Capitolo 3

Modellazione agli elementi finiti

3.1 Introduzione

In questo capitolo viene presentato il modello sviluppato con il codice Atena [6] per analizzare il comportamento tridimensionale non lineare delle zone di ancoraggio. Il modello è stato calibrato analizzando il caso di tre travi studiate sperimentalmente da Wollmann e Breen [9, 78] nell'ambito di un progetto di ricerca che è poi culminato nella revisione della sezione dell'AASHTO [2] dedicata alle zone di ancoraggio delle strutture post-tese. Al fine di inquadrare i limiti e le potenzialità del modello proposto, vengono inizialmente richiamate le caratteristiche salienti del metodo agli elementi finiti applicato alle strutture in cemento armato e in particolare vengono discusse le modalità con cui viene rappresentato il comportamento del calcestruzzo (paragrafi 3.2 e 3.3). Viene quindi illustrata la caratterizzazione del legame costitutivo utilizzato nel codice per descrivere il comportamento tridimensionale del calcestruzzo sia in fase plastica a compressione sia nel caso di fessurazione per trazione (paragrafo 3.4). Vengono pertanto presentate le analisi numeriche svolte e i confronti con i dati sperimentali (paragrafi 3.5 e 3.6).

3.2 Comportamento sperimentale del calcestruzzo

Calcestruzzo soggetto a compressione uniassiale

La tipica curva tensione deformazione del calcestruzzo soggetto a compressione uniassiale è riportata in Fig. 3.1. Si possono osservare tre stadi di deformazione: la fase elastica lineare, la

fase anelastica e la fase di localizzazione della deformazione. La prima fase si manifesta fino ad un valore di tensione pari a circa il 30% di f_c', dove f_c' è la resistenza cilindrica a compressione uniassiale. Per tensioni superiori, si osserva la seconda fase, la risposta non lineare, che diventa maggiormente evidente aumentando la tensione fino al valore di picco f_c', oltre cui inizia il ramo discendente in cui all'aumentare della deformazione diminuisce la tensione fino alla rottura per schiacciamento. Se si sottopone il materiale a carichi ciclici si osserva una deformazione residua e un degrado della rigidezza.

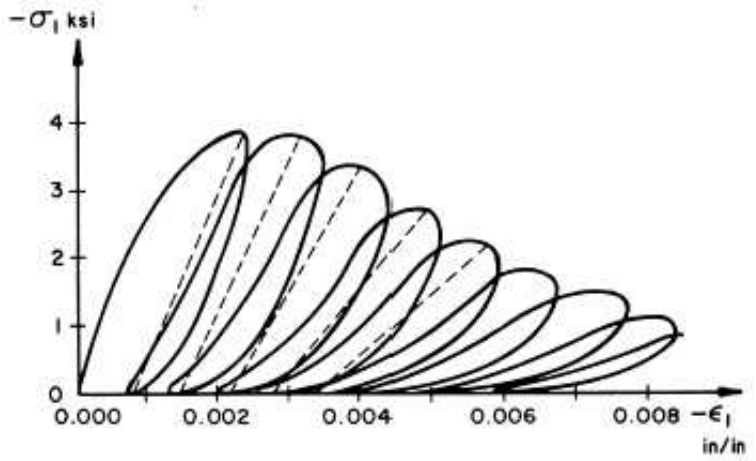


Figura 3.1: Curva tensione-deformazione per la compressione ciclica uniassiale (Chen [16])

Osservazioni sperimentali mostrano che nella fase dopo il picco, la deformazione non è più omogenea, ma tende a localizzarsi in una sezione. In tale fase una corretta rappresentazione del comportamento deve essere fatta in termini di tensione-spostamento piuttosto che tensione-deformazione. Questa evidenza sperimentale è stata supportata dagli studi condotti da Van Mier [75] sulla dipendenza del ramo tensione-deformazione dalla geometria dell'elemento. I risultati sono illustrati nelle Figg.3.2-3.3.

Si nota che prima del picco, le curve sono praticamente identiche. Dopo il picco, invece, al diminuire dell'altezza del provino si osserva una diminuzione delle pendenza del ramo tensione-deformazione. Tuttavia, se gli stessi risultati sono rappresentati in termini di tensione-spostamento, la differenza nella risposta dei provini praticamente scompare.

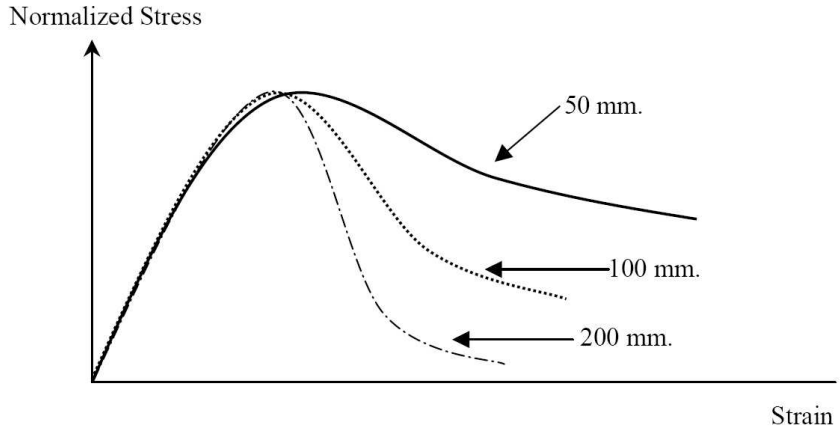


Figura 3.2: Dipendenza della curva tensione-deformazione dalla dimensione del provino (Van Mier [75])

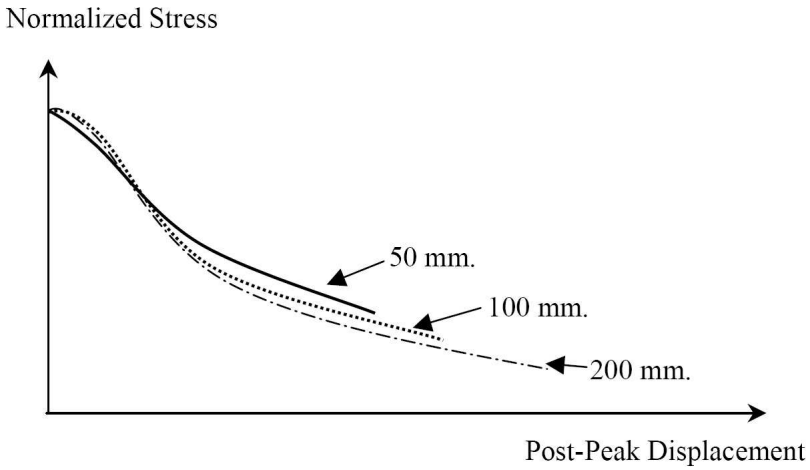


Figura 3.3: Indipendenza della curva tensione-spostamento dalla dimensione del provino (Van Mier [75])

Calcestruzzo soggetto a trazione uniassiale

La tipica curva tensione allungamento per un calcestruzzo soggetto a trazione uniassiale è illustrata in Fig. 3.4.

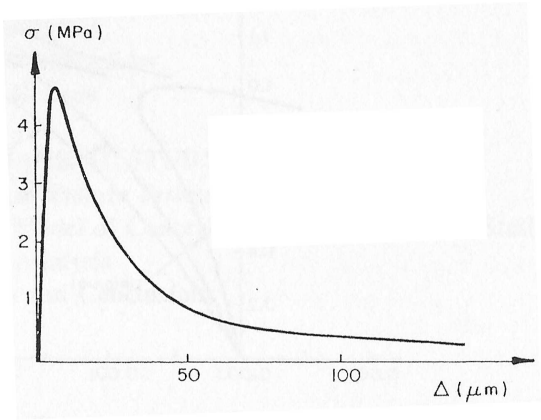


Figura 3.4: Curva tensione-allungamento per la trazione uniassiale

Si nota che il calcestruzzo ha un comportamento quasi lineare fino alla resistenza ultima. Una volta raggiunta il valore di picco, si osserva la formazione di una fessura. La tensione però non si riduce istantaneamente a zero come nei materiali fragili, quali il vetro, ma diminuisce all'aumentare dell'allungamento. Questo fenomeno è noto come deformazione di softening a trazione. In questa fase la deformazione non è più omogenea nel provino, ma si localizza in una zona chiamata "fracture zone", mentre il resto della struttura si scarica. La deformazione totale è composta da due parti distinte: la deformazione elastica del calcestruzzo compreso tra le microfessure e la deformazione associata al rilascio di tensione che agisce su una larghezza pari alla larghezza della fracture zone (3.5).

Si è dimostrato sperimentalmente che la relazione tensione-deformazione dipende dalla dimensione dell'elemento. E'quindi opportuno descrivere il comportamento fessurativo con una relazione tensione-apertura della fessura come illustrato in Fig. 3.6.

L'area sottesa da questa curva rappresenta l'energia specifica di frattura a trazione G_f, definita come la quantità di energia richiesta per creare l'unità di area di una fessura continua. Poichè G_f è considerata una proprietà del materiale, l'energia dissipata a rottura è costante e in questo modo si ottiene una descrizione della risposta materiale indipendente dalla dimensione dell'elemento.

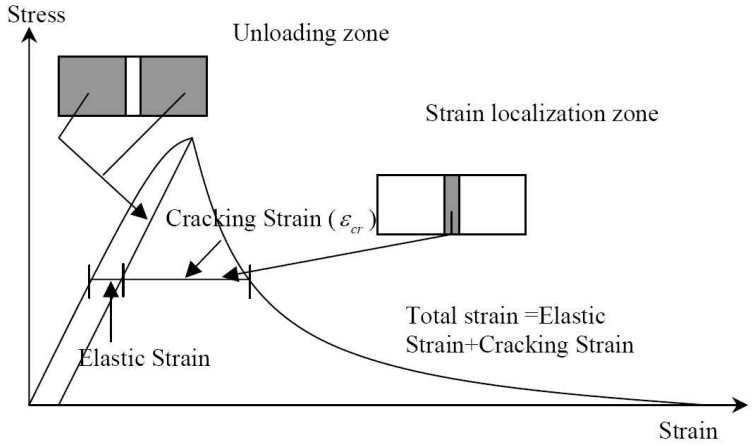


Figura 3.5: Decomposizione della deformazione a trazione

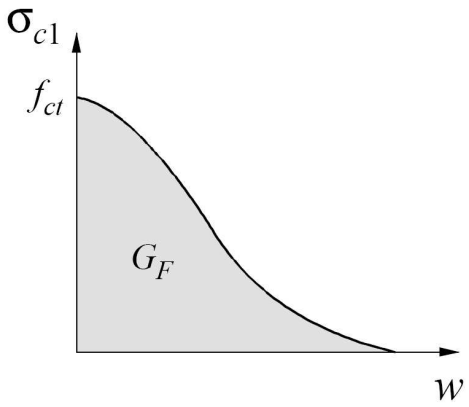


Figura 3.6: Relazione tensione-apertura della fessura

Comportamento del calcestruzzo soggetto ad uno stato biassiale di tensione

Il calcestruzzo soggetto a compressione biassiale esibisce una resistenza e un risposta tensione-deformazione differente dalle condizioni di carico uniassiali. La Fig. 3.7 mostra la superficie di rottura biassiale proposta da Kupfer et al. [42]. Per compressione biassiale il calcestruzzo mostra un incremento della resistenza che è superiore del 25% rispetto alla resistenza uniassiale quando $\sigma_1/\sigma_2 = 0.5$ e del 16 % quando $\sigma_1/\sigma_2 = 1$. Nel caso di trazione biassiale la resistenza è quasi la stessa della resistenza uniassiale a trazione. Nel caso di trazione-compressione la resistenza a compressione diminuisce in maniera quasi lineare all'aumentare della tensione principale di

trazione. Il rapporto tra le tensioni principali σ_1/σ_2 influenza anche la duttilità e la dilatanza, cioè l'incremento anelastico di volume vicino alla rottura del calcestruzzo, come illustrato in Fig. 3.8.

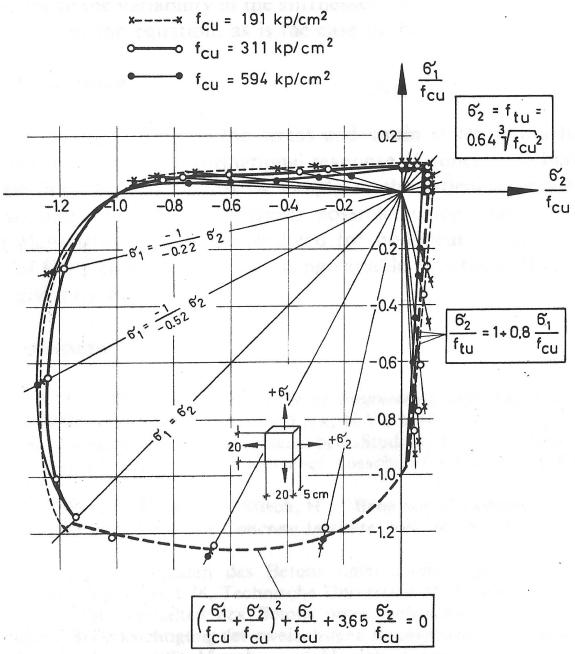


Figura 3.7: Superficie di rottura di Kupfer [42]

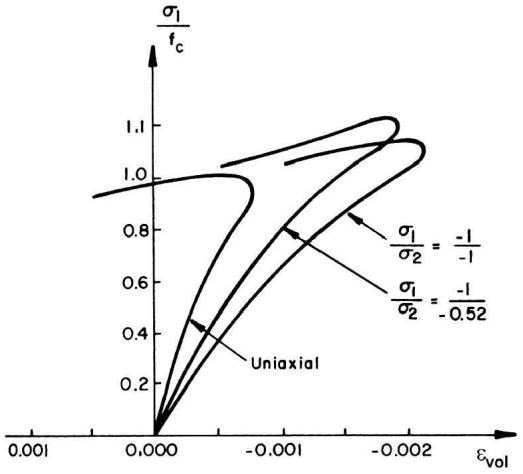


Figura 3.8: Deformazione volumetrica in una prova di compressione biassiale (Kupfer et al. [42])

Comportamento del calcestruzzo soggetto ad uno stato triassiale di tensione

La Fig. 3.9 illustra la curva tensione-deformazione per una prova di compressione triassiale. Queste curve mostrano che il calcestruzzo, in funzione della tensione laterale applicata, si può comportare come un materiale fragile, plastico e plastico incrudente. La pressione laterale produce un incremento della resistenza a compressione e in generale un aumento della duttilità dell'elemento (Fig. 3.10).

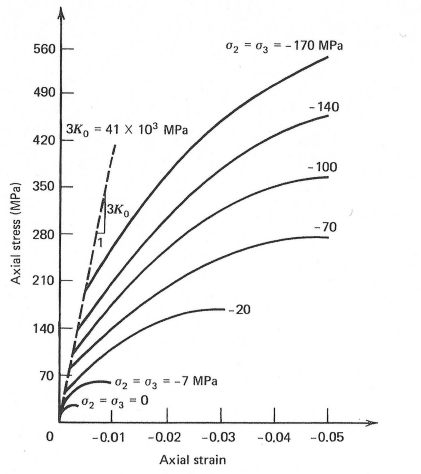


Figura 3.9: Relazione tensione-deformazione per una compressione triassiale (Chen [16])

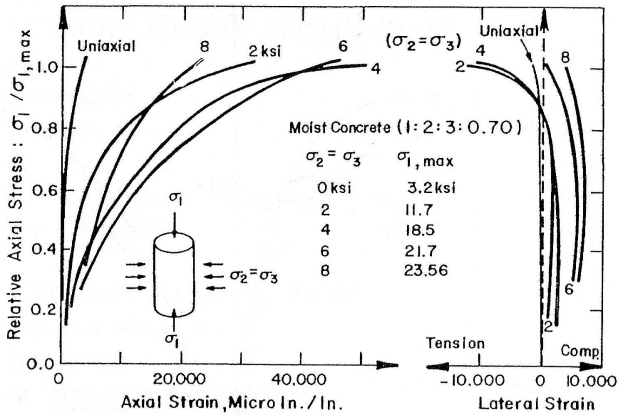
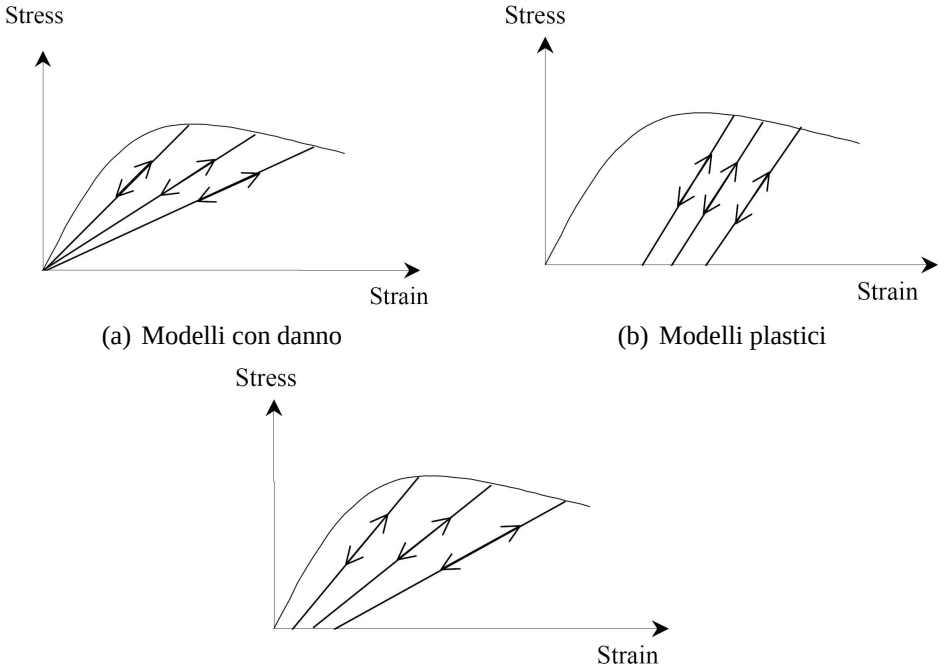


Figura 3.10: Relazione tensione-deformazione per una compressione triassiale (Chen [16])

3.3 Modelli costitutivi per il calcestruzzo

Negli ultimi anni sono stati sviluppati molti modelli analitici in grado di predire accuratamente il comportamento delle strutture in cemento armato. La maggior parte dei modelli disponibili in letteratura ricade in una delle tre seguenti categorie: modelli plastici, modelli con danno e modelli accoppiati plastici con danno.



(a) Modelli con danno (b) Modelli plastici

(c) Modelli plastici con danno

Figura 3.11: Comportamenti materiali

La caratteristica di un materiale plastico è l'accumulo di deformazioni irreversibili quando si supera il limite di snervamento. Si è visto nel paragrafo precedente che il calcestruzzo esibisce deformazioni plastiche quando viene soggetto a compressione. Per questo motivo, la classica teoria della plasticità, originariamente sviluppata per la descrizione del comportamento dei metalli, viene ora largamente usata per modellare il comportamento non lineare del calcestruzzo. Ovviamente è differente la natura dell'irreversibilità della deformazione, dovuta al movimento delle dislocazioni nei metalli e allo sviluppo di microfessure nel calcestruzzo. I modelli proposti si differenziano per la scelta della superficie di snervamento, che limita il dominio elastico, della legge di hardening, che definisce l'evoluzione della superficie di snervamento e della legge di flusso che determina l'orientazione della deformazione plastica, che può essere associata, quindi normale alla superficie di snervamento o non associata. Esempi di modelli plastici sono quelli proposti da Ottosen [58], Ohtani e Chen [57], Han e Chen [30], Cervenka [15]. Anche se i modelli plastici descrivono

molto bene le condizioni di rottura e lo sviluppo delle deformazioni irreversibili, non sono in grado di rappresentare il degrado della rigidezza dovuto alla crescita della microfessurazione (Fig.3.1).

I modelli basati sulla meccanica del danno sono relativamente più recenti. Sono in grado di cogliere il degrado della rigidezza e della resistenza del materiale, ma non descrivono l'accumulo di deformazioni permanenti. Lo sviluppo di questi modelli richiede la definizione di una legge di danno che caratterizza l'orientazione e il tasso con cui il danno si accumula. Esempi di modelli con danno sono quelli proposti da Lemaitre [44], Mazars [51], Resende e Martin [61]

Infine i modelli più recenti, plastici con danno, accoppiano entrambe le teorie e quindi riescono a descrivere sia la deformazione irreversibile sia il degrado della rigidezza. Esempi di modelli accoppiati sono quelli di Lubliner et al.[47], Lee e Fenves [43]

L'aspetto più critico nella descrizione del comportamento delle strutture in cemento armato con il metodo degli elementi finiti è la definizione di un modello costitutivo per il calcestruzzo. Uno degli aspetti più critici che il modello deve rappresentare è la fessurazione. La fessura implica la presenza di una superficie libera all'interno della struttura, che provoca una ridistribuzione dello stato tensionale e un cambiamento della rigidezza dell'elemento. Il modello costitutivo deve essere in grado di predire l'inizio e l'evoluzione della fessurazione.

La modellazione si basa sulla meccanica della frattura, analizzando il legame tensione - deformazione che deriva dall'individuazione di possibili piani di fessurazione e dalla definizione delle dimensioni della "fracture zone". Nel metodo agli elementi finiti ci sono fondamentalmente due metodi per modellare le fessure: il modello a fessure discrete ("discrete crack model") e il modello a fessure diffuse ("smeared crack model"), entrambi implementati nei codici agli elementi finiti (Fig.3.12).

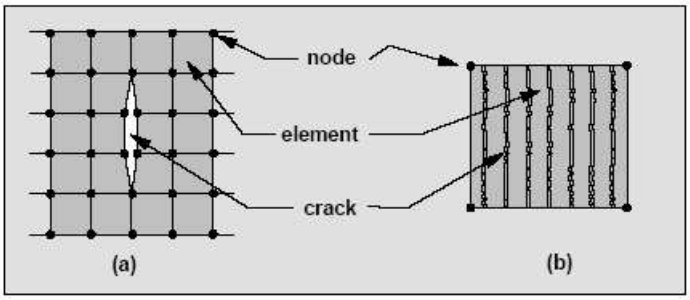


Figura 3.12: Metodi per descrivere la fessurazione nel metodo agli elementi finiti: a)"discrete crack model", b) "smeared crack model"

Il "discrete crack model" è il metodo che più si avvicina alla realtà fisica. La formazione

della fessura è rappresentata con due superficie libere, ottenute separando i nodi della mesh del modello agli elementi finiti. Ovviamente, la variazione della mesh e quindi la ridefinizione della matrice di rigidezza, determina notevoli sforzi computazionali, per cui questo metodo non è adatto in problemi che presentano fessure diffuse. Nello "smeared crack model" le fessure sono modellate diminuendo la tensione principale di trazione secondo una legge costitutiva del calcestruzzo teso. Invece di rappresentare una singola fessura, si rappresentano fessure distribuite perpendicolari alla direzione principale di trazione. Questa approssimazione è abbastanza realistica per il calcestruzzo, in cui il processo fessurativo è preceduto da una microfessurazione del materiale.

Il modello costitutivo implementato nel programma Atena e usato in questa ricerca è un modello plastico a fessure diffuse. Viene dettagliatamente descritto nel paragrafo 3.4.

3.4 Modello costitutivo implementato nel programma Atena

Il modello costitutivo implementato nel programma Atena e usato in questa ricerca è un modello tridimensionale che combina la plasticità con la frattura. La frattura è modellata con un modello a fessure diffuse ("smeared crack model"), ortotropo basato sul criterio di Rankine. Per modellare lo schiacciamento del calcestruzzo si usa un modello plastico basato sul criterio di rottura di Menétrey-Willam [52].

La formulazione del modello materiale si basa sulla decomposizione della deformazione totale nelle componenti elastica ε_{ij}^{e}, plastica ε_{ij}^{p} e di fessurazione ε_{ij}^{f}.

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^{e} + \varepsilon_{ij}^{p} + \varepsilon_{ij}^{f} \tag{3.1}$$

Lo stato di tensione nel processo iterativo di soluzione è calcolato in base della formula:

$$\sigma_{ij}^{n} = \sigma_{ij}^{n-1} + E_{ijkl}(\Delta\varepsilon_{kl} - \Delta\varepsilon_{kl}^{p} - \Delta\varepsilon_{kl}^{f}) \tag{3.2}$$

dove gli incrementi di deformazione plastica $\Delta\varepsilon_{kl}^{p}$ e di fessurazione $\Delta\varepsilon_{kl}^{f}$ devono essere valutati sulla base dei modelli materiali impiegati.

3.4.1 Superficie di rottura

Nel modello materiale impiegato viene implementato il criterio di rottura triassiale di Menétrey-Willam [52]. Questo criterio di rottura incorpora il tradizionale criterio di Rankine della massima

resistenza a trazione. Permette di tenere in conto gli effetti di tutte e tre le tensioni principali e in particolare della tensione principale intermedia. E' definito come segue:

$$F^p(\xi,\rho,\theta) = [\sqrt{1.5}\,\frac{\rho}{f'_c}]^2 + m\,[\frac{\varrho}{\sqrt{6}f'_c}\,r(\theta,e) + \frac{\xi}{\sqrt{3}f'_c}] - c = 0 \tag{3.3}$$

dove

$$m = \frac{f_c'^2 - f_t'^2}{f'_c f'_t}\frac{e}{e+1}\ ,$$
$$r(\theta,e) = \frac{4-(1-e^2)cos^2\theta + (2e-1)^2}{2(1-e^2)cos\theta + (2e-1)[4(1-e^2)cos^2\theta + 5e^2 - 4e]^{1/2}}$$

Nell' equazione (3.3) f'_c e f'_t rappresentano la resistenza uniassiale a compressione e a trazione e (ξ, ϱ, θ) sono le coordinate di Heigh-Vestergaard, definite come segue:

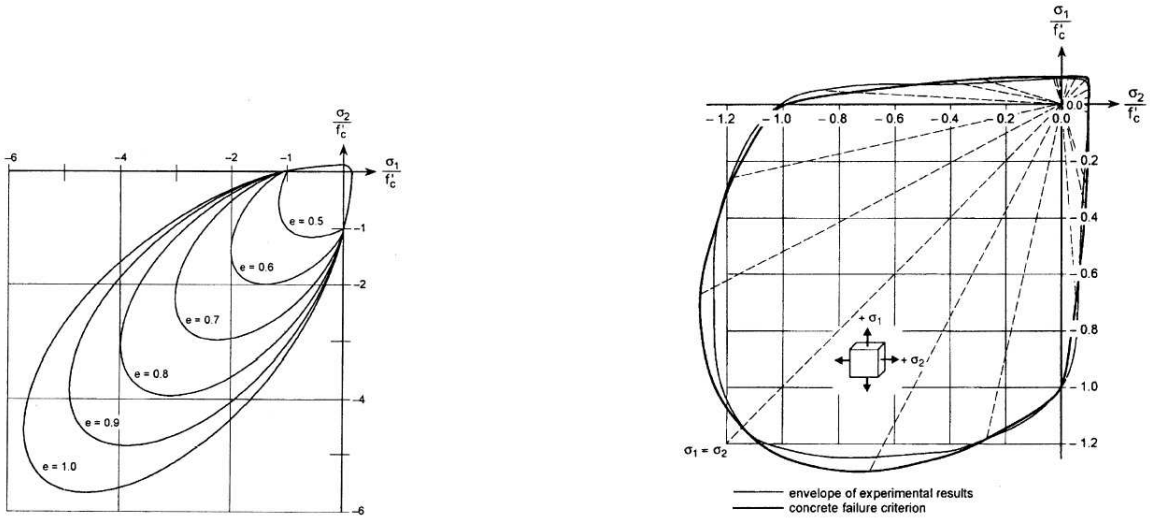
$$\begin{aligned} \xi &= \frac{1}{\sqrt{3}}I_1, \qquad I_1 = \sigma_{ii}, \\ \rho &= \sqrt{2J_2}, \qquad J_2 = \frac{1}{2}s_{ij}s_{ji}, \\ cos3\theta &= \frac{3\sqrt{3}}{2}\frac{J_3}{J_2^{\frac{2}{3}}} \qquad J_3 = \frac{1}{3}s_{ij}s_{jk}s_{ki}, \end{aligned}$$

dove I_1, J_2 e J_3 sono il primo invariante del tensore delle tensioni σ_{ij}, il secondo e terzo invariante del tensore di tensione deviatorico, $s_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3}\sigma_{kk}\delta_{ij}$, con δ_{ij} simbolo di Kronecker. In questo criterio c rappresenta la resistenza per coesione e m il parametro d'attrito.

La superficie di rottura è determinata tramite tre parametri, la resistenza a compressione e a trazione uniassiale, f'_c e f'_t e il parametro di eccentricità e che definisce la forma della superficie. Per garantire la convessità e l'assenza di punti singolari sulla superficie, e ha valori compresi tra $(0.5, 1]$. Quando $e = 1$, la superficie è circolare, quando $e = 0.5$ è triangolare. In generale, quindi, la forma della parte deviatorica cambia dalla triangolare alla circolare all'aumentare della pressione di confinamento. L'influenza del parametro di eccentricità e è illustrata nel piano $\sigma_3 = 0$ (Fig. 3.13). Se $e = 0.52$ i risultati di questo criterio di rottura sono in buon accordo con i dati sperimentali di Kupfer [42].

3.4.2 Modello plastico per il calcestruzzo compresso

Lo sviluppo di un modello basato sulla plasticità richiede la definizione della superficie di snervamento/rottura, della legge di hardening che definisce l'evoluzione della superficie di snervamento e della legge di flusso che definisce l'evoluzione dell'insieme delle variabili interne che fissano in



(a) Influenza del parametro di eccentricità e sulla resistenza biassiale

(b) confronto tra il criterio di rottura di Menetrey e i dati sperimentali di Kupfer

Figura 3.13: Criterio di rottura proposto da Menétrey-Willam

maniera univoca lo stato materiale. In particolare la legge di flusso definisce l'orientazione della deformazione plastica che può essere associata, quindi normale alla superficie di snervamento, o non associata.

Legge di hardening/softening

La legge di hardening descrive come evolve la superficie di snervamento all'aumentare della deformazione plastica. Si basa su una deformazione plastica equivalente che è calcolata in accordo con la seguente formula:

$$\Delta\varepsilon^p_{eq} = min(\Delta\varepsilon^p_{ij}) \tag{3.4}$$

Per la superficie di Menétrey-Willam il comportamento hardening/softening è controllato dal parametro $c \in [0, 1]$, che evolve durante il processo di snervamento/ crushing secondo la seguente relazione:

$$c = (\frac{f'_c(\varepsilon^p_{eq})}{f'_c})^2 \tag{3.5}$$

Nelle due precedenti formule l'espressione di $f'_c(\varepsilon^p_{eq})$ indica la legge di hardening/softening

che è basata su una prova di compressione uniassiale. La legge è mostrata nella Fig. 3.14, la parte ascendente ellittica è data dalla seguente formula

$$\sigma = f_{co} + (f_c - f_co)\sqrt{1 - (\frac{\varepsilon_c - \varepsilon_{eq}^p}{\varepsilon_c})} \tag{3.6}$$

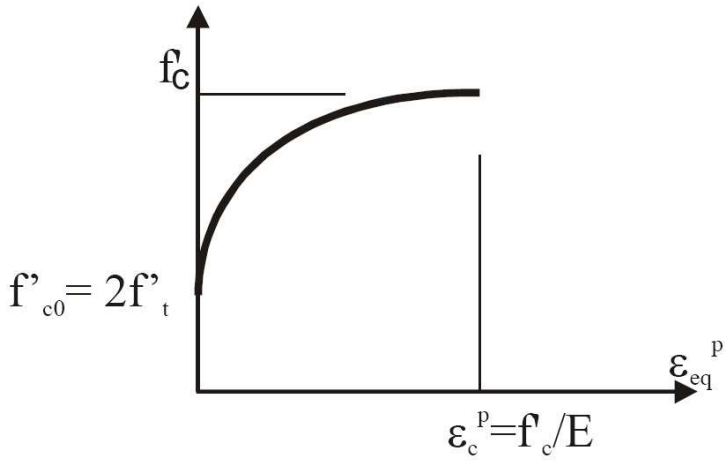


Figura 3.14: Ramo di hardening a compressione

Ramo di softening

Come già evidenziato, nelle prove a compressione uniassiale, la curva tensione-deformazione presenta dopo il picco un ramo discendente, chiamato ramo di softening. Osservazioni sperimentali mostrano che in questa fase, la deformazione non è più omogenea nel provino, ma tende a localizzarsi in una sezione. Per evitare la dipendenza dalla dimensione del provino, la rappresentazione del comportamento deve essere fatta in termini di tensione-spostamento e non tensione-deformazione come messo in luce dagli esperimenti di Van Mier [75].

Nel modello costitutivo implementato in Atena si suppone quindi che dopo il picco lo spostamento a compressione e la dissipazione di energia siano concentrati in un piano perpendicolare alla direzione principale di compressione. Il punto finale del ramo di softening, definito sulla base degli esperimenti di Van Mier, è posto pari a 0.5mm. La legge di softening tensione-spostamento è trasformata in una relazione tensione-deformazione lineare la cui pendenza è definita tramite due

punti: ε_c , la deformazione corrispondente al picco di tensione e ε_d quando la tensione è nulla. La deformazione ultima ε_d è calcolata secondo la seguente formula:

$$\varepsilon_d = \varepsilon_c + \frac{w_d}{L_c} \tag{3.7}$$

dove L_c è la larghezza di banda in cui si suppone che si localizzi la deformazione e corrisponde alla proiezione della dimensione dell'elemento nella direzione della tensione principale minima, come illustrato in Fig. 3.15.

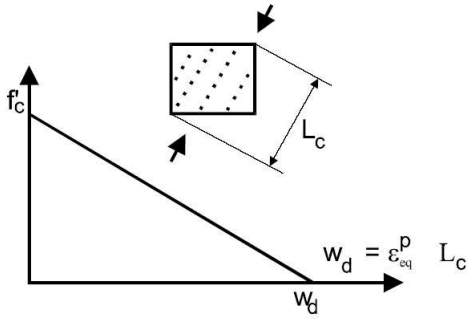


Figura 3.15: Ramo di softening e lunghezza caratteristica a compressione

Legge di flusso

La legge di flusso definisce l'intensità e l'orientazione della deformazione plastica. In particolare l'incremento di deformazione è definito come segue:

$$\Delta\varepsilon_{ij}^{p} = \Delta\lambda \frac{\partial G^{p}(\sigma_{ij})}{\Delta\sigma_{ij}} \tag{3.8}$$

in cui λ è uno scalare positivo e $G'(\sigma_{ij})$ è la funzione potenziale plastico. Nel modello costitutivo il potenziale plastico è posto pari :

$$G'(\sigma_{ij}) = \beta \frac{1}{\sqrt{3}} I_1 + \sqrt{2J_2} \tag{3.9}$$

dove β determina la direzione di ritorno. Se $\beta < 0$ durante lo schiacciamento del calcestruzzo si ha diminuzione di volume, se $\beta = 0$ il volume non cambia, se $\beta > 0$ il materiale dilata

(Fig. 3.16). In genere il modello plastico è non-associato e pertanto il flusso plastico non è perpendicolare alla superficie di snervamento.

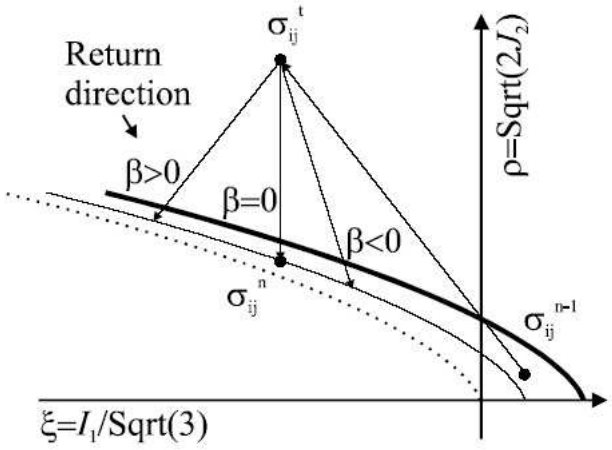


Figura 3.16: Ramo di hardening a compressione

3.4.3 Modello per il calcestruzzo fessurato

Il modello costitutivo assume un comportamento lineare prima della fessurazione. Quando la tensione principale massima supera la resistenza a trazione, si forma la fessura. Si assume valido il criterio di Rankine.

$$F_i^f = \sigma_{ii}^{'t} - f_{ti}' \leq 0 \tag{3.10}$$

Si assume che le deformazioni e le tensioni siano convertite nelle direzioni materiali, che nel caso del "rotated crack model" corrispondono alle direzioni principali al passo di carico in esame e nel caso del "fixed crack model" sono date dalle direzioni principali all'inizio della fessurazione. Quindi $\sigma_{ii}^{'t}$ rappresentano le tensioni reali e f_{ti}' è la resistenza trazione nelle direzioni materiali. Si assume che l'incremento di deformazione dovuto alla fessurazione sia normale alla superficie di rottura. Per la superficie k, è calcolato nella forma

$$\Delta\varepsilon_{ij} = \Delta\lambda \frac{\partial F_k}{\partial \sigma_{ij}} \tag{3.11}$$

Dopo il picco di trazione è presente un ramo di softening che è definito in accordo agli esperimenti di Hordijk [32]:

$$\frac{\sigma}{f_t} = 1 + (c_1\frac{w}{w_c})exp(-c_2\frac{w}{w_c}) - \frac{w}{w_c}(1+c_1^3)exp(-c_2), \tag{3.12}$$

$$w_c = 5.14\frac{G_f}{f_t} \tag{3.13}$$

dove w è l'apertura della fessura, w_c è l'apertura della fessura al completo rilascio di tensione, σ è la tensione normale alla fessura, G_f è l'energia di frattura richiesta per creare l'unità di area di una fessura continua, f_t è la resistenza a trazione derivata dal criterio di rottura. Quindi per definire il ramo discendente occorre conoscere la resistenza a trazione f_t per cui inizia la fessurazione, l'energia di frattura G_f e la forma del ramo discendente. I primi due parametri sono delle proprietà materiali, mentre l'ultimo dipende dal modello scelto. La deformazione dovuta alla fessurazione è calcolata dall'apertura della fessura dividendo per la lunghezza caratteristica L_t pari alla proiezione dell'elemento nella direzione principale massima, come illustrato in Fig. 3.17

$$e_{cr} = \frac{w}{L_t}. \tag{3.14}$$

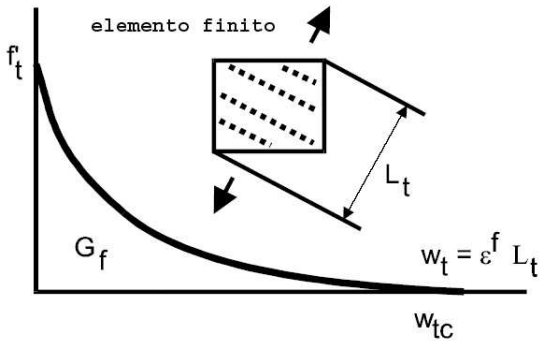


Figura 3.17: Ramo di softening e lunghezza caratteristica a trazione

3.4.4 Combinazione del modello basato sulla plasticità e sulla frattura

I modelli precedenti sono combinati in un singolo modello in modo tale che la plasticita è usata per descrivere lo schiacciamento del calcestruzzo e il modello di Rankine per la fessurazione. Si ottengono le seguenti disuguaglianze:

$$F^p(\sigma_{ij}^{n-1} + Eijkl(\Delta\varepsilon_{kl} - \Delta\varepsilon_{kl}^f - \Delta\varepsilon_{kl}^p)) \leq 0 \quad (3.15)$$

$$F^f(\sigma_{ij}^{n-1} + Eijkl(\Delta\varepsilon_{kl} - \Delta\varepsilon_{kl}^f - \Delta\varepsilon_{kl}^p)) \leq 0 \quad (3.16)$$

La prima equazione è usata per determinare l'incremento di deformazione plastica, $\Delta\varepsilon_{kl}^p$, mentre la seconda per determinare l'incremento di deformazione dovuto alla fessurazione $\Delta\varepsilon_{kl}^f$.

3.5 Modellazione delle zone di ancoraggio

Per valutare l'attendibilità del modello proposto si è simulato il comportamento di 3 travi che appartengono alla serie di prove effettuate da Breen e Wollmann nel 1994 [9] nell'ambito di un progetto di ricerca che è poi culminato nella revisione delle indicazioni dell' AASHTO [2] per le zone di ancoraggio nelle strutture post-tese. Le travi selezionate studiano l'influenza della presenza della forza di taglio nelle zone di ancoraggio. Sono state scelte per l'analisi perchè riportano i risultati di diversi parametri chiave quali l'apertura delle fessure e le deformazioni nell'armatura di bursting.

3.5.1 Geometria

Il modello agli elementi finiti proposto è stato verificato simulando 3 travi sperimentali analizzate da Breen e Wollmann [9, 78] e indicate rispettivamente Beam1, Beam2 e Beam3. La trave Beam1 è stata sottoposta solo ad una forza assiale centrata ed è servita come riferimento . Le travi Beam2 e Beam3 sono state sottoposte anche ad un carico concentrato in corrispondenza della mezzeria per studiare l'influenza della forza di taglio nelle zone di ancoraggio.

La geometria delle travi sperimentali è illustrata in Fig. 3.18. Le travi sono lunghe 2743 mm (108 in.), alte 406 mm (16 in.) e larghe 229 mm (9 in.). L'armatura predisposta ad assorbire le tensioni di fenditura è costituita da staffe ϕ 6mm (No. 2). Ulteriori elementi orizzontali sono posti nei modelli Beam2 e Beam3, come illustrato in figura 3.18. Per impedire la rottura dietro la piastra di ancoraggio, il calcestruzzo è stato confinato con una spirale di diametro ϕ 9mm (No. 3). Nella

trave Beam1 inoltre sono usate come armatura longitudinale quattro barre ϕ 9.5mm, una in ogni spigolo, mentre nelle travi Beam2 and Beam3 inferiormente sono state poste tre barre ϕ 15.9 mm (No. 5) per evitare la rottura a flessione in mezzeria. La tensione di snervamento è pari a 496 MPa per le staffe e 414 MPa per la spirale e l'armatura longitudinale. La resistenza cilindrica del calcestruzzo è pari a 36.54 MPa, 51.71 MPa e 35.16, rispettivamente per le travi Beam1, Beam2 e Beam3.

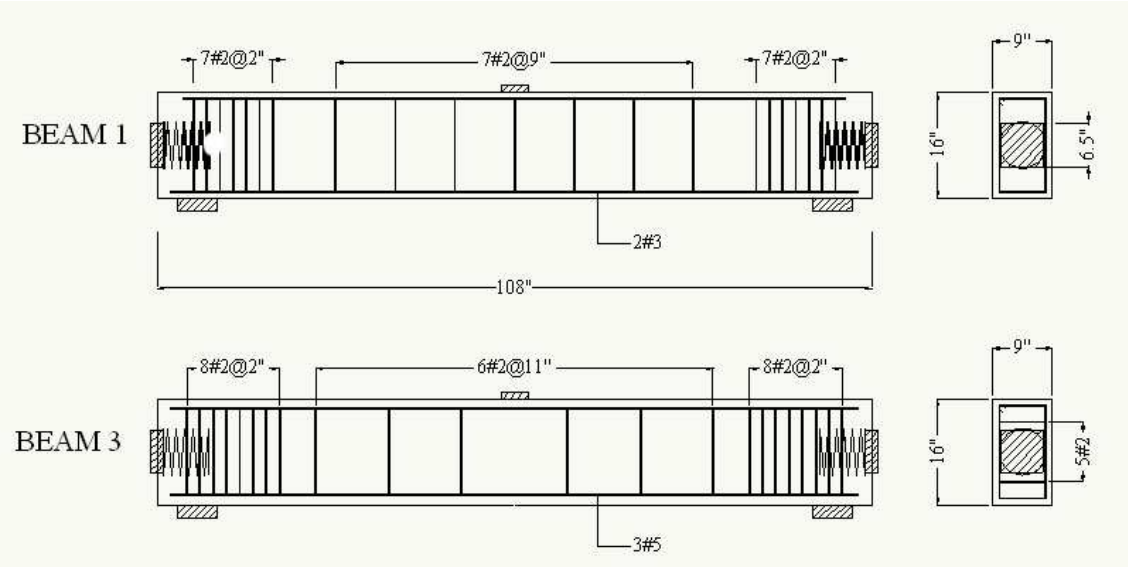


Figura 3.18: Geometria dei modelli

3.5.2 Tipi di elementi

Sono stati utilizzati elementi solidi a otto nodi, con tre gradi di libertà per nodo, per modellare il calcestruzzo e le piastre di carico e di appoggio. La geometria e la disposizione dei nodi per questi elementi è mostrata in Fig. 3.19

L'armatura è stata modellata come barre discrete usando elementi truss a due nodi, ipotizzando la perfetta aderenza tra l'armatura e il calcestruzzo. In questo approccio, l'armatura, pensata immersa nel calcestruzzo, non ha gradi di libertà propri, le deformazioni sono calcolate dal campo di spostamenti degli elementi di calcestruzzo.

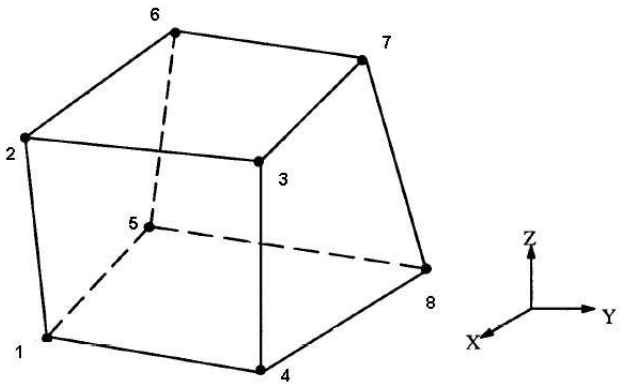


Figura 3.19: Elementi 3-D

3.5.3 Proprietà dei materiali

Acciaio

Nel modello agli elementi finiti si è ipotizzato per l'armatura un comportamento elasto-plastico perfetto. Le proprietà materiali, modulo elastico E_s, coefficiente di Poisson e di snervamento f_y, sono riassunte in tabella 3.1. In particolare per la tensione di snervamento si sono assunti gli stessi valori riportati nella sperimentazione.

	E_s (MPa)	f_y (MPa)	ν
Staffe	210000	496	0.3
Spirale	210000	414	0.3
Armatura longitudinale	210000	414	0.3

Tabella 3.1: Proprietà dell'armatura

Calcestruzzo

Atena genera automaticamente le proprietà del calcestruzzo da un valore definito dall'utente della resistenza cubica del calcestruzzo. Una più accurata definizione di alcuni parametri è, comunque, raccomandata ed è stata usata in tutte le simulazioni. In particolare si è tenuto conto dell'elevato grado di confinamento fornito dalla spirale dietro la piastra di carico tramite una stima del parametro di eccentricità *e* che definisce in Atena la forma della superficie di rottura di

Menetrey-Willam [52]. Il valore di default di *e* è 0.52 e fornisce un'eccellente descrizione dello stato piano di tensione. Tale valore, però, porta ad una rottura fragile localizzata dietro la piastra di carico. Nella sperimentazione, invece, la rottura veniva prodotta per schiacciamento del calcestruzzo davanti la spirale, mentre il calcestruzzo confinato rimane in buone condizioni. Per tenere conto del comportamento tridimensionale del calcestruzzo confinato, il valore di *e* è stato incrementato. I migliori risultati sono stati ottenuti usando un valore pari a 0.7.

D'altra parte, l'incremento di volume del calcestruzzo vicino alla rottura è stato tenuto in conto usando un valore positivo e pari a 0.3 per il parametro β usato in Atena nella legge di flusso plastico per definire la direzione del flusso plastico.

Si sono assunti per la resistenza cilindrica del calcestruzzo gli stessi valori riportati nella sperimentazione, quindi pari a 36.54 MPa, 51.71 MPa e 35.16, rispettivamente per le travi Beam1, Beam2 e Beam3; per il modulo di Poisson si è assunto un valore pari a 0.2, mentre la resistenza a trazione è stata calcolata in funzione della resistenza cubica secondo l'espressione $f_t = 0.24 f_{cu}^{\frac{2}{3}}$.

3.5.4 Mesh

Le Figg. 3.20-3.21 mostrano la mesh e lo schema agli elementi finiti del modello sviluppato. E' stato necessario infittire la mesh nella zona di ancoraggio, non solo a causa dell'elevato gradiente di tensione dovuto alla diffusione della forza di precompressione, ma anche per descrivere adeguatamente la distribuzione di tensione nella sezione trasversale. Il modello finale ha circa 5600 elementi.

3.5.5 Condizioni al contorno e di carico

I modelli agli elementi finiti sono stati sottoposti alla stessa procedura di carico descritta nella sperimentazione. Tutte e tre le travi sono state soggette ad una forza di precompressione centrata applicata uniformemente sulla piastra di ancoraggio. Le travi Beam2 e Beam3 sono state caricate anche con una forza verticale V applicata sempre uniformemente sulla piastra di carico in mezzeria, per evitare problemi di concentrazione delle tensioni. Nel processo di carico si è inizialmente mantenuto costante il rapporto V/P, pari a circa 0.1 fino a quando la forza verticale V non ha raggiunto il suo valore finale di circa 0.10MN. Successivamente V viene mantenuta costante mentre la forza di precompressione è aumentata fino a rottura. Questa procedura è stata scelta per evitare la rottura flessionale in mezzeria e per garantire la rottura nella zona di ancoraggio.

Sono stati impiegati dei vincoli sugli spostamenti per modellare le condizioni di simmetria in corrispondenza della sezione centrale della trave e lungo il piano verticale di simmetria. Sono stati impiegati sempre vincoli verticali, applicati ad una piastra di appoggio, per impedire lo sposta-

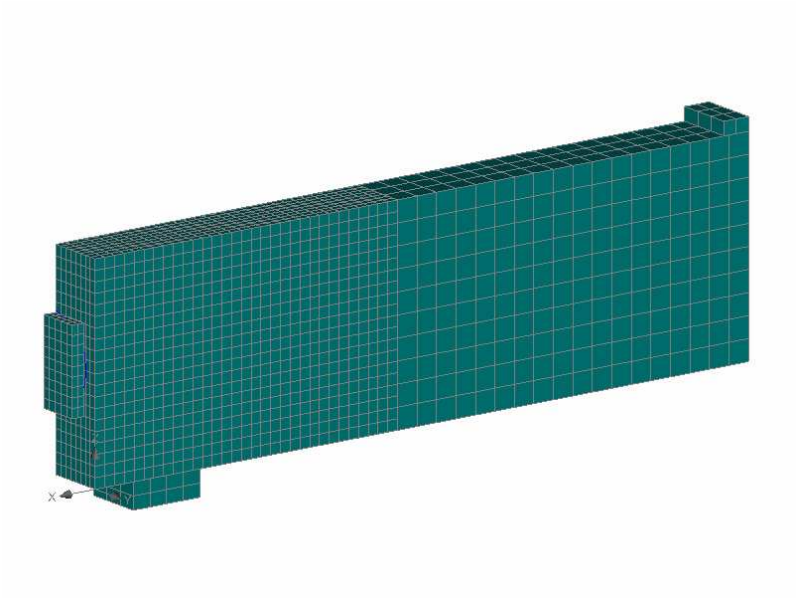


Figura 3.20: Mesh del modello agli elementi finiti

mento verticale della trave. In particolare, per consentire la rotazione della piastra, si è posta una singola linea di appoggi lungo la sezione di mezzeria della piastra stessa (Fig. 3.23). Infatti è stato notato che se si impediscono le rotazioni, si osserva una fessurazione indesiderata, come illustrato in Fig. 3.24

3.6 Risultati

La validità del modello agli elementi finiti è stata valutata confrontando i seguenti tipi di risposte: 1) il carico di prima fessurazione; 2) il carico di primo snervamento; 3) il carico ultimo; 4) ampiezza massima di fessurazione ; 5) le deformazioni nelle staffe. Durante le indagini sperimentali, la modalità di rottura è stata identica per le tre travi. La rottura si è manifestata con poco preavviso ed è stata esplosiva. Il calcestruzzo esterno alla spirale e alle staffe nella zona di ancoraggio è stato espulso. Si è avuto inoltre lo schiacciamento del calcestruzzo davanti alla spirale, formando un cono che è tipico nella rottura a taglio delle zone di ancoraggio. Prima della rottura la piastra di carico è penetrata nella trave meno di 0.025 m (0.1 in.). In condizioni di esercizio nessuna delle travi si è fessurata. A rottura la massima ampiezza della fessura è risultata inferiore a 0.5 mm (0.02 in.). La tabella 3.2 mostra il confronto tra i risultati numerici e i risultati sperimentali.

Il carico di prima fessurazione nell'analisi agli elementi finiti corrisponde al valore del carico

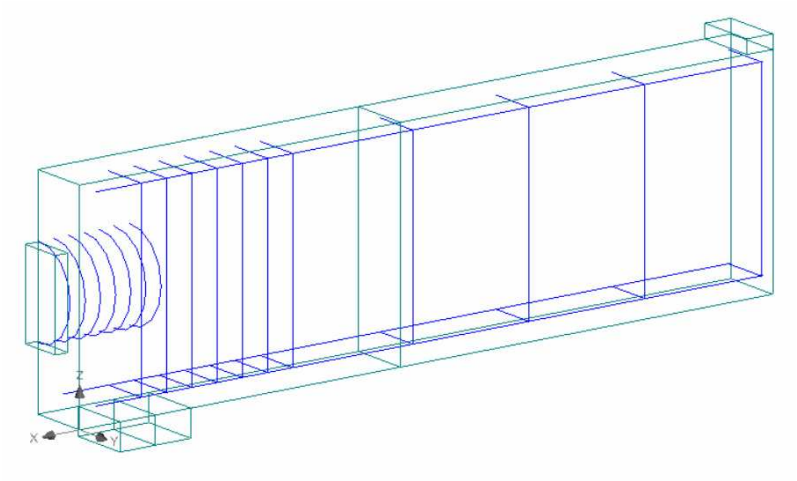


Figura 3.21: Modello della trave in calcestruzzo e dell’armatura

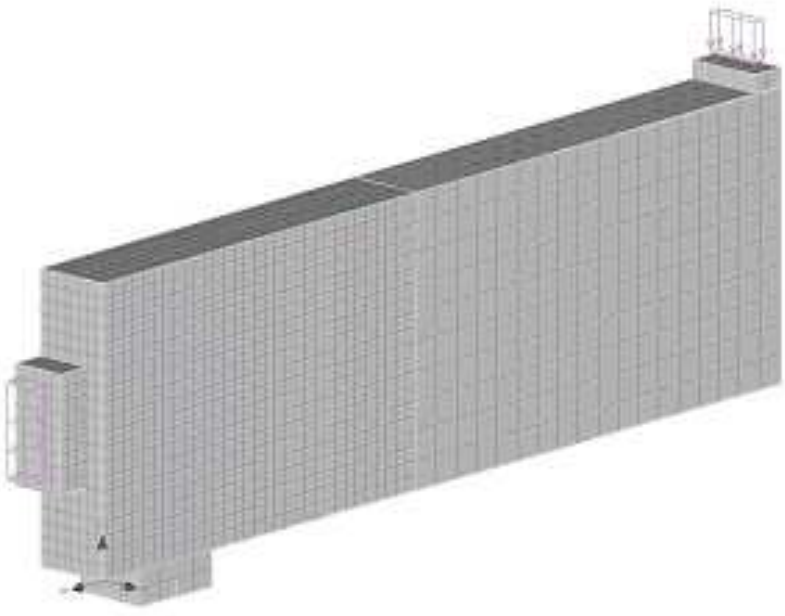


Figura 3.22: Condizioni di carico

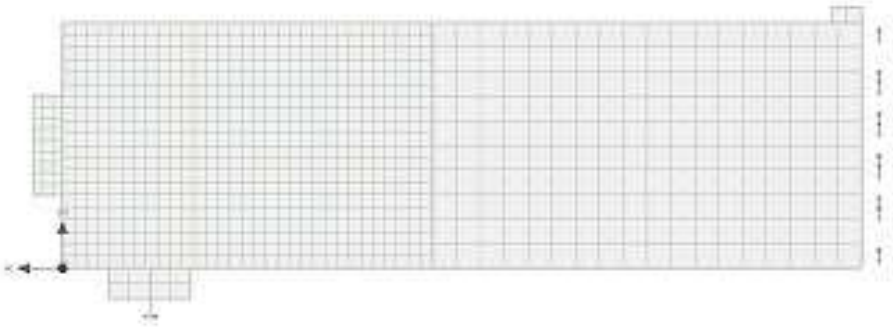


Figura 3.23: Condizioni al contorno

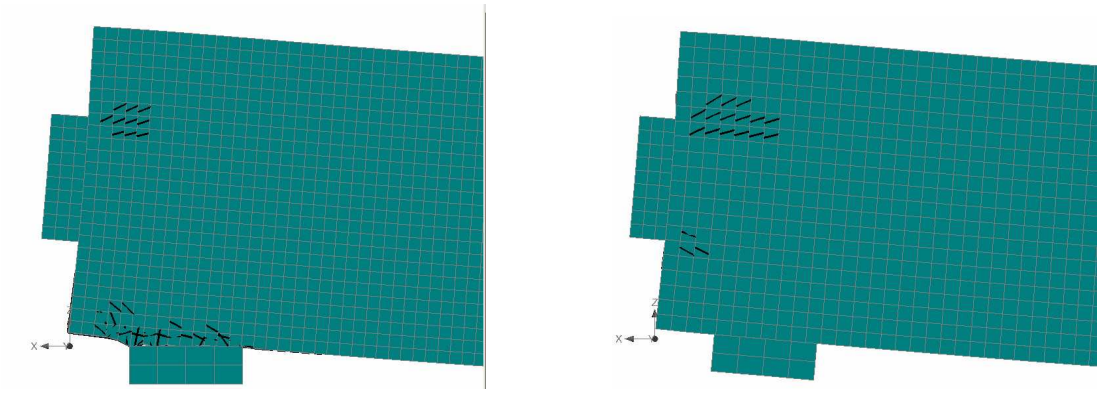


Figura 3.24: Spostamenti del modello: a) senza la rotazione della piastra, b) con la rotazione della piastra di appoggio

per cui l'ampiezza delle fessure nel calcestruzzo è circa 0.025 mm (0.001 in.), come riportato negli esperimenti. Si può notare che i risultati numerici sono in buon accordo con quelli sperimentali.

Trave	Carico di precompressione	Sperimentale	Teorico	Sperimentale / Teorico
BEAM1	Carico di fessurazione (MN)	1.11	1.03	1.08
	Carico di snervamento (MN)	1.31	0.86	1.52
	Carico ultimo (MN)	1.40	1.65	0.85
BEAM2	Carico di fessurazione (MN)	1.34	1.38	0.97
	Carico di snervamento (MN)	1.74	1.92	0.91
	Carico ultimo (MN)	1.98	2.18	0.91
BEAM3	Carico di fessurazione (MN)	1.06	1.05	1.01
	Carico di snervamento (MN)	–	–	
	Carico ultimo (MN)	1.69	1.91	0.89

Tabella 3.2: Confronto tra i risultati numerici e i risultati sperimentali per le travi di Wollmann-Breen

3.6.1 Diagramma carico-spostamento

La Fig. 4.2 mostra il diagramma carico-spostamento assiale per la trave Beam1 ottenuta dall'analisi agli elementi finiti. Il carico di prima fessurazione risulta 1.03 MN, che è inferiore del 8% al valore sperimentale, pari a 1.11. Si può notare che la fessurazione non altera la rigidezza assiale della trave e la curva mostra un comportamento lineare fino a rottura che si manifesta per un carico pari a 1.65 MN, che è superiore del 18% al valore sperimentale di 1.40 MN.

3.6.2 Evoluzione del quadro fessurativo

Le Figg. 3.26 e 3.27 mostrano i quadri fessurativi numerici e sperimentali per le travi Beam1 e Beam3 a rottura. Nel modello Beam1, la fessurazione è iniziata vicino la piastra di ancoraggio e si è propagata lungo l'asse della trave. All'aumentare del carico, si formano delle fessure diagonali a partire dagli spigoli della piastra, che individuano i puntoni inclinati di calcestruzzo. Il quadro fessurativo numerico è simmetrico rispetto all'asse della trave, mentre quello sperimentale appare non simmetrico, probabilmente per un'accidentale eccentricità del carico, come riportato dagli stessi autori. Nel modello Beam3, le fessure di bursting si manifestano nella parte superiore

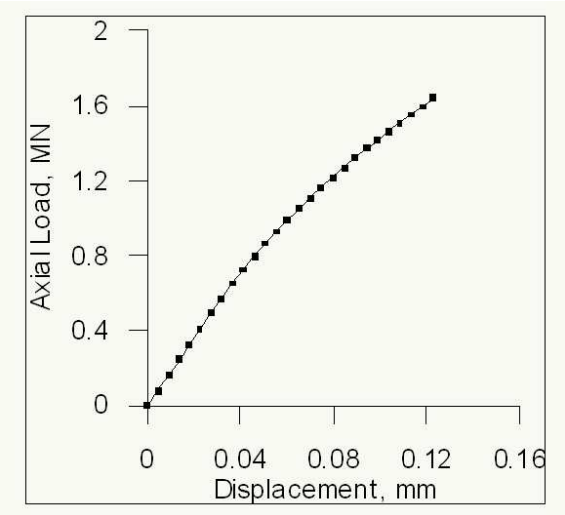


Figura 3.25: Diagramma carico-spostamento assiale della piastra di carico per la trave Beam1

della trave per l'influenza della forza di reazione nella zona di ancoraggio. A rottura, la massima ampiezza della fessura, dedotta dal modello numerico, è stata 0.23 mm per il modello Beam1 e 0.35 mm e 0.3 mm, rispettivamente per la trave Beam2 and Beam3.

3.6.3 Modalità di rottura

Come già evidenziato nelle travi sperimentali la rottura è stata provocata dallo schiacciamento del calcestruzzo davanti la spirale con la formazione di un cono, che viene tipicamente osservato nella rottura tra la *local zone* e la *general zone*, come evidenziato nel paragrafo 1.3. Contemporaneamente è stato espulso il calcestruzzo esterno alle staffe e alla spirale. Nel modello numerico si ottiene una modalità di rottura simile. In particolare nella Fig. 3.28 viene mostrata l'espulsione del copriferro. Si osserva anche lo schiacciamento del calcestruzzo e la sua propagazione nella zona interna e immediatamente adiacente alla spirale. E' da evidenziare comunque che il modello numerico presenta un comportamento instabile con difficoltà di convergenza in fase di rottura.

3.6.4 Deformazione nelle staffe

Nelle Figg. 3.29-3.31, sono confrontate le deformazioni di trazione nelle staffe, ottenute dall'analisi agli elementi finiti, con i valori sperimentali. Nel modello numerico, la regione influenzata dall'introduzione della forza di precompressione si estende nel modello Beam1 per una lunghezza

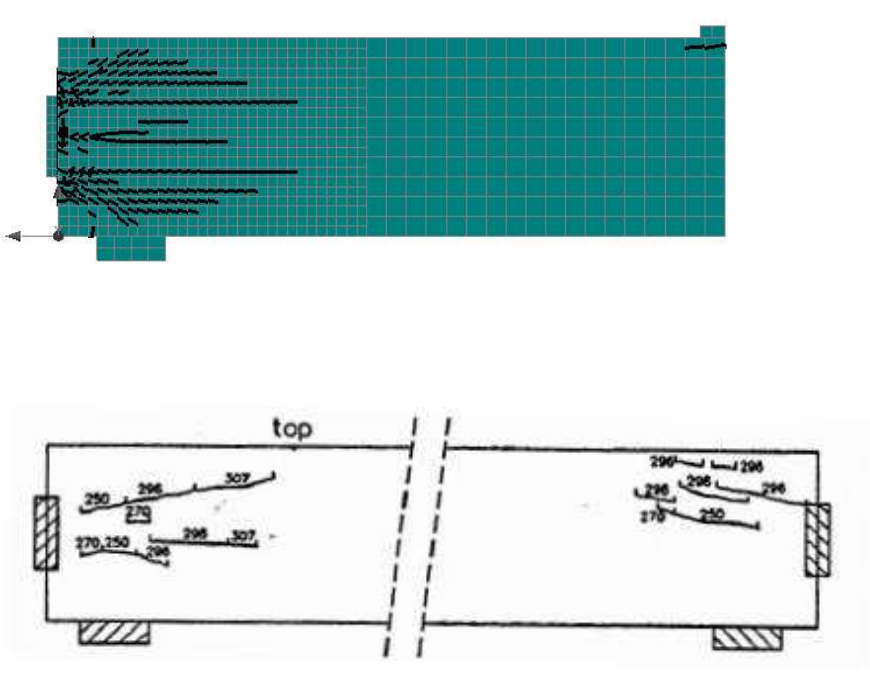


Figura 3.26: Quadro fessurativo registrato sperimentalmente a rottura e confronto con quello ottenuto dalla NLFEA per la trave Beam1

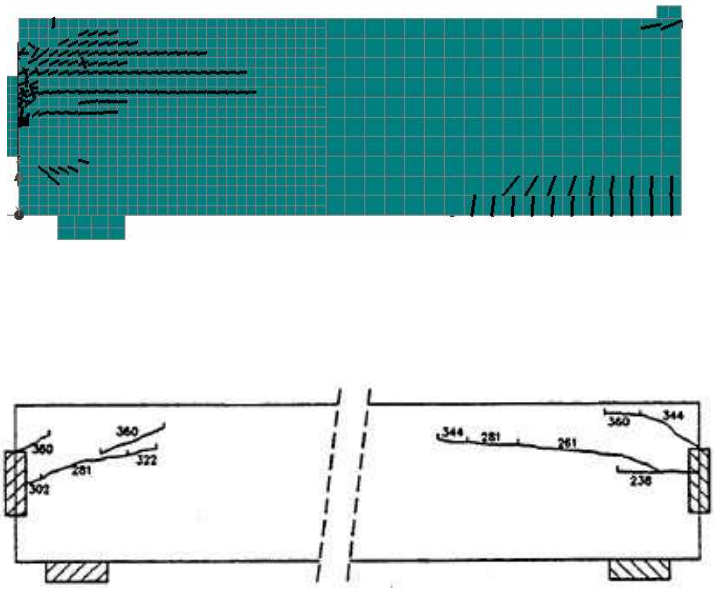


Figura 3.27: Quadro fessurativo registrato sperimentalmente a rottura e confronto con quello ottenuto dalla NLFEA per la trave Beam3

pari a 0.4m, pari approssimativamente all'altezza della trave e per una lunghezza pari a 0.8m per i

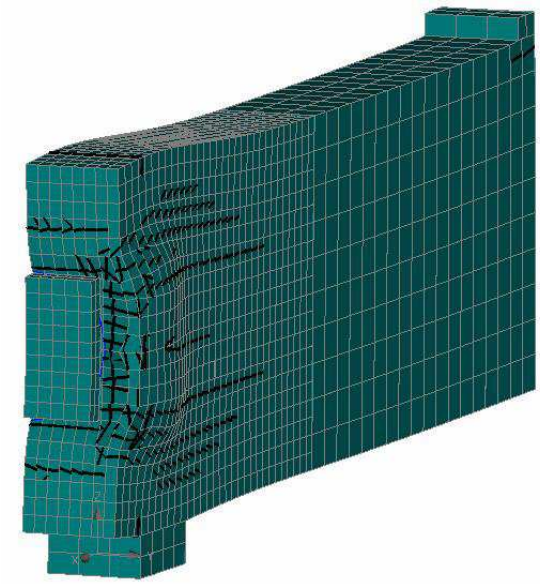


Figura 3.28: Rottura con espulsione del calcestruzzo esterno alla spirale per la trave Beam1

modelli Beam2 and Beam3, in cui è presente la forza di taglio nella zona di ancoraggio. La tabella 3.2 riporta il carico di primo snervamento sperimentale e numerico. A rottura, solo una o poche staffe risultano snervate.

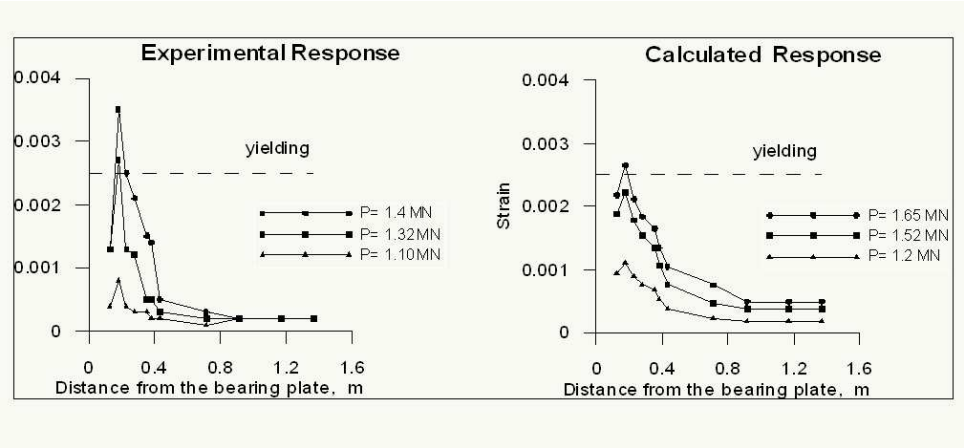


Figura 3.29: Confronto tra le deformazioni nelle staffe sperimentali e quelle numeriche per la trave Beam1

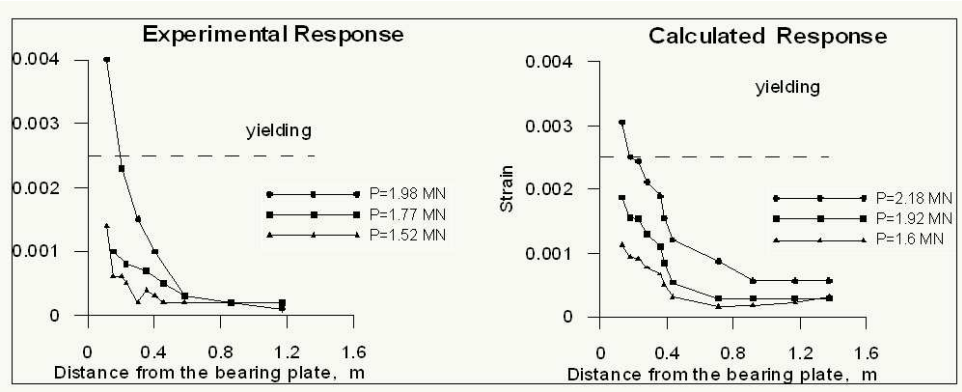


Figura 3.30: Confronto tra le deformazioni nelle staffe sperimentali e quelle numeriche per la trave Beam2

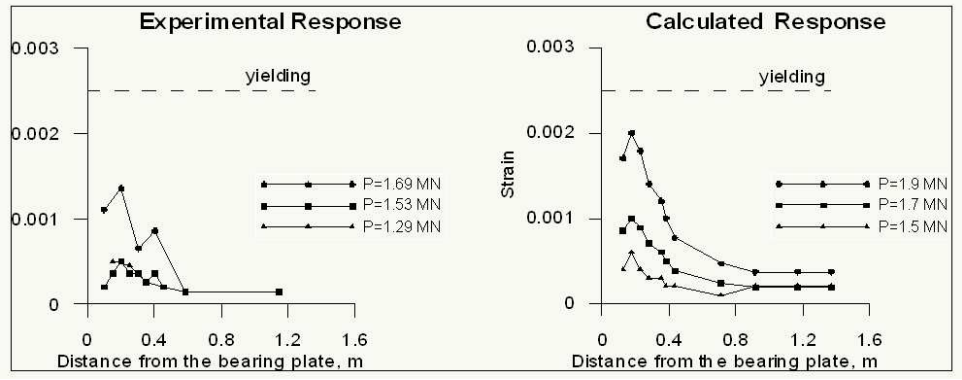


Figura 3.31: Confronto tra le deformazioni nelle staffe sperimentali e quelle numeriche per la trave Beam3

3.7 Conclusioni

Il modello agli elementi finiti sviluppato con il programma Atena si è dimostrato in grado descrivere accuratamente la risposta non-lineare dovuta alla diffusione della forza di precompressione fino a rottura. L'aspetto cruciale nella modellazione è stata la definizione dei parametri necessari a definire le proprietà costitutive del calcestruzzo. In particolare si è tenuto conto degli effetti dell'elevata tensione di confinamento a cui è soggetto il calcestruzzo confinato dalla spirale. Tali

effetti si ripercuotono sia in un incremento di resistenza, come previsto dal criterio di rottura implementato nel programma sia in un aumento della duttilità del materiale. Inoltre si è tenuto conto dell'incremento anelastico di volume in corrispondenza della rottura. Con un'opportuna scelta del modello costitutivo è stato possibile riprodurre, con sufficiente accuratezza, i risultati sperimentali esaminati. Tale modello può quindi essere ritenuto idoneo per sviluppare un'indagine sul comportamento delle zone di ancoraggio in condizioni simili a quelle analizzate nel confronto numerico-sperimentale.