	0,10000	5,46E+08	5,46E+08	1,000000	0,995414
1,19E+11	3,00E+08	0,0025	0,10000	5,46E+08	5,85E+08	2,000000	1,995085
Materiale	P119-300-0.1						
1,70E+11	3,00E+08	0,0018	0,10000	5,66E+08	3,00E+08	0,001765	0,000000
1,70E+11	3,00E+08	0,0018	0,10000	5,66E+08	3,57E+08	0,010000	0,007901
1,70E+11	3,00E+08	0,0018	0,10000	5,66E+08	3,82E+08	0,020000	0,017750
1,70E+11	3,00E+08	0,0018	0,10000	5,66E+08	4,19E+08	0,050000	0,047535
1,70E+11	3,00E+08	0,0018	0,10000	5,66E+08	5,66E+08	1,000000	0,996673
1,70E+11	3,00E+08	0,0018	0,10000	5,66E+08	6,06E+08	2,000000	1,996435
Materiale	P170-300-0.1						
2,21E+11	3,00E+08	0,0014	0,10000	5,81E+08	3,00E+08	0,001357	0,000000
2,21E+11	3,00E+08	0,0014	0,10000	5,81E+08	3,66E+08	0,010000	0,008342
2,21E+11	3,00E+08	0,0014	0,10000	5,81E+08	3,93E+08	0,020000	0,018224
2,21E+11	3,00E+08	0,0014	0,10000	5,81E+08	4,30E+08	0,050000	0,048053
2,21E+11	3,00E+08	0,0014	0,10000	5,81E+08	5,81E+08	1,000000	0,997373
2,21E+11	3,00E+08	0,0014	0,10000	5,81E+08	6,22E+08	2,000000	1,997184
Materiale	P221-300-0.1						
1,70E+11	2,10E+08	0,0012	0,10000	4,10E+08	2,10E+08	0,001235	0,000000
1,70E+11	2,10E+08	0,0012	0,10000	4,10E+08	2,59E+08	0,010000	0,008477
1,70E+11	2,10E+08	0,0012	0,10000	4,10E+08	2,77E+08	0,020000	0,018368
1,70E+11	2,10E+08	0,0012	0,10000	4,10E+08	3,04E+08	0,050000	0,048211
1,70E+11	2,10E+08	0,0012	0,10000	4,10E+08	4,10E+08	1,000000	0,997587
1,70E+11	2,10E+08	0,0012	0,10000	4,10E+08	4,40E+08	2,000000	1,997414
Materiale	P170-210-0.1						
1,70E+11	3,90E+08	0,0023	0,10000	7,16E+08	3,90E+08	0,002294	0,000000
1,70E+11	3,90E+08	0,0023	0,10000	7,16E+08	4,52E+08	0,010000	0,007342
1,70E+11	3,90E+08	0,0023	0,10000	7,16E+08	4,84E+08	0,020000	0,017151
1,70E+11	3,90E+08	0,0023	0,10000	7,16E+08	5,31E+08	0,050000	0,046878
1,70E+11	3,90E+08	0,0023	0,10000	7,16E+08	7,16E+08	1,000000	0,995787
1,70E+11	3,90E+08	0,0023	0,10000	7,16E+08	7,68E+08	2,000000	1,995485
Materiale	P170-390-0.1						

Tabella 3.7

Dati utilizzati nel codice agli elementi finiti per verificare l'effetto dei parametri elasto-plastici sulla curva di carico

σ = Tensione vera, ε^t = Deformazione totale vera, ε^p = Deformazione plastica vera

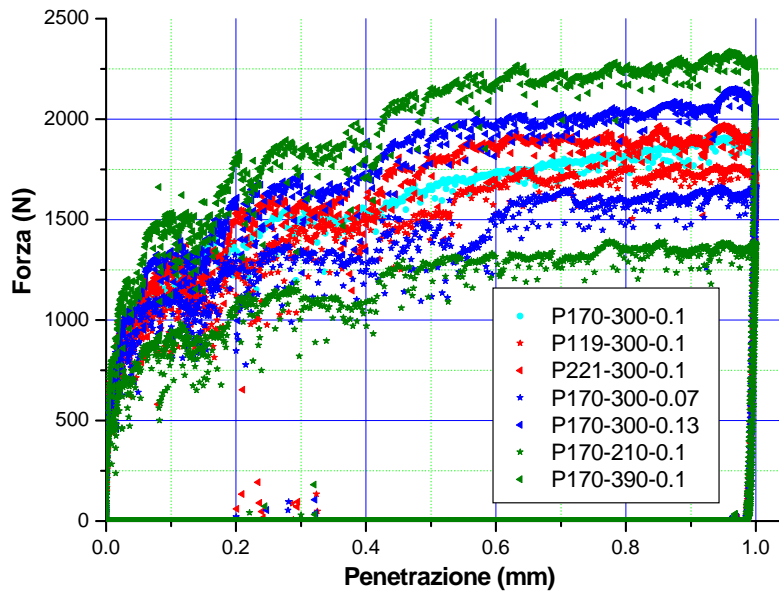
Materiali utilizzati nel codice FEM per verificare l'effetto dei parametri elasto-plastici sulla curva di carico



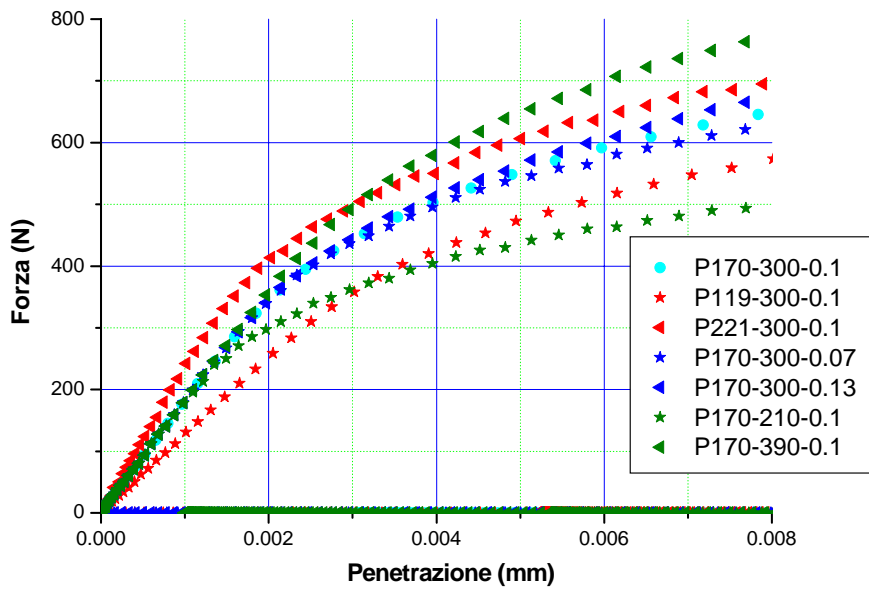
Figura_3.25

Rappresentazione grafica dei dati utilizzati nel codice agli elementi finiti per verificare l'effetto dei parametri elasto-plastici sulla curva di carico

Effetto della variazione dei parametri elasto-plastici del materiale sulla curva di indentazione con penetratore cilindrico

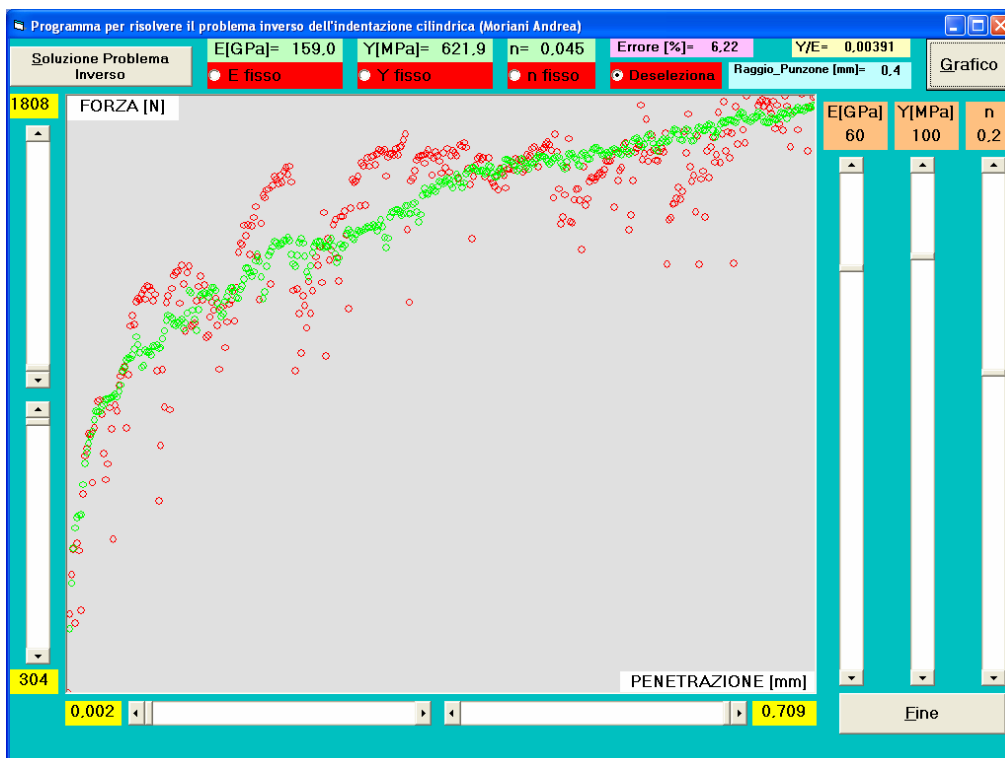
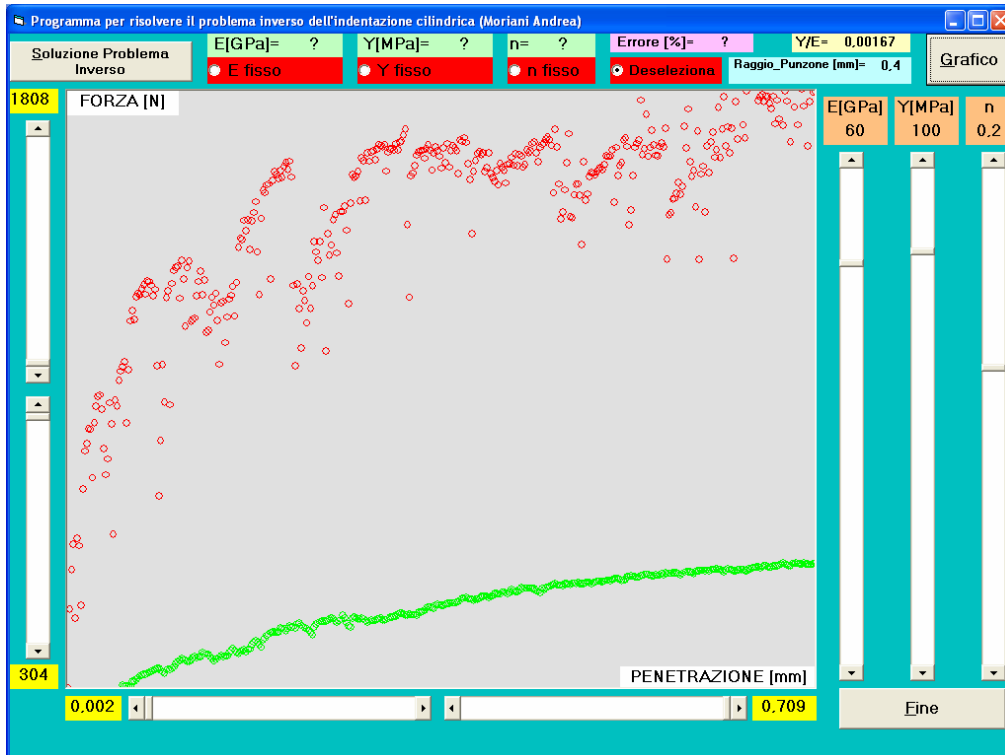


Effetto della variazione dei parametri elasto-plastici del materiale sulla curva di indentazione con penetratore cilindrico. Particolare del tratto pseudorettilineo iniziale



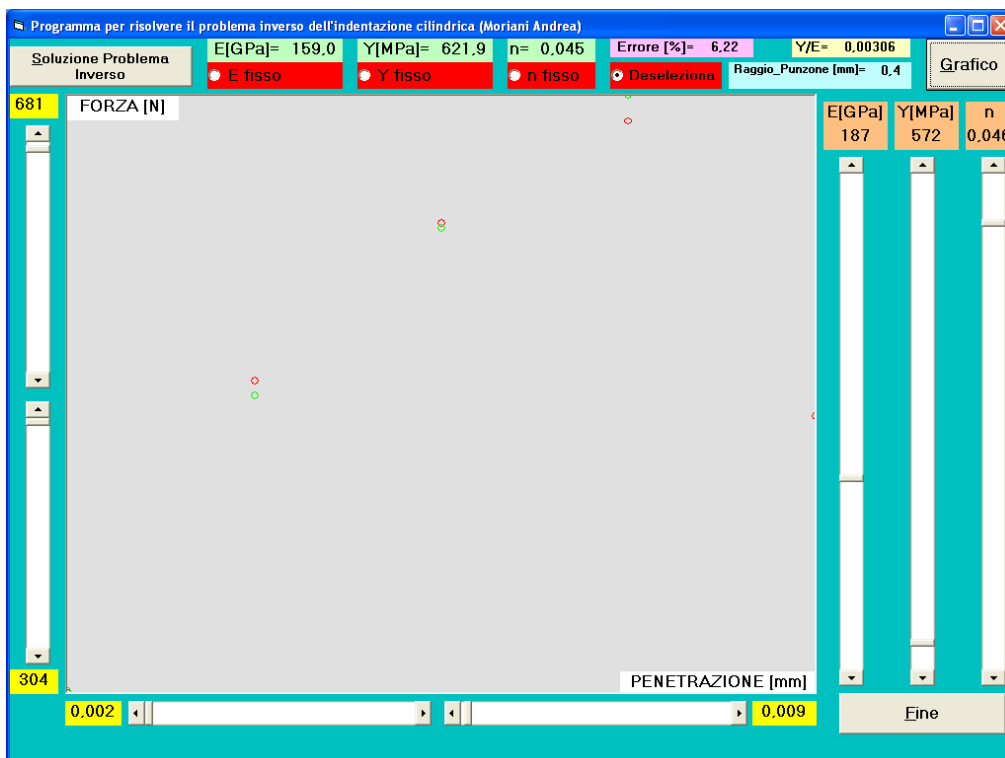
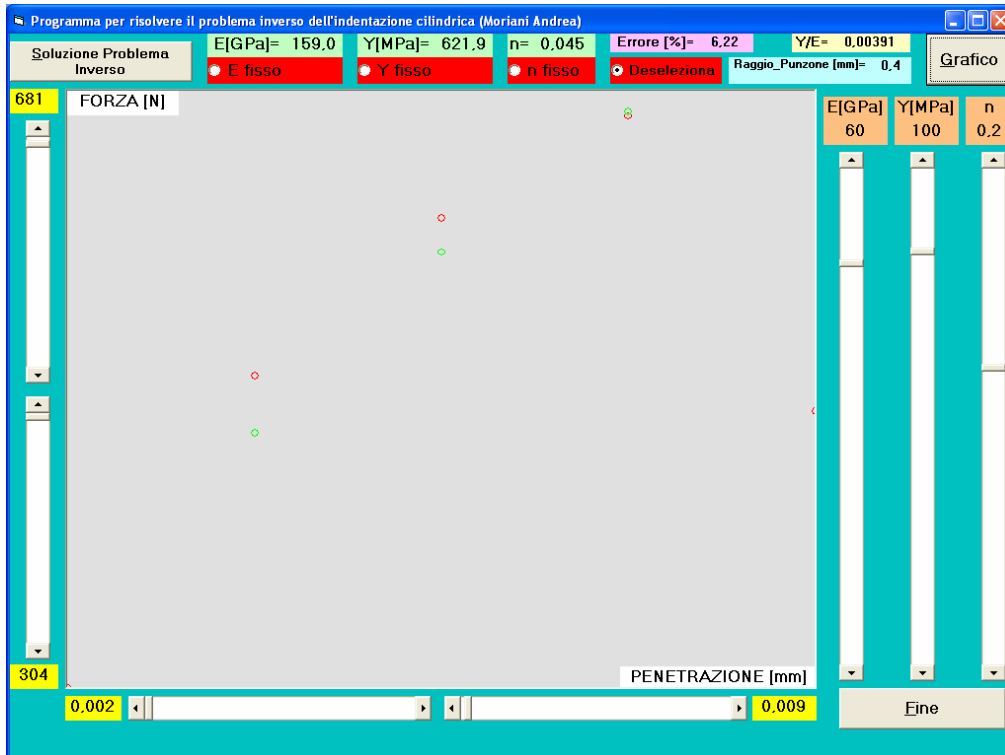
Figura_3.26

Effetto della variazione dei parametri elasto-plastici del materiale sulla curva di indentazione P170-300-0.1



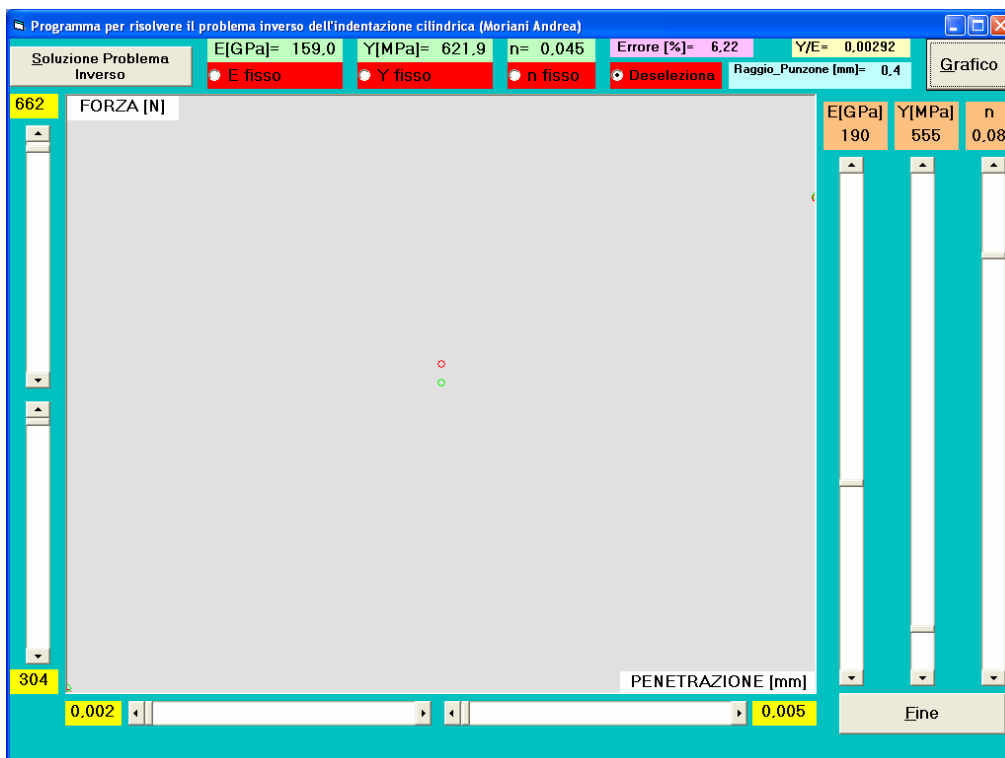
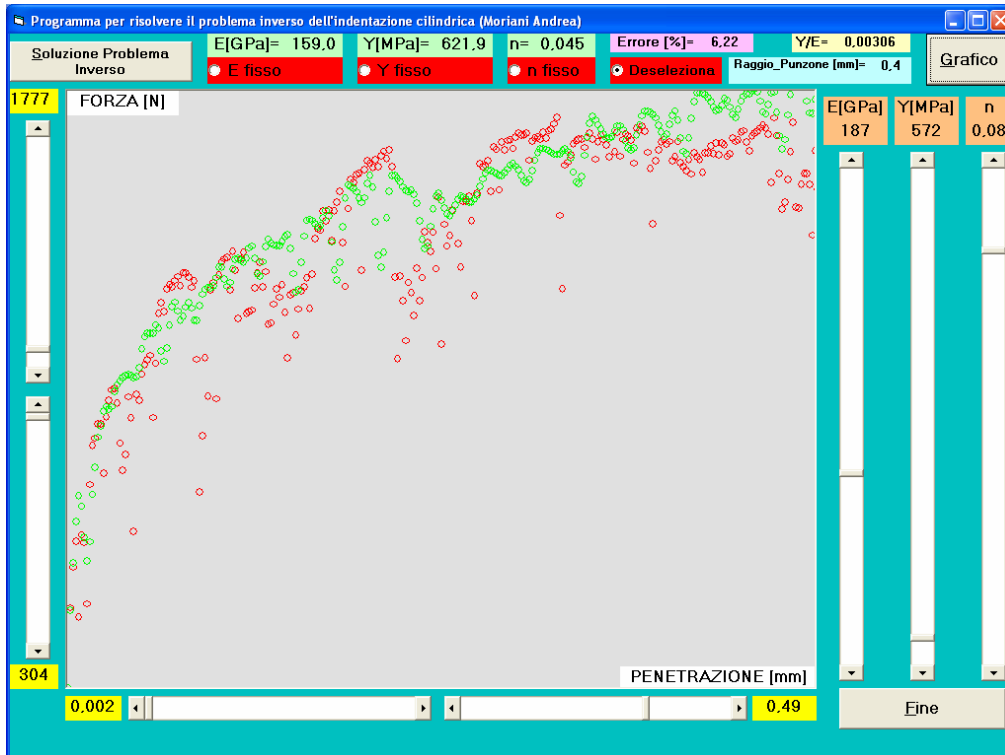
Figura_3.27a

Nel grafico superiore è riportata in rosso la curva $P - h$ del materiale incognito, P205-562-0.0789, e in verde la curva $P - h$ di partenza per l'algorithm inverso. Sotto è riportato il risultato dell'algorithm inverso



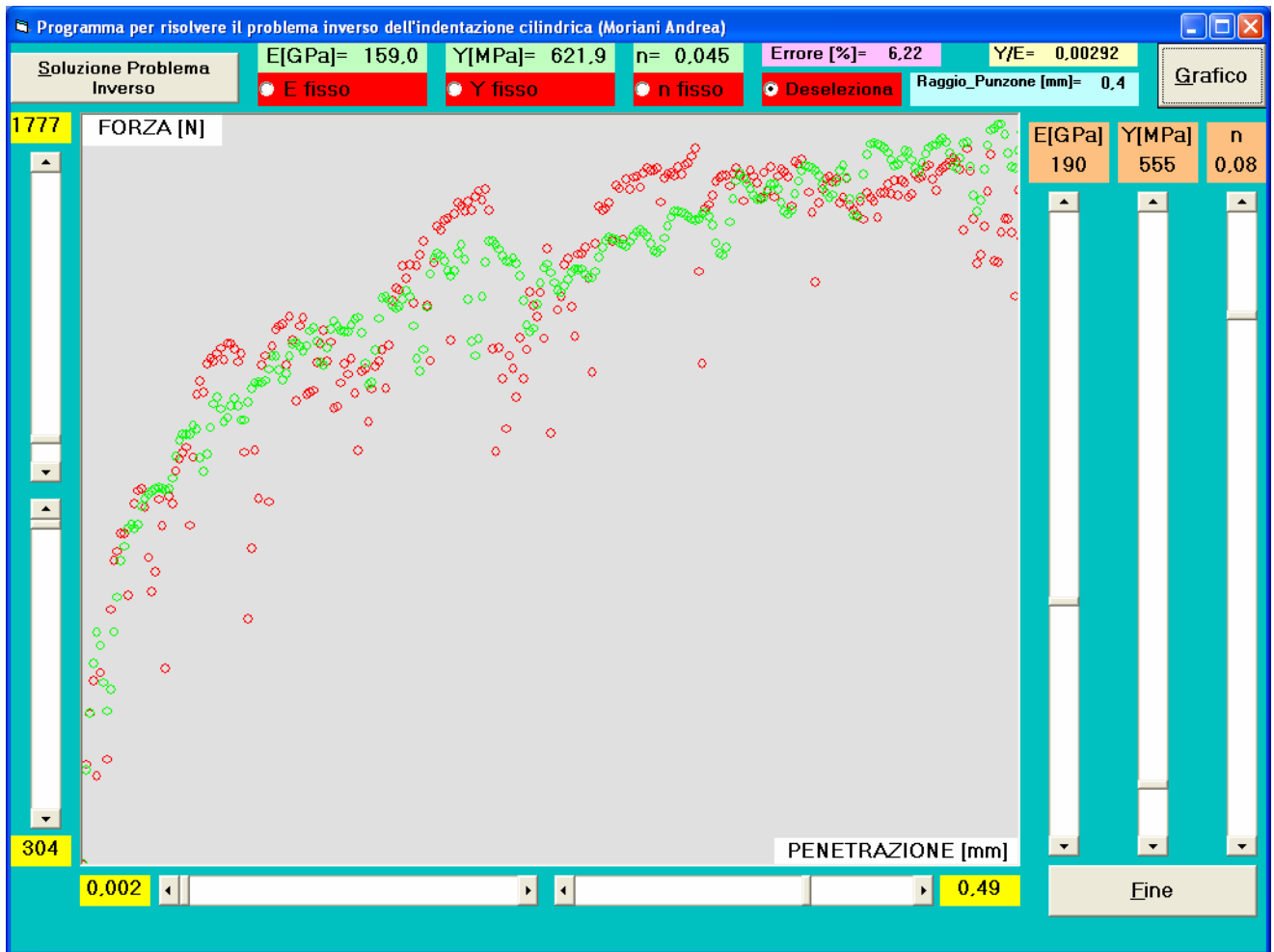
Figura_3.27b

Nel grafico superiore sono riportate le curve $P-h$ parzializzate alla fase precedente il tratto a gradiente decrescente. Sotto è riportato il risultato dell'applicazione del punto 2 dell'algoritmo di correzione



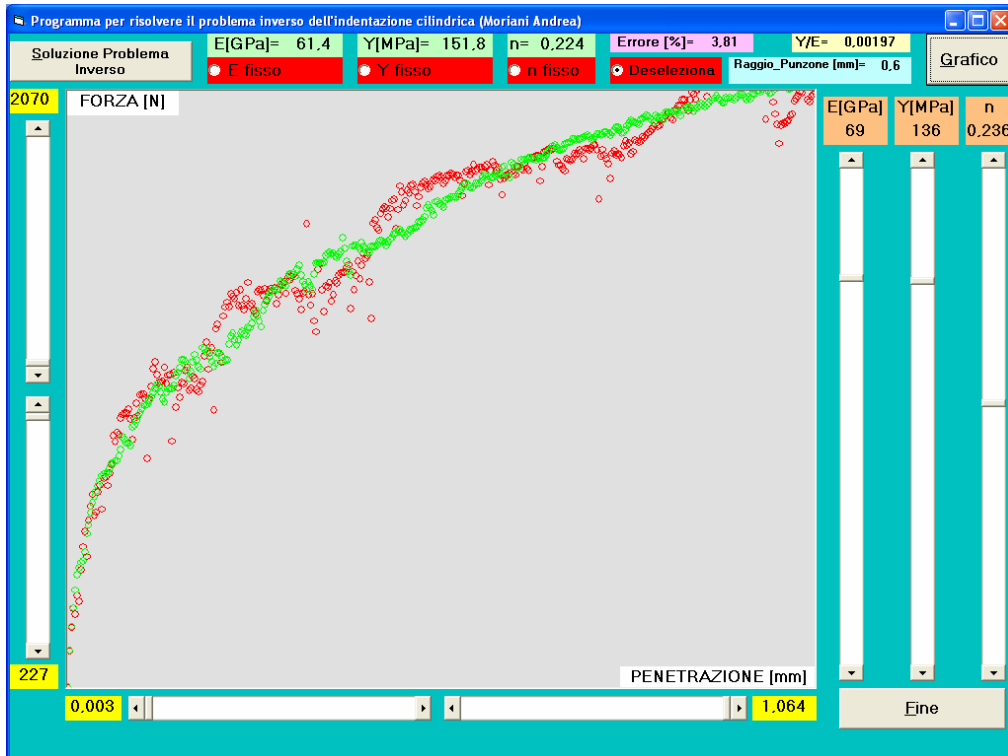
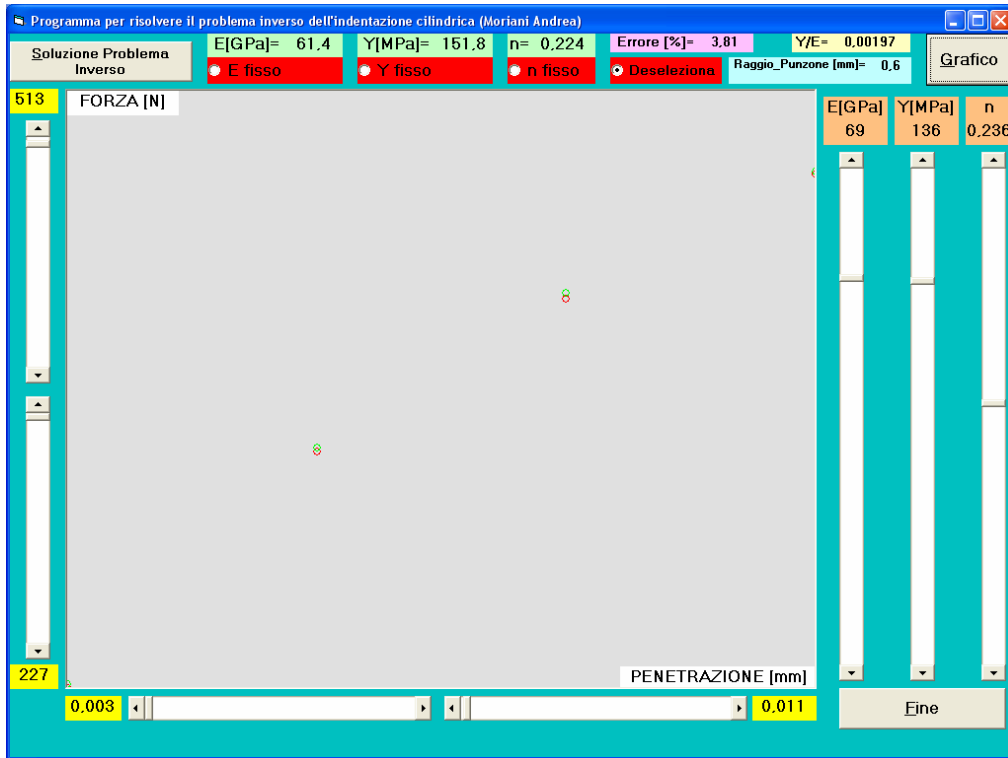
Figura_3.27c

Nel grafico superiore sono riportate le curve $P-h$ di nuovo espanso e il risultato dell'applicazione del punto 3 dell'algoritmo di correzione. Sotto è riportato il risultato di una nuova applicazione del punto 2 dell'algoritmo di correzione



Figura_3.27d

Risultato finale dell' algoritmo di correzione sul materiale incognito P205-562-0.0789



Figura_3.28
 Risultato finale dell'algorithmo di correzione sul materiale incognito P70-120-0.26

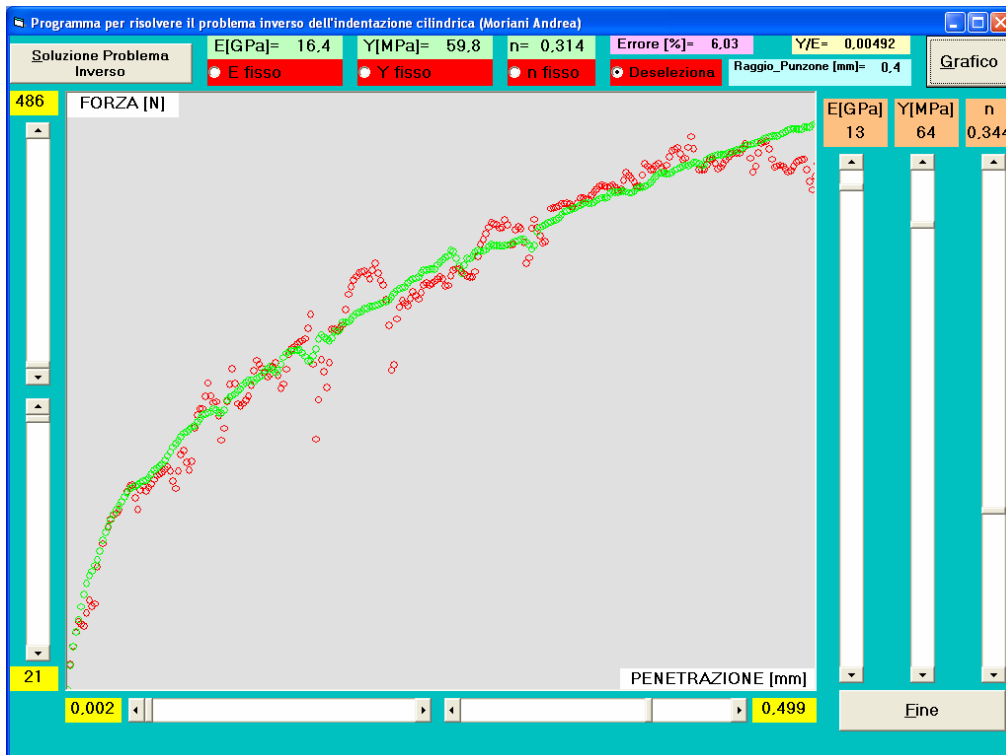
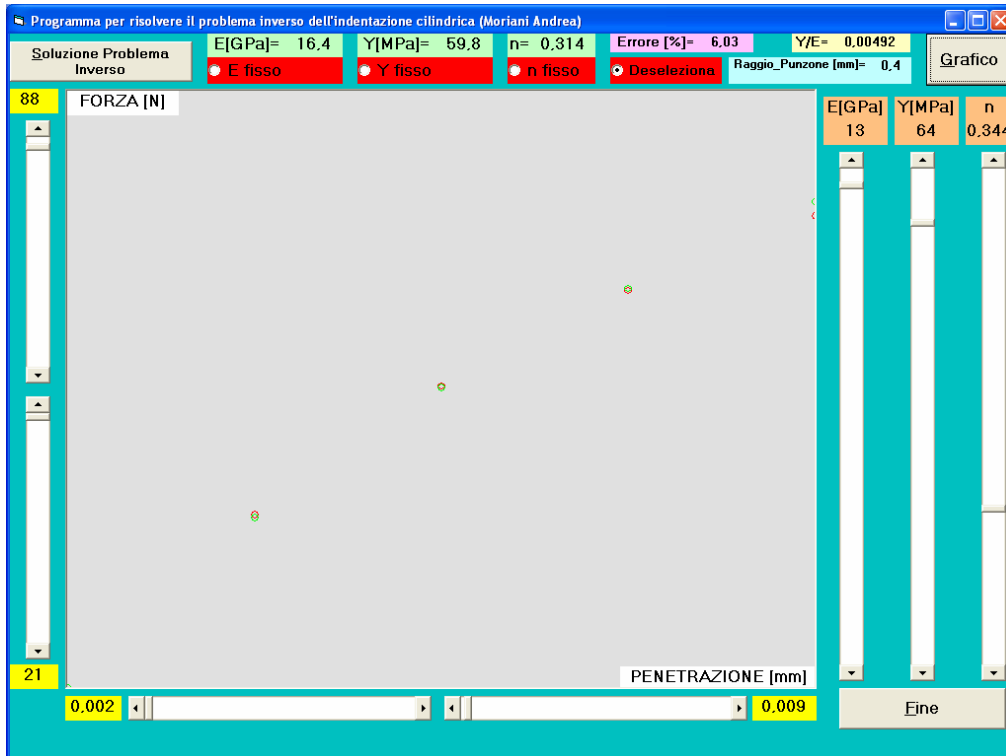


Figura 3.29
 Risultato finale dell'algorithm di correzione sul materiale incognito P14-60-0.35

4. CONCLUSIONI

L'attività condotta nell'ambito del Dottorato in Ingegneria dei Materiali, relativa allo studio dell'indentazione piano cilindrica per la caratterizzazione dei materiali metallici, è stata principalmente rivolta verso due obiettivi: lo sviluppo di un apparato portatile che permettesse di eseguire prove di indentazione su componenti realizzati ed in servizio e lo studio computazionale per identificare quali proprietà elasto-plastiche di materiali duttili possano essere determinate dalla prova strumentata di indentazione profonda quantificandone la sensibilità. Di seguito elencherò i principali obiettivi raggiunti nei tre anni di Dottorato:

1. Si è eseguito lo studio teorico del processo di indentazione cilindrica in regime elastico. Tale studio ha permesso di giustificare la relazione teorica che lega il carico di indentazione con la profondità di penetrazione. Tale relazione lineare ha come coefficiente di proporzionalità la combinazione dei parametri elastici del materiale e delle caratteristiche geometriche dell'indentatore. Questa relazione è stata utilizzata per estrarre le proprietà elastiche dei materiali studiando il tratto iniziale della curva di scarico della prova di indentazione.
2. E' stata progettata e realizzata una macchina indentatrice che come requisito di progetto aveva quello di costituire un apparato sperimentale trasportabile e quindi in grado di operare in campo su materiali già in servizio. La macchina è stata progettata per esercitare spinte fino a 5000_N con velocità operative di 0.0017 mm/s valore ampiamente regolabile attraverso la gestione del motore passo-passo. La cella di carico utilizzata ha un carico massimo di 2000_N con sensibilità di 4_N, mentre il sensore di penetrazione è un LVDT (Linear Variable Differential Trasformer) che consente un campo di misurazione di ± 2.5 _mm con una sensibilità di 1_μm. L'ambiente di sviluppo del software di controllo è stato LabviewRT di National Instruments.
3. Si sono eseguite prove di indentazione cilindrica a temperatura ambiente sull'acciaio F82H messo a punto per impieghi nucleari ed ampiamente caratterizzato. Le prove sono state condotte con velocità operative di 0.1_mm/min utilizzando un indentatore cilindrico del diametro di 1_mm realizzato in carburo di tungsteno sinterizzato. I dati sperimentali ottenuti sono stati regolarizzati ricorrendo a tecniche matematiche quali l'approssimazione trigonometrica, l'approssimazione con media dei vicini e l'approssimazione polinomiale. Tutte le curve sperimentali sono state corrette dall'influenza della risposta della macchina alle sollecitazioni proprie della prova. L'andamento della curva di scarico corretta, caratterizzata da un comportamento completamente elastico, riproduce molto bene l'andamento teorico rappresentato dalla relazione ricavata dalla soluzione teorica del processo di indentazione cilindrica in regime elastico. Tale analisi ha permesso di ricavare il modulo di Young. Il processo di indentazione cilindrica presenta tre fasi caratteristiche. La prima fase è praticamente pseudo-lineare fino al raggiungimento di un carico di pressione limite convenzionale che studi teorici e sperimentali mostrano essere legato alla tensione di snervamento misurata con prove di trazione. Per individuare tale punto caratteristico si sono eseguite prove di carico e scarico con carichi crescenti andando ad evidenziare il carico per il quale la curva di carico e di scarico tendono a discostarsi evidenziando un aumento del lavoro plastico rappresentato dall'area compresa tra le due curve.
4. Sono state progettate e realizzate delle modifiche meccaniche alla macchina indentatrice al fine di eseguire prove di indentazione a caldo. A tal fine è stato progettato e realizzato un apposito forno elettrico con il compito di portare il campione alla temperatura voluta con uniformità e costanza nel tempo. Si sono eseguite prove di indentazione a caldo sull'acciaio F82H fino a temperature di 440 °C. Utilizzando l'analisi condotta sulla curva di scarico si è calcolato il modulo di Young in funzione della temperatura.
5. Utilizzando la macchina indentatrice e un penetratore Rockwell a cono opportunamente modificato per renderlo compatibile all'attrezzatura di prova si sono eseguite prove di durezza Rockwell.

6. Utilizzando il codice agli elementi finiti ABAQUS si è costruito un modello FEM per la simulazione del processo di indentazione cilindrica. Sono stati modellati un indentatore di 1 mm di diametro che penetra un cilindro avente un diametro di 10 mm e un'altezza di 5 mm. Il provino è stato modellato attraverso 7200 elementi assialsimmetrici a 4 nodi ad integrazione ridotta denominati CAX4R. L'indentatore è stato modellato con una superficie infinitamente rigida assunta inizialmente in contatto con il provino. L'analisi elasto-plastica è stata eseguita con il codice ABAQUS/Explicit che consente di beneficiare di una routine automatica che permette di riadattare la mesh qualora il valore della distorsione degli elementi supera una certa soglia. In tutte le analisi l'applicazione del carico è stata effettuata imponendo uno spostamento all'indentatore e calcolando la reazione media esercitata dal provino sull'indentatore stesso.
7. Il materiale utilizzato come riferimento per le prove sperimentali di indentazione e di simulazione numerica è stato l'acciaio F82H che è stato messo a punto per impieghi nucleari. Tale acciaio è stato ampiamente caratterizzato e sono disponibili curve di trazione a varie temperature. Tali prove forniscono dati sul comportamento del materiale fino al 6% di allungamento, tale valore è superato durante la prova di indentazione e quindi i dati necessari per la simulazione agli elementi finiti vengono estrapolati. Al fine di estendere i dati sul comportamento plastico dell'acciaio F82H si sono eseguite prove di compressione che hanno permesso di ottenere valori utili fino al 20% di accorciamento evidenziando anche nella fase di sovrapposizione con la prova di trazione una marcata variazione dei dati.
8. Si è ricavato un procedimento (algoritmo diretto) per estrarre dalle caratteristiche elasto-plastiche di un materiale la curva di carico di indentazione con penetratore cilindrico. Approssimando il comportamento elasto-plastico dei metalli con una legge di potenza si determina il suo comportamento dalla conoscenza di quattro parametri: il modulo di Young, il coefficiente di Poisson, il carico di snervamento e l'esponente di incrudimento. Schematizzato il comportamento del materiale e identificando come unico parametro geometrico importante il raggio dell'indentatore si può vedere che il carico nel processo fisico dell'indentazione cilindrica può essere scritto come una dipendenza funzionale di 5 parametri di governo e cioè la penetrazione di volta in volta raggiunta, il raggio dell'indentatore, il modulo di Young, il carico di snervamento e l'esponente di incrudimento. L'applicazione del teorema Π dell'analisi dimensionale ci permette di riformulare il problema come la dipendenza di una quantità adimensionale da un certo numero di variabili adimensionali il cui numero è pari alla differenza del numero totale di parametri di governo (nel nostro caso 5) e il numero di parametri di governo con dimensione indipendente che nel nostro caso sono 2 e cioè la profondità di indentazione e il modulo di Young. Quindi l'applicazione dell'analisi dimensionale ci riduce la difficoltà di determinare la funzione desiderata in quanto riduce a 3 i parametri di governo del problema. Per determinare la funzione soluzione del problema diretto dell'indentazione cilindrica si deve disporre di un gran numero di dati relativi ad indentazioni su materiali che abbracciano un vasto campo di proprietà elasto-plastiche. Passare attraverso i dati ricavabili da prove strumentate di indentazione costituirebbe un lavoro lungo e comunque non garantirebbe di coprire grosse combinazioni di parametri elasto-plastici. Quello che si è fatto è utilizzare il codice agli elementi finiti, già realizzato, per costruirsi la base dati da utilizzare per lo studio della funzione adimensionale del problema dell'indentazione cilindrica. Tale base dati è stata costruita variando le caratteristiche elasto-plastiche del materiale e mantenendo costante la geometria dell'indentatore cilindrico avente un diametro di 1 mm. La banca dati è costituita da 40 materiali con caratteristiche elasto-plastiche diverse.
9. Si sono eseguite prove di indentazione cilindrica utilizzando punzoni di diametri diversi da quello di 1 mm. Tenendo conto che il carico massimo applicabile dalla macchina indentatrice è di 2000 N per poter aumentare l'entità della penetrazione sull'acciaio F82H si sono realizzati penetratori con diametro 0.5, 0.7 e 0.8 mm. Tali penetratori hanno consentito

di esplorare meglio quella che è conosciuta come terza zona della fase di carico quella cioè in cui all'aumentare della profondità di penetrazione il carico tende ad un valore di saturazione.

10. La base dati costruita per risolvere il problema diretto dell'indentazione cilindrica era stata ottenuta eseguendo 40 casi utilizzando il codice agli elementi finiti ABAQUS. Tenendo conto che ogni simulazione richiedeva un tempo di 6 ore e sperando che ogni simulazione vada a buon fine si può valutare un tempo complessivo di 240 ore di calcolo. L'acquisizione di punzoni di diametro 0.5, 0.7 e 0.8 mm richiedeva l'estensione della banca dati cosa che significava altre 960 ore di calcolo. Al fine di evitare tale lavoro e nello stesso tempo estendere la base dati anche per qualsiasi altro diametro si è applicato il criterio di somiglianza al processo di indentazione cilindrica. Fenomeni sono detti simili se differiscono solo nei valori numerici dei parametri di governo e inoltre se le corrispondenti quantità dimensionali (che nel nostro caso sono 3) tra loro coincidono. Possiamo considerare come due fenomeni simili due indentazioni cilindriche eseguite con due punzoni di diverso raggio uno che definiremo come il processo di indentazione del nostro modello e l'altro che definiremo come il processo di indentazione del nostro prototipo del quale vorremo prevedere il comportamento dai dati ottenuti sul nostro modello. Uguagliando le quantità dimensionali si determinano due relazioni che permettono di ricavare l'andamento della curva di carico per il prototipo conoscendo i dati relativi al modello che nel nostro caso sono rappresentati dalla base dati ottenuta con un indentatore cilindrico di diametro 1 mm. Le due relazioni ottenute applicando il criterio di somiglianza ci dicono che per ottenere la curva di carico relativa al prototipo si deve moltiplicare il valore del carico di indentazione del modello per il quadrato del rapporto tra il raggio del punzone del prototipo con il raggio del punzone del modello e nello stesso tempo si deve scalare la profondità di indentazione del prototipo moltiplicando la profondità di volta in volta raggiunta dal modello per il rapporto tra il raggio del punzone del prototipo con il raggio del punzone del modello.
11. Si è ricavato un procedimento (algoritmo inverso) per estrarre dalle curve di carico e scarico di un indentazione cilindrica le caratteristiche elasto-plastiche di un materiale. I dati di ingresso sono la curva di indentazione del materiale, di cui si vogliono conoscere le proprietà elasto-plastiche, e i valori di prima approssimazione di tali proprietà. Si richiede anche il raggio dell'indentatore cilindrico adottato per la prova. L'algoritmo prevede la possibilità di poter fissare uno dei tre parametri elasto-plastici (modulo di Young, carico di snervamento e esponente di incrudimento) qualora si sia confidenti sul suo valore. L'algoritmo inverso sfrutta massicciamente il modulo per la soluzione del problema diretto e andando a definire un parametro di errore che costituirà il termine di paragone per accettare o meno una nuova configurazione di parametri elasto-plastici scelti con tecnica Monte Carlo. Al fine di ottimizzare l'algoritmo inverso si è definito un ulteriore algoritmo di correzione che tiene conto del peso dei singoli parametri elasto-plastici del materiale sulle tre fasi che caratterizzano l'indentazione con penetratore cilindrico. Prove di verifica hanno determinato i parametri elasto-plastici con un errore del 7% per quanto riguarda il modulo di Young, dell'1% per quanto riguarda il carico di snervamento e del 1% per quanto riguarda l'esponente di incrudimento. L'algoritmo inverso è stato tradotto in un programma Visual Basic dove si è realizzata un'interfaccia grafica dotata di dispositivi che facilitano l'utilizzo dell'algoritmo.
12. È stato progettato e realizzato un apparato meccanico per eseguire prove di creep utilizzando un indentatore cilindrico e il forno elettrico realizzato per eseguire le prove di indentazione a caldo. L'apparato costituito da due leve di seconda specie in serie è in grado di fornire un fattore moltiplicativo della forza pari a 27.6 in condizioni di perfetto allineamento. È stata studiata anche la sua non linearità che è risultata compatibile con le prove di creep che hanno come requisito che il carico sia costante.

13. Si sono eseguite prove di creep con indentatori cilindrici di diametro 1_mm e 1.5_mm con diversi carichi. Dalle curve ottenute è stato possibile calcolare i parametri che descrivono l'andamento della velocità della penetrazione rispetto alla pressione sotto l'indentatore relativa alla fase di creep secondario, cioè quella fase della curva di creep in cui la velocità di penetrazione rimane costante. E' stata confermata la possibilità di ricavare da tali parametri quelli relativi ad una prova di creep eseguita a trazione costante.

RINGRAZIAMENTI

Esprimo la mia gratitudine al prof. Roberto Montanari, proponente e responsabile della presente attività di Dottorato, per le informazioni ed i suggerimenti forniti nonché per lo stimolo continuo all'approfondimento degli argomenti studiati.

Ringrazio l'ing. Bruno Riccardi per il supporto fornito nella progettazione delle macchine di prova e per i suggerimenti forniti.

Dedico questo lavoro a mia moglie Emanuela per l'incoraggiamento e la pazienza dimostratami e ai miei figli Monica e Diego per il semplice fatto di esistere.

Ringrazio infine i miei genitori e i miei suoceri per il sostegno morale e la disponibilità dimostratami.

Roma 7/1/2008

BIBLIOGRAFIA

1. B.Riccardi, R.Montanari, L.F.Moreschi, A.Sili, S.Storai
Fusion Engineering and Design 58-59 (2001) 755-759.
2. George E. Mase
Meccanica dei continui.
Collana Schaum.
3. K.L.Johnson
Contact Mechanics.
Cambridge University Press (1985).
4. V.Cerruti
Memorie di Fisica Matematica.
Accademia dei Lincei. Roma (1882).
5. J.Boussinesq
Application des Potentials à l'étude de l'équilibre et du mouvement des solides élastiques.
Gauthier-Villars. Parigi (1885).
6. A.E.H. Love
A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity.
4a Edn. Cambridge: University Press (1952).
7. S.Timoshenko e J.N.Goodier
Theory of Elasticità.
3a Edizione Mc Graw Hill. New York (1951).
8. I.N.Sneddon
Boussinesq's problem for a flat-ended cylinder.
Proc. Cambridge Philosophical Society, 42, 29 (1946).
9. Francis Scheid
Analisi numerica.
Collana Schaum.
10. Stevenson C. Chapra, Raymond P. Canale
Metodi numerici.
McGraw-Hill.
11. P.Lucio
Interazione idrogeno con acciai di interesse fusionistico ed impiantistico.
Tesi di Laurea Università di Pisa 25/6/2004.
12. Y.J.Liu, B.Zhao, B.X.Xu, Z.F.Yue
Materials Science and Engineering A 456 (2007) 103-108.
13. T.Hyde, K.Yehia, A.Becker
Int. J. Mech. Sci. 35 (6) (1993) 45.
14. N.Yamamoto, J.Nagakawa, K.Shiba
Journal of Nuclear Materials 283-287 (2000) 400-403.
15. N.Yamamoto, Y.Musare, J. Nagakawa, K.Shiba
Journal of Nuclear Materials 307-311 (2002) 217-221.
16. V.Barabash, G.Kalinin
ITER report (Part1) G DB TY16/17 00 94.06.05 WS1.
17. M.Dao, N.Chollacoop, K.J.Van Vliet, T.A. Venkatesh and S.Suresh
Acta mater. 49 (2001) 3899-3918.
18. ABAQUS/Explicit Users' Manual
Hibbit Karlson and Soresen Inc. (1998) Pawtucket RI.
19. R.David
Problem solving with fortran 90.
Springer (1997).

20. Jaroslav Koutský, Jan Kočík
Radiation Damage of Structural Materials.