

Gianluca GALLI

**MODELLAZIONE ANALITICO – NUMERICA E
COMPORTAMENTO SPERIMENTALE DI ELEMENTI IN
CALCESTRUZZO FIBRO - RINFORZATO**

Tesi, Giugno 2007



**DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CIVILE
UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI ROMA "TOR VERGATA"**

DOTTORATO DI RICERCA IN INGEGNERIA DELLE STRUTTURE

DOTTORATO DI RICERCA IN INGEGNERIA DELLE STRUTTURE

XVII CICLO

Università degli Studi di Roma “Tor Vergata”

**MODELLAZIONE ANALITICO – NUMERICA E COMPORTAMENTO
SPERIMENTALE DI ELEMENTI IN CALCESTRUZZO FIBRO - RINFORZATO**

Tesi presentata per il conseguimento del titolo di

Dottore di Ricerca in ingegneria delle Strutture

da

Gianluca Galli

Coordinatore del Corso di Dottorato

Prof. Ing. Franco Maceri

Tutore del candidato

Prof. Ing. Antonio Grimaldi

Dipartimento di Ingegneria Civile

Giugno 2007

*Io stimo più il trovar un vero,
benché di cosa leggiera,
ché il disputar lungamente delle massime questioni,
senza conseguir verità nissuna.
(Galileo Galilei)*

RINGRAZIAMENTI

Desidero esprimere tutta la mia riconoscenza alle persone che mi sono state vicine nel corso di questi anni e che hanno indubbiamente contribuito al risultato di questo lavoro. I miei ringraziamenti vanno al Prof. Grimaldi, che ho sempre avuto ad esempio, dal quale ho imparato e spero di continuare ad imparare, a Zila per la pazienza, la gentilezza e l'indiscutibile aiuto, ad Enrico, Maurizio, Giuseppe, Bernardo ed a tutti agli amici veri e sinceri ed a Maria che mi è stata sempre vicina e mi ha confortato in tutti i momenti difficili.

Indice

Capitolo 1 – Introduzione	<i>pag. 1</i>
----------------------------------	---------------

Capitolo 2 – Calcestruzzo fibrorinforzato

2.1 Introduzione	<i>pag. 5</i>
2.2 I calcestruzzi ad elevate prestazioni (HC)	<i>pag. 7</i>
2.3 I calcestruzzi fibrorinforzati (Fiber Reinforced Concrete)	<i>pag. 16</i>
2.4 Sollecitazione di flessione per calcestruzzi fibrorinforzati	<i>pag. 28</i>
2.5 Valutazione del comportamento globale del calcestruzzo fibro-rinforzato	<i>pag. 32</i>

Capitolo 3 – Legame costitutivo del materiale – prove sperimentali a trazione

3.1 Introduzione	<i>pag. 46</i>
3.2 Previsione analitica e legami semplificati	<i>pag. 48</i>
3.3 Analisi sperimentale	<i>pag. 56</i>
3.4 Risultati sperimentali – prove a trazione	<i>pag. 73</i>

Capitolo 4 – Legame costitutivo del materiale – prove sperimentali a flessione

4.1 Introduzione	<i>pag. 94</i>
4.2 Identificazione del legame costitutivo del materiale con prove a flessione	<i>pag. 96</i>
4.3 Esempi applicativi	<i>pag. 103</i>
4.4 Indagine numerica e confronti	<i>pag. 110</i>

Capitolo 5 – Analisi di elementi strutturali

<i>5.1 Introduzione</i>	<i>pag. 121</i>
<i>5.2 Modello analitico</i>	<i>pag. 123</i>
<i>5.3 Modello numerico</i>	<i>pag. 138</i>
<i>5.4 Indagine analitico – numerica di elementi inflessi</i>	<i>pag. 147</i>
<i>5.5 Indagine analitico – numerica di elementi rinforzati</i>	<i>pag. 160</i>

Capitolo 6 – Conclusioni *pag. 169*

Bibliografia *pag. 173*

Lista dei simboli

σ_c	Tensione calcestruzzo
σ_s	Tensione dell'acciaio
ε_c	Deformazione del calcestruzzo
ε_{c0}	Deformazione del calcestruzzo in corrispondenza della tensione di picco
ε_f	Deformazione della fibra
ε_{cd}	Deformazione relativa alla tensione $0.3f_{ck}$
f'_c	Rsistenza cilindrica del calcestruzzo
f_{ck}	Resistenza caratteristica a trazione del calcestruzzo
f_{cm}	Resistenza media a compressione del calcestruzzo
E	Modulo elastico
G_f	Energia di frattura
τ_b	Tensione tangenziale di aderenza
V_f	Volume di fibre
n	Coefficiente di omogenizzazione
w	Apertura di fessura
b	Base della sezione rettangolare
H	Altezza della sezione rettangolare
x_c	Asse neutro della sezione
A_{sc}	Area armatura compressa
A_{st}	Area armatura tesa
s	Spessore rinforzo in FRC
M	Momento flettente sollecitante
$F \equiv P$	Azione sollecitante
r	Raggio medio della fibra
\emptyset	Diametro medio (su media pesata) delle barre di armatura
δ	Copriferro
l_f	Lunghezza della fibra
d_f	Diametro equivalente della fibra
m	Massa della fibra
n_f	Numero medio di fibre sull'unità di area nella sezione fessurata
η_0	Fattore di efficienza
η_1	Coefficiente lunghezza efficace

ω	Coefficiente d orientazione delle fibre
h_0	Lunghezza di ancoraggio delle fibre
f_{eq}	Resistenza a trazione equivalente
f_{Fts}	Resistenza a trazione residua di esercizio
f_{Ftu}	Resistenza a trazione residua ultima
l_{cs}	Lunghezza caratteristica dell'elemento strutturale
S	Spostamento assoluto della traversa della macchina di prova
s_i	Spostamenti parziali
K	Rigidezza estensionale degli elementi
ρ	Curvatura della sezione
θ	Rotazione della sezione

Capitolo 1

Introduzione

L'utilizzo dei leganti idraulici e dei conseguenti materiali direttamente da essi derivati (calcestruzzi, betoncini, malte, boiacche ecc...) era noto fin dall'epoca dei romani che scoprirono, quasi casualmente, che la cenere vulcanica impastata con pozzolana e calce possedeva la proprietà di fare presa ed indurire nel tempo se mescolata con acqua.

Da quel tempo ad oggi vi è stata una costante evoluzione nell'adozione del materiale nella realizzazione di opere civili, passando attraverso la realizzazione di elementi compositi (calcestruzzi armati) nell'ottimizzazione costante delle prestazioni dei componenti costituenti in grado di resistere con buon comportamento a sollecitazioni di compressione (calcestruzzo) ed a sollecitazione di trazione (armatura metallica).

A partire da questa premessa, ad oggi, la tendenza è stata quella di ottenere prestazioni sempre più elevate in termini di capacità specifica dei materiali, portando i moderni conglomerati ad avere resistenze caratteristiche dell'ordine dei 100 - 200 MPa.

Parimenti, al fine di sopperire alla modesta resistenza a trazione della matrice di base, si è cercato di adottare sistemi alternativi alle barre di armatura "lenta" che rappresentano tecnologia consolidata da oltre un secolo, nel tentativo di trovare soluzioni omogenee e diffuse che fossero in grado di far ottenere risposte meccaniche più duttili ed efficienti del materiale così ottenuto. Questo ha condotto alla nascita dei Calcestruzzi fibro – rinforzati (FRC) che, fin dalla metà del secolo scorso, hanno visto l'utilizzo di fibre (organiche ed inorganiche, come ad esempio di amianto) per il miglioramento delle prestazioni e la realizzazione di materiali per l'edilizia (ad esempio l'eternit) e che rappresenta uno dei temi attuali dell'ingegneria e della ricerca.

L'idea di base ha quindi evidentemente avuto una evoluzione costante, supportata dalle necessarie campagne di sperimentazione e dal sostegno normativo che deve affiancare il progettista nell'utilizzo delle nuove tecnologie nell'ambito dell'attività professionale quotidiana. Attualmente nella realizzazione di conglomerati, betoncini colabili e malte ad alte prestazioni (adottate sia per interventi di ripristino che per la realizzazione di nuove costruzioni) sono adottati rinforzi diffusi sia con fibre metalliche sia con fibre polimeriche,

ottenendo elementi con caratteristiche diverse che possono essere adottati con scelta oculata **conoscendone in modo approfondito le proprietà specifiche ed il comportamento.**

Proprio su questi aspetti si concentra l'attuale corrente di ricerca che tende da un lato ad un approccio di tipo "prestazionale" indirizzandosi al miglioramento e perfezionamento delle caratteristiche del fibro – rinforzato, dall'altro ad una corretta ed esplicita conoscenza della risposta costitutiva, adottando nel campo progettuale legami equivalenti che consentano una facile ma corretta gestione della risposta del materiale facilitandone la diffusione di utilizzo fin dal momento della progettazione (identificazione strutturale).

Al fine di ottenere le resistenze caratteristiche e di design per la corretta modellazione analitica e numerica di elementi rinforzati/costituiti da FRC è opportuno, congruentemente a quanto usuale nell'utilizzo di conglomerati, procedere a prove sperimentali di caratterizzazione delle resistenze e delle risposte meccaniche, con particolare riferimento alla capacità di assorbire sforzi di trazione essendo la capacità a compressione del composito (in termini di resistenza) sostanzialmente equiparata alla capacità della sola matrice, ormai identificata in maniera ampiamente consolidata (prove a compressione su provini cubici e cilindrici). Le prove a trazione, viceversa, possono essere di tipo diretto ed indiretto (flessione a 3 o 4 punti) e conducono all'identificazione del materiale determinando i diagrammi forza – apertura di fessura ovvero tensione nominale – apertura di fessura oppure tensione nominale - deformazione, allo stato limite ultimo, come illustrato ad esempio in (Vandewalle et al., 2004) nel caso di fibre metalliche.

Il recepimento delle indicazioni fornite è avvenuto parallelamente anche all'interno di normative o istruzioni all'utilizzo di materiali in parola, come ad esempio in U.S. attraverso il lavoro di ACI Committee 544, come indicato in (Fisher, 2004) oppure in German attraverso le DIN 1045 come indicato in (Teutsch, 2004) o ancora in U.K. come esplicito in (Barr et al., 2004).

Anche in Italia, basandosi sulle considerazioni esposte nelle UNI U73041440, si è proceduto alla caratterizzazione della risposta meccanica dei materiali innovativi basati su rinforzi fibrosi, in particolare con fibre metalliche (Di Prisco et al., 2004) con particolare riferimento ad elementi prefabbricati ed elementi precompressi.

L'attuale evoluzione normativa ha condotto alla redazione, da parte del **CNR**, di istruzioni per la progettazione di strutture in FRC (CNR – DT204/2006), gettando le basi necessarie al supporto alla progettazione di elementi strutturali e chiarendo le modalità di identificazione delle resistenze da adottare per i calcoli di verifica.

In effetti, per questa tipologia di materiali, la caratterizzazione specifica risulta essenziale soprattutto in ragione dell'enorme ventaglio di risposte meccaniche che si possono ottenere (nettamente maggiori rispetto a quelle del calcestruzzo convenzionale) in funzione della composizione delle miscele, delle proprietà degli elementi costituenti e delle fasi e modalità di miscelazione, condizione che consente al progettista la scelta progettuale del materiale da adottare (FRC) in funzione delle prestazioni attese (Grimaldi et al., 2003).

Le asserzioni esposte sono approfondite in Shah et al., 2004 dove è possibile avere un confronto diretto tra le risposte meccaniche di fibro –rinforzati costituiti da conglomerati ad alte prestazioni, conglomerati convenzionali nei confronti della sola matrice.

Ancora in (Shah et al., 2004) è possibile valutare l'efficienza del rinforzo fibroso nella "cucitura" delle fessure con particolare riferimento all'utilizzo di fibre di diversa natura e dimensione nella realizzazione di compositi ibridi.

La possibilità di utilizzare materiali capaci di elevata capacità resistente è ancora più vantaggioso laddove vi è necessità di intervento su strutture esistenti che risultino compromesse o danneggiate (mediante incamiciature di spessori variabili) e consente sostanzialmente di aumentare sensibilmente la vita utile degli elementi riportandoli da un lato ad uno stato di conservazione idoneo, dall'altro proteggendoli in ragione di una superiore qualità e consistenza (maggiore durezza, minore porosità, maggiore resistenza agli attacchi di agenti aggressivi ecc...) con conseguente aumento della durabilità dell'opera (Banthia et al., 2004).

Una serie significativa di esempi applicativi, sia in termini di modellazione di progetto, sia in termini di applicazione diretta e confronti sono esposti in (Mobasher, 2004 – Barros et al., 2004 – Cattaneo et al., 2004 – Li, 2004 – Dehn, 2004 – Batson et al., 2004).

Anche nel presente lavoro ci si è interessati da un lato alla valutazione delle caratteristiche proprie del materiale, stimandone la resistenza ed il comportamento in funzione della percentuale di fibra immessa nell'impasto (dall'1% al 4% ottenendo risposte in termini di legame mono – assiale degradanti ed incrudenti), attraverso prove dirette di trazione ed indirette di flessione a tre punti, come evidenziato nel Capitolo 3 e Capitolo 4, dall'altro si è determinata l'efficacia dell'utilizzo di FRC sia per elementi strutturali di nuova concezione e fattura, sia nei confronti di eventuali rinforzi di elementi resistenti in termini di capacità e duttilità ed operando i necessari confronti, come esposto nel Capitolo 5.

Tutto ciò è stato coadiuvato dall'analisi del comportamento del materiale e degli elementi strutturali (travi) testati attraverso previsione con modelli analitici e numerici 2D e 3D

(Cervenka consulting 2003, ATENA) nei quali sono stati introdotti i legami teorici proposti.

In tutti i casi è stata verificata la rispondenza e l'accordo delle curve ottenute dai diversi modelli adottati nei confronti della campagna di prove sperimentali condotta (Grimaldi et al., 2004).

Relativamente all'identificazione del legame costitutivo, condotta con prove specifiche sui materiali, la caratterizzazione identificativa ed i conseguenti legami teorici mono – assiali proposta dalle linee guida alla progettazione di elementi in conglomerato fibro – rinforzato del CNR DT 204/2006 verificandone la buona coerenza sia in termini di semplificazione della risposta costitutiva, sia in termini di capacità di riprodurre, anche se in via approssimata, il reale comportamento dell'elemento strutturale testato.

Detto confronto è stato eseguito nuovamente avvalendosi di un modello numerico di supporto che fosse in grado di riprodurre la prova sperimentale eseguita (Cervenka Consulting 2003, ATENA).

In termini qualitativi emerge che l'utilizzo del rinforzo con fibre incide fortemente sul comportamento globale del materiale, anche nel caso di elementi contenenti armatura metallica convenzionale, come riportato in (Shumacher, 2006), sia relativamente alla risposta in trazione per la quale si ha un aumento del valore di resistenza residua nonché sulla duttilità complessiva (deformazione ultima ed energia caratteristica di frattura G_f) in maniera direttamente dipendente dal tipo, orientazione, geometria resistenza e contenuto di fibre nella matrice, oltre che evidentemente dalle caratteristiche proprie di questa ultima come meglio chiarito nei successivi paragrafi.

Dal punto di vista della risposta a compressione, questa è senz'altro meno influenzata dal contenuto di rinforzo tanto da ritenerla, in prima approssimazione, coincidente con quella della sola matrice. Tuttavia, anche in questo caso, generandosi trazioni sulle giaciture ortogonali alla direzione del carico di compressione, l'effetto del rinforzo fibroso si manifesta (seppur in maniera meno marcata) aumentando la duttilità complessiva ed in particolare l'energia di deformazione propria del materiale.

Tutte le considerazioni esposte portano all'ottenimento di prestazioni rilevanti in termini di capacità di carico degli elementi strutturali (travi) sia in termini di carico specifico che nella manifestata capacità di deformazione che si traduce nella possibilità di attingere elevate curvature.

Capitolo 2

Calcestruzzo fibro-rinforzato

2.1 Introduzione

Il conglomerato cementizio ed i suoi sottoprodotti appartengono alla categoria dei materiali propriamente di tipo composito; esso, infatti, è tipicamente costituito da diverse fasi più o meno omogeneamente distribuite nella massa di solido.

Dal punto di vista del confezionamento infatti il materiale è composto fondamentalmente da:

1. Cemento (nei vari tipi);
2. Acqua di impasto;
3. Aggregati;
4. Eventuali additivi.

Ogni singolo componente apporta un contributo determinante alla miscela ed in base alla tipologia e quantità adottate, produce effetti rilevanti sulle proprietà meccaniche del composito ottenuto.

Attualmente, a causa della necessità di ottenere materiali sempre più efficienti e resistenti, assumono un'importanza strategica anche le cosiddette “aggiunte” alla miscela (secondo la norma UNI-EN 206-1) costituite da materiali inorganici finemente suddivisi che possono essere addizionati al calcestruzzo.

Tali aggiunte, non contemplate nell'elenco in premessa, sono suddivise in 2 tipologie distinte: quelle praticamente inerti (tipo I) denominate anche *filler* utilizzate per i calcestruzzi auto – compattanti e quelle pozzolaniche con proprietà idrauliche latenti (tipo II) costituite generalmente da *fumi di silice* e *ceneri volanti*.

Il risultato dell'aggiunta dei materiali in parola (in particolare per il tipo II) porta allo sviluppo di resistenze meccaniche estremamente elevate, dovute sia al comportamento tipico del filler che è in grado di completare la distribuzione granulometrica della miscela e di ridurre ed omogeneizzare la porosità, che all'effetto pozzolanico, ovvero la capacità di

reagire con l'idrossido di calcio sostituendo a questo prodotto (inefficiente dal punto di vista della resistenza) il silicato di calcio che possiede ottime caratteristiche di legante.

La riduzione di porosità presenta come ulteriore beneficio la riduzione di porosità non solo come volume complessivo, ma come dimensione unitaria dei pori. Ciò comporta un sensibile aumento della resistenza al fuoco ed agli agenti aggressivi (sia chimici che fisici) con amplificazione della durabilità del materiale, condizione che giustifica l'utilizzo delle "aggiunte" anche nonostante il loro costo elevato.

2.2 I calcestruzzi ad elevate prestazioni (HC)

Lo sviluppo dei materiali realizzati attraverso miscele cementizie ha condotto nel tempo ad ottenere prestazioni elevate a fronte di costi di produzione sempre minori.

Parallelamente alle capacità meccaniche, proprietà alla base della progettazione, gli studi si sono orientati anche verso il miglioramento delle caratteristiche fisiche del conglomerato, soprattutto nei confronti della durata nel tempo e della resistenza agli agenti atmosferici.

Infatti, come precedentemente evidenziato, il ventaglio di possibilità che le correnti produzioni industriali paventano consente di scegliere miscele in grado di garantire picchi di resistenza a compressione compresi fra 30 MPa e 200 MPa; i calcestruzzi così ottenuti, opportunamente additivati, sono altresì in grado di mobilitare una elevata resistenza agli agenti chimici (prodotti peraltro comunemente dagli agenti atmosferici in ragione del grado di inquinamento presente nell'atmosfera) nonché a cicli termici di elevato gradiente (grazie ad una porosità molto ridotta del materiale dopo la maturazione), oltre ad avere una vita utile estremamente allungata rispetto al passato (dell'ordine di centinaia di anni).

I benefici che le situazioni in parola hanno determinato sono alquanto evidenti; dal punto di vista meccanico ci si è potuti spingere verso strutture ordinarie sempre più esili e strutture speciali di dimensioni sempre più imponenti (edifici alti, dighe, ponti), dall'altra l'incremento di durata nel tempo del materiale e la sua capacità di resistere all'aggressione di agenti chimici e fisici ha condotto ad una rilevante riduzione dei costi di manutenzione ai quali le opere civili sono assoggettate, proporzionalmente all'importanza che rivestono.

Attualmente nella letteratura tecnica si parla di calcestruzzi convenzionali (NC) e di calcestruzzi ad alte prestazioni (HC); questi ultimi oltre a quanto evidenziato posseggono una "curva di maturazione" che garantisce significative resistenze iniziali (con conseguente possibilità di rapido disarmo) nonché migliore lavorabilità dell'impasto; le circostanze in parola determinano anche una riduzione dei fenomeni viscosi con conseguente limitazione delle sollecitazioni autoindotte e riduzione di entità dello stato coattivo di tensione con l'armatura metallica presente.

Purtroppo, in ragione di resistenze a compressione crescenti, si registra un aumento della fragilità del materiale, incapace di deformarsi per valori pressoché costanti del carico.

Al fine di sopperire alla predetta condizione è pertanto possibile intervenire con metodi tradizionali (attraverso l'inserimento di un'armatura metallica integrativa) oppure con metodi innovativi che contemplano l'utilizzo di materiali speciali come le fibre di rinforzo

che danno origine agli FRC (se mischiate all'impasto in fase di miscelazione) o agli FRP se incollate con resine a getto maturato.

Le proprietà dei calcestruzzi ad alte prestazioni sono evidenziate ad esempio nel bollettino FIP/CEB e riguardano più precisamente:

- Comportamento a compressione

Come si può evincere dalle evidenze sperimentali (Figura 1) la curva tensione deformazione relativa ad un provino di calcestruzzo compresso presenta, **al crescere della classe e quindi della resistenza di picco**, un andamento caratterizzato da una rigidità più elevata in fase elastica ma, contestualmente, ad un comportamento fragile individuato da un ramo di softening nel tratto post – picco in cui la perdita di resistenza e la conseguente diminuzione della capacità meccanica risultano più marcate.

Il fenomeno del softening infatti è proprio dei materiali a comportamento fragile ed in particolare dei calcestruzzi; esso può essere individuato sottoponendo il materiale a percorsi di carico monotoni ed in particolare a stati tensionali monoassiali. La brusca riduzione del carico sopportato in corrispondenza di valori di spostamento pressoché costanti (al limite per un materiale perfettamente fragile il picco e la rottura si attingono per un unico valore di spostamento) è palese per resistenze superiori ai 60 MPa e di rilevanza nell'economia di una struttura.

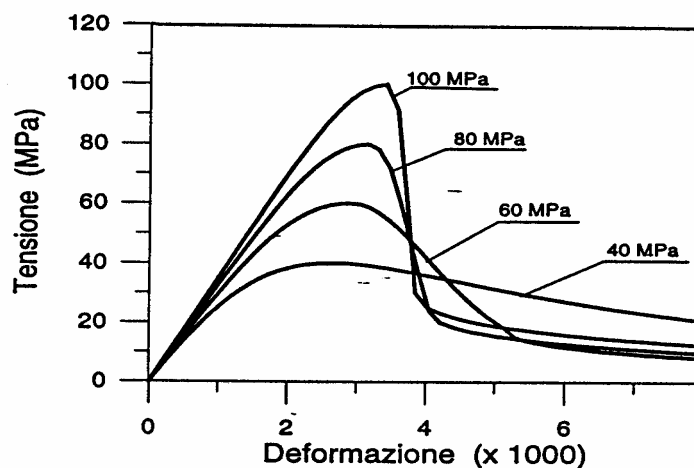


Figura 1 – Diagramma tensione deformazione di calcestruzzi sottoposti a compressione

Le proprietà elencate possono essere giustificate attraverso un'analisi microscopica del materiale e degli elementi costituenti. Innanzitutto occorre precisare che il cemento idraulico adottato nel caso degli HC risulta di qualità superiore rispetto al NC e presenta, una volta

conclusa la reazione di indurimento, una resistenza a compressione confrontabile con quella degli inerti inclusi nella miscela. Inoltre tale cemento è in grado di sviluppare dei legami di “aderenza” con i singoli inerti capaci di mantenere coeso il conglomerato anche in presenza di forze di elevata intensità.

Ciò, come precedentemente accennato, causa una minore porosità globale del materiale, aumenta la capacità resistente complessiva.

Infatti dal punto di vista microscopico si può giustificare la curva $\sigma - \varepsilon$ in compressione assumendo che, dopo il tratto lineare che identifica il comportamento elastico del materiale, si verifichi una micro - fessurazione all’interfaccia tra la pasta di cemento e gli inerti. Questa micro - fessurazione induce, a valle del picco di resistenza, un calo della rigidità che dà appunto origine al ramo non - lineare in compressione presente in precedenza al picco di resistenza.

La differenza emersa nel comportamento delle varie classi di calcestruzzo, ed in particolare tra NC ed HC, consiste nell’aumento di intensità per questo ultimo dell’azione necessaria a generare le micro - fessure; ciò produce, in corrispondenza di calcestruzzi con tensione di picco maggiore, un ramo non lineare di compressione di dimensione sempre minore e di andamento meno marcato. Il legame costitutivo mono - assiale a compressione è stato oggetto di numerose formulazioni analitiche e di indagini sperimentali; a titolo di esempio si riporta un’espressione analitica del legame rappresentativo del comportamento descritto introdotta da Hsu and Hsu, 1994:

$$\sigma_c = \frac{n\beta\xi^n}{n\beta - 1 + \xi^{n\beta}} f_{ck} \quad 0 \leq \xi \leq \xi_d \quad [1]$$

$$\sigma_c = 0.3 f_{ck} e^{[-0.8(\xi - \xi_d)^{0.5}]} \quad \xi \geq \xi_d \quad [2]$$

dove $\xi = \varepsilon_c / \varepsilon_{co}$ [3]

ε_{co} rappresenta la deformazione del calcestruzzo in corrispondenza della tensione di picco ed è determinata dalla relazione:

$$\varepsilon_{co} = 1.3 \cdot 10^{-5} f_{ck} + 2.114 \cdot 10^{-3} \quad [4]$$

Si assume successivamente il valore di ε_{cd} che rappresenta la deformazione relativa ad una tensione pari a $0.3 f_{ck}$ sul ramo discendente del legame costitutivo.

Il coefficiente β invece identifica la forma del ramo discendente:

$$\beta = \left(\frac{f_{ck}}{65.27} \right)^3 + 2.59 \quad [5]$$

Il coefficiente n è assunto unitario per $\xi \leq 1$, mentre per $1 \leq \xi \leq \xi_d$ è ottenuto dalla relazione:

$$n = 1 + 4 \cdot 10^{-5} \cdot (f_{ck} - 20)^{2.7} \quad [6]$$

Il legame analitico così sviluppato è stato riportato graficamente in Figura 2; si evidenzia che le espressioni introdotte non tengono in considerazione l'effetto benefico prodotto sul materiale dal confinamento esercitato dalla presenza della staffatura metallica.

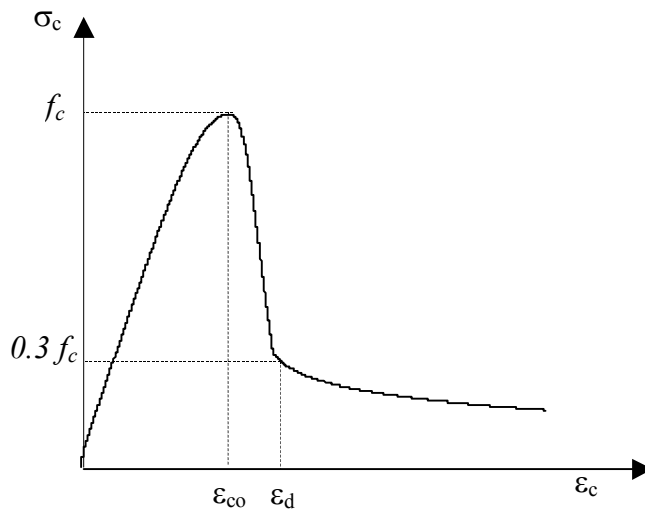


Figura 2 – Diagramma del legame costitutivo in compressione, Hsu and Hsu, 1994

- Modulo elastico

La corretta identificazione del valore del Modulo Elastico convenzionale assume rilevante importanza per tutte le applicazioni meccaniche.

Poiché il comportamento globale del materiale è di tipo non lineare, occorre definire il criterio per l'identificazione univoca della grandezza, essendo la stessa funzione dei parametri rappresentativi del legame costitutivo monoassiale.

E' evidente che la connessione che lega il valore del modulo ai predetti parametri è di tipo biunivoco, risultando questi ultimi funzione complessa degli elementi costituenti il conglomerato (tipo, dimensione e quantità relative degli inerti, tipo di cemento adottato, quantità di acqua presente, presenza di eventuali additivi nonché condizioni e tempi di stagionatura, modalità di applicazione del carico).

La tendenza corrente (applicata in tutte le normative mondiali), che riprende lo stato dell'arte, è quella di legare la determinazione del modulo ad uno solo dei parametri in gioco, semplificando al massimo la procedura da adottare nella corrente progettazione.

In particolare viene scelto quale parametro il valore della resistenza a compressione del conglomerato f_c con il quale il modulo viene legato attraverso una semplice espressione algebrica di proporzionalità.

La scelta di una relazione di proporzionalità risulta valida in generale: infatti ad essa si ricorre sia nel caso di NC che nel caso di HC.

Al fine di evidenziare le differenze presenti nei due casi menzionati, occorre precisare che nel caso di HC il valore del modulo risulta estremamente influenzato, proprio alla luce dell'elevata resistenza della pasta di cemento, dalle caratteristiche meccaniche degli inerti adottati. Infatti mentre per i NC è la pasta di cemento a presentare resistenza minore (e quindi ad influenzare negativamente il valore del modulo elastico complessivo) nel caso di HC (ed in particolare per calcestruzzi con $f_c > 60 \text{ N/mm}^2$) è l'inerte di dimensione maggiore ad essere vincolante.

E' chiaro infine che le espressioni utilizzate nei due casi, seppur mantenendo la propria natura, devono essere diverse e tenere in conto (anche in modo empirico) le diversità presenti tra i conglomerati.

A titolo di esempio si possono citare le relazioni proposte in alcuni codici (British Standards, American Concrete Institute, Eurocode, CEB FIP Model Code 90), formulate per f_c compreso tra 30 -100 MPa:

$$\text{BS 8110} \quad E_c = 175f_c + 21738 \quad \text{MPa} \quad [7]$$

$$\text{ACI 318} \quad E_c = 2782f_c^{1/2} + 10958 \quad \text{MPa} \quad [8]$$

$$\text{EC2, MC90} \quad E_c = 8261f_c^{1/3} + 132 \quad \text{MPa} \quad [9]$$

- *Comportamento a trazione*

Nel caso di sollecitazione di trazione la differenza tra NC e HC risulta assai meno marcata che nel caso della compressione.

Essa è sostanzialmente funzione della sola capacità della pasta di cemento di mantenere coesa la struttura del conglomerato che tuttavia, nel caso in esame, risulta assai meno influente non chiamando in causa anche le altre componenti della miscela.

Usualmente la resistenza a trazione si lega attraverso una espressione algebrica alla resistenza a compressione del materiale (esattamente nella stessa ottica esaminata nel caso del Modulo Elastico) ed in generale detta espressione è adottata per entrambi i tipi di calcestruzzo.

Ad esempio il CEB 1995 propone:

$$f_{ctm} = f_{ctk0,m} \left(\frac{f_{ctm}}{f_{cm0}} \right)^{0.6} \quad [10]$$

dove

$$f_{ctk0,m} = 1.8MPa$$

$$f_{m0} = 18MPa$$

La moderna letteratura indica che tuttavia, nel caso di NC ed HC, la deformazione alla quale si attinge il valore della massima resistenza risulta pressoché costante. Le principali differenze infatti entrano in gioco nel tratto successivo, per il quale, nel caso di HC, si registra la formazione di una macro – fessura nella quale tendono a condensarsi tutte le successive deformazioni prodotte.

Risulta pertanto naturale l'adozione di modelli nei quali, superata la linearità della risposta materiale fino alla formazione della fessura principale, si verifica una localizzazione delle deformazioni che contribuiscono all'apertura della fessura aumentandone l'ampiezza w .

In particolare si può ad esempio utilizzare un modello in grado di valutare i seguenti parametri (Figura 3):

$$w_c = \beta_f \frac{G_f}{f_{ctm}} \quad \text{ampiezza della fessura } (\sigma_{ct} = 0) \quad [11]$$

$$w_1 = 2 \frac{G_f}{f_{ctm}} - 0.15 w_c \quad \text{ampiezza della fessura } (\sigma_{ct} = 0.15 f_{ctm}) \quad [11 - a]$$

$$f_{ctm} = 1.40 \left(\frac{f_{ck}}{10} \right)^{2/3} \quad \text{tensione di trazione media} \quad [12]$$

$$G_f = \alpha_f \left(\frac{f_{ctm}}{10} \right) \quad \text{energia di frattura specifica} \quad [13]$$

dove $\alpha_f = 0.03$ e $\beta = 7$.

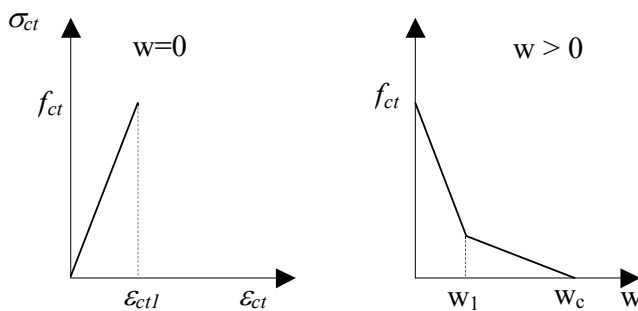


Figura 3 – Diagramma del legame costitutivo in trazione per HC

E' evidente che il grafico relativo al legame degradante del materiale proposto in Fig. 3 si svincola dalla misura della deformazione ε in quanto, come esposto, la misura significativa dello stato del materiale nel tratto degradante è rappresentata dall'apertura di fessura w , essendo di fatto tutte le deformazioni (ed i relativi spostamenti) concentrati e localizzati nella sezione fessurata.

- Aderenza

L'aderenza tra conglomerato cementizio e le armature metalliche presenti sono pesantemente influenzate, come era lecito attendersi alla luce di quanto fino ad ora esaminato, dalla qualità del calcestruzzo.

Anche in questo caso la letteratura in materia propone i risultati sperimentali relativi a prove di pull – out eseguite su barre inserite in NC e HC (Figura 4).

I legami classici ottenuti presentano un andamento rigido fino al raggiungimento della massima tensione di aderenza, successivamente, superato il picco di capacità, si entra in un

ramo di softening dove la rigidezza diminuisce bruscamente, lasciando all'interfaccia la possibilità di scorrimento.

Si osserva inoltre che l'andamento del diagramma $\tau - \delta$ è lo stesso per i vari tipi di conglomerato, risultando in particolare lo stesso amplificato nel caso HC rispetto al caso NC.

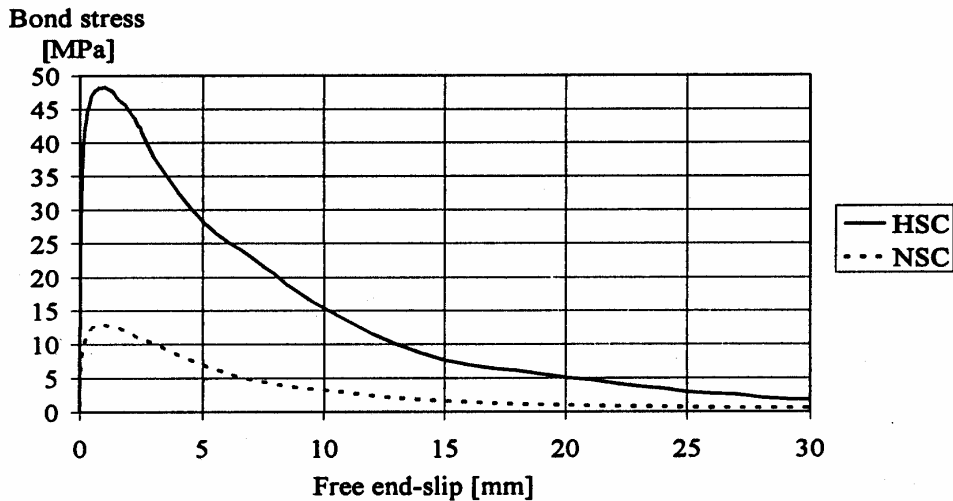


Figura 4 – Prove di pull-out su NC ed HC (Huang et al., 1996)

Una proposta analitica per gli HC sviluppata sulla base dei risultati della sperimentazione condotta (Huang et al, 1996) lega la tensione tangenziale massima esplicabile sulla barra con la resistenza a compressione del calcestruzzo:

$$\tau_{b,\max} = 0.45 f_{cm} \quad [15]$$

Si osserva immediatamente la dipendenza lineare della τ dalla resistenza a compressione, condizione che non si ripete nei normali calcestruzzi (NC) per i quali, ad esempio, il CEB – FIP Model Code 1990 propone:

$$\tau_{b,\max} = 13.5 \left(\frac{f_{cm}}{30} \right)^\beta \quad [16]$$

E' pertanto evidente che, per i calcestruzzi ad alta resistenza (o ad alte prestazioni) si possono in generale estendere in parte i risultati e le procedure adottate per i calcestruzzi convenzionali, ma detta estensione, al fine di consentire una corretta utilizzazione dei

materiali nella corrente pratica progettuale, non può in generale essere adottata per tutte le specifiche tecniche del materiale, a pena di sottostimarne il comportamento reale e, conseguentemente, non si può prescindere dalla rivisitazione anche parziale delle relazioni proposte adottando coefficienti correttivi e valori opportuni.

2.3 I Calcestruzzi fibro-rinforzati (Fiber Reinforced Concrete)

L'idea di utilizzare delle fibre in aggiunta all'ordinario impasto per ottenere un sensibile miglioramento delle proprietà meccaniche del conglomerato non può certo considerarsi un'innovazione.

Infatti, già ai primordi della civiltà, si realizzavano mattoni impastando tra loro paglia ed argille e si utilizzavano i crini di cavallo per rendere più resistenti le malte a base di calce.

Anche in tempi più recenti si sono inoltre adottate tecnologie formalmente analoghe a quelle attuali; infatti dall'inizio del XX secolo sono state impiegate le fibre di amianto per migliorare le proprietà meccaniche delle paste di cemento.

I primi campi di utilizzo sono stati: tubi per fognature, pavimentazioni industriali e rivestimenti di strade e parcheggi; pertanto finora le normative tecniche nazionali hanno affrontato la tematica dei fibro-rinforzati solamente riferendosi a queste tematiche.

Le applicazioni nelle quali è stato impiegato il calcestruzzo fibro-rinforzato sono numerose.

Tra queste si ricordano:

- Massetti e pavimentazioni (industriali, stradali, commerciali,...).

L'utilizzo delle fibre per la costruzione delle pavimentazioni è molto diffuso in Europa (Francia, Olanda, Austria, Scandinavia, e Germania) in Canada e in Giappone. Le fibre manifestano grande efficacia nel controllo dei fenomeni di ritiro igrotermico e del comportamento meccanico.

- Calcestruzzo refrattario.

L'aggiunta delle fibre consente di ovviare alla fragilità di questi calcestruzzi in presenza di shocks termici e meccanici.

- Calcestruzzo proiettato o shotcrete viene utilizzato per il rivestimento provvisorio e definitivo di gallerie, scarpate, miniere, piscine, strutture a cupola, canali, bacini di ritenuta, pozzi, ponti, cave,...lo shotcrete consiste in calcestruzzo trasportato da un'apposita tubazione, e spruzzato con l'ausilio di aria ad alta pressione. A questo tipo di strutture le fibre forniscono i già noti benefici in termini di duttilità e di tenacia, con in più il vantaggio di permettere di operare velocemente ed in condizioni di sicurezza.

- Tubazioni di cemento, travetti e architravi parapetti stradali, cabine elettriche, cisterne, pannelli per la copertura di facciate, cabine di ispezione, muri per il contenimento di pendii, casseforti e pareti di caveaux. L'uso delle fibre consente di soddisfare le esigenze meccaniche agevolando nel contempo, le operazioni di getto.

Il comportamento in trazione del conglomerato cementizio ordinario infatti risulta essere quasi fragile ed avere limitata resistenza a trazione e scarse capacità deformative. E'

possibile modificare queste caratteristiche aggiungendo nella fase di impasto fibre discontinue all'interno della matrice cementizia.

La matrice, in cui vengono immerse le fibre, può essere costituita, oltre che da conglomerato cementizio, da malta o da materiale plastico. Le fibre in questione sono in grado di esercitare un'azione di "cucitura" tra i lembi delle fessure aumentando la tenacità del manufatto stesso. La lunghezza delle fibre consente di sfruttare al massimo l'aderenza con la matrice, limitando l'apertura della fessura e garantendo una residua resistenza post-fessurativa. Per i quantitativi di fibre generalmente impiegati ed economicamente proponibili (< 1%) nelle prove di compressione e di trazione monoassiale, non si sono registrati incrementi significativi della resistenza massima dei fibrorinforzati.

Questa premessa rende edotti nel comprendere come la tecnologia attuale si sia sviluppata sulla base di un'idea già nota, puntando su un'opportuna evoluzione della qualità dei materiali interessati nella composizione del fibro-rinforzato.

Attualmente infatti notevole interesse è suscitato dall'introduzione nelle paste cementizie (malte, betoncini e calcestruzzi) di fibre di varia natura (acciaio, materiali plastici, vetro, ghisa, carbonio ecc..) soprattutto per quegli impieghi nei quali è richiesto un comportamento duttile del materiale.

Le prestazioni dei calcestruzzi fibro-rinforzati, rispetto agli ordinari, possono riassumersi in:

- Duttilità;
- Resistenza a trazione per flessione;
- Resistenza all'urto.

Dette qualità vengono ulteriormente evidenziate dai calcestruzzi fibrorinforzati ad elevate prestazioni (**HPFRC – High Performance Fibre Reinforced Concrete & UHPFRC – Ultra High Performance Fibre Reinforced Concrete**) per i quali si sono combinate le caratteristiche di conglomerati per utilizzi specifici, ed in particolare:

1. Capacità di auto - compattazione (SCC – Self compacting Concrete);
2. Elevata resistenza a compressione (HSC e UHSC – High strength concrete and Ultra High strenght concrete);
3. Presenza di rinforzo fibroso (FRC – Fiber Reinforced Concrete).

Il calcestruzzo così ottenuto, essendo di tipo autocompattante, non richiede compattazione e vibrazione successiva al getto grazie ad una elevata fluidità ottenuta con l'aggiunta di una ulteriore quantità di legante (Walvaren, 2002) rispetto alla quantità stechiometrica richiesta dalla reazione di presa ed indurimento, condizione che crea un sottile velo lubrificante intorno agli inerti, condizione che favorisce la migrazione in superficie delle bolle d'aria presenti nella miscela fluida ed il facile scorrimento degli stessi gli uni sugli altri, riducendo la porosità del materiale finale. A questo va aggiunta la scelta opportuna della granulometria degli inerti ai quali si aggiunge la **cenere volante** la quale, avendo dimensione compresa tra quella della sabbia e quella del cemento, è in grado di consentire l'ottenimento di un composto a densità molto più elevata che, comunque, grazie all'adozione di additivi superfluidificanti, si mantiene lavorabile.

L'utilizzo di conglomerati ad alte prestazioni quali matrici di base per il confezionamento del fibro – rinforzato consente elevate risposte meccaniche del materiale finale. A resistenza a compressione elevata si è pervenuti con rapporti A/C sempre più bassi accoppiati ad inerti selezionati e di alcuni materiali specifici per il riempimento delle cavità di porosità come ad esempio il **fumo di silice** ottenuto dai filtri durante la produzione di silicio metallico e di leghe ferro – silicio che presenta grani di dimensione 100 volte inferiore a quelli del cemento riuscendo a saturare quasi completamente gli interstizi tra gli elementi costitutivi del calcestruzzo (Markovic, 2006). Il predetto materiale inoltre si presenta estremamente reattivo consentendo la trasformazione dei cristalli di carbonio (CH) in cristalli di carbonio solforati (CSH) che presentano legami più consistenti con conseguente aumento di resistenza e modulo elastico. Attualmente le migliori proprietà meccaniche di resistenza sono state ottenute dal **Reactive Powder Concrete** per il quale si sono ottenute resistenze caratteristiche a compressione superiori ai 200 MPa. Per questo calcestruzzo si adottano bassi rapporti A/C (max 0.2) al fine di contenere la microfessurazione fisiologica dell'evaporazione idrica nel processo di presa ed indurimento del conglomerato, eliminazione degli inerti di dimensione grossolana (la fessurazione per carico si sviluppa all'interfaccia legante/inerte con dimensione proporzionale a quella dell'inerte stesso), limitazione del contenuto di sabbia, addensamento dei grani adottando inerti di dimensioni variabili (e sempre più piccole affinché possano essere riempiti tutti i vuoti, come ad esempio il fumo di silice), riscaldamento durante l'indurimento (tra 90° e 200° in modo da irrobustire la microstruttura accrescendo le reazioni del legante) ed eventuale applicazione di sollecitazione di compressione durante l'indurimento (che riduce ulteriormente la porosità complessiva).

L'aggiunta delle fibre infine, come già ampiamente discusso, migliora il comportamento a trazione del materiale complessivo grazie al lavoro di “cucitura” che le stesse compiono all'interno della singola fessura, anche se le stesse, a causa delle caratteristiche geometriche vincolanti, non sono in grado di replicare gli effetti delle barre di armatura lenta (le barre presentano resistenza e superfici di aderenza maggiori e sono disposte lungo le direzioni principali di trazione). Tuttavia i calcestruzzi UHPFRC rispetto ai calcestruzzi ordinari ed ai comuni FRC presentano quale caratteristica fondamentale la capacità di avere una risposta incoerente a trazione in corrispondenza di una elevata resistenza a compressione, limitando pesantemente il fenomeno del *tension – softening* che caratterizza i materiali dal comportamento fragile ed in particolare i calcestruzzi.

ANALISI QUALITATIVA DEL COMPORTAMENTO DEGLI HPFRC

Dal punto di vista del comportamento globale del materiale nei confronti di sollecitazioni di trazione diretta o trazione per flessione, si riscontra che il processo di frattura inizia sostanzialmente con una microfessurazione nella zona di interfaccia legante – aggregati.

Dette micro – fessure (apertura pari a 1 – 5 μm), nell'ipotesi di successivi incrementi di carico, tendono ad evolvere aggregandosi le une alle altre e dando luogo ad una fessurazione macroscopica (apertura 5 – 10 μm) che porta successivamente alla rottura dell'elemento strutturale.

Le fasi evolutive nel caso di HPFRC contemplano pertanto i seguenti passaggi:

1. fase di *micro – cracking* nella quale si sviluppano le micro – fessure. Detta fase, nel caso di utilizzo di fibre corte (che risultano molto più efficienti in questa fase rispetto alle fibre lunghe, più indicate nella cucitura di macro – fessure) risulta molto più consistente rispetto agli FRC convenzionali in quanto l'azione delle fibre può essere molto efficiente e, conseguentemente, la fine di detta fase che coincide con il manifestarsi della prima macro – fessura può avvenire per valori del carico applicato molto elevati;
2. fase di *strain – hardening* per la quale il carico applicato continua a crescere successivamente alla comparsa della macro – fessurazione (a differenza dei comuni FRC per i quali, dopo il *first – cracking* si manifesta un comportamento di tipo *softening* con brusca riduzione della resistenza e del carico applicato con mobilitazione di una resistenza residua) con conseguente comportamento incoerente

evidenziato da una fessurazione diffusa nel materiale. Successivamente, al crescere del carico, si raggiunge usualmente un valore di picco al di là del quale comunque si registra un decadimento graduale della resistenza complessiva determinato dallo sfilamento per *pull – out* delle fibre di rinforzo dalla matrice. Questo ramo prende il nome di *tensile – softening*.

INFLUENZA DEL CONTENUTO E NATURA DELLE FIBRE

Il parametro numerico correntemente impiegato per distinguere una fibra (indipendentemente dalla tipologia adottata) è il cosiddetto “*rapporto di aspetto*”, definito come il rapporto tra la lunghezza della fibra ed il diametro equivalente.

Detto diametro, a sua volta, è definito come il diametro del cerchio che ha una superficie pari alla sezione trasversale della fibra stessa.

Le fibre comunemente adottate nelle applicazioni con i materiali cementizi presentano una lunghezza variabile **tra 1 ed 80 mm** ed hanno un rapporto di aspetto compreso tra **50 e 400**.

Per la corretta comprensione del comportamento meccanico del fibro-rinforzato è fondamentale determinare, nell’economia del materiale, l’influenza dei singoli componenti.

Infatti, mentre le proprietà meccaniche della matrice (che subisce un allungamento a rottura di vari ordini di grandezza inferiore a quello delle fibre) influenzano prevalentemente il comportamento pre-fessurazione ed il comportamento a compressione, le fibre entrano in gioco successivamente, influenzando prevalentemente il comportamento post-fessurazione.

Le proprietà di entrambi i componenti inoltre giocano inevitabilmente un ruolo fondamentale nella determinazione della capacità resistente del materiale realizzato; il calcestruzzo in particolare attraverso la sua resistenza caratteristica a compressione (R_{ck}) attraverso la quale distinguiamo gli NC (normal concrete) e gli HC (high performance concrete) e le fibre attraverso il loro modulo elastico che può essere maggiore o minore di quello della matrice nella quale sono annegate.

In tal senso abbiamo:

1. FIBRE CON BASSO MODULO ELASTICO (poliacrilonitrile, cellulosa, nylon polipropilene);
2. FIBRE CON ALTO MODULO ELASTICO (acciaio, vetro, carbonio, kevlar amianto);

La legge fisica che più semplicemente valuta il comportamento meccanico del materiale ottenuto dall'impasto tra pasta di cemento e fibre è la “*legge delle miscele o dei materiali compositi*”.

Le ipotesi alla base della legge che stima il comportamento del materiale complessivo sono (Colleparidi et al, 1990):

- Le fibre sono tutte allineate nella direzione della sollecitazione;
- Esiste perfetta aderenza tra fibre e matrice;
- Comportamento elastico lineare per le fibre.

Esprimendo il volume delle fibre (V_f) e della matrice (V_m) come frazione del volume del composito (posto pari ad 1) si ottiene:

$$\sigma_c = \sigma_f \cdot V_f + \sigma_m \cdot V_m = \sigma_f \cdot V_f + \sigma_m \cdot (1 - V_f) \quad [17]$$

$$E_c = E_f \cdot V_f + E_m \cdot V_m = E_f \cdot V_f + E_m \cdot (1 - V_f) \quad [18]$$

Le espressioni di cui sopra valutano la tensione σ_c ed il modulo elastico E_c del composito come combinazione lineare (con pesi le frazioni di volume) di quelle presenti nella fibra e nella matrice.

Da ciò appare evidente che un elemento fondamentale in grado di modificare la capacità resistente del materiale è rappresentato dal ***volume di fibre introdotto nella matrice e dalla conseguente distribuzione delle stesse***; è bene ricordare che la quantità di rinforzo introdotto, per una corretta ed omogenea distribuzione tuttavia non può prescindere dalla dimensione degli inerti presenti nella matrice.

La tensione nella matrice vale:

$$\sigma_m = \frac{\sigma_c}{1 + (n - 1) \cdot V_f} \quad [19]$$

dove n è il coefficiente di omogeneizzazione e vale:

$$n = \frac{E_f}{E_m} \quad [20]$$

Dall'equazione [19] si deduce che l'effetto dell'aggiunta di fibre sulla tensione di fessurazione del composito è limitato; l'effetto benefico di incremento del valore di fessurazione è infatti contenuto per volumi di fibre ordinari nell'ordine del 1-2%.

E' bene osservare che per fibre con modulo elastico inferiore a quello della matrice (ad esempio nel caso del polipropilene) nell'equazione [20] il coefficiente di omogeneizzazione $n \leq 1$ pertanto il composito si fessurerà in corrispondenza di una tensione minore di quella che provoca la fessurazione della sola matrice. Inoltre, nel caso di calcestruzzo fresco micro – rinforzato con fibre polimeriche, il modulo elastico della matrice è sensibilmente inferiore a quello, pur basso, delle fibre polimeriche. Le tensioni che insorgono nel calcestruzzo fresco esposto al ritiro plastico possono essere quindi efficacemente contrastate dalla presenza delle fibre che provocano, a calcestruzzo indurito, un aumento della resistenza a trazione del fibrorinforzato.

Le proprietà del composito fino ad ora dedotte si basano sulle ipotesi assunte e fin qui non esaminate di fibre orientate tutte nello stesso modo e di aderenza perfetta tra le fibre e la matrice.

E' evidente che mentre la prima ipotesi può essere analiticamente corretta in maniera semplice attraverso un coefficiente riduttivo del valore del volume di fibre V_f che si introduce nelle precedenti relazioni (usualmente il coefficiente riduttivo varia nell'intervallo $0.35 \div 0.18$) la seconda richiede implicitamente che le fibre siano sufficientemente lunghe da consentire un ancoraggio adeguato alla matrice.

Il comportamento che si ottiene in generale per un materiale siffatto può essere di due tipi: duttile e fragile.

Il primo, rappresentato da uno stato fessurativo diffuso, è caratterizzato dalla capacità di sopportare un carico maggiore di quello che provoca la fessurazione della matrice; il secondo invece presenta una capacità inferiore e sopporta un carico al più pari a quello che provoca la fessurazione della matrice.

Entra quindi in gioco, per discernere il comportamento che si otterrà in corrispondenza di stato sollecitativo di trazione, il volume di fibre che si sceglie di inserire nel composito; occorre infatti che sia presente all'interno del composito un volume di fibre $V_f \geq V_{fer}$ affinché il comportamento complessivo sia duttile: ciò significa che V_{fer} rappresenta quel volume di fibra (critico) in grado di sopportare tutto il carico applicato dopo la fessurazione della matrice.

Se nel momento della fessurazione (f) la deformazione nella matrice è pari a quella della fibra, si ha:

$$\varepsilon_{mf} = \varepsilon_{ff} \quad [21]$$

$$\sigma_{ff} = E_f \cdot \varepsilon_{mf} \quad [22]$$

$$\sigma_{mf} = E_{mf} \cdot \varepsilon_{mf} \quad [23]$$

quindi la tensione nel composito alla fessurazione risulta:

$$\sigma_c = \varepsilon_{mf} \cdot E_f \cdot V_{fcr} + \sigma_{mf} \cdot (1 - V_{fcr}) \quad [24]$$

Dopo la fessurazione l'intero carico grava sulle fibre, pertanto:

$$\sigma_{mf} = 0$$

quindi la tensione nel composito vale:

$$\sigma_c = V_{fcr} \cdot \sigma_{fu} \quad [25]$$

in cui σ_{fu} rappresenta la tensione di rottura delle fibre. Questo consente di determinare proprio il volume minimo di fibre in grado di sopportare l'intero carico prima della rottura.

Dalle equazioni [24] e [25] si ottiene:

$$V_{fcr} = \sigma_{mf} / (\sigma_{fu} - \varepsilon_{mf} \cdot E_f + \sigma_{mf}) \quad [26]$$

E' evidente come il valore di σ_{fu} influenzi direttamente il valore del volume critico di fibre da introdurre per ottenere un materiale duttile (Bentur et al, 1990). Il valore così calcolato deve tuttavia essere amplificato opportunamente per tenere conto delle ipotesi precedenti; ciò normalmente comporta volumi di fibre elevati (con elevati costi) per ottenere un materiale duttile a partire da un materiale fragile come il calcestruzzo.

Il materiale duttile così ottenuto è caratterizzato, contrariamente al calcestruzzo di base, da una elevata capacità dissipativa; se sollecitato a trazione sarà infatti interessato da uno stato **fessurativo omogeneo e diffuso con un elevato numero di fessure distribuite ed il più possibile vicine fra loro e caratterizzate da un'ampiezza estremamente ridotta**, generalmente prossima al decimo di millimetro.

La curva ideale sforzo - deformazione di una matrice fragile fibrorinforzata sottoposta a trazione è mostrata in Figura 5.

Il comportamento prima della fessurazione, evidenziato dal tratto OC, ha pendenza pari al modulo elastico del composito E_c ; nel punto C si verifica la fessurazione della matrice stessa ($\varepsilon_c = \varepsilon_{mf}$) e la tensione, in corrispondenza di tale punto vale:

$$\sigma_c = E_c \cdot \varepsilon_{mf} \quad [27]$$

Essendo il volume di fibre introdotto superiore a quello critico, le fibre sono in grado di sopportare un carico addizionale pari a:

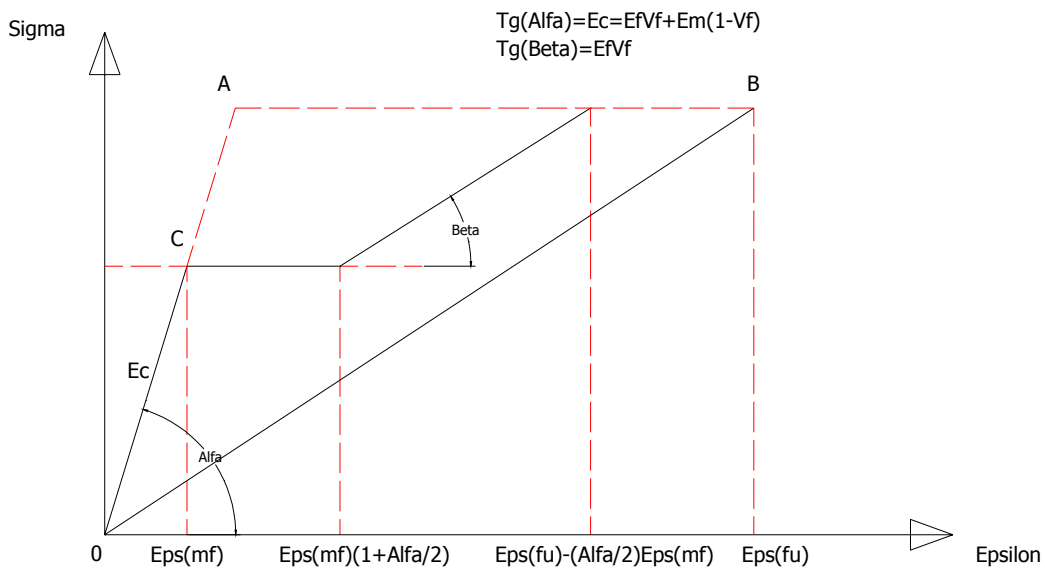


Figura 5 – Diagramma tensione deformazione per un composito a matrice fragile

$$\Delta\sigma = E_c \cdot \varepsilon_{mf} \cdot V_m / V_f = \sigma_{mf} \cdot V_m / V_f \quad [28]$$

Successivamente, in seguito all'aderenza tra fibra e matrice, parte del carico verrà trasferita dalla fibra alla matrice attraverso una lunghezza di trasferimento S_{rm} . Imponendo l'equilibrio tra il carico necessario a fratturare la matrice ed il carico sopportato da N fibre di raggio r (nell'ipotesi di un legame di aderenza del tipo $\tau = \tau_{max} = \text{costante}$) si determina S_{rm} :

$$S_{rm} = V_m \cdot \sigma_{mf} \cdot r / V_f \cdot 2 \cdot \tau \quad [29]$$

Poiché quindi, in seguito all'assunzione premessa, la tensione aggiuntiva viene trasmessa dalla fibra alla matrice in maniera proporzionale alla lunghezza di trasferimento, il valore della tensione nella singola fibra passerà da $E_c \cdot \varepsilon_{mf} \cdot V_m / V_f$ in corrispondenza della fessura ad un valore nullo a distanza S_{rm} dalla fessura.

La deformazione media della fibra quindi sarà:

$$\Delta \varepsilon_c = V_m \cdot \sigma_{mf} / 2 \cdot V_f \cdot E_f \quad [30]$$

Considerando che la deformazione della matrice è pari a $\varepsilon_{mf} / 2$ l'ampiezza media delle fessure risulta:

$$w_m = 2 \cdot S_{rm} \cdot (\varepsilon_{mf} / 2 + \alpha' \cdot \varepsilon_{mf} / 2) = \varepsilon_{mf} \cdot (1 + \alpha') \cdot S_{rm} \quad [31]$$

in cui α' è pari a:

$$\alpha' = E_m \cdot V_m / E_f \cdot V_f \quad [32]$$

Quando la fessurazione dell'elemento è completa (stato stabilizzato) la distanza tra due fessure contigue, nelle ipotesi premesse, sarà inferiore a $2 \cdot S_{rm}$, ovvero la distanza necessaria affinché il trasferimento del carico alla matrice provochi la fessurazione di questa ultima.

Ulteriori incrementi di carico a posteriori dello stato stabilizzato provocheranno lo scorrimento delle fibre rispetto alla matrice. In queste condizioni il carico è sopportato interamente dalle fibre, pertanto la sollecitazione di rottura (σ_{cu}) sarà:

$$\sigma_{cu} = \sigma_{fu} \cdot V_f \quad [33]$$

La curva esaminata e riportata nella Figura 5 rappresenta il comportamento di una matrice fragile, ovvero caratterizzata da un valore unico e ben definito della tensione di fessurazione.

La realtà fisica del problema invece vede coinvolte matrici per le quali detto valore è variabile da punto a punto ed inoltre il comportamento macroscopico del materiale è

condizionato dall'aderenza che si stabilisce tra matrice e fibre e dall'orientamento di queste ultime nel fibrorinforzato.

Ciò produce l'evidenza sperimentale che le curve tensione – deformazione relative a materiali siffatti siano interamente contenute all'interno del triangolo OAB di Figura 5 e che la deformazione di fessurazione multipla varia da 1.9 a 50 volte la deformazione di fessurazione della sola matrice (in funzione del tipo di fibre utilizzate).

Una caratteristica del diagramma indipendente dal tipo di fibra si osserva relativamente al tratto di fessurazione multipla (che nel caso della Figura 5 è orizzontale) che può presentarsi più o meno inclinato in conseguenza del fatto che la tensione di rottura della matrice varia da punto a punto: la fessurazione quindi si verifica per valori delle sollecitazioni crescenti che corrispondono alle diverse tensioni di fessurazione della matrice.

E' poi necessario osservare che **l'area sottesa dalla curva $\sigma - \epsilon$ rappresenta il lavoro, per unità di volume, necessario a “scollegare” le fibre.** E' quindi evidente che un elevato valore della deformazione di fessurazione multipla è indice di una elevata capacità del materiale di dissipare energia.

Inoltre quando il materiale fibroso è soggetto a fessurazione, all'interno della fessura le fibre tendono ad allinearsi lungo la direzione di sollecitazione aumentando la propria efficienza. Nonostante questa condizione favorevole, in caso di insufficiente ancoraggio, le fibre tenderanno a sfilarsi dando luogo al fenomeno del *pull – out*.

In questa condizione limite, la tensione ultima che può sopportare il composito (σ_{po}) si ottiene moltiplicando la percentuale volumetrica delle fibre per la tensione media di pull – out (σ_{fpo}) relativa alla singola fibra:

$$\sigma_{po} = \sigma_{fpo} \cdot N \cdot \pi \cdot r^2 \quad [34]$$

essendo N il numero di fibre per unità di superficie del composito.

I valori di N sono forniti dalle seguenti espressioni:

$$N = V_f / \pi \cdot r^2 \quad \text{fibre allineate in una direzione} \quad [35]$$

$$N = 2 \cdot V_f / \pi \cdot r^2 \quad \text{fibre disposte casualmente in due direzioni} \quad [36]$$

$$N = V_f / 2 \cdot \pi \cdot r^2 \quad \text{fibre disposte casualmente in tre direzioni} \quad [37]$$

Se la rottura del composito avviene per pull – out la lunghezza media dell’ancoraggio di ciascuna fibra può ragionevolmente assumersi pari ad $\frac{1}{4}$ della lunghezza della singola fibra; allora, supposto costante il valore dell’aderenza (τ) per ciascuna fibra la forza di pull – out F vale:

$$F = \tau \cdot \pi \cdot r \cdot l / 2 \quad [38]$$

Quindi la tensione ultima del composito nel caso che la rottura avvenga per sfilamento delle fibre sarà:

$$\sigma_{cu} = V_f \cdot \tau \cdot l / 2 \cdot r \quad \text{fibre allineate in una direzione} \quad [39]$$

$$\sigma_{cu} = V_f \cdot \tau \cdot l / \pi \cdot r \quad \text{fibre disposte casualmente in due direzioni} \quad [40]$$

$$\sigma_{cu} = V_f \cdot \tau \cdot l / 4 \cdot r \quad \text{fibre disposte casualmente in tre direzioni} \quad [41]$$

Da tali espressioni, e dall’equazione [26], si può determinare il valore di V_{fcr} per materiali fibrosi la cui rottura è governata dal pull – out delle fibre.

2.4 Sollecitazione di flessione per calcestruzzi fibro-rinforzati

Il comportamento a flessione per il calcestruzzo fibrorinforzato richiede un esame approfondito, vista la notevole differenza di resistenza registrata dallo stesso materiale nel confronto con la trazione pura, nonostante secondo la teoria dell'elasticità lineare le due grandezze dovrebbero coincidere.

La motivazione intrinseca della differenza di comportamento nei confronti delle due sollecitazioni è da ricercare nel **comportamento duttile** che caratterizza i compositi fibrosi sottoposti a flessione ed in conseguenza del quale **la forma del diagramma delle tensioni di trazione della sezione trasversale inflessa in fase di fessurazione non è più quella classica triangolare**.

Risulta pertanto evidente che i diversi valori per la resistenza a trazione pura e per quella a trazione per flessione, dipende dal fatto che questa ultima è valutata in base alla teoria dell'elasticità fornendone valori che, non tenendo conto della duttilità, differiscono abbondantemente da quelli reali.

E' opportuno osservare che, in questa situazione, se si considera una trave semplicemente appoggiata soggetta a flessione (Figura 6) man mano che la parte di sezione soggetta a trazione si plasticizza, l'asse neutro si sposta verso il lembo compresso consentendo incrementi di carico anche nel caso in cui il volume di fibre contenuto nel composito risulti minore di quello critico.

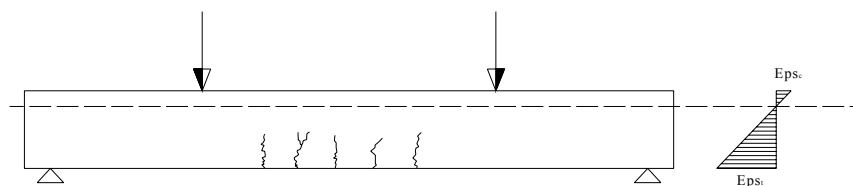


Figura 6 – Diagramma delle deformazioni per una trave soggetta a flessione

Il diagramma relativo alle tensioni agenti sulla sezione retta (per la quale si conserva l'ipotesi di planeità) risulta estremamente diverso nel caso venga rimossa l'ipotesi di elasticità lineare:

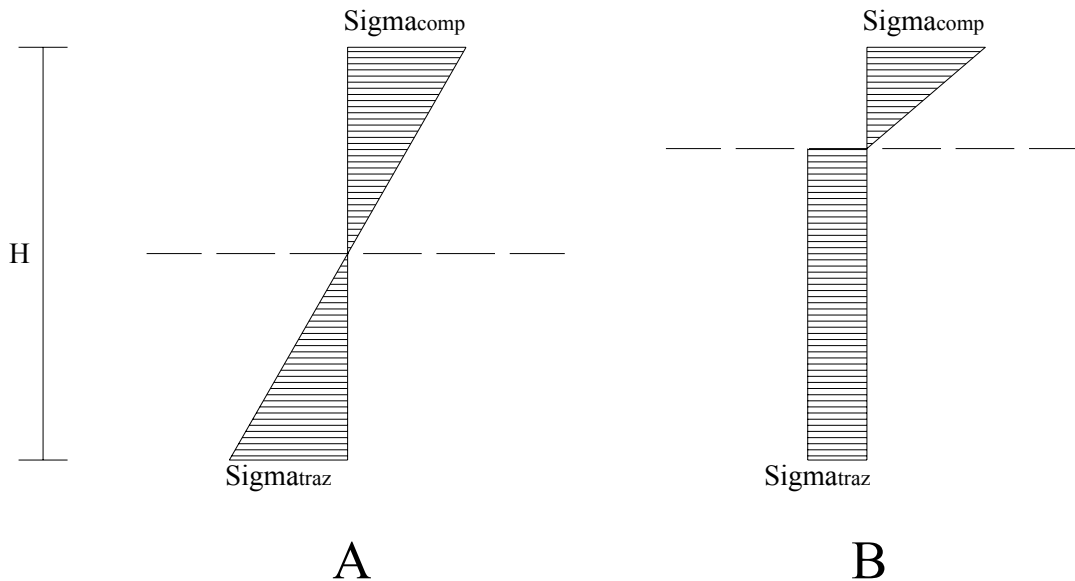


Figura 7 – Diagramma delle tensioni indotte dalla flessione nel caso di materiale elastico “A” e nel caso di materiale elastico in compressione e plastico in trazione

infatti la σ_t di Figura 7 – A rappresenta le tensioni di fessurazione della matrice che coincide con la resistenza a flessione del materiale mentre in Figura 7 – B è rappresentata la resistenza ultima post fessurazione di un calcestruzzo fibrorinforzato (Colleparidi et al., 1990).

La possibilità dell’asse neutro di spostarsi durante la plasticizzazione della zona soggetta a trazione è tuttavia limitata, per garantire l’equilibrio della sezione, ad $H/4$ con H altezza dell’intera sezione.

Se si impone l’equivalenza dei momenti resistenti si ha:

$$\sigma_t \cdot \frac{b \cdot H^2}{6} = 13 \cdot \sigma_{cu} \cdot \frac{b \cdot H^2}{32} \quad [42]$$

in cui si è indicata con b la base della sezione.

Dall’equazione precedente si determina che $\sigma_{cu} = 0.41 \cdot \sigma_t$; questa espressione riveste un ruolo fondamentale nello studio del comportamento a flessione dei calcestruzzi con fibre in quanto possiede un preciso significato fisico: infatti affinché il fibrorinforzato soggetto a flessione possa garantire, dopo la fessurazione della matrice, un momento resistente non inferiore a quello che la sola matrice è in grado di esplicare, non è necessario che $V_f > V_{fcr}$

ma grazie alla possibilità che l'asse neutro possiede di spostarsi verso il lembo compresso in successivi incrementi di carico, è sufficiente che $\sigma_{cu} \geq 0.41 \cdot \sigma_t$.

Poiché in generale $\sigma_{cu} \leq \sigma_t$ il volume di fibre critico per la flessione **sarà sempre minore di quello relativo alla trazione pura**.

Viceversa se il composito contiene un volume di fibre pari a quello critico relativo alla trazione pura si avrà che la resistenza a trazione ultima del composito σ_{cu} sarà pari a quella a trazione per flessione di prima fessurazione della matrice σ_t .

Il valore effettivo del momento flettente post fessurazione sarà:

$$M_r = 13 \cdot \sigma_{cu} \cdot b \cdot H^2 / 32 \quad [43]$$

Nel caso si ignori il comportamento duttile del materiale invece si otterrà:

$$M_r = \sigma_{mr} \cdot b \cdot H^2 / 6 \quad [44]$$

dove σ_{mr} prende il nome di **modulo di rottura apparente**.

Dall'uguaglianza delle quantità di cui sopra si determina il predetto modulo che pertanto assume il valore:

$$\sigma_{mr} = 2.44 \cdot \sigma_{cu} \quad [45]$$

La conseguenza fisica di quanto asserito è che il materiale “sembra” in grado di esercitare una resistenza di post – fessurazione σ_{mr} se soggetto a flessione pari a 2.44 volte la resistenza a trazione ultima σ_{cu} mentre ciò è solo frutto delle ipotesi semplificative alla base del calcolo. Infatti, mentre σ_{cu} è effettivamente la resistenza ultima a trazione del composito il valore σ_{mr} fornisce, se confrontata con la resistenza a trazione per flessione di prima fessurazione, un indice della capacità del composito di sopportare il carico flettente imposto in fase plastica.

Sostituendo nell'espressione precedente i relativi valori di σ_{cu} si determinano i vari moduli di rottura apparente:

$$\sigma_{mr} = 2.44 \cdot \sigma_{fu} \cdot V_f \quad \text{fibre allineate in una direzione} \quad [46]$$

$$\sigma_{mr} = 2.44 \cdot V_f \cdot \tau \cdot l / 2 \cdot r \quad \text{fibre allineate soggette a pull – out} \quad [47]$$

$$\sigma_{mr} = 1.55 \cdot V_f \cdot \tau \cdot l / 2 \cdot r \quad \text{fibre disposte su piani soggette a pull – out} \quad [48]$$

$$\sigma_{mr} = 1.22 \cdot V_f \cdot \tau \cdot l / 2 \cdot r \quad \text{fibre disposte a caso soggette a pull – out} \quad [49]$$

Per le fibre soggette a pull – out si può osservare che:

1. Il modulo di rottura dipende da volume, forma ed orientamento delle fibre oltre che dall'aderenza fibre – matrice;
2. Il modulo di rottura apparente aumenta proporzionalmente al volume ed al rapporto di aspetto delle fibre.

E' possibile infine, noto il valore di σ_{cu} ricavare il valore di V_{fcr} a flessione in funzione della resistenza di fessurazione a trazione della matrice:

$$V_{fcr} = 0.41 \cdot \sigma_t / \sigma_{fu} \quad \text{fibre allineate in una direzione} \quad [50]$$

$$V_{fcr} = 0.82 \cdot \sigma_t \cdot r / \tau \cdot l \quad \text{fibre allineate soggette a pull – out} \quad [51]$$

$$V_{fcr} = 1.28 \cdot \sigma_t \cdot r / \tau \cdot l \quad \text{fibre disposte su piani soggette a pull – out} \quad [52]$$

$$V_{fcr} = 1.64 \cdot \sigma_t \cdot r / \tau \cdot l \quad \text{fibre disposte a caso soggette a pull – out} \quad [53]$$

Si può notare come un materiale con una bassa σ_t , quale può essere **un calcestruzzo con elevato rapporto acqua – cemento può essere efficacemente rinforzato con un volume di fibre ($l/d = 100$) pari allo 0.5%. Qualora invece il composito abbia un'elevata σ_t rispetto all'aderenza fibra – matrice, il V_{fcr} aumenta notevolmente passando allo 1.35% circa.**

2.5 Valutazione del comportamento globale del calcestruzzo fibro-rinforzato

Dalle considerazioni sin qui svolte, tese alla valutazione del comportamento meccanico del composito fibroso, si è ottenuta una stima delle proprietà di elementi sottoposti a stati sollecitativi di flessione e trazione.

E' tuttavia necessario precisare che sussistono diversi limiti per le trattazioni che interpretano il comportamento del calcestruzzo fibrorinforzato secondo la "teorie delle miscele", nonostante quanto fin ora proposto sia alla base degli studi su tale materiale.

Estremamente difficoltoso risulta infatti saper stimare il comportamento del materiale come sovrapposizione del comportamento offerto dalle componenti che lo costituiscono.

Non accettabile risulta essere stimare la resistenza a trazione del calcestruzzo identificandola con quella letta in corrispondenza dei punti che identificano lo stato limite ultimo e lo stato limite di servizio. Tali valori non tengono infatti conto in alcun modo del picco tensionale offerto dal provino sottoposto a trazione e a flessione.

Tra gli approcci possibili, poiché i metodi adottati normalmente sovrastimano eccessivamente la resistenza equivalente a trazione del materiale, risultano essere le trattazioni che vedono l'energia di fessurazione distribuita unicamente all'interno del tratto in cui il materiale è soggetto ad estrazione delle fibre. Accettabili risultano essere le due trattazioni proposte dalla **Commissione Tecnica RILEM** all'interno delle quali l'energia di fessurazione del calcestruzzo fibrorinforzato, opportunamente depurata dal contributo legato alla matrice cementizia, viene pensata distribuita nel tratto in cui il materiale è soggetto ad estrazione delle fibre e all'interno di una quota parte del tratto in cui si ha formazione delle fessure, esattamente la metà per la versione proposta più recente; tale approccio risulta tuttavia estremamente complesso e difficilmente applicabile nella usuale progettazione delle strutture.

E' evidente quindi il duplice ruolo che le fibre assumono nella fase di sollecitazione del composto, in particolare per le azioni di trazione. Infatti è necessario distinguere, in una prova a trazione ideale su un campione, due istanti precisi relativi rispettivamente allo stato pre – fessurativo ed allo stato fessurato (post – picco).

Nello stato di pre – fessurazione la presenza delle fibre (la cui distribuzione casuale dovrebbe essere il più omogenea possibile all'interno del materiale) è in grado di limitare, a valle della formazione delle prime micro – fessure, la concentrazione di tensione che si sviluppa nel materiale adiacente a queste che è causa, nell'evoluzione della storia di carico, della formazione di macro – fessure.

Questo effetto è giustificato dal fatto che le fibre partecipano fin dalla fase appena pre – fessurativa all’assorbimento delle sollecitazioni in proporzione alla rigidità posseduta; è pertanto evidente che l’entità di tale effetto dipende dalla natura delle fibre adottate oltre che dalla concentrazione prevista all’interno del conglomerato cementizio.

Nello stato di fessurazione stabilizzata invece le fibre presenti nella sezione fessurata, come ampiamente discusso in precedenza, risultano gli unici elementi resistenti presenti, assorbendo di fatto la risultante dell’intero carico applicato.

Esse di fatto rappresentano l’elemento di “cucitura” della sezione che pertanto si affida interamente alla loro resistenza al fine di garantire l’equilibrio con l’azione sollecitante; in questa condizione entra in gioco parallelamente alla resistenza meccanica anche l’aderenza fibra – matrice che riveste un ruolo fondamentale nella determinazione del comportamento globale del materiale.

Infatti per garantire un comportamento complessivo di tipo “duttile” occorre che l’intera aderenza venga mobilitata prima della rottura del materiale per collasso delle fibre; ciò ovviamente consente elevate deformazioni e conseguentemente enormi dissipazioni energetiche. Laddove infatti non si registri uno scorrimento mutuo tra fibra e matrice e si raggiunga la resistenza massima della fibra prima del raggiungimento della tensione limite di aderenza il tipo di rottura globale del materiale sarà più fragile (la duttilità in questo caso sarà molto ridotta, risultando garantita solo dal legame costitutivo proprio della fibra adottata).

E’ quindi evidente che quanto asserito, seppur di carattere generale, è strettamente legato alla natura dei materiali adottati ed in particolare alla natura delle fibre inserite nella miscela oltre che dalla geometria di queste ultime ed in particolare dal rapporto d’aspetto posseduto.

I comportamenti sopra esposti sono riportati qualitativamente in Figura 8 dove appare evidente la differenza di energia dissipata per i due provini; è chiaro che la geometria delle fibre ed il conseguente legame di aderenza sviluppato con la matrice deve essere tale da garantire una corretta ripartizione degli sforzi con attiva partecipazione del rinforzo (condizione che non si attiverebbe laddove l’aderenza fibra – matrice venisse meno) ma contemporaneamente la possibilità di instaurare uno scorrimento mutuo prima di raggiungere la resistenza ultima del materiale.

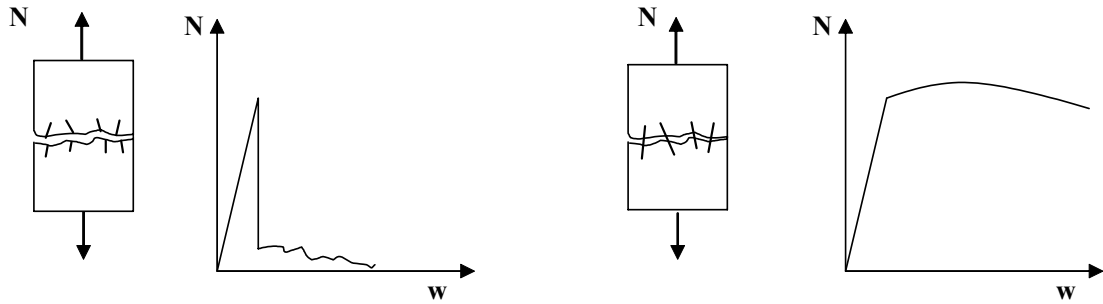


Figura 8 – Diagramma carico – spostamento di una prova a trazione: rottura fragile e rottura duttile del provino

Modelli di comportamento costitutivo

I modelli di comportamento costitutivo, già descritti nei precedenti paragrafi, sono qui riassunti:

Relativamente alla sollecitazione di compressione si assume [Lim et al., 1987]:

$$\sigma_c = \sigma_m \cdot V_m + \eta_0 \cdot \eta_1 \cdot E_f \cdot \varepsilon_c \cdot V_f \quad [54]$$

in cui

σ_m rappresenta la tensione nella matrice

V_m rappresenta la frazione volumetrica della matrice

E_f è il modulo di elasticità delle fibre

η_0 è il fattore di efficienza (che individua la distribuzione delle fibre nella matrice)

η_1 è il coefficiente di lunghezza efficace ed è assunto pari a 0.5 se $l_f < l_c$ e pari a $1-l_f/l_c$ se $l_f > l_c$ (si sono indicati l_f quale lunghezza della fibra ed l_c quale la lunghezza critica della fibra)

V_f è la frazione volumetrica di fibre

Parimenti, nelle ipotesi già più volte contemplate, anche il modulo elastico del materiale fibrorinforzato può essere ottenuto come segue:

$$E_c = E_m \cdot V_m + \eta_0 \cdot \eta_1 \cdot E_f \cdot V_f \quad [55]$$

in cui E_m rappresenta il modulo elastico della matrice.

Per quanto concerne la sollecitazione di trazione invece, il comportamento costitutivo del fibrorinforzato può essere schematizzato attraverso una trilatera. La caratteristica di tale legame è quella di presentare un comportamento elasto - fragile complessivo (caratteristico del calcestruzzo) al quale tuttavia viene aggiunto un ramo di resistenza residua post – picco che si mantiene costante fino a rottura.

Tale legame è definito per punti, individuati dalle grandezze E_c , ϵ_{cr} , σ_u ed ϵ_u .

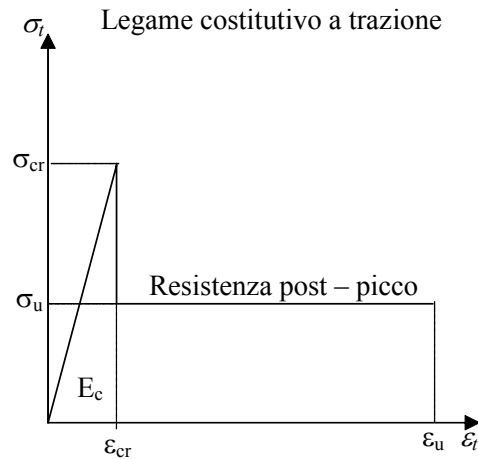


Figura 9 – Diagramma tensione – deformazione per FRC sottoposto a trazione

La risposta del materiale alla sollecitazione risulta lineare con modulo E_c fino al raggiungimento della deformazione ϵ_{cr} di fessurazione che dipende chiaramente dalle proprietà meccaniche della matrice (ed in particolare della deformazione di fessurazione ϵ_{mp} di questa) e delle fibre (attraverso la loro deformazione limite di proporzionalità ϵ_{fp} proporzionalmente alla frazione di volume introdotta), come di seguito evidenziato [64].

Nella determinazione della tensione ultima (e conseguente deformazione) viene chiamato in causa il legame di aderenza fibra – matrice. In particolare, indicando con τ_u il valore medio della tensione tangenziale di aderenza (ipotizzando una distribuzione costante delle tensioni lungo l'elemento) si ha:

$$\sigma_u = \eta_0 \cdot \eta_1 \cdot V_f \cdot l_f \cdot \frac{\tau_u}{2r} \quad [56]$$

in cui (indicando con p il perimetro della sezione relativa alla singola fibra) r risulta definito come:

$$\frac{r}{2} = \frac{A_{fibra}}{p} \quad [57]$$

Questo tipo di legame si presenta sufficientemente semplice ai fini delle applicazioni correnti e di carattere alquanto generale.

Un esempio che contempla l'introduzione di un legame specifico relativo all'utilizzo di fibre metalliche è riportato in (Ombres, 1993) nel quale, per la parte relativa alla compressione, è stata adottata la legge di tipo parabola – rettangolo proposta dal CEB.

Le quantità che definiscono il legame, secondo la teoria delle miscele, sono le seguenti:

$\varepsilon_{cu}=0.35\div 0.4\%$	deformazione ultima del calcestruzzo compresso;
$\varepsilon_{ck}=0.20\%$	deformazione caratteristica del calcestruzzo compresso;
$\varepsilon_{cr}=f_{ctk}/E_m$	deformazione di fessurazione;
f_{ctk}, E_m	resistenza a trazione e modulo elastico della malta cementizia;
l_f, d_f	lunghezza e diametro della fibra;
$E_{ct} = \eta_0\eta_1E_fV_f + E_m(1-V_f)$	modulo di elasticità a trazione del calcestruzzo fibrorinforzato;
η_0	coeff. di lunghezza efficace pari a 0.5 ($l_f < l_c$) oppure $1-l_f/l_c$ ($l_f > l_c$);
η_1	fattore di efficienza pari a 0.5 (distr. bidimensionali) oppure 0.33 (distr. tridimensionali);

In tali condizioni il comportamento del materiale relativo a stati tensionali monoassiali è univocamente determinato, come evidenziato in Figura 10.

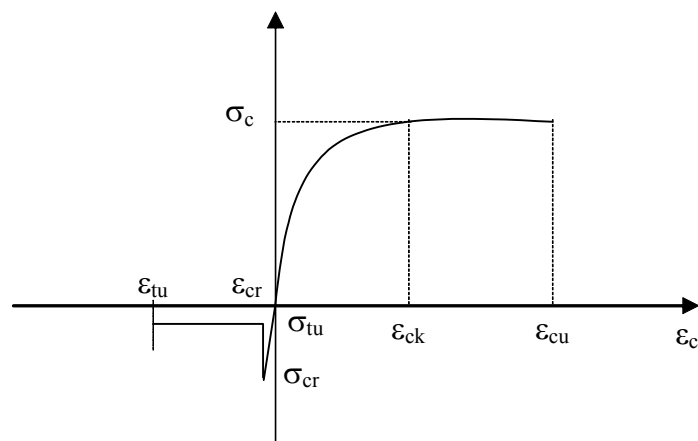


Figura 10 – Diagramma complessivo tensione – deformazione per FRC

Calcestruzzo ad alte prestazioni

Quanto fino ad ora esaminato può essere esteso con opportuni accorgimenti anche al caso di calcestruzzi ad elevata resistenza.

Per conglomerati la cui resistenza a compressione supera i 60 MPa infatti si registra una rottura di tipo più fragile e repentino all'aumentare della classe di appartenenza. Questo fenomeno, che limita nell'utilizzo pratico i benefici dovuti all'incremento di prestazione del calcestruzzo, viene ridotto e superato attraverso l'introduzione di un rinforzo fibroso all'interno della miscela.

Innanzitutto è bene precisare che, nel caso di conglomerati ad alta resistenza, l'introduzione delle fibre provoca un effetto marginale sulla resistenza a compressione, effetto quantificabile sull'ordine di qualche punto percentuale a differenza di quanto avviene per gli NC per cui detto incremento è dell'ordine di circa il 10%.

La relazione che intercorre tra la resistenza del calcestruzzo ed il volume di fibre immesso in questa situazione risulta:

$$f'_{cf} = f'_c + 3.43 \cdot V_f \quad [58]$$

in cui f'_c è la resistenza della matrice e V_f la frazione di volume immessa.

Relativamente alla compressione si deve registrare che la resistenza di picco non viene praticamente interessata dall'introduzione del rinforzo nella matrice, mentre appare incrementata (in proporzione al volume aggiunto) la deformazione assunta in corrispondenza del picco di trazione nonché, in maniera molto più marcata, la resistenza residua che il materiale è in grado di esplicitare nel post – picco.

Tale fenomeno è rappresentato, nel caso di fibre metalliche, in Figura 11; si può inoltre osservare che, in corrispondenza dell'aumento del valore di resistenza residua, il materiale presenta una capacità dissipativa maggiore essendo incrementato il valore dell'energia di deformazione che lo stesso ha assorbito.

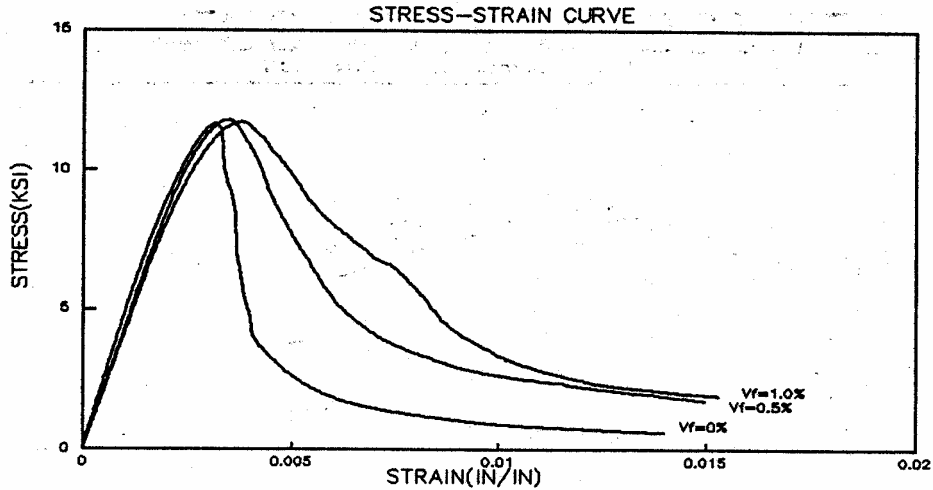


Figura 11 – Diagramma tensione – deformazione in compressione per FRC ottenuti da HC

La giustificazione qualitativa di quanto evidenziato trova riscontro proprio nell'elevata resistenza iniziale della matrice nella quale, sia la pasta di cemento che gli aggregati, partecipano in ugual misura a determinare la resistenza complessiva del composito.

Anche il contenuto di acqua relativamente basso (e la conseguente ridotta porosità) contribuiscono a quanto in parola; inoltre le fibre producono un effetto benefico dovuto al confinamento che sono in grado di esplicare nei confronti dell'espansione laterale nonché alla capacità di ridurre le concentrazioni di tensioni proprie delle micro – fessurazioni sviluppate all'interno del materiale all'inizio della fase plastica.

Una possibile espressione analitica di quanto esposto risulta elaborata in (Valle e Buyukozturk, 1992), dove vengono presentate diverse espressioni relativamente ai tratti antecedente e successivo al picco di resistenza del legame uniassiale in compressione.

In particolare, per conglomerati ad alta resistenza si assume:

$$\sigma_c = f'_c \left[2 \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \right) - \lambda \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \right)^2 \right] \quad \text{per } |\varepsilon_c| \leq |\varepsilon_p| \quad [59]$$

in cui

$$\lambda = \sqrt{0.7 - \frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_c}};$$

ε_c deformazione nel calcestruzzo in compressione;

ε_0 deformazione di picco per compressione;

ε_p ε_0/λ ;

f'_c resistenza cilindrica;

ε_r resistenza a trazione del calcestruzzo;

λ coefficiente che tiene conto del softening del materiale legato al comportamento biassiale;

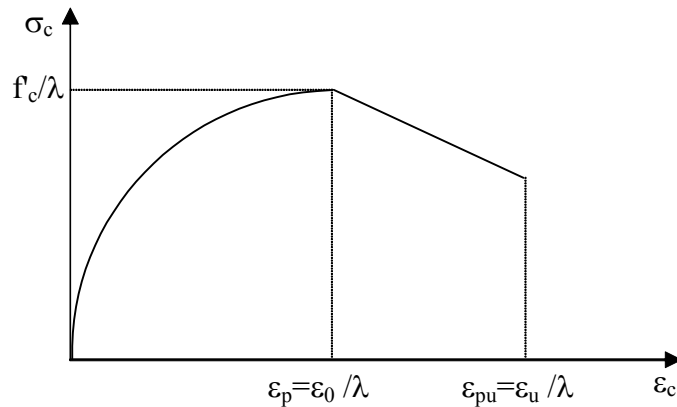


Figura 12 – Diagramma tensione – deformazione in compressione [Valle e Buyukozturk, 1992]

Nel caso di $\varepsilon_c > \varepsilon_p$ l'espressione analitica della curva viene differenziata nel caso di HC dal caso di fibrorinforzati. In particolare per conglomerati ad alte prestazioni si ha:

$$\sigma_c = \frac{f'_c}{\lambda} \left[1 - \left(\frac{\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} - \frac{1}{\lambda}}{2 - \frac{1}{\lambda}} \right)^2 \right] \quad \text{per } |\varepsilon_c| > |\varepsilon_p| \quad [60]$$

Nel caso di introduzione del rinforzo, la relazione di cui sopra diventa:

$$\sigma_c = \frac{f'_c}{\lambda} - 0.15 f'_c \frac{\varepsilon_c - \varepsilon_p}{\varepsilon_u - \varepsilon_p} \quad \text{per } |\varepsilon_c| > |\varepsilon_p| \quad [61]$$

Ovviamente particolare rilevanza assume la dipendenza del comportamento del materiale dai parametri ε_0 (deformazione in corrispondenza del picco di resistenza) ed ε_u (deformazione ultima). A tal proposito, i valori usualmente adottati e proposti in letteratura, sono riportati in Tabella 1.

<i>Tipo</i>	ϵ_0	ϵ_u
NC	0.002	0.0035
FRNC	0.0035	0.005
HC	0.0025	0.003
FRHC	0.003	0.0045

Tabella 1 – Valori usuali di deformazione per le varie tipologie di calcestruzzo

Nella risposta alla sollecitazione di trazione, in (Valle e Buyukozturk, 1992) è proposto un modello analitico in cui l'andamento della prima parte del legame costitutivo (pre – picco) risulta pressoché indipendente dalla classe del conglomerato adottato.

La valutazione del modulo elastico è viceversa sensibile alla presenza del rinforzo e, al fine di tenere in considerazione stati tensionali complessi, lo stesso è ridotto attraverso un opportuno coefficiente:

$$E_{ct} = C \cdot (E_{mt} \cdot V_{mt} + E_f \cdot V_f \cdot \eta_0 \cdot \eta_1) \quad [62]$$

nella quale:

E_{ct} modulo del fibrorinforzato in trazione;

C coefficiente empirico;

E_{mt} modulo della matrice;

V_m percentuale volumetrica di fibre nella miscela;

η_0 fattore di orientamento delle fibre;

η_1 fattore di efficienza della lunghezza;

Utilizzando l'espressione del modulo elastico E_{ct} del materiale fibroso sopra determinata è possibile ottenere le seguenti relazioni analitiche che descrivono il comportamento in trazione dello stesso, come precedentemente evidenziato, per il tratto precedente e successivo ad ϵ_{cr} :

$$\sigma_t = E_{ct} \epsilon_t \quad \text{per } \epsilon_t \leq \epsilon_{cr} \quad [63]$$

dove

$\varepsilon_{cr} = f_{cr}/E_{ct}$ deformazione in corrispondenza della fessurazione della matrice;

$f_{cr} = 7.5\sqrt{f'_c}$ per NC e $f_{cr} = 6\sqrt{f'_c}$ per HC tensione di fessurazione;

Una possibile stima del valore di fessurazione dell’FRC è stata ottenuta empiricamente e proposta da (Nathan G. K. et al., 1977):

$$\varepsilon_{cr} = \eta_1 \cdot \eta_0 \cdot V_f \cdot (\varepsilon_{fp} - \varepsilon_{mp}) + \varepsilon_{mp} \quad [64]$$

dove:

ε_{cr} deformazione di fessurazione;

η_0 fattore di orientamento alla fessurazione (assunto pari a 0.4);

$\varepsilon_{fp}, \varepsilon_{mp}$ deformazioni al limite di proporzionalità per fibre e matrice;

Il comportamento per il tratto successivo ad ε_{cr} può essere espresso, nel caso di materiale non fibroso, come segue:

$$\sigma_t = \frac{f_{cr}}{1 + \sqrt{\frac{\varepsilon_t - \varepsilon_{cr}}{0.005}}} \quad \text{per } \varepsilon_t > \varepsilon_{cr} \quad [65]$$

Viceversa, se nel materiale è presente il rinforzo, il legame adottato è di tipo bilineare in cui vengono definiti i seguenti rami:

$$\sigma_t = f_{cr} + E_f \cdot V_f \cdot \eta_1 \cdot \eta_0 \cdot (\varepsilon_t - \varepsilon_{cr}) \quad \text{per } \varepsilon_{cr} < \varepsilon_t < \varepsilon_{cr2}$$

$$\sigma_t = f_u + E_f \cdot V_f \cdot \eta_1 \cdot \eta_0 \cdot (\varepsilon_t - \varepsilon_{cr2}) \quad \text{per } \varepsilon_t > \varepsilon_{cr2} \quad [66]$$

dove:

$\varepsilon_{cr2} = \varepsilon_{cr} + \sigma_{sfu}/E_{sf}$ deformazione in corrispondenza della tensione di picco;

$f_u = f_{cr} + \eta_1 \eta_0 V_{sf} E_{sf}$ tensione di picco;

σ_{sfu} tensione ultima dell’acciaio;

E_{sf} modulo ultimo dell’acciaio;

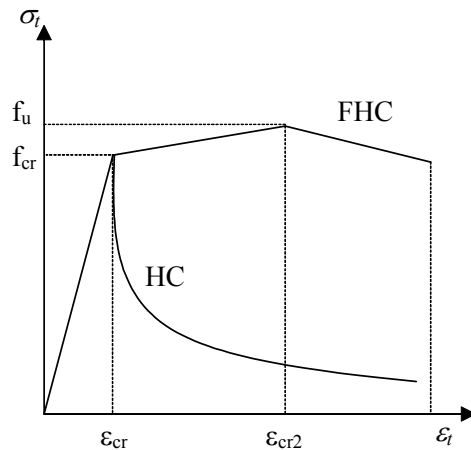


Figura 13 – Diagramma tensione – deformazione per trazione (HC ed FHC)

Una serie di risultati ottenuti da prove sperimentali sono stati introdotti da (Faisal e Samir, 1992) al fine di determinare il comportamento del materiale attraverso prove di flessione a tre punti e di trazione indiretta (splitting tensile strength).

In particolare le prove di flessione sono state condotte su travi aventi sezioni di 100 cm² e 225 cm² e, dalle stesse, si sono ottenute relazioni dirette tra la resistenza a trazione f_t e la resistenza a compressione della matrice f_c :

$$f_r = 0.99 \cdot \sqrt{f'_c} \text{ per provini } 15 \times 15 \text{ cm} \quad [67]$$

$$f_r = 1.03 \cdot \sqrt{f'_c} \text{ per provini } 10 \times 10 \text{ cm} \quad [68]$$

Come era lecito attendersi, anche alla luce delle osservazioni qualitative fin qui svolte, anche nel caso di sollecitazione di flessione il materiale senza fibre risponde con una rottura di tipo fragile in corrispondenza della formazione della prima fessura che infatti concentra e localizza le deformazioni

Nel caso dell'introduzione di fibre nella miscela la fessurazione avviene in maniera diffusa e pertanto si riscontra, a valle della conseguente diminuzione di rigidità e riduzione della capacità portante, una capacità residua che si mantiene pressoché costante fino a rottura.

Relativamente infine ai risultati ottenuti dalle prove di trazione indiretta, la resistenza a trazione misurata (f_{sp} per calcestruzzi senza fibre, f_{spf} per calcestruzzi con fibre) è stata correlata alla resistenza a compressione della matrice (f_c) ottenendo:

$$f'_{sp} = 0.58 \cdot \sqrt{f'_c} \quad \text{per HC} \quad [69]$$

$$f'_{spf} = f'_{sp} + 3.02 \cdot V_f \quad \text{per FHC} \quad [70]$$

Il diagramma di Figura 13 può ragionevolmente essere interpretato (Van Mier, 2004) attraverso il susseguirsi di una serie di fasi “di stato” del materiale; infatti anche se il processo di frattura risulta continuo e pertanto non si possono definire in maniera netta le soglie tra le diverse fasi, si possono riconoscere:

1 - Fase elastica: il comportamento è di tipo elastico lineare;

2 - Fase di microfessurazione (stabile): durante questa fase nel materiale si ha la generazione di micro – fessure. Dette fessure (Markovic, 2006) si presentano di lunghezza approssimativa uguale al diametro medio degli aggregati nell’impasto; il comportamento materiale ed il processo di fessurazione dipendono dalla geometria delle fibre di rinforzo (oltre che dalle caratteristiche della matrice) e dalla capacità di queste ultime di “cucire” le fessure stesse (maggiore efficienza per fibre corte). Infatti nel caso di calcestruzzo ordinario, l’unico meccanismo in grado di opporsi al fenomeno è quello prodotto dalla pasta di cemento che tuttavia produce un effetto assai limitato. L’aggiunta del rinforzo presenta invece la capacità di determinare una risposta migliore in ragione di una buona vicinanza tra le fibre stesse ed una orientazione favorevole delle stesse, sempre nell’ottica di una buona aderenza fibra – matrice.

3 - Fase di crescita della macrofessura (instabile): in questa fase si manifesta una concentrazione di micro - fessure in corrispondenza di uno stato di stress non omogeneo nella zona di massima tensione di trazione. Ciò produce la formazione di una macro – fessura, generata dal collegamento tra diverse micro – fessure, di dimensione prossime a circa due volte il diametro degli inerti di dimensioni maggiori, che assume il carattere di fessura dominante. In (Markovic, 2006) la macro – fessura è definita, in una prova di trazione diretta sul materiale, come la fessura che attraversa interamente la sezione trasversale del provino, detta anche through – crack. Lo sforzo di trazione relativo alla formazione della predetta fessura equivale allo sforzo proprio di fessurazione ovvero *first cracking tensile stress*. Durante questa fase si registra la migrazione dello sforzo applicato dalla matrice cementizia agli altri componenti del conglomerato in grado di assorbire i predetti sforzi in quanto dotati di rigidzze uguali o superiori. Nel conglomerato

convenzionale, avendo la pasta di cemento una scarsa efficacia, non avviene praticamente trasferimento mentre, nei calcestruzzi additivati con fibre occorre distinguere il caso di FRC da quello di HPFC: nel primo caso infatti si registra un ritardo nel trasferimento di carico durante la formazione della macro – fessura in seguito alla ridotta quantità di fibre presenti (elevata distanza fra le fibre) ed alle dimensioni geometriche delle stesse fibre (che normalmente hanno dimensioni non raffrontabili con le dimensioni delle micro – fessure), nell’ottica di una debole zona di interfaccia fibra – matrice direttamente dipendente dalla prestazione meccanica della matrice condizione che, sommata alle precedenti, determina il brusco crollo di resistenza visibile a tergo della fessurazione; nel secondo caso, come evidenziato in (Markovic, 2006), la migliore aderenza fibra – matrice dettata da migliori caratteristiche meccaniche della matrice di base e l’elevato numero di fibre lungo le superfici di frattura producono una stabilità complessiva del comportamento a trazione a tergo della formazione della prima macro – fessura in assenza del degrado mostrato dall’FRC convenzionale. In alcuni casi si registra una ulteriore crescita delle tensioni di trazione con conseguente comportamento *strain – hardening*. Il fenomeno, fisicamente, si manifesta con successiva apertura di altre macrofessure (*multiple – cracking*) piuttosto che la successiva evoluzione della fessura già sviluppata.

4 - Fase di cucitura della macro – fessura (stabilizzazione della fase 3): il fenomeno avviene quando si ha sostanziale localizzazione delle deformazioni in corrispondenza di una singola fessura dominante. Si evidenzia in questa fase che tutto lo spostamento misurato è concentrato in corrispondenza della predetta fessura. Ancora una volta nel caso di calcestruzzi convenzionali il meccanismo di cucitura, affidato al solo legante, risulta molto debole con efficacia limitata. Nei fibro – rinforzati il meccanismo è evidentemente offerto dalle fibre e dipendente in efficacia dalla rigidità, resistenza e geometria delle stesse. Ciò che avviene è che la rottura improvvisa ed il conseguente collasso dell’elemento vengono scongiurate dando viceversa luogo ad un meccanismo di tipo graduale, condizione che determina duttilità del materiale, fermo restando quanto precedentemente esposto sulla influenza della qualità e prestazione del conglomerato di base (matrice) nella trasmissione dello sforzo per aderenza.

Per tali ragioni nella modellazione analitica del comportamento, come precedentemente esposto, occorre sempre riferirsi a comportamenti macroscopici di RVE (*representative volume element*) ideali che consentano di “guardare” i predetti fenomeni in una scala sufficientemente grande.

Come esposto anche in (Stang & Li, 2004) il comportamento e l'effetto del rinforzo nella matrice deve essere valutato globalmente e nel suo complesso, non attraverso l'esame della singola fibra, attraverso un approccio olistico dove le informazioni sulla natura, composizione, geometria e caratteristiche dei componenti vengono tradotte in termini di prestazioni del materiale finale ottenuto.

Per questo motivo anche le correnti istruzioni alla progettazione italiane (CNR – DT204/2006) ed estere (RILEM TC 162 – TDF, U.S. Guidelines, German Guidelines) consigliano un approccio di tipo “prestazionale” consentendo l'utilizzo di un metodo inverso al fine di ottenere legami semplificati in ragione di prove meccaniche dirette (trazione) o indirette (flessione) anche se queste ultime, spesso, si presentano di non immediata interpretazione.

Inoltre benché le prove indirette siano di più ampio utilizzo e di più facile esecuzione, esse non permettono di verificare il reale comportamento del materiale testato ed in particolare se detto comportamento è di tipo degradante o incrudente. Ciò si traduce nell'affermare che comunque è la prova a trazione che permette l'ottenimento della risposta costitutiva del materiale, tuttavia è indispensabile che la stessa contenga, quali informazioni necessarie affinché i risultati proposti consentano una corretta progettazione strutturale (Stang & Li, 2004), i seguenti parametri:

- a) Curva sforzo deformazione completa;
- b) Quadro fessurativo con distanza fra le fessure al picco e post –picco con lunghezza della zona monitorata;
- c) Apertura delle fessure (media) durante l'incrudimento;
- d) Velocità di carico adottata.

Per tali ragioni, evidentemente, il provino deve risultare di scala idonea a consentire una distribuzione omogenea e casuale del rinforzo fibroso.

Capitolo 3

Legame costitutivo del materiale – prove sperimentali a trazione

3.1 Introduzione

Lo sviluppo di modelli in grado di effettuare previsioni sul comportamento del materiale costituente il calcestruzzo con fibre rappresenta la base per l'analisi di elementi complessi utilizzabili nella corrente progettazione di strutture.

Come evidenziato, poiché il materiale in questione è di tipo “composito”, è necessario indirizzare le considerazioni da svolgere sul legame costitutivo dei singoli elementi costituenti (matrice e fibre) ed evidentemente, le caratteristiche del materiale risultante, sono stretta finzione della qualità e del contenuto di fibra e calcestruzzo, come evidente in modo seppur sommario dalle analisi condotte con la teoria delle miscele.

Come si è ampiamente dimostrato infatti è possibile ottenere materiali con resistenze elevate (in funzione della classe della matrice e quindi della resistenza caratteristica del conglomerato di base) e, soprattutto, per i quali sia significativa anche la resistenza nei confronti di sollecitazioni di trazione, resistenza sulla quale si può e si deve fare affidamento anche in condizione post –fessurativa.

Infatti, usualmente, nel calcolo di verifica degli elementi strutturali, ai fini della valutazione della rigidità della sezione, si prescinde dalla capacità resistente del calcestruzzo sia nelle trazioni dirette che per quelle più frequenti di tipo indiretto, dovute a flessione. Infatti la resistenza che può essere ragionevolmente mobilitata nei confronti della sollecitazione in parola presenta un ordine di grandezza di differenza nei confronti della omologa sollecitazione di compressione, quindi evidentemente se ne può ragionevolmente disporre solo in casi molto particolari (verifica a fessurazione) risultando comunque la scelta operata diretta a cautelare il progettista nella determinazione della possibilità dell'elemento di sopportare i carichi agenti.

Usualmente infatti, tutte le correnti norme tecniche sulle costruzioni, nel calcolo del calcestruzzo armato affidano l'assorbimento delle trazioni ad un'idonea armatura metallica in barre d'acciaio ad aderenza migliorata che sopperiscono alla carenza di proprietà intrinseche del materiale di entità soddisfacente.

Per quanto sommariamente esposto è evidente che il miglioramento delle caratteristiche meccaniche del conglomerato avviene sostanzialmente attraverso l'aggiunta in percentuale variabile di fibre in materiali diversi che, sostanzialmente, si sostituiscono all'armatura metallica convenzionale, portando innegabili benefici al materiale e ripristinandone l'idoneità di utilizzo nel campo delle costruzioni.

E' inoltre evidenziato, già dal punto di vista teorico, che l'entità della quantità di fibre aggiunte sia tale da fornire comportamenti sempre più prossimi a quelli propri di materiali isotropi ed isoresistenti, con tendenza ad ottenere resistenze pressoché costanti in corrispondenza di deformazioni progressive (duttilità del materiale).

Nel presente paragrafo vengono esaminate, dal punto di vista teorico, numerico e sperimentale le risposte mono – dimensionali che materiali siffatti sono in grado di rappresentare al variare delle proprietà sopra esposte.

3.2 Previsione analitica e legami semplificati

La modellazione del materiale avviene usualmente attraverso un modello analitico semplificato tarato sulla base del comportamento del calcestruzzo ordinario e nel quale sono introdotte le relazioni che, sulla scorta delle proprietà assegnate a matrice e fibre, consentono di determinare i legami costitutivi mono – assiali su cui si basa la risposta del composito.

In particolare, relativamente alla risposta in trazione che come premesso risulta sostanzialmente modificata, si adottano legami che, in ragione dei parametri significativi che influenzano la risposta globale (tipo, geometria, proprietà meccaniche e contenuto di fibre, proprietà meccaniche della matrice ecc...), presentano sostanzialmente, a tergo della risposta iniziale elastica lineare, un picco con successiva resistenza residua, in grado di essere mobilitata per valori significativi di deformazione (Figura 14).

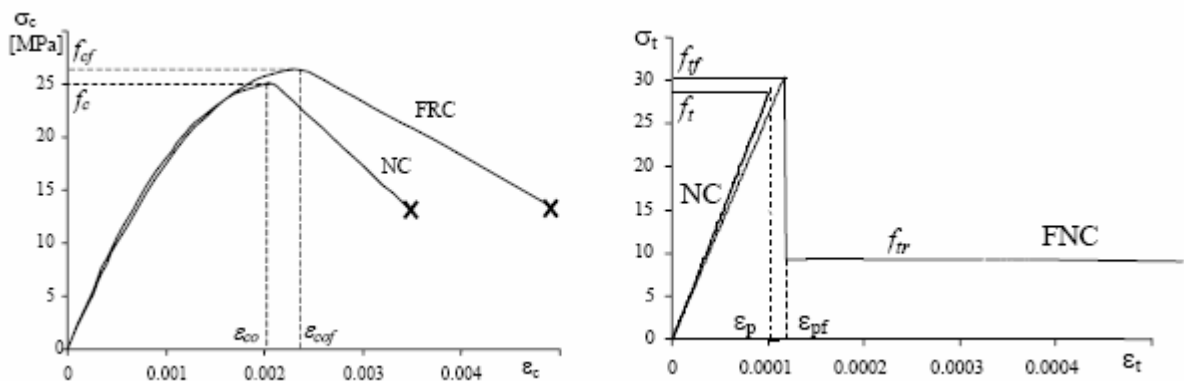


Figura 14 – Diagramma $\sigma - \epsilon$ in compressione e trazione per NC ed FRC

Infatti se da un lato il legame costitutivo registrato nel caso di calcestruzzo fibra – rinforzato relativo alla parte in compressione prende riferimento dal modello classico utilizzato per il calcestruzzo ordinario, in quanto, come evidenziato nel Capitolo 2, la presenza delle fibre non modifica in modo sostanziale il comportamento globale del materiale (aumentando la sola duttilità compressiva), dal punto di vista della parte in trazione la presenza della resistenza residua (la cui entità è direttamente proporzionata al contenuto in fibre introdotto all'interno della matrice cementizia) cambia sostanzialmente la risposta del materiale e le possibilità di utilizzo alle quali lo stesso può essere destinato.

A fronte di un legame costitutivo siffatto, attualmente, la tendenza risulta quella di adottare legami di tipo semplificato che consentano al progettista di valutare in maniera approssimata ma sufficientemente precisa la rigidità degli elementi strutturali costituiti (integralmente o parzialmente in FRC) oggetto di analisi.

In particolare, i riferimenti in Italia, dettati dal **Consiglio Nazionale delle Ricerche** [CNR – DT204/2006], consentono di ricondursi a legami uniassiali di semplice gestione per il dimensionamento degli elementi in FRC.

Ai fini della determinazione di progetto della miscela, dato da cui occorre partire per identificare le proprietà meccaniche e costitutive del materiale, occorre senz'altro concentrarsi sulle proprietà del rinforzo da inserire nella matrice, essendo questa ultima (conglomerato cementizio) già ampiamente classificata all'origine e normata.

In primis è indispensabile individuare il corretto rapporto d'aspetto sulla base del quale si può valutare la capacità delle singole fibre di sviluppare un legame di aderenza con la matrice che comporti la “cucitura” della fessura generata nella matrice dalla sollecitazione imposta, nel contesto del meccanismo di rottura per sfilamento di queste ultime (pull – out). Poiché ricordiamo che il rapporto d'aspetto è definito come rapporto tra la lunghezza l_f ed il diametro medio d_f della singola fibra, la norma definisce in maniera esplicita le modalità con le quali identificare il diametro medio:

1. nel caso di sezioni circolari di diametro maggiore di 0.3 mm si identifica d_f effettuando n. 2 misure dirette con micrometro (misure prese in direzione ortogonale) mediando i valori ottenuti;
2. nel caso di fibre di diametro inferiore ai 0.3 mm la stessa operazione deve essere effettuata con strumenti ottici;
3. per fibre con sezione ellittica d_f è rappresentato dalla media della misura dei due assi;
4. per sezioni rettangolari, misurati b_f ed h_f la determinazione del diametro medio avviene con la seguente formula:

$$d_f = \sqrt{\frac{4 \cdot b_f \cdot h_f}{\pi}} \quad [71]$$

ovvero, più semplicemente, si determina il diametro del cerchio equivalente in termini di area della sezione.

5. per sezioni irregolari, in cui non è possibile determinare dimensioni caratteristiche della sezione, indicando con m la massa della fibra, con l_d la lunghezza in sviluppo e con ρ_f la densità relativa, d_f si determina come:

$$d_f = \sqrt{\frac{4 \cdot m}{\pi \cdot l_d \cdot \rho_f}} \quad [72]$$

La caratterizzazione della fibra termina con l'individuazione della resistenza a trazione e del modulo di elasticità; la prima si determina come rapporto tra la forza massima sopportata dall'elemento e l'area del cerchio avente diametro d_f , il secondo attraverso prova sperimentale diretta. Valori caratteristici di resistenza a trazione e modulo elastico, per tipologia di fibra, sono proposte nelle Tabelle 2 e 3.

Diametro equivalente [mm]	Resistenza minima a trazione [N/mm ²]												Prova di piegamento alternato
	R1				R2				R3				tutte le classi
	1)		2)		1)		2)		1)		2)		assenza di rotture
	R_m	$R_{p0,2}$	R_m	$R_{p0,2}$	R_m	$R_{p0,2}$	R_m	$R_{p0,2}$	R_m	$R_{p0,2}$	R_m	$R_{p0,2}$	
$0.15 \leq d_f < 0.50$	400	320	480	400	800	720	1080	900	1700	1360	2040	1700	
$0.50 \leq d_f < 0.80$	350	280	450	350	800	640	1040	800	1550	1240	2015	1550	
$0.80 \leq d_f \leq 1.20$	300	240	390	300	700	560	910	700	1400	1120	1820	1400	
1) Per fibre rettilinee 2) Per fibre sagomate													

Tabella 2 – Resistenza delle fibre di acciaio

Tipo di fibra	Diametro equivalente [10 ⁻³ mm]	Densità [g/mm ³]	Resistenza a trazione [MPa]	Modulo di elasticità normale [MPa]	Deformazione ultima [%]	Temperatura di ignizione (accensione) [°C]	Temperatura di fusione, ossidazione /decomposizione [°C]	Assorbimento d'acqua * [% in peso]
Acrilica	12.7-104.14	1.16-1.18	269-1000	13790-19306	7.5-50	-	221-235	1.0-2.5
Arammide I	11.94	1.44	2930	62055	4.4	Alta	482	4.3
Arammide II	10.16	1.44	2344	117215	2.5	Alta	482	1.2
Carbonio, PAN HM	7.62	1.6-1.7	2482-3034	379914	0.6-0.7	Alta	400	Nil
Carbonio, PAN HT	8.89	1.6-1.7	3447-3999	230293	1.0-1.5	Alta	400	Nil
Carbonio, pitch GP	9.91-12.95	1.6-1.7	483-793	27580-34475	2.0-2.4	Alta	400	3-7
Carbonio, pitch HP	8.89-17.78	1.80-2.15	1517-3103	151690-482650	0.5-1.1	Alta	500	Nil
Nylon	22.85	1.14	965	5171	20	-	200-221	2.8-5.0
Poliestere	19.81	1.34-1.39	227-1103	17237	12-150	593	257	0.4
Polietilene	25.4-1016	0.92-0.96	76-586	4999	3-80	-	134	Nil
Polipropilene	-	0.90-0.91	138-689	3447-4826	15	593	165	Nil
Polivinilalcol	14-600	1.30	880-1600	25000-40000	6-10	-	-	4.0

* in accordo con lo standard ASRM D570.

Tabella 3 – Resistenza delle fibre polimeriche ed in carbonio

Relativamente alla matrice questa, come noto, è costituita da conglomerato cementizio generalmente di tipo convenzionale oppure ad alte prestazioni, conglomerato che in funzione della granulometria d'impasto può essere una malta, un betoncino oppure un calcestruzzo propriamente detto.

Le caratteristiche della matrice, come premesso, vengono identificate dall'applicazione delle specifiche norme di riferimento.

Come più volte è stato rammentato le fibre producono un significativo miglioramento della risposta a trazione, mentre per la risposta in compressione, il predetto documento consiglia, a vantaggio di sicurezza ed in maniera estremamente semplificata, di considerare la sola risposta della matrice.

Ovviamente, affinché il composito sia tale, è necessario che le fibre vengano distribuite in maniera omogenea ed uniforme nell'impasto dando luogo ad un comportamento medio organico del materiale; se ciò non si realizza le proprietà effettive si potrebbero significativamente discostare da quelle nominali. Occorrerà pertanto prestare particolare cura nei confronti di questi aspetti, evitando il fenomeno di segregazione dell'inerte, fenomeno particolarmente rilevante nel caso di fibre metalliche.

I benefici che l'aggiunta di rinforzo produce, per basse percentuali in volume (il documento suggerisce quale soglia il 2%) si traducono in una risposta di tipo comunque degradante (ovvero a fessurazione concentrata) mentre per percentuali superiori la resistenza può assumere valori superiori a quelli della matrice individuando un comportamento incrudente associato a stati di multifessurazione.

L'influenza che i parametri fisici e meccanici esaminati nel precedente paragrafo viene valutata scrivendo un'equazione di equilibrio allo sfilamento della fibra in direzione normale alla superficie di frattura, valutando quindi la forza di estrazione specifica Q:

$$Q = n_f \cdot \pi \cdot d_f \cdot l_b \cdot \tau_m = \omega \cdot \frac{V_f}{A_f} \cdot \pi \cdot d_f \cdot l_b \cdot \tau_m = \omega \cdot V_f \cdot \frac{l_f}{d_f} \cdot \tau_m \quad [73]$$

dove:

- n_f è il numero medio di fibre presente sull'unità d'area della superficie di rottura;
- d_f è il diametro equivalente della fibra;
- $l_b = l_f/4$ è la lunghezza di ancoraggio convenzionalmente assunta per la fibra;
- τ_{amm} è la forza media di aderenza;
- ω è un coefficiente che tiene conto del reale orientamento delle fibre;

- V_f è la frazione di volume delle fibre;
- A_f è l'area della sezione retta della fibra.

Nell'espressione [73] la norma non tiene conto (a titolo semplificativo) di una serie di ulteriori fattori quale forma della fibra, interfaccia, modalità di miscelazione e getto.

Per queste ragioni viene comunque indicato un approccio di tipo prestazionale, mirato all'identificazione della corretta risposta del materiale in ragione di analisi di tipo sperimentale.

Pertanto, ai fini della caratterizzazione diretta del legame costitutivo a trazione del composito, è indispensabile ottenere, attraverso prove dirette, un digramma di risposta meccanica (alla sollecitazione semplice in esame) del tipo già evidenziato nel Capitolo 2 (Figura 8) in termini di tensione nominale – apertura della fessura ($\sigma - w$) che risultano le grandezze fisicamente “misurabili” nell'ambito delle prove sul materiale.

La necessità di misurare l'apertura di fessura w nasce dalle caratteristiche intrinseche del fibrorinforzato per il quale, a tergo della fessurazione (e quindi del tratto di risposta elastico lineare del materiale), tutte le successive deformazioni si concentrano nella sezione fessurata.

E' successivamente possibile determinare, a partire dal diagramma $\sigma - w$, il classico diagramma $\sigma - \varepsilon$ caratteristico delle leggi costitutive dei materiali, adimensionalizzando lo spostamento (orizzontale) misurato a cavallo della fessura attraverso l'uso di una lunghezza caratteristica la cui dimensione è identificata come di seguito proposto.

In particolare, relativamente alla possibilità di utilizzare prove di trazione diretta (sulla scorta di quanto evidenziato nel Capitolo 2), sono state sviluppate specifiche procedure per l'identificazione del legame costitutivo (Di prisco et al., 2004). Coerentemente con tali studi ed indagini sono formulate le prescrizioni della norma UNI U73041440 che prevede l'utilizzo di provini intagliati (Figura 15) nel caso di comportamento degradante, per i quali i valori di riferimento f_{Fts} ed f_{Ftu} possono essere determinati come:

$$\begin{aligned} f_{Fts} &= f_{eq1} \\ f_{Ftu} &= f_{Fts} - \frac{w_u}{w_{i2}} \cdot (f_{eq1} - f_{eq2}) \end{aligned} \quad [74]$$

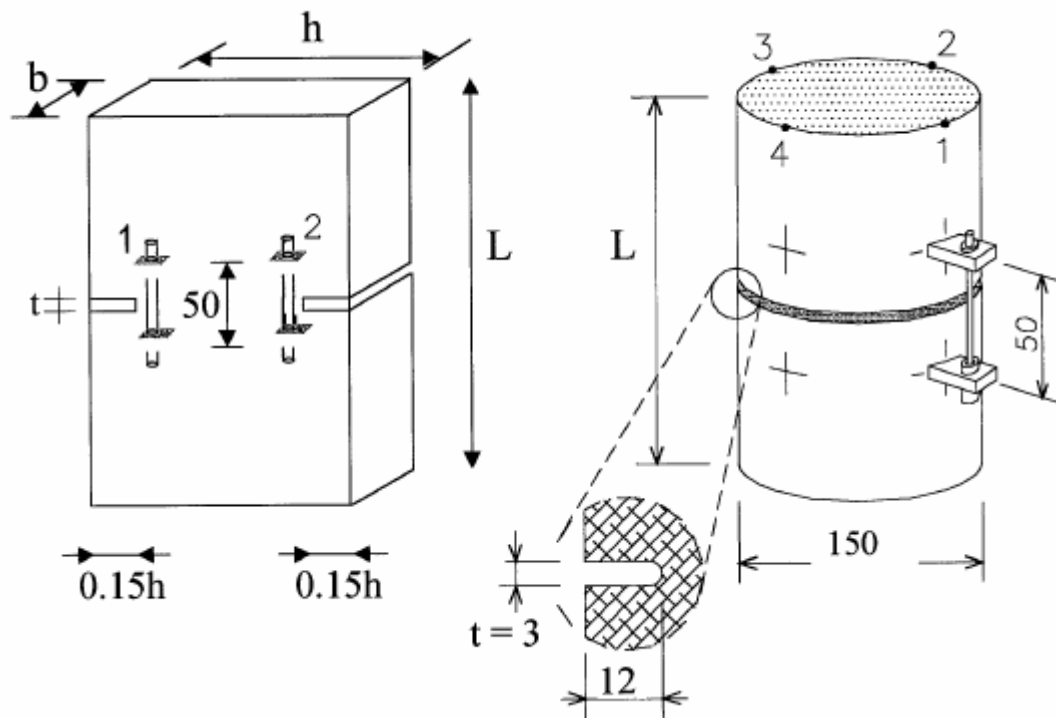


Figura 15 – Geometria dei provini intagliati per prova a trazione diretta per elementi degradanti

Le resistenze equivalenti f_{eq1k} ed f_{eq2k} sono **resistenze caratteristiche** e sono valutate nell'intervallo $3w_i \leq w \leq 5w_i$ e $0.8w_u \leq w \leq 1.2w_u$, dove w_i rappresenta l'apertura di fessura corrispondente all'applicazione del carico massimo nell'intervallo $0 \leq w \leq 0.05$ mm. Per l'apertura ultima di fessura si assume $w_u = 1.5$ mm.

Si ha quindi:

$$\begin{aligned} f_{eq1k} &= f_{1tk} \\ f_{eq2k} &= f_{Ftk} \end{aligned} \quad [75]$$

nelle quali le resistenze dedotte corrispondono ad aperture di fessure $w_{i1} = 4 w_i$ e $w_{i2} = w_u$.

Nel caso di provini non intagliati, per comportamenti incrudenti (Figura 16) le resistenze equivalenti f_{eq1k} ed f_{eq2k} sono valutate nell'intervallo $3w_i \leq w \leq 5w_i$ e $0.8w_u \leq w \leq 1.2w_u$, dove w_i rappresenta l'apertura di fessura corrispondente all'applicazione del carico massimo nell'intervallo $0 \leq w \leq 0.05$ mm. Per l'apertura ultima di fessura w_u questa corrisponde ad una deformazione media dell'1% e pertanto è assunta pari a 0.01 volte la lunghezza della base di misura.

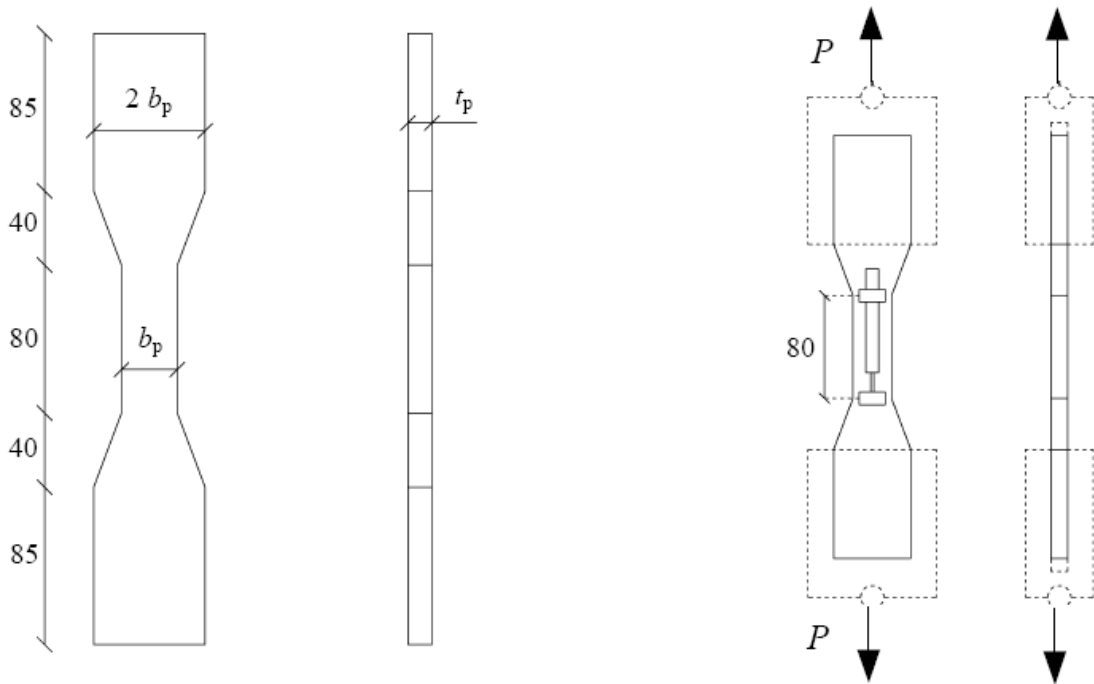


Figura 16 – Geometria dei provini intagliati per prova a trazione diretta per elementi incrudenti

Le resistenze equivalenti f_{eq1k} ed f_{eq2k} corrispondono a spostamenti pari a $w_{i1} = 4 w_i$ e $w_{i2} = w_u$.

I legami così ottenuti, espressi in termini di tensione nominale – apertura della fessura ($\sigma - w$), sia per materiali in grado di esprimere una risposta post – picco di tipo degradante che incrudente, sono di due tipi ovvero **elasto – degradante** o **rigido plastico** (Figura 17) e si riferiscono, evidentemente, alle sole resistenze post – fessurazione.

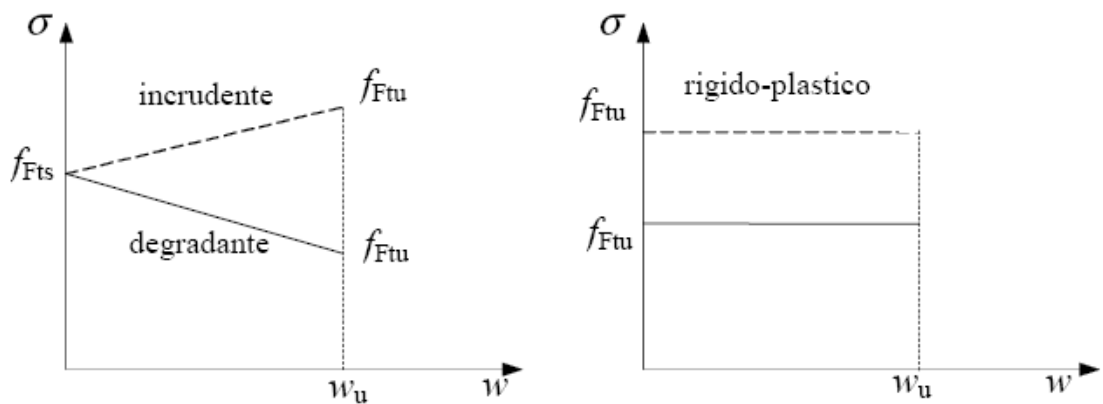


Figura 17 – Legami semplificati in termini di $\sigma - w$

Il legame elasto – degradante in particolare porta in conto, basandosi su una opportuna valutazione, la resistenza residua equivalente all’esercizio ed ultima mentre, per il legame rigido – plastico semplifica ulteriormente il problema valutando la sola resistenza ultima.

Detto legame può essere evidentemente espresso anche nei più usuali termini di tensione deformazione ($\sigma - \varepsilon$) come esposto in Figura 18.

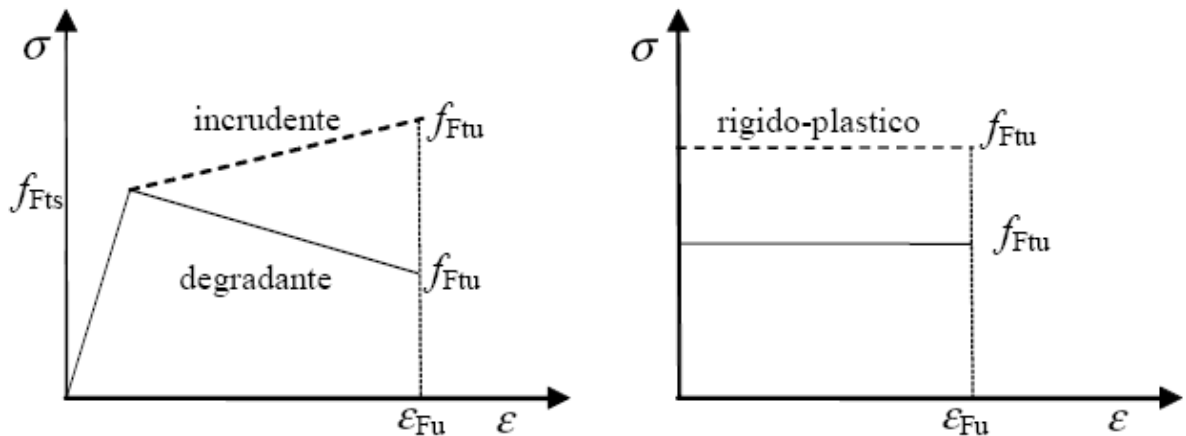


Figura 18 – Legami semplificati in termini di $\sigma - \varepsilon$

E' infatti sufficiente ottenere la tensione nominale dividendo i valori caratteristici di carico monitorati per l'area della sezione nominale del provino nonché lo spostamento misurato per una opportuna lunghezza caratteristica. Nel caso di materiali degradanti detta lunghezza è da relazionare alla distanza tra le fessure, nel caso incrudente in presenza di multi – fessurazione tale lunghezza coincide con la base di misura (80 mm).

3.3 Analisi sperimentale

L'analisi sperimentale è stata condotta presso i laboratori del Dipartimento di Ingegneria Civile dell'Università di Roma "Tor Vergata", disponendo di macchinari opportunamente adattati al tipo di prove che si sono realizzate.

Lo scopo della campagna di indagine è stato teso alla verifica del comportamento a trazione del calcestruzzo additivato con fibre al fine di avere conforto circa la previsione analitica dedotta secondo quanto evidenziato nel precedente paragrafo.

Innanzitutto è bene precisare che la sperimentazione indirizzata alla realizzazione di prove di trazione su materiali con comportamento fragile risulta molto complessa per la difficoltà oggettiva di poter trasferire localmente la sollecitazione impedendo che le tensioni generate si concentrino provocando picchi non compatibili con la resistenza del materiale.

La circostanza esposta infatti è causa del presentarsi di fenomeni tesi alla formazione di fessurazioni e rotture circoscritte di repentina formazione che falserebbero le risultanze delle prove impedendo la percorrenza dell'intera curva carico – spostamento che individua la risposta costitutiva del materiale.

Per queste ragioni, per questi materiali, usualmente si ricorre a prove di trazione di tipo "indiretto" che consentono tuttavia di determinare il solo picco di resistenza non potendo per loro natura seguire l'evoluzione del tratto a tergo dello stesso.

Nella fattispecie ci si riferisce alla prova di tipo "brasiliiana" che, sfruttando l'effetto Poisson del materiale, è in grado di sollecitare a trazione un provino cilindrico applicando una compressione laterale (Figura 19 e Figura 20).

Detta prova avviene operando con una pressa convenzionale usualmente adottata per l'esecuzione delle prove di compressione sui cilindri e sui cubetti di conglomerato (valutazione della resistenza cilindrica e della resistenza cubica) e utilizza, quale campione di prova, un cilindro analogo in forma e dimensioni a quello adottato per le prove di schiacciamento.

Poiché nella fattispecie la sperimentazione si prefissava l'obbiettivo di analizzare in modo approfondito il comportamento post – picco, dal quale si evidenzia una risposta fragile o duttile del materiale, si è operato progettando un metodo che consentisse l'applicazione diretta della sollecitazione con successivo monitoraggio di tutta l'evoluzione delle deformazioni fino alla rottura.

Particolare attenzione è pertanto stata posta al dimensionamento geometrico dell'elemento di prova, sia nella geometria (dettata in larga massima dal compromesso indispensabile con la

capacità della macchina di prova posseduta) che la sistema da adottare per il trasferimento della trazione al calcestruzzo, da avvenire nel modo più omogeneo possibile.



Figura 19 – Prova a trazione brasiliana



Figura 20 – Rottura del provino per prova a trazione brasiliana

Innanzitutto le prove sono avvenute attraverso l'impiego di una unità INSTRON 4482, munita di una cella di carico convenzionale da 100KN.

La macchina, di tipo elettro – meccanico nasce sostanzialmente per eseguire prove di trazione sulle barre metalliche; essa è in grado di operare in controllo di spostamento attraverso il movimento della traversa superiore consentendo la misura attraverso la predetta cella di carico della forza totale trasferita.

Le dimensioni geometriche del provino sono state dettate sfruttando al massimo le possibilità di lavoro della macchina, mentre la sezione di rottura è stata tarata in ragione della massima forza applicabile.

La geometria di prova, con annesso sistema di trasferimento del carico, è indicata in Figura 21.

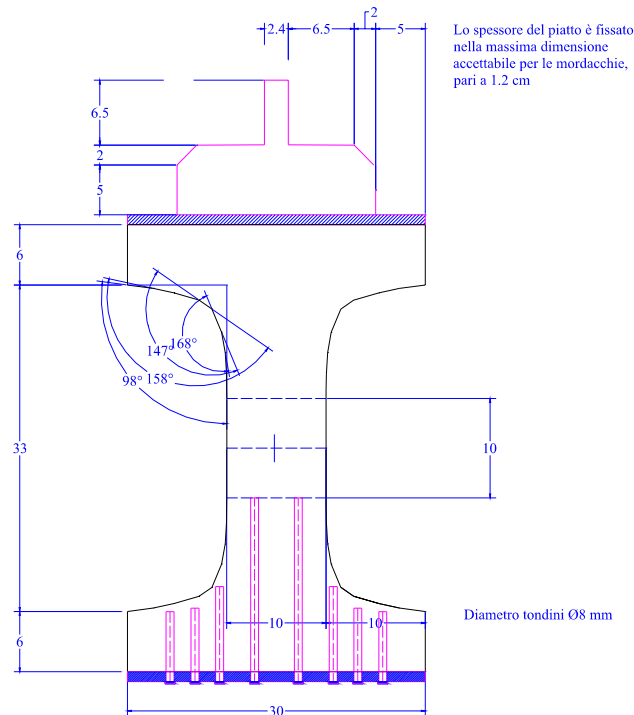


Figura 21 – Provino per trazione diretta

Innanzitutto è evidente lo spirito che ha guidato la definizione dell'elemento di prova, per il quale la geometria ha seguito la diffusione delle tensioni seguendone le naturali linee di flusso dalle teste alla parte centrale nella quale lo sforzo complessivo si presenta pressoché omogeneo.

Le “mordacchie” della macchina infatti trasferiscono il carico alle teste armate del provino (attraverso piastre metalliche sagomate compatibili con il dispositivo di ancoraggio conico delle stesse mordacchie in funzione della massima sezione contenibile) che, a loro volta,

trasferiscono per aderenza con il calcestruzzo attraverso barre ad aderenza migliorata Ø8 annegate nel conglomerato la trazione.

Si sottolinea che, nuovamente, il numero, la lunghezza e la posizione delle barre all'interno del provino sono stati ottenuti da uno studio approfondito attraverso analisi numeriche dirette e rappresentano il corretto compromesso con le dimensioni geometriche fissate dalla macchina di prova (Figura 22).

In effetti sono state inserite n. 24 barre di lunghezza variabile tra 0.18 e 0.06 metri, opportunamente distanziate (dimensione minima tra gli assi pari a 0.025 metri); considerando infatti una sezione di gola del provino pari a 0.01 m² si è stimato che la massima forza necessaria a produrre la rottura della sezione (considerando la tensione di rottura di un HC contenete al massimo il 5% in volume di fibre) è pari a 60 KN.

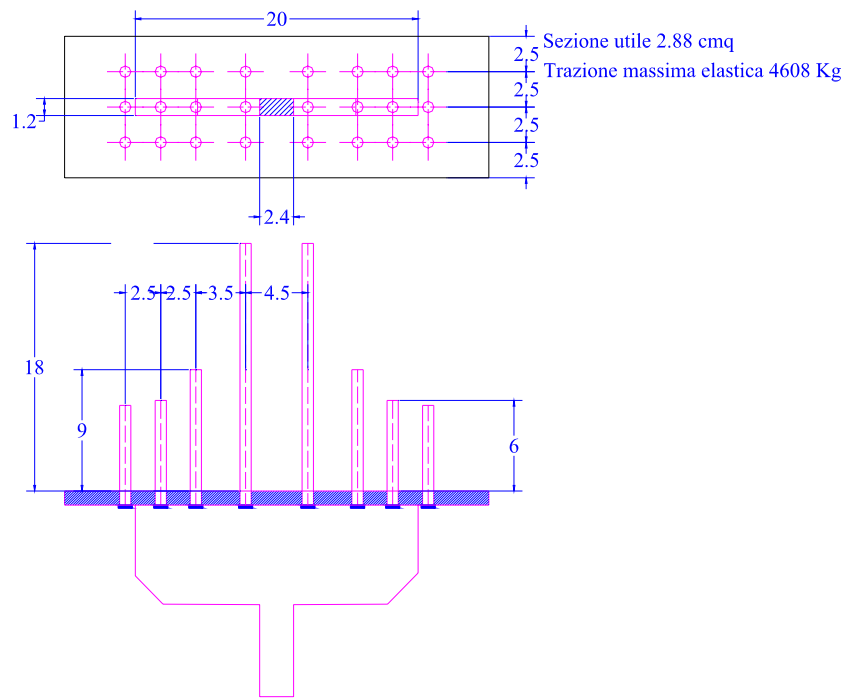


Figura 22 – “Pettine” di armatura

In questa ottica la tensione di aderenza sviluppata sulla superficie laterale delle barre, nell'ipotesi semplificativa di considerare pressoché costante la distribuzione di tensione tangenziale lungo la barra, è pari a:

$$\tau_{ad} = \frac{F}{(\pi \cdot d \cdot l_{tot})} = 1.021 MPa \quad [76]$$

Come evidente il valore ottenuto risulta compatibile con le proprietà di resistenza dei calcestruzzi utilizzati; a risultati equivalenti si perviene considerando le caratteristiche meccaniche previste per le varie miscele oggetto di sperimentazione.

Le considerazioni svolte hanno trovato riscontro nell'analisi numerica svolta su un modello tridimensionale (Figura 23) con il quale è stata simulata una prova di trazione diretta. Lo scopo verificare la forma geometrica evitando elevate concentrazioni di tensione nelle zone di diffusione dello sforzo.

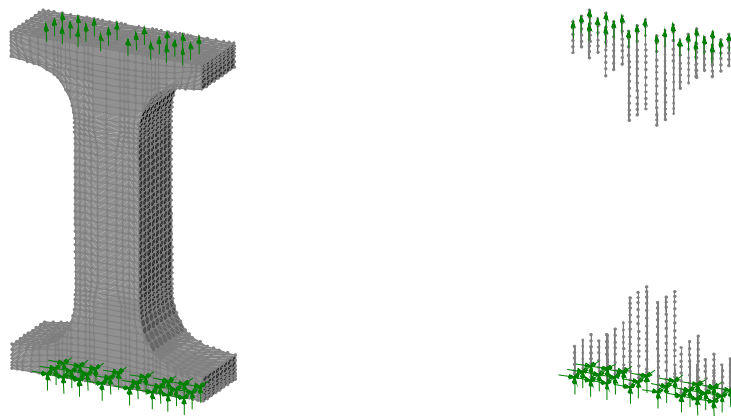


Figura 23 – Modello F.E.M. del provino

E' stata infatti modellato l'intero provino di calcestruzzo con le annesse armature metalliche alle quali sono stati associati i vincoli ed i carichi imposti nella prova.

Dall'analisi dei risultati si è evidenziato che la geometria favorevole conduce alla formazione di zone di concentrazione di sforzo estremamente limitate mentre nella zona centrale del provino la tensione si mantiene sostanzialmente costante ed omogenea (Figura 24).

Il rapporto determinato dall'analisi tra la tensione massima attesa nella parte centrale del provino e quella identificata nelle zone indicate in Figura 24 è risultato pari a circa il 7%; in tale ottica, per vincolare la rottura alla sezione di simmetria del provino è stato successivamente prodotto un intaglio (come meglio specificato nel successivo paragrafo) che ha ridotto di circa il 15% la sezione in parola, consentendo quanto sostanzialmente voluto.

Questo modo di operare ha portato da una parte ad una rottura controllata del provino, dall'altra ad una migliore possibilità di monitorare le deformazioni che si concentrano sostanzialmente nell'intorno della zona in cui l'intaglio è stato realizzato.

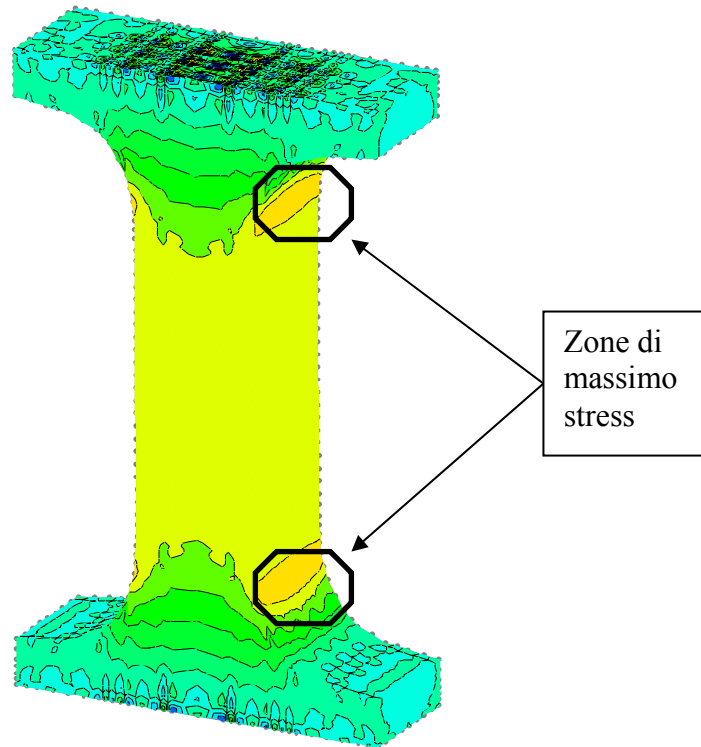


Figura 24 – Distribuzione di tensione (σ_y)

La scelta infine di una geometria semplice della sezione trasversale, sostanzialmente di forma quadrata di lato pari a 0.1 metri, è stata operata al fine di poter realizzare ed utilizzare un cassero sostanzialmente di semplice fattura, che potesse essere interamente disassemblato in sede di varo del provino.

Inoltre, per la predetta cassaforma, si sono utilizzate superfici con coefficiente di rugosità e di scabrezza estremamente contenuti, proprio al fine di ottenere un elemento di fattura estremamente regolare e con superfici lisce ed omogenee (propedeutiche all'installazione degli apparati di monitoraggio).

Tutto ciò è stato evidenziato in Figura 25 e Figura 26.

Particolare cura è stata posta nel posizionamento dei pettini delle armature (soprattutto in termini di posizionamento relativo); le barre d'armatura infatti devono giacere su un unico piano ed avere gli assi coincidenti in modo da scongiurare la presenza di eccentricità che possano dare luogo a momenti parassiti in sede di prova che, chiaramente, porterebbero a non avere uno stato di stress omogeneo innescando fenomeni di tenso – flessione sulla sezione di rottura.



Figura 25 – Cassero di varo del provino aperto



Figura 26 – Cassero di varo del provino pronto per il getto

Il volume complessivo di conglomerato adottato nei getti è pari a **0.00735** m³; come usualmente si conviene invece la composizione della miscela è stata trattata per metro cubo di impasto, come meglio evidenziato nel paragrafo successivo.

PREPARAZIONE DEI PROVINI

La preparazione del provino assume estrema rilevanza in funzione della destinazione d'uso alla quale tende la tecnologia di utilizzo dei conglomerati fibro – rinforzati, con riferimento al frequente impiego nel campo dei ripristini strutturali nella manutenzione ordinaria e straordinaria di elementi resistenti.

Per tale ragione la granulometria adottata nella preparazione è stata attentamente verificata, contenendo il diametro medio dell'aggregato inerte al di sotto dei 0.0015 metri (inerte medio – fine) al fine di poter considerare a tutti gli effetti il conglomerato appartenente alla categoria dei “betoncini”.

Questa classe speciale di materiali, le cui particolarità tecniche riguardano l'elevata resistenza e la possibilità di effettuare getti di spessore estremamente ridotto (al di sotto degli 0.1 metri di spessore) nonché la possibilità di essere utilizzati quali elementi “colabili”, risultano materiali estremamente pregiati nell'ambito del ripristino strutturale propriamente detto.

Nelle analisi condotte sono stati complessivamente realizzati n. 18 provini con resistenze cubiche caratteristiche rispettivamente di 30MPa e 40MPa (tipo A e tipo B di conglomerato) adottando sia fibre di tipo polimerico (a basso modulo) che metallico (ad alto modulo), e più precisamente:

- **2 provini con RC ~ 30 MPa (tipo A)**
- **2 provini con RC ~ 40 MPa (tipo B)**
- **2 provini con RC ~ 30 MPa più 1% (in volume) di fibra polimerica (tipo A)**
- **2 provini con RC ~ 40 MPa più 1% (in volume) di fibra polimerica (tipo B)**
- **2 provini con RC ~ 30 MPa più 2% (in volume) di fibra polimerica (tipo A)**
- **2 provini con RC ~ 40 MPa più 2% (in volume) di fibra polimerica (tipo B)**
- **2 provini con RC ~ 30 MPa più 4% (in volume) di fibra polimerica (tipo A)**
- **2 provini con RC ~ 40 MPa più 4% (in volume) di fibra polimerica (tipo B)**
- **1 provino con RC ~ 30 MPa più 1% (in volume) di fibra metallica (tipo A)**
- **1 provino con RC ~ 40 MPa più 1% (in volume) di fibra metallica (tipo B)**

La composizione dei provini, siano essi confezionati con calcestruzzi ordinari o fibro – rinforzati (con fibre polimeriche o metalliche), è stata riassunta nelle Tabelle 5, 5, 6.

Classe provino	-	A	B
Sabbia (Kg)	Kg	800,0	769,6
Brecciolino (Kg)	Kg	1150,0	1080,4
Cemento tipo 42.5 MPa (Kg)	Kg	370,0	470,0
Acqua (l)	L	150,0	150,0
Accelerante (l)	L	40,0	40,0
Peso totale per m³	Kg	2510,0	2510,0

Tabella 4 – Composizione in peso per metro cubo di miscela di calcestruzzo

Classe provino	-	A	B	A	B	A	B
Fibra polimerica	%	1	1	2	2	4	4
Sabbia	Kg	792	761,8	784	754,1	768	738,7
Brecciolino	Kg	1138,5	1069,6	1127	1058,8	1104	1037,2
Cemento tipo 42.5 MPa	Kg	366,3	465,3	362,6	460,6	355,2	451,2
Fibra	Kg	9,1	9,1	18,2	18,2	36,4	36,4
Acqua	L	148,5	148,5	147	147	144	144
Additivo accelerante	L	39,6	39,6	39,2	39,2	38,4	38,4
Peso totale per m³	Kg	2494	2494	2478	2478	2446	2446

Tabella 5 – Composizione in peso per metro cubo di miscela di FRC con fibre polimeriche

Classe provino	-	A	B
Fibra metallica	%	1	1
Sabbia	Kg	792	761,8
Brecciolino	Kg	1138,5	1069,6
Cemento tipo 42.5 MPa	Kg	366,30	465,3
Fibra	Kg	78	78
Acqua	L	148,5	148,5
Additivo accelerante	L	39,6	39,6
Peso totale per m³	Kg	2562,9	2562,9

Tabella 6 – Composizione in peso per metro cubo di miscela di FRC con fibre metalliche

Le proprietà meccaniche delle fibre adottate, che incidono pesantemente nell'economia del composito, sono di seguito riassunte, con particolare riferimento alle fibre polimeriche adottate nella maggior parte delle prove eseguite.

In particolare si tratta di fibre sintetiche (copolimero poliolefinico) costituite da un mono – filamento non fibrillato associate ad una fibra fibrillata a base di polipropilene in grado di eliminare quasi totalmente gli effetti di ritiro plastico (betoncino reoplastico o reodinamico a ritiro compensato). Per questi elementi infatti la riduzione di volume fisiologica causata dalla reazione di presa ed indurimento del conglomerato è contrastata in parte da una reazione opposta di espansione volutamente indotta (ritiro compensato) mentre la presenza della fibra che sostanzialmente “cuca” il calcestruzzo contrasta attivamente i fenomeni plastici che dovessero intervenire anche ad indurimento avvenuto.

Nel caso specifico è stata adottata la fibra polimerica prodotta da Ruredil (X Fiber 54) che presenta un rapporto di aspetto dichiarato dal fabbricante pari a 762 (valore favorevolmente elevato) elemento che favorisce il contatto diretto della superficie laterale del rinforzo alla matrice cementizia determinando proprietà meccaniche complessivamente superiori a quelle ottenibili con rapporti di entità più modesta.

Il produttore fornisce altresì le specifiche relative al polimero, riportate in Tabella 7.

Materiale	Copolimero/Polipropilene
Forma	Monofilamento/Fibrillata
Peso specifico	0,91 Kg/dm ³
Lunghezza	54 mm
Diametro equivalente	0,069 mm
Rapporto lunghezza/diametro (asp)	782
Denier	3020
Resistenza a trazione	620-758 MPa
Resistenza agli acidi, alle basi e Sali	Totale
Conformità	ASTM C-1116

Tabella 7 – Specifiche tecniche fibre Ruredil X Fiber 54

L'utilizzo di questo tipo di fibre comporta benefici soprattutto in termini di durabilità (il materiale è resistente alla corrosione ed ai fenomeni di carbonatazione che deteriorano nel tempo il calcestruzzo), di lavorabilità e di facilità di impiego.

Le fibre metalliche adottate negli impasti, viceversa, presentano ovviamente caratteristiche proprie dell'acciaio e resistenze direttamente derivate da quelle usuali dedotte per questo ultimo.

In particolare le stesse sono di tipo “uncinato” con lunghezza pari a 50 mm ed un diametro medio pari a 0.2 mm; è evidente che in questo caso il rapporto di aspetto (che si attesta sul valore di 250) è nettamente meno favorevole che nel caso precedente.

Inoltre è opportuno ricordare che dette fibre, come per le armature “dolci” convenzionali, risentono di fenomeni di ossidazione e di formazione di coppie galvaniche che producono corrosione elettrolitica degli elementi, soprattutto in conseguenza del possibile contatto con agenti esterni (aria ed acqua) in ragione delle normali fessurazioni in esercizio indotte negli elementi strutturali in calcestruzzo armato.

L’impasto nel suo complesso è stato confezionato utilizzando inerti selezionati dalle campionature presenti in commercio attraverso un opportuno vaglio eseguito con la tecnica della setacciatura.

Per quanto concerne l’inerte di piccole dimensioni (sabbia) è stato realizzato un fuso granulometrico equivalente le cui risultanze sono indicate in Tabella 8 ed in Figura 27, mentre, per l’inerte di dimensione maggiore (brecciolino) si sono separati ed esclusi i soli elementi con diametro medio superiore ai 15 mm risultando questi incompatibili con la destinazione d’uso del materiale da realizzare.

Apertura setaccio (mm)	Trattenuto parziale %	Trattenuto cumulativo %	Passante cumulativo
8	0	0	100
4	8	8	92
2	12	20	80
1	19	39	61
0,5	25	64	36
0,25	24	88	12
0,125	12	100	0
Totale	100		

Tabella 8 – Setacciatura dell’inerte

La miscelazione dell’impasto è avvenuta attraverso un dispositivo meccanico (betoniera) che ha consentito di ottenere un composto omogeneo pronto per la posa all’interno del cassero. Il tempo di miscelazione è stato standardizzato e fissato in circa 10 minuti al fine di rendere l’operazione ripetibile per tutti i provini; il contenuto di liquidi dell’impasto (acqua ed accelerante) è stato tarato al fine di garantire da un lato la lavorabilità del composto, dall’altro il corretto posizionamento (evitando fenomeni di segregazione dell’inerte) nella cassaforma di varo.

Il contenuto di accelerante è stato infine determinato, concordemente alle specifiche dichiarate dal fabbricante, in modo da ottenere, in funzione del volume di conglomerato prodotto, a distanza di 15 giorni dal getto la resistenza caratteristica voluta e di permettere al contempo il varo di un manufatto in meno di 48 ore.

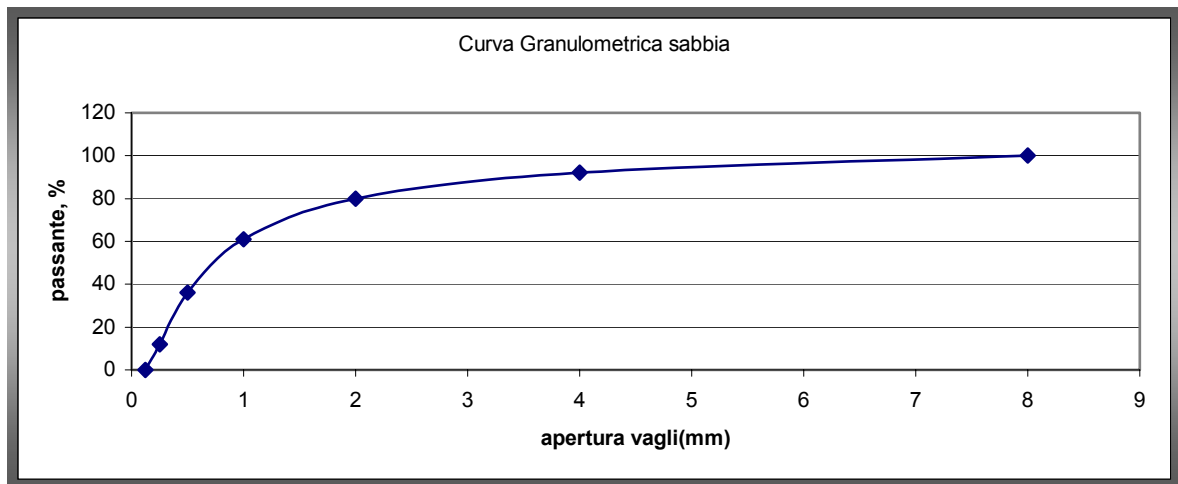


Figura 27 – Curva granulometrica dell'inerte fino (sabbia)

A tergo della rimozione dalla cassaforma del provino si è provveduto a realizzare l'incisione meccanica di riduzione di sezione in corrispondenza della parte centrale dell'elemento allo scopo di realizzare una sezione indebolita nella quale concentrare le deformazioni imposte fino alla rottura.

INSTALLAZIONE DEI DISPOSITIVI DI MISURA

Al fine di acquisire i dati relativi alla misurazione delle grandezze caratteristiche di riferimento nella prova a trazione diretta (in particolare come esposto anche nel precedente paragrafo il legame a trazione per materiali con comportamento degradante è caratterizzato da un diagramma di risposta monoassiale in termini di tensione nominale σ – apertura di fessura w) si sono utilizzati n. 3 strain gages HBM LY41-100/120 con dimensione trasversale pari a 0.01 metri e base di misura (lunghezza dello strain gages) pari a 0.1 metri, incollati su tre lati del provino in corrispondenza della zona centrale dello stesso (tarata al fine di ottenere uno stato di stress omogeneo) nella quale è attesa la fessurazione e la rottura e n. 1 estensimetro “a coltello” INSTRON serie 2620-601 con base di misura variabile (12.5, 25 e 50 mm) ed assunta per le prove eseguite pari a 0.05 metri.

Sono stati quindi acquisiti e monitorati n. 6 canali analogici di dati relativi agli strain gages ed all'estensimetro “a coltello” nonché quello relativo alla lettura della cella di carico collegata alla traversa che, nel corso della prova, si sposta a velocità controllata e costante.

La geometria di prova è riportata in Figura 28 e Figura 29.



Figura 28 – Geometria di acquisizione dati

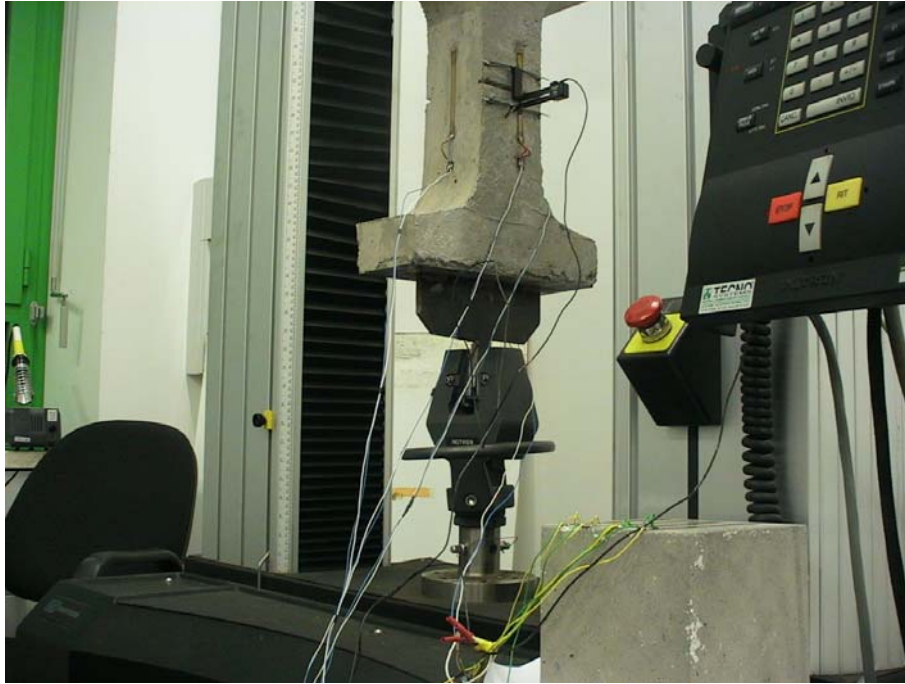


Figura 29 – Collegamenti alla centralina esterna di acquisizione

Al fine di contenere l'errore sistematico contenuto nelle misure sia la cella di carico che il canale di deformazione sono stati tarati prima dell'esecuzione di ogni prova.

Sia il bilanciamento dell'estensimetro che quello della cella di carico sono stati eseguiti tramite l'immissione, dei valori di fondo scala di misura in termini di forza massima misurata nel primo caso e di deformazione percentuale nel secondo.

CARATTERISTICHE DI ESECUZIONE DELLE PROVE

Le prove sono state condotte con l’ausilio della macchina elettro – meccanica Instron 4482 a disposizione del Dipartimento di Ingegneria Civile dell’Università di “Tor Vergata”.

La prova avviene attraverso l’imposizione di una velocità di traslazione della traversa superiore (allontanamento delle mordacchie di presa alle quali è ancorato il provino) ed in corrispondenza dello spostamento imposto è possibile monitorare il valore della forza complessiva trasmessa (attraverso la cella di carico presente) e, in modo complementare, la posizione della traversa o la deformazione misurata da un estensimetro “a coltello” in dotazione con la stessa macchina di prova (estensimetro Instron serie 2620-601 la cui base di misurazione o gages – length è variabile tra 12.5mm e 50mm).

Le misure eseguite presentano a monte un errore sistematico (e per tale ragione sono state opportunamente corrette) prodotto dalla deformazione del telaio dell’elemento che trasmette la sollecitazione; è stata per questa ragione valutata, attraverso una serie di prove condotte su barre metalliche (ottenendo così un valore medio), la rigidità del predetto elemento, utilizzando le formule dell’elasticità lineare applicate alla serie di elementi presenti tra gli organi in movimento.

Se si definisce infatti S lo spostamento assoluto della traversa che comprende le aliquote relative a scorrimenti relativi (s_s), allungamento dell’elemento in prova (s_p) ed allungamento del sistema a telaio di trasmissione dello sforzo (s_m) si può scrivere:

$$S = s_s + s_p + s_m \quad [77]$$

Nell’espressione [77] il contributo relativo all’allungamento dell’elemento di prova è stato dedotto dalla misura sperimentale dello stesso a tergo della rottura (utilizzando barre di acciaio dolce le deformazioni plastiche si concentrano nella zona di localizzazione e di riduzione della sezione resistente, mentre la parte elastica è dedotta dal calcolo lineare e monitorata attraverso la lettura dei valori registrati da un estensimetro) ricostituendone lo stato pre – rottura; il contributo degli scorrimenti è stato invece valutato attraverso un’analisi di campionamento condotta per diversi valori della forza di trazione ed in particolare operando dei rilasci manuali (riportando la forza complessiva del sistema al valore nullo) a mezzo di spostamento della traversa superiore e monitorando lo spostamento residuo rispetto alla configurazione iniziale del sistema.

Poiché gli scorrimenti in questione risultano funzione del carico massimo F che li ha generati è stato possibile ottenere, noto lo spostamento S della traversa, il valore dello spostamento s_s relativo alla deformazione del sistema a contrasto della macchina di prova.

In questa ottica, applicando **la serie elastica** degli elementi in corrispondenza dei soli spostamenti relativi al provino ed alla macchina, si ha:

$$F = K_{tot} \cdot (s_p + s_m) = K_{tot} \cdot (S - s_s) = \frac{K_p \cdot K_m}{K_p + K_m} \cdot (S - s_s) \quad [78]$$

Dalla relazione in parola è possibile quindi determinare direttamente il valore della rigidezza K_m per diversi valori della forza trasmessa:

$$K_m = \frac{-F \cdot K_p}{F - K_p \cdot (S - s_s)} \quad [79]$$

Mediando i risultati ottenuti si è dedotta una rigidezza equivalente pari a circa **70000 kN/m**. La rigidezza in questione è stata confrontata con quella del singolo provino K_p che risulta sostanzialmente inferiore (circa un ordine di grandezza) determinando il fattore correttivo da adottare nei confronti dello spostamento registrato che, depurato dallo scorrimento, è dettato quasi esclusivamente dalla deformazione dell'elemento di prova.

Ad affiancare le misure registrate come precedentemente descritto sono stati inseriti n. 3 ulteriori strain – gages (uno per lato della zona centrale del manufatto) in aggiunta all'estensimetro “a coltello” (che tuttavia risulta più sensibile lavorando su una base di misura di 50 mm) i quali, lavorando a loro volta su una base di misura pari 100 mm, sono in grado di “coprire” quasi integralmente la zona centrale del provino riuscendo a monitorare il comportamento globale dell'elemento.

E' bene segnalare che l'estensimetro “a coltello” è stato posizionato mediante collegamento con elementi elastici (o –ring) ai fermi metallici annegati nel getto durante la posa in opera del conglomerato nel cassero mentre gli strain – gages sono stati incollati (intervenendo sulle sole parti estreme in modo da evitare distorsioni di misura provocate dai fenomeni fessurativi localizzati o globali) sulle superfici del provino opportunamente lisce e preparate.

La scelta di adottare elementi di questa lunghezza è stata dettata dalla volontà di mediare sull'intero tratto utile dell'elemento (di pari dimensione) le misurazioni eseguite; ciò

tenendo conto che l'elemento di misura, per sua natura, restituisce un segnale già risultato della media delle misure eseguite sulla griglia di acquisizione che lo costituisce.

I segnali elettrici registrati sono stati successivamente riconvertiti in misure di deformazione ($\mu\text{m}/\text{m}$) attraverso moltiplicazione per un opportuno fattore di conversione (K – factor) portando in conto le possibili variazioni della resistenza elettrica dell'elemento (al quale viene trasferita una corrente di lavoro realizzando un semi – ponte estensimetrico di Wheatstone) in ragione della temperatura dell'ambiente di lavoro.

3.4 Risultati sperimentali – prove a trazione

L'analisi sperimentale condotta secondo le modalità esposte precedentemente ha condotto ai risultati diretti evidenziati di seguito. Per ciascuna classe di provini è stata redatta una tabella riassuntiva delle proprietà relative, riportata antecedentemente ai dati di prova. Sono state infine indicate **le risultanze delle misure di spostamento registrate dai vari estensimetri in termini di apertura di fessura w (nella quale si localizzano tutte le deformazioni indotte durante la prova), correlate con la tensione media nominale ottenuta dalla misura istantanea della forza di trazione applicata.**

PROVINO CLASSE "A"	
Resistenza a compressione	22 MPa
Maturazione getto	17 giorni
Data impasto	08/03/2005
Durata	70 min
Rapporto A/C	0.51
Classe teorica	Rck 30 MPa

Tabella 9 – Caratteristiche del provino classe "A"

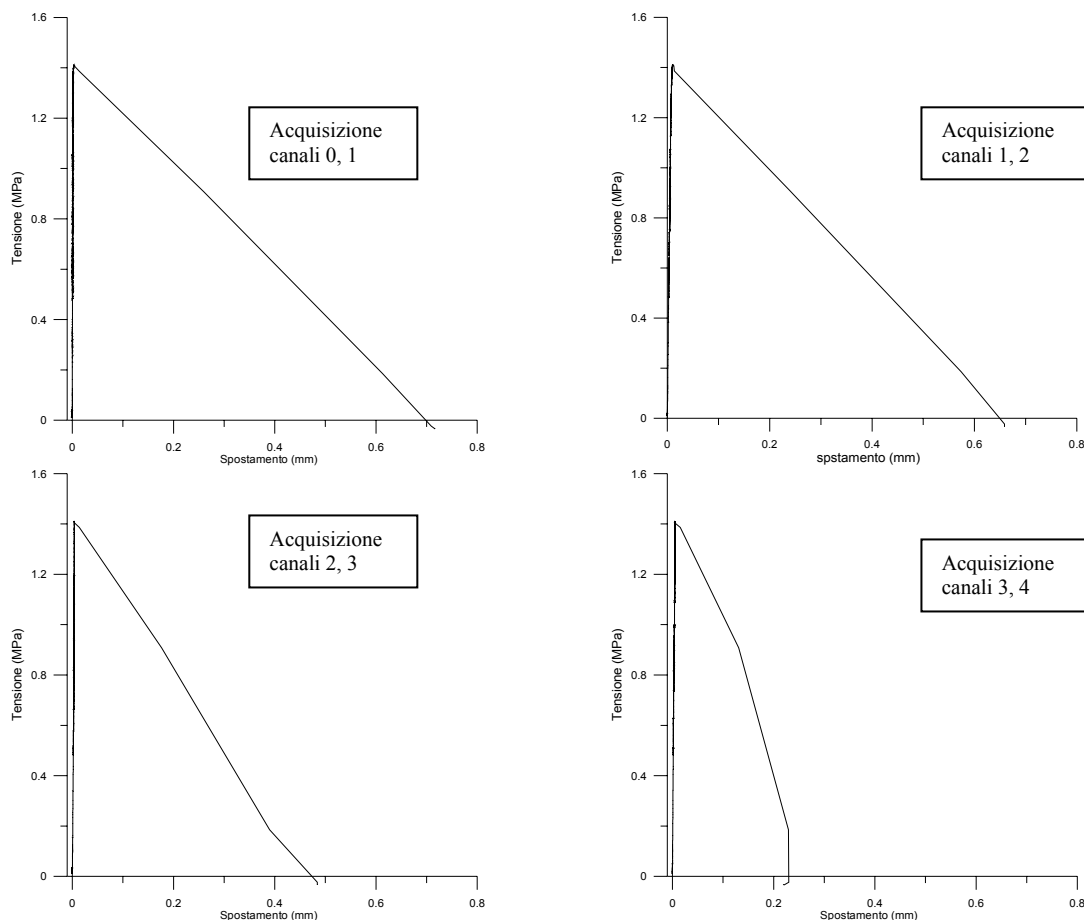


Figura 30 – Curve tensione – spostamento provino classe "A"

PROVINO CLASSE "B"	
Resistenza a compressione	36 MPa
Maturazione getto	39 giorni
Data impasto	21/01/2005
Durata	86 min
Rapporto A/C	0.40
Classe teorica	Rck 40 MPa

Tabella 10 – Caratteristiche del provino classe "B"

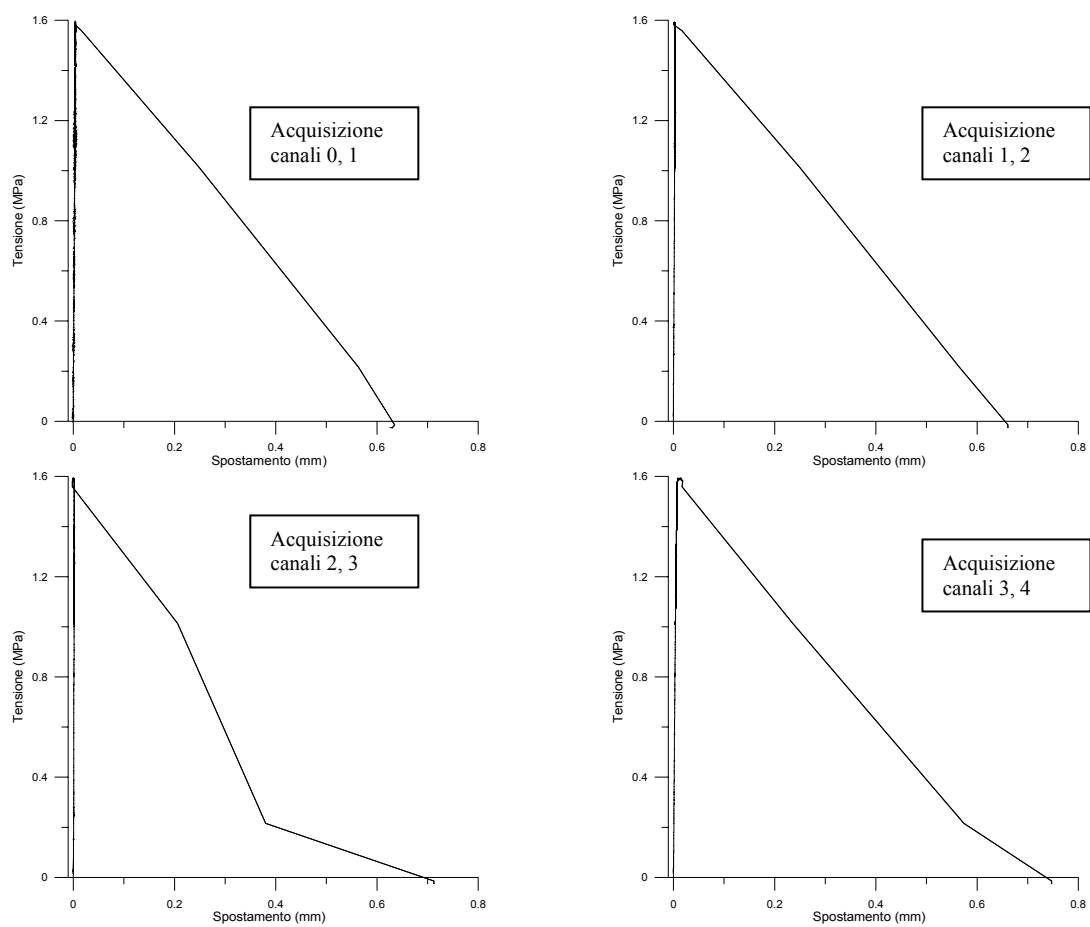


Figura 31 – Curve tensione – spostamento provino classe "B"

PROVINO CLASSE "A"+1%	
Resistenza a compressione	18 MPa
Maturazione getto	26 giorni
Data impasto	02/03/2005
Durata	96 min
Rapporto A/C	0.51
Classe teorica	Rck 30 MPa

Tabella 11 – Caratteristiche del provino classe "A"+1% di fibra

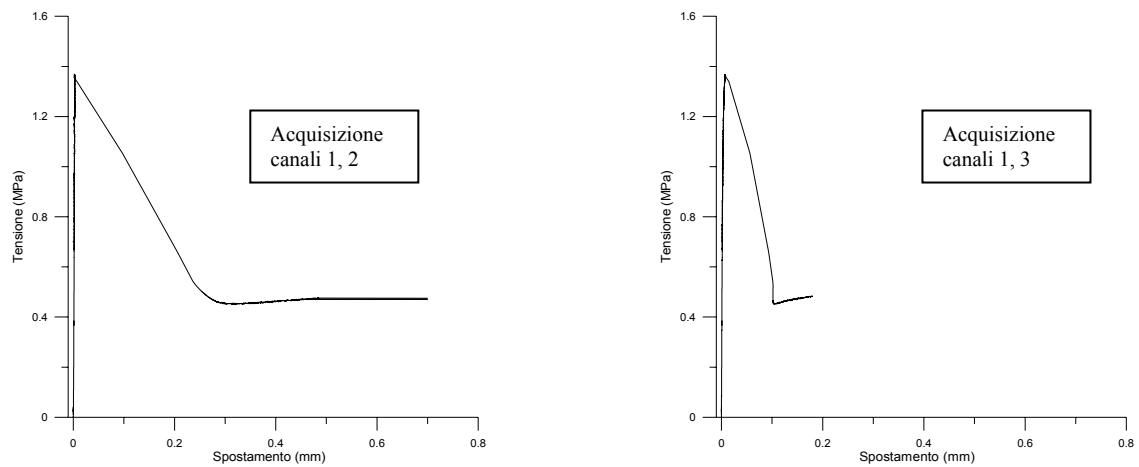


Figura 32 – Curve tensione – spostamento provino classe "A"+1% di fibra

PROVINO CLASSE "B"+1%	
Resistenza a compressione	28 MPa
Maturazione getto	32 giorni
Data impasto	05/03/2005
Durata	97 min
Rapporto A/C	0.4
Classe teorica	Rck 40 MPa

Tabella 12 – Caratteristiche del provino classe "B"+1% di fibra

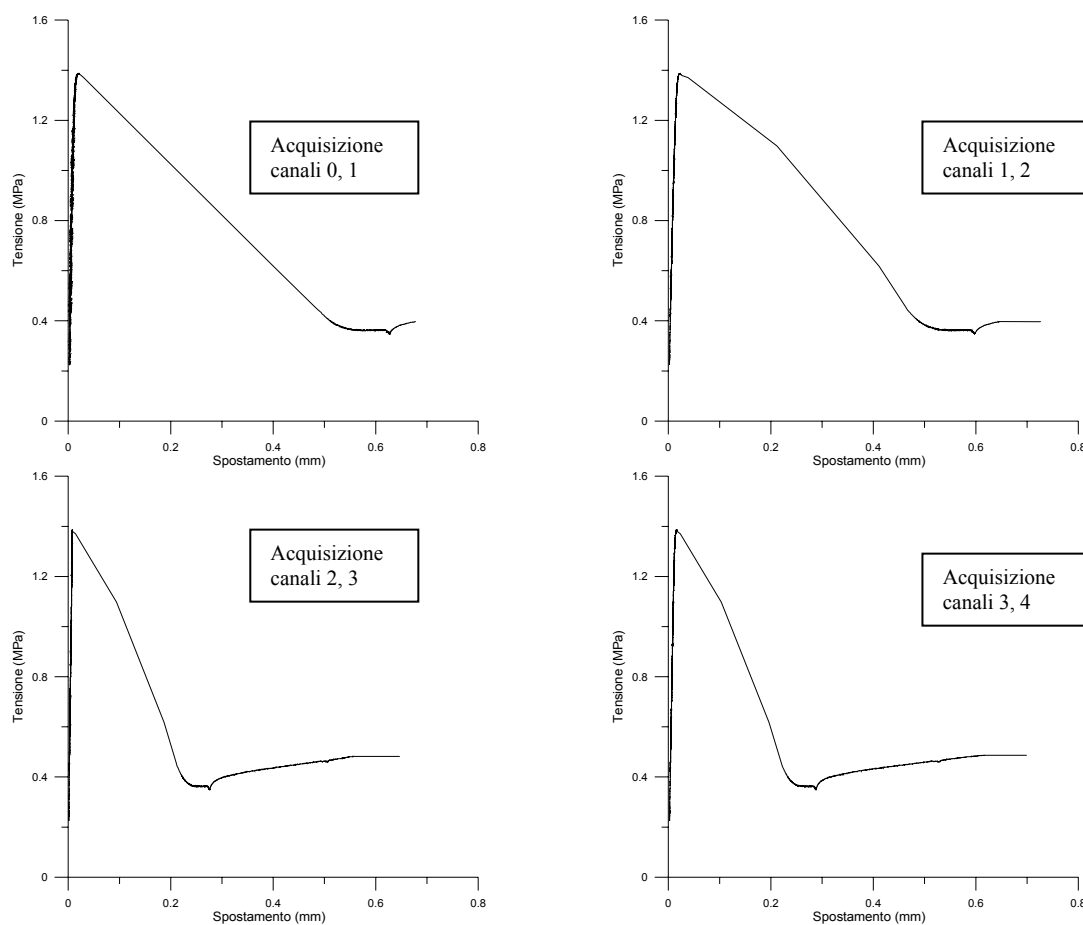


Figura 33 – Curve tensione – spostamento provino classe "B"+1% di fibra

PROVINO CLASSE "A"+2%	
Resistenza a compressione	22 MPa
Maturazione getto	24 giorni
Data impasto	01/03/2005
Durata	60 min
Rapporto A/C	0.51
Classe teorica	Rck 30 MPa

Tabella 13 – Caratteristiche del provino classe "A"+2% di fibra

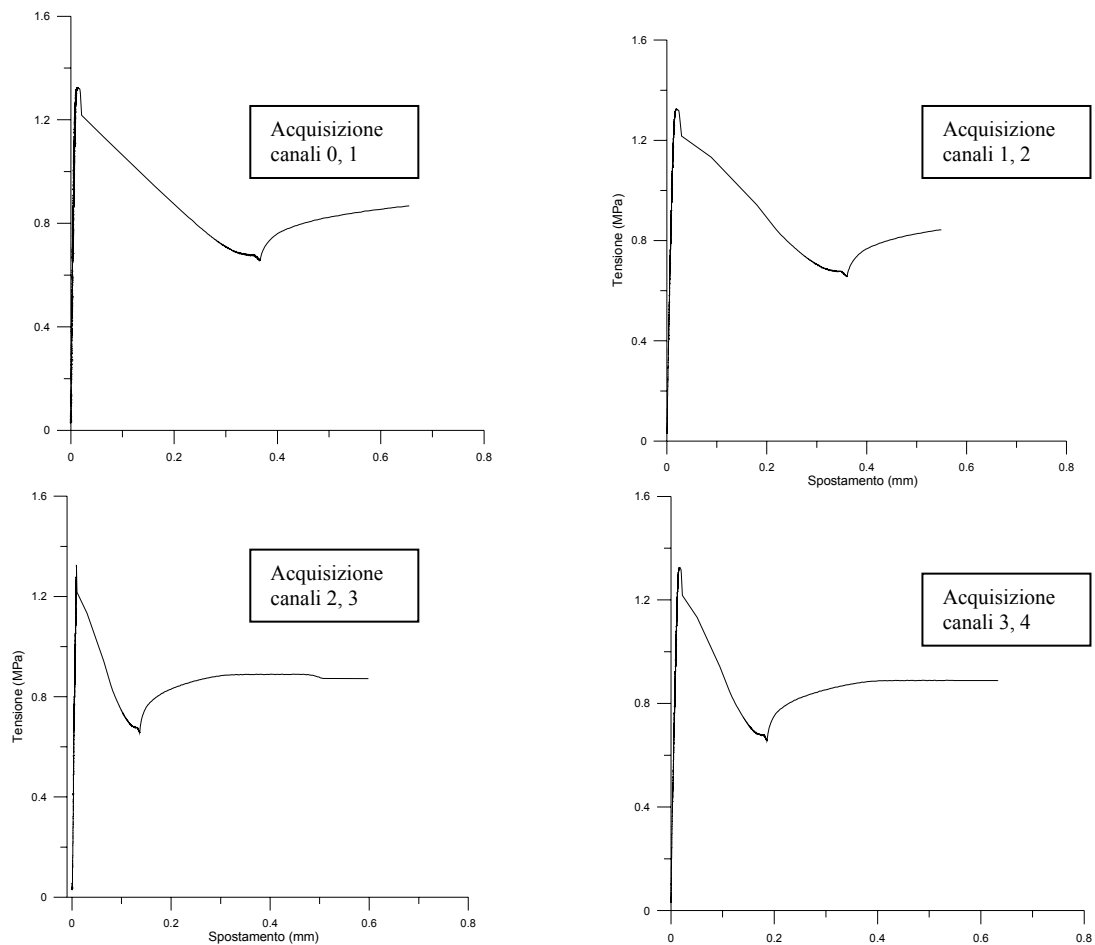


Figura 34 – Curve tensione – spostamento provino classe "A"+2% di fibra

PROVINO CLASSE "B"+2%	
Resistenza a compressione	26 MPa
Maturazione getto	30 giorni
Data impasto	23/02/2005
Durata	100 min
Rapporto A/C	0.40
Classe teorica	Rck 40 MPa

Tabella 14 – Caratteristiche del provino classe "B"+2% di fibra

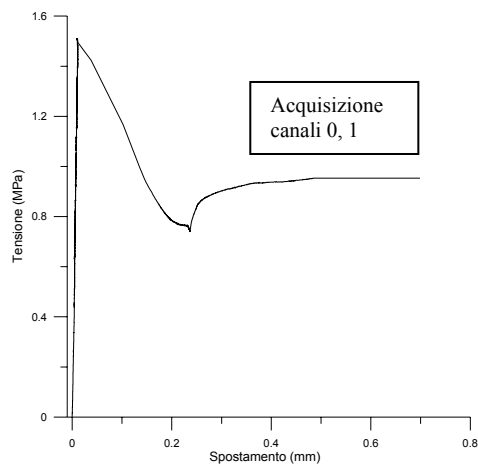


Figura 35 – Curva tensione – spostamento provino classe "B"+2% di fibra

PROVINO CLASSE "A"+4%	
Resistenza a compressione	21 MPa
Maturazione getto	17 giorni
Data impasto	09/03/2005
Durata	76 min
Rapporto A/C	0.51
Classe teorica	Rck 30 MPa

Tabella 15 – Caratteristiche del provino classe "A"+4% di fibra

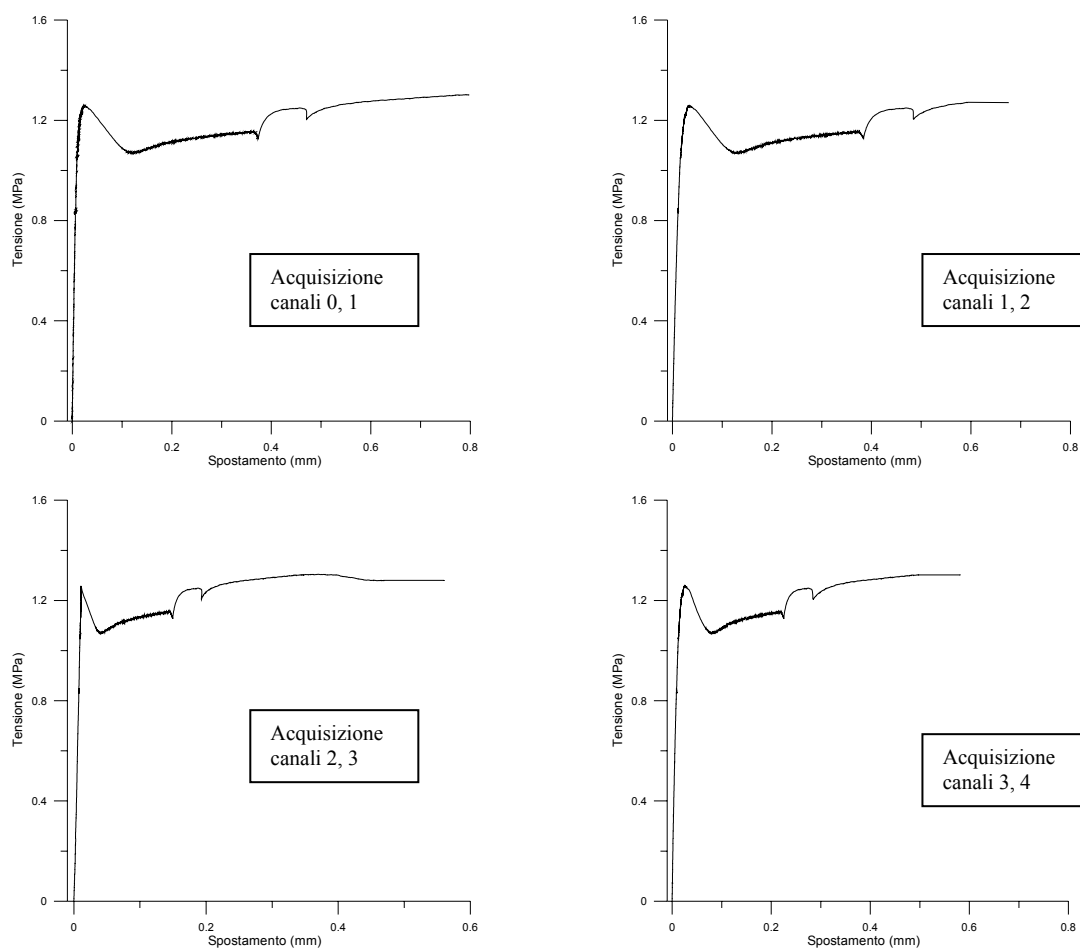


Figura 36 – Curve tensione – spostamento provino classe "A"+4% di fibra

PROVINO CLASSE "B"+4%	
Resistenza a compressione	22 MPa
Maturazione getto	16 giorni
Data impasto	08/03/2005
Durata	70 min
Rapporto A/C	0.40
Classe teorica	Rck 40 MPa

Tabella 16 – Caratteristiche del provino classe "B"+4% di fibra

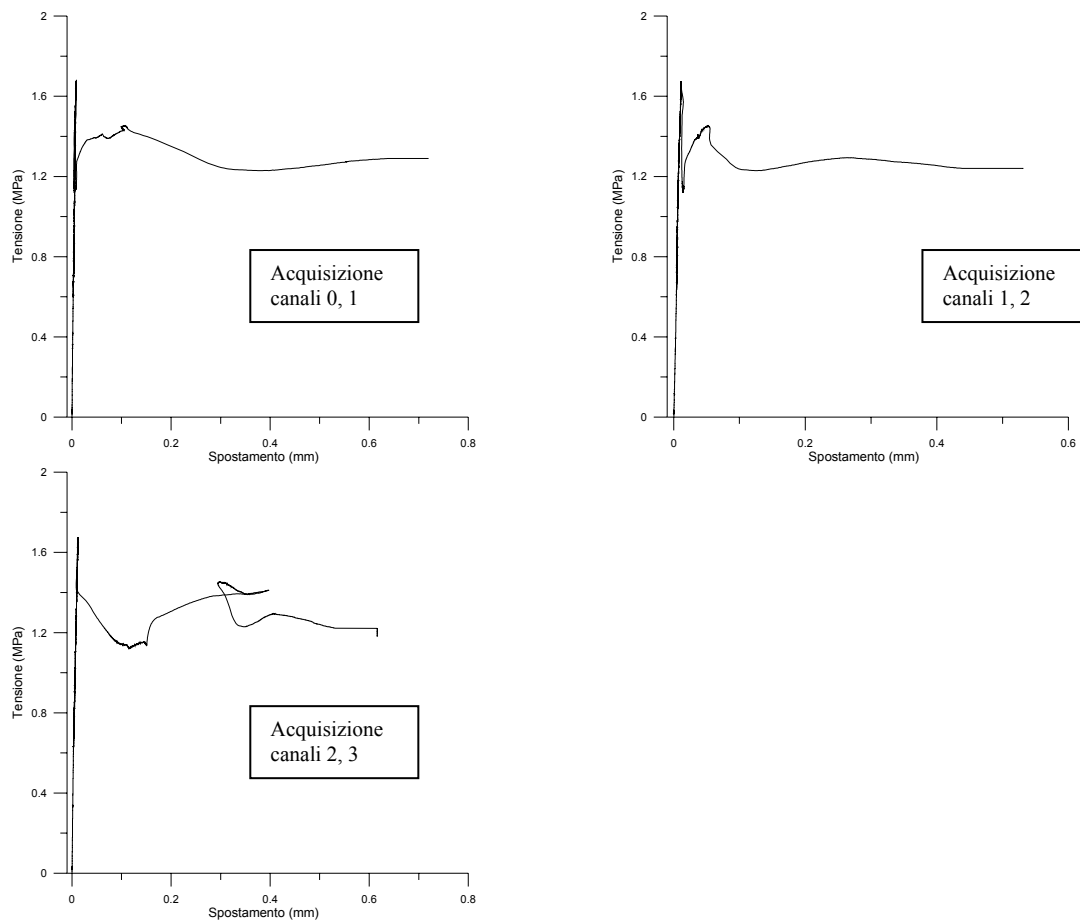


Figura 37 – Curve tensione – spostamento provino classe "B"+4% di fibra

Le misure eseguite (per le quali, in alcuni casi non si sono riportate le letture dei singoli canali in quanto in fase di rottura si è realizzato lo scollamento dell'estensimetro) confermano sostanzialmente la capacità del materiale di conservare una resistenza a trazione residua, per valori crescenti della deformazione prodotta dallo spostamento imposto.

Si possono pertanto esaminare in maniera più dettagliata gli aspetti precedentemente esposti, determinando i valori delle quantità fisiche necessarie alla definizione del materiale ai fini della modellazione analitica e numerica, modellazioni che consentono la previsione progettuale della risposta di elementi strutturali sollecitati.

In riferimento alle discordanze registrate sui vari canali di monitoraggio si è ritenuto opportuno **operare su valori medi delle misure**, giustificando le difformità di lettura con l'esistenza di errori sistematici relativi alla geometria di prova (non perfetta planeità delle sezioni del provino, disallineamenti delle barre di armatura, ecc...) ed al posizionamento degli elementi di misura (estensimetri).

Per questa ragione si sono costruiti gli opportuni grafici di confronto dai quali sono stati ottenuti i valori medi dei valori di forza e spostamento (riportati nelle tabelle e figure seguenti).

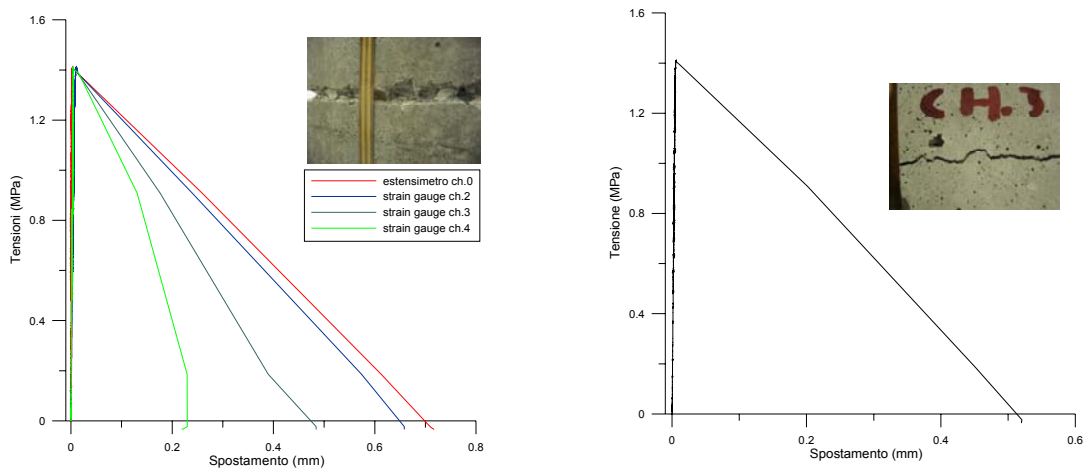


Figura 38 – Curva tensione – spostamento medio provino classe “A”

PROVINO CLASSE “A”	
Resistenza di picco a trazione	1.41 MPa
Spostamento ultimo	0.52 mm
Modulo di Young	25000 MPa
Energia di frattura	0.366 N/mm

Tabella 17 – Proprietà meccaniche del provino classe “A”

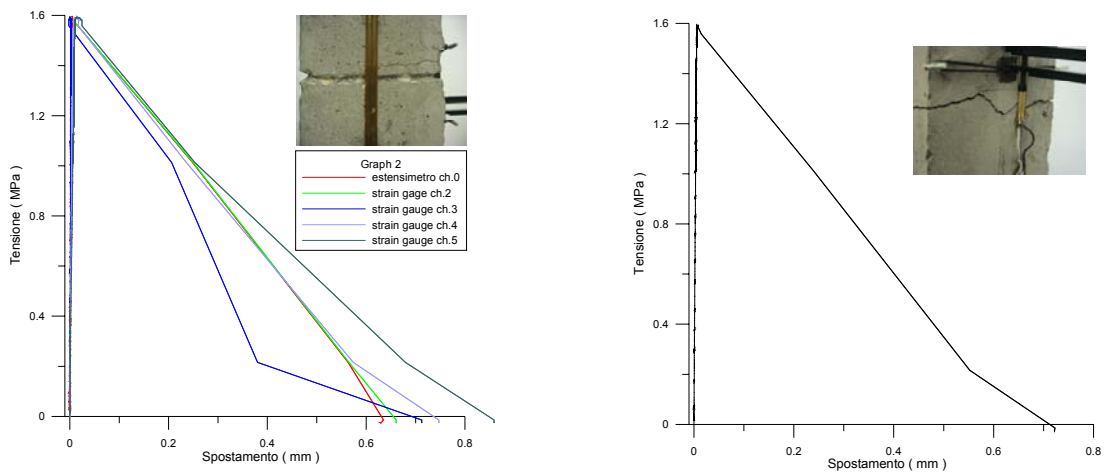


Figura 39 – Curva tensione – spostamento medio provino classe “B”

PROVINO CLASSE “B”	
Resistenza di picco a trazione	1.59 MPa
Spostamento ultimo	0.73 mm
Modulo di Young	28500 MPa
Energia di frattura	0.490 N/mm

Tabella 18 – Proprietà meccaniche del provino classe “B”

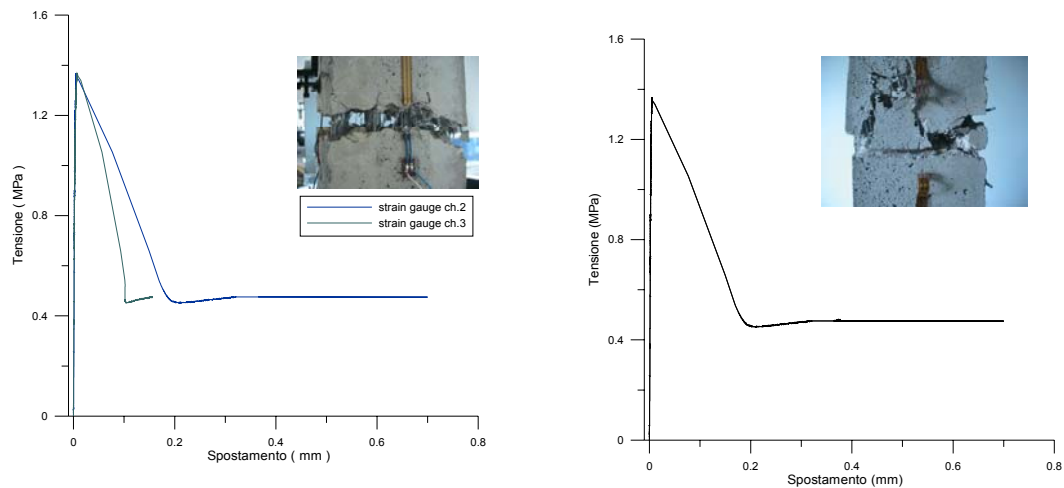


Figura 40 – Curva tensione – spostamento medio provino classe “A”+1% di fibre

PROVINO CLASSE “A”+1% di fibre	
Resistenza di picco a trazione	1.37 MPa
Resistenza residua	0.73 MPa
Rapporto $\sigma_{max}/\sigma_{res}$	2.85
Modulo di Young	28500 MPa
Energia di frattura	0.400 N/mm

Tabella 19 – Proprietà meccaniche del provino classe “A”+1% di fibre

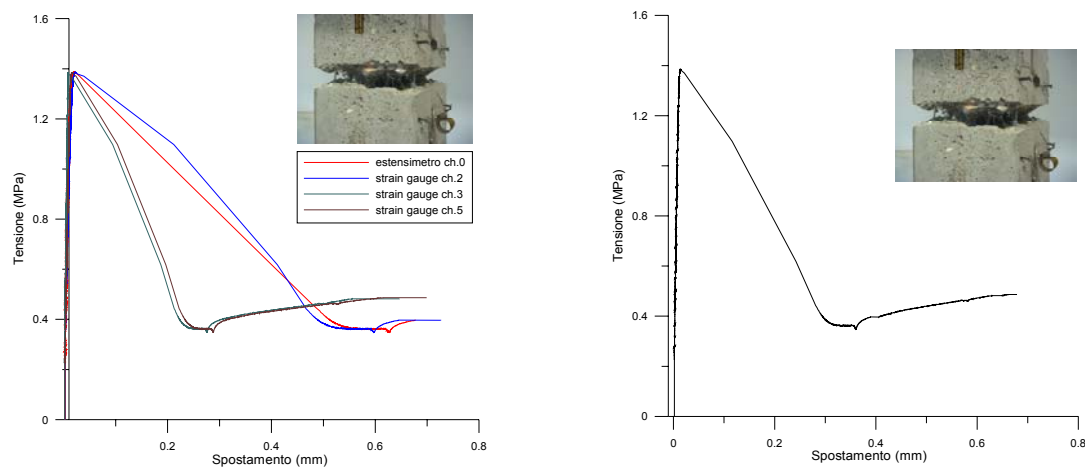


Figura 41 – Curva tensione – spostamento medio provino classe “B”+1% di fibre

PROVINO CLASSE “B”+1% di fibre	
Resistenza di picco a trazione	1.39 MPa
Resistenza residua	0.49 MPa
Rapporto $\sigma_{max}/\sigma_{res}$	2.85
Modulo di Young	26500 MPa
Energia di frattura	0.500 N/mm

Tabella 20 – Proprietà meccaniche del provino classe “B”+1% di fibre

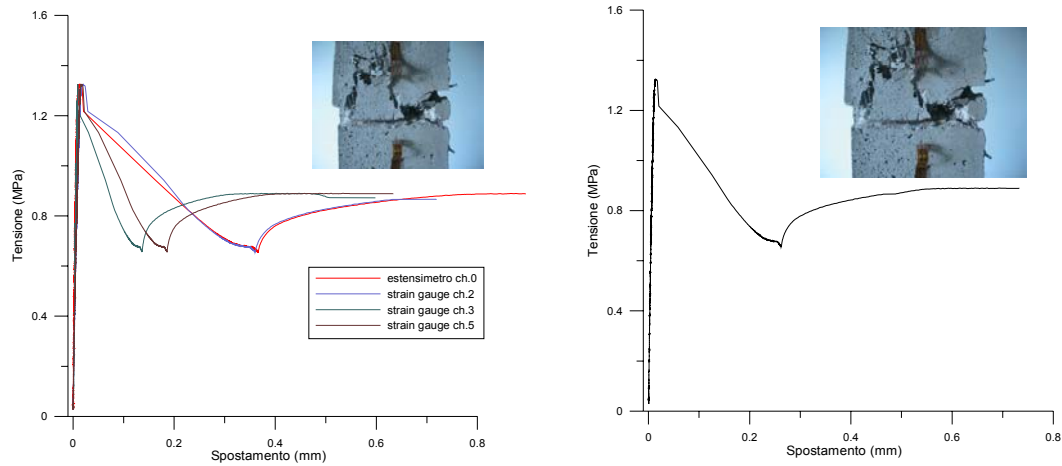


Figura 42 – Curva tensione – spostamento medio provino classe “A”+2% di fibre

PROVINO CLASSE “A”+2% di fibre	
Resistenza di picco a trazione	1.33 MPa
Resistenza residua	0.9 MPa
Rapporto $\sigma_{max}/\sigma_{res}$	1.46
Modulo di Young	25000 MPa
Energia di frattura	0.667 N/mm

Tabella 21 – Proprietà meccaniche del provino classe “A”+2% di fibre

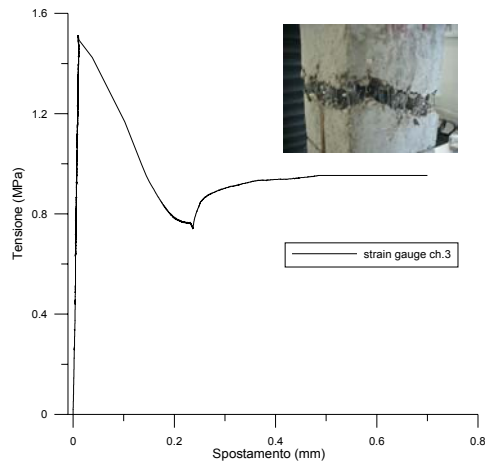


Figura 43 – Curva tensione – spostamento medio provino classe “B”+2% di fibre

PROVINO CLASSE “B”+2% di fibre	
Resistenza di picco a trazione	1.51 MPa
Resistenza residua	0.95 MPa
Rapporto $\sigma_{max}/\sigma_{res}$	1.59
Modulo di Young	22000 MPa
Energia di frattura	0.78 N/mm

Tabella 22 – Proprietà meccaniche del provino classe “B”+2% di fibre

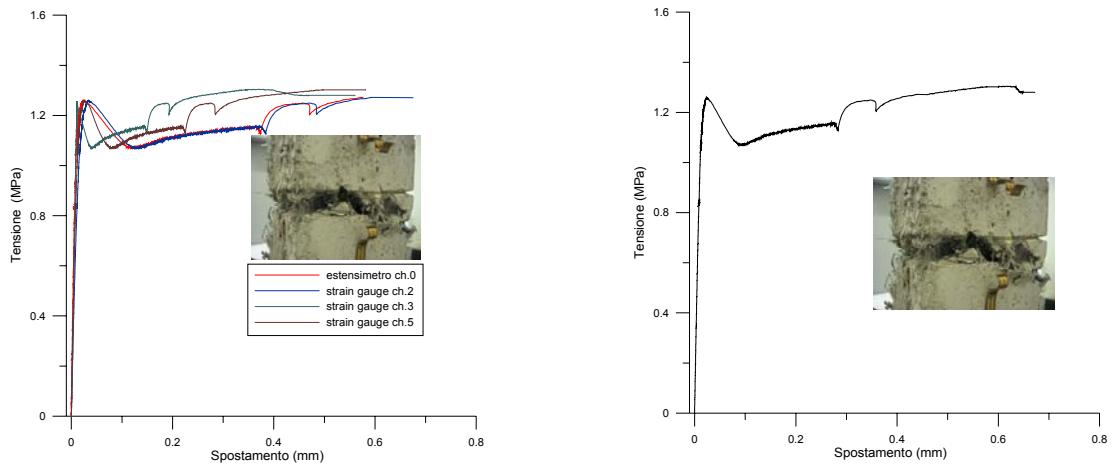


Figura 44 – Curva tensione – spostamento medio provino classe “A”+4% di fibre

PROVINO CLASSE “A”+4% di fibre	
Resistenza di picco a trazione	1.30 MPa
Resistenza residua	1.4 MPa
Rapporto $\sigma_{max}/\sigma_{res}$	0.93
Modulo di Young	20000 MPa
Energia di frattura	0.9 N/mm

Tabella 23 – Proprietà meccaniche del provino classe “A”+4% di fibre

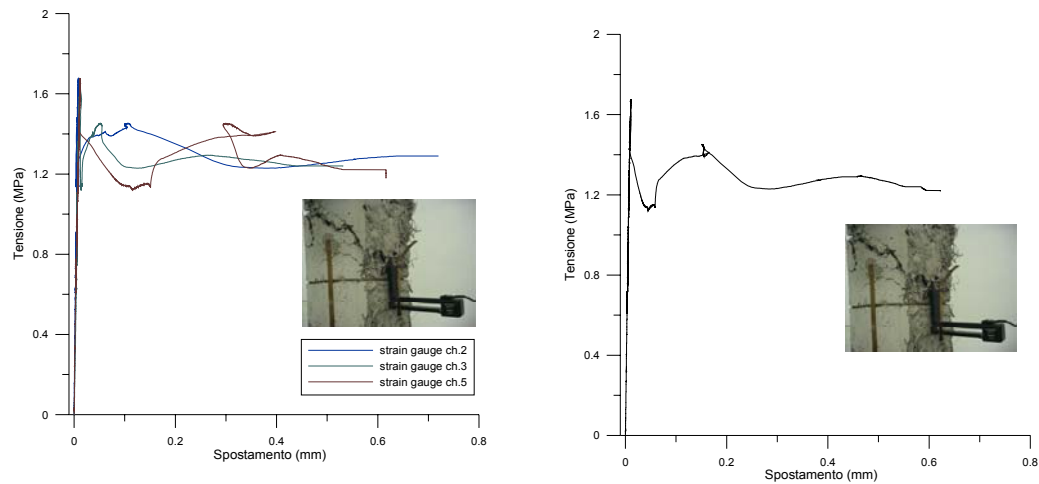


Figura 45 – Curva tensione – spostamento medio provino classe “B”+4% di fibre

PROVINO CLASSE “B”+4% di fibre	
Resistenza di picco a trazione	1.65 MPa
Resistenza residua	1.48 MPa
Rapporto $\sigma_{max}/\sigma_{res}$	1.11
Modulo di Young	23000 MPa
Energia di frattura	1.08 N/mm

Tabella 24 – Proprietà meccaniche del provino classe “B”+4% di fibre

I confronti più significativi sono ottenuti valutando l'incremento di rigidezza ottenuto attraverso l'aggiunta di percentuali crescenti di fibre dall'1% al 4% (Figura 43 e Figura 44).

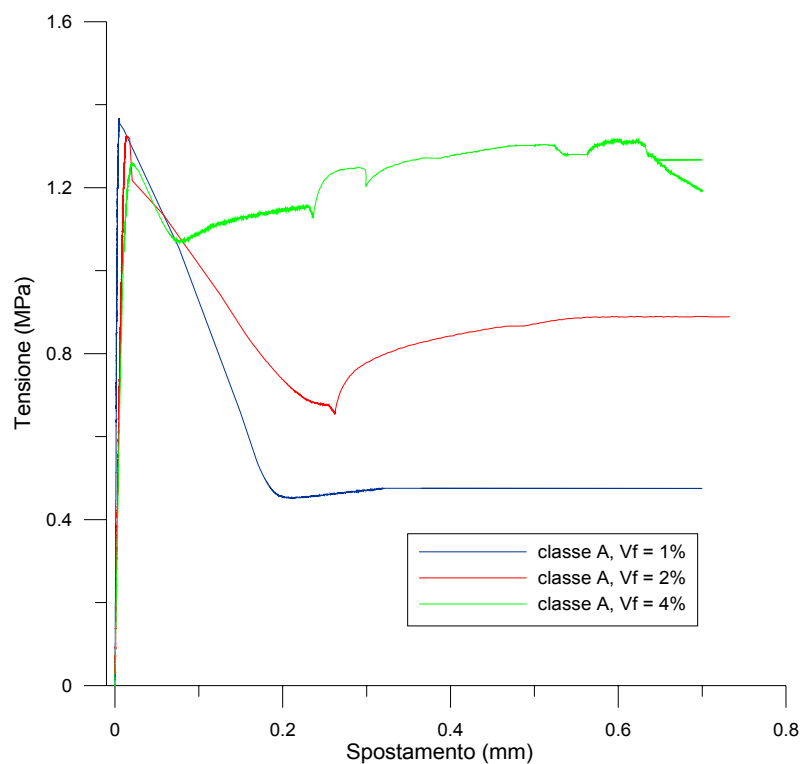


Figura 46 – Curva tensione – spostamento medio provini classe “A”

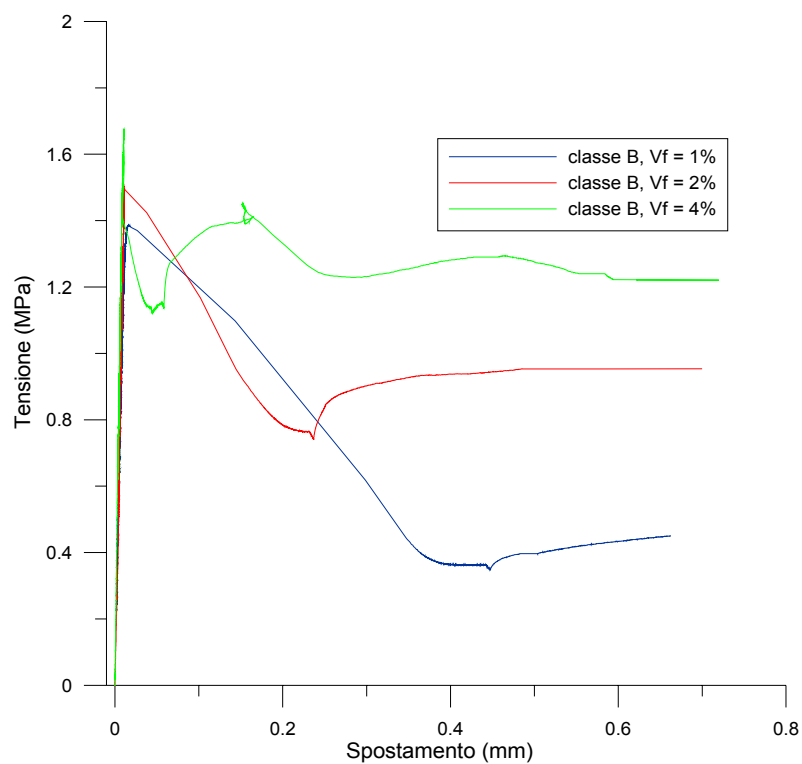


Figura 47 – Curva tensione – spostamento medio provini classe “B”

Evidenti sono stati inoltre i fenomeni di fessurazione e rottura caratteristici dei provini per i quali, indubbiamente, **le misure eseguite a causa dei limiti degli strumenti utilizzati si sono arrestate in corrispondenza della rottura o del fuori servizio rispettivamente degli strain gages e dell'estensimetro, non registrando valori oltre gli spostamenti di 0.8 – 1 mm.**

In realtà, viceversa, le prove **hanno avuto comunque una successiva continuità** (anche se priva di misurazione dell'apertura di fessura) **consentendo di valutare, dalle misure comunque acquisite dalla cella di carico, una capacità del materiale di mantenere il cari applicato fino al raggiungimento di spostamenti notevoli (dell'ordine di 5-10 mm)** come evidenziato nella Figura 48.



Figura 48 – Spostamenti al termine della prova di trazione

2.3 Confronto analitico - sperimentale

Come evidenziato nel precedente capitolo, è possibile determinare ed utilizzare un legame costitutivo esplicito rappresentativo della risposta del materiale nei confronti di sollecitazioni elementari attraverso una funzione regolare del tipo $\sigma - \varepsilon$ che può assumere andamento tipo esponenziale o lineare a tratti.

In questo secondo caso in particolare è stato confrontato il legame emerso dalla prova sperimentale con quanto previsto analiticamente; la funzione descrittiva del comportamento infatti, come precisato nel precedente capitolo, prevede un tratto elastico iniziale con raggiungimento del picco di resistenza, una parte con degrado (softening) ed una resistenza costante residua.

Se si uguaglia la resistenza di picco a trazione σ_{tr} alla tensione tangenziale esistente tra la matrice cementizia e le fibre (modello di pull – out) nel modello adottato nella [56] si ha:

$$\sigma_{tr} = \eta_0 \cdot \eta_1 \cdot \frac{l_f}{2 \cdot r} \cdot V_f \cdot \tau_u = \alpha \cdot V_f \cdot \tau_u = \alpha \cdot V_f \cdot \sigma_{ff} \quad [80]$$

nella quale σ_{tr} rappresenta evidentemente la tensione residua a trazione, V_f la percentuale in volume di fibra, τ_u la resistenza ultima di pull – out delle fibre ed α è un coefficiente dipendente dal fattore di lunghezza efficace (η_l) e dal fattore di orientazione (η_0) delle fibre e dal rapporto di aspetto ($l_f/2r$) (Lim et al., 1987).

Sono stati a questo punto ricavati i valori del coefficiente α per i singoli provini testati all'interno della campagna di prove (Tabella 23) per i quali il valore della resistenza di picco a trazione (ovvero nelle ipotesi in premessa il valore di τ_u) è misurato nell'ambito della prova (oppure, diversamente, convenzionalmente assegnato) ed il valore del parametro così dedotto assume per le diverse prove, valore sperimentale ($\alpha = \alpha_{sperimentale}$).

Dai predetti valori di $\alpha_{sperimentale}$, incognita del problema, si è ricavato un valore medio del parametro tra tutti i provini sperimentati con fibre polimeriche che ha assunto valore pari ad $\alpha_{medio} = 31$.

Il valore ottenuto **rappresenta un valore caratteristico per la tipologia di fibre introdotte**; l'analisi proposta, anche se per un numero di prove inferiori (totale di n. 2 provini complessivi) ha fornito un valore $\alpha_{medio} \approx 5$ nel caso di fibre metalliche.

Classe provino	σ_{tf} (MPa)	$\sigma_{res.}$ (MPa)	α	σ_{tr} (MPa)
A + 1% fibre.	1,37	0,48	35	0,43
A + 2% fibre.	1,39	0,49	35,2	0,43
A + 4% fibre.	1,33	0,9	33,8	0,83
B + 1% fibre.	1,51	0,95	31,4	0,94
B + 2% fibre.	1,3	1,4	27	1,6
B + 4% fibre.	1,6	1,5	23,5	1,9

Tabella 25 – Proprietà meccaniche dei provini con fibre polimeriche

A questo punto, adottando il valore medio precedentemente dedotto (α_{medio}) quale valore analitico di progetto per il materiale, si possono nuovamente determinare le resistenze residue del materiale inserendo detto valore nell'espressione [80] e successivamente confrontando i valori delle resistenze residue così ottenute, nel caso di fibre polimeriche, con quelle misurate nella prova sperimentale è possibile ottenere un diagramma che identifica la dispersione dei dati sperimentali rispetto alla previsione analitica di progetto assunta (Figura 49).

I valori risultano ampiamente vicini e determinano un conforto del risultato delle prove nei confronti di quanto ipotizzato in via teorica, **con ottima coincidenza per percentuali di fibre “standard” (fino al 2%) e con un contenuto scarto (circa il 10%) per i provini confezionati con percentuali superiori.**

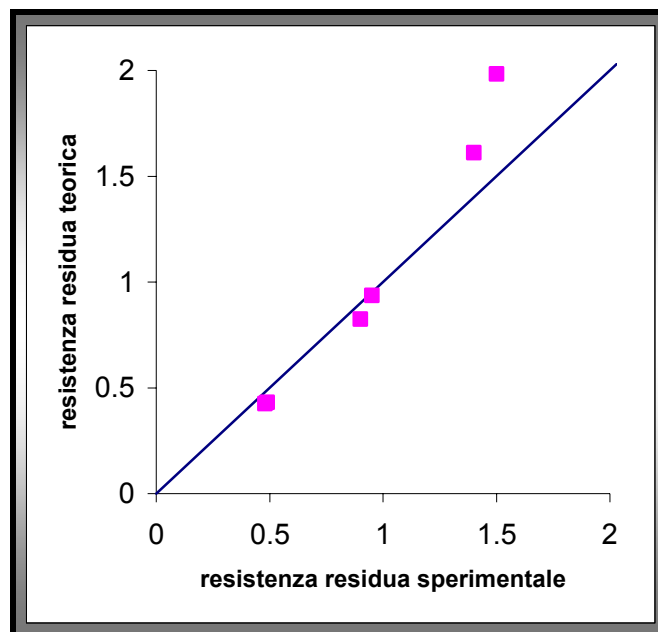


Figura 49 – Confronti resistenze residue

La bontà dei legami costitutivi identificati attraverso l'applicazione della funzione definita nella [56] è ancor più avallata dal percorso dell'intero tratto di risposta a trazione (non limitandosi quindi alla sola verifica dei valori determinati in termini di resistenze residue).

Questi aspetti risultano ancora più evidenti se si osserva quanto riportato in Figura 47 e Figura 48 in cui vengono mostrati i grafici di confronto in termini di tensione – spostamento tra i campioni esaminati e le previsioni dedotte.

Si osserva infatti una buona coerenza sia in termini di resistenza di picco misurata al termine del tratto elastico di legame che, in generale, sia in termini di resistenza residua successiva al tratto di softening in cui il materiale presenta una caduta di rigidità.

Comportamenti leggermente discostati in termini di resistenza residua si registrano per i provini contenenti il 4% di fibra in volume per i quali i valori post – picco previsti analiticamente risultano superiori a quelli effettivamente attesi nel corso delle prove.

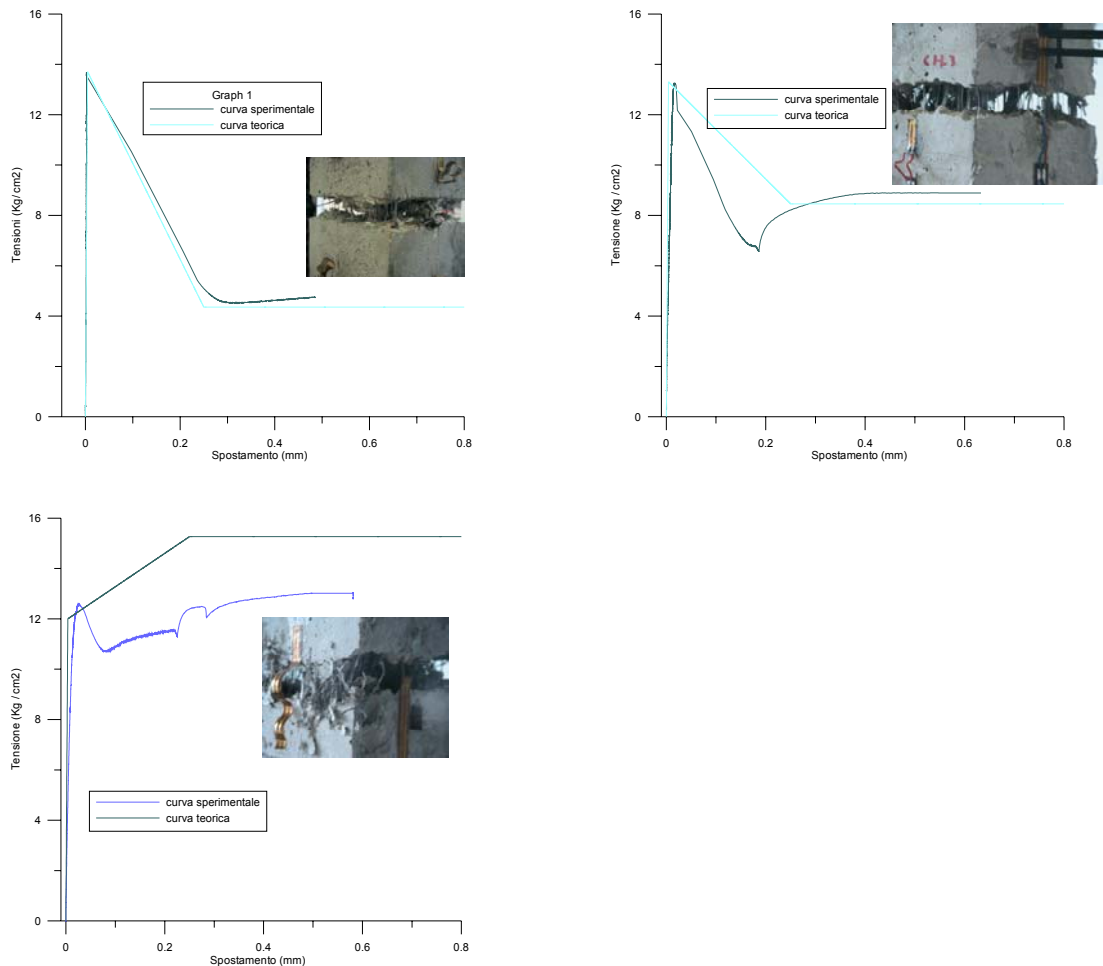


Figura 50 – Risposta analitica e numerica per provini di tipo “A” (1%, 2%, 4% di fibra)

Questo fenomeno tuttavia risulta abbastanza globalmente contenuto, interessando una variazione massima di circa il 20% in termini di rapporto tra curva analitica [54] e curva

sperimentale, mentre, rapportato al valore massimo della resistenza attesa (picco) la variazione complessiva è dell'ordine del 10%.

E' bene tuttavia precisare che dette differenze non incidono in maniera significativa sull'andamento della risposta del calcestruzzo fibro –rinforzato che, comunque, nel complesso si presenta per questa classe di campioni di tipo duttile e pertanto in grado di mantenere costante la forza interna in corrispondenza di un'evoluzione crescente dello stato deformativo.

Ciò conferma sostanzialmente quanto previsto dai vari modelli presenti in letteratura sull'incidenza dell'effetto della percentuale di rinforzo fibroso per elementi in cui questo assume valori in percentuale elevati ($\geq 4\%$) per i quali si riesce a sopperire integralmente alla incapacità della matrice di assorbire trazioni elevate ma soprattutto al limitato valore dell'energia di frattura di base che impedisce la possibilità di evitare brusche riduzioni della capacità di resistenza a tergo del raggiungimento del massimo sforzo assorbibile (risposta fragile).

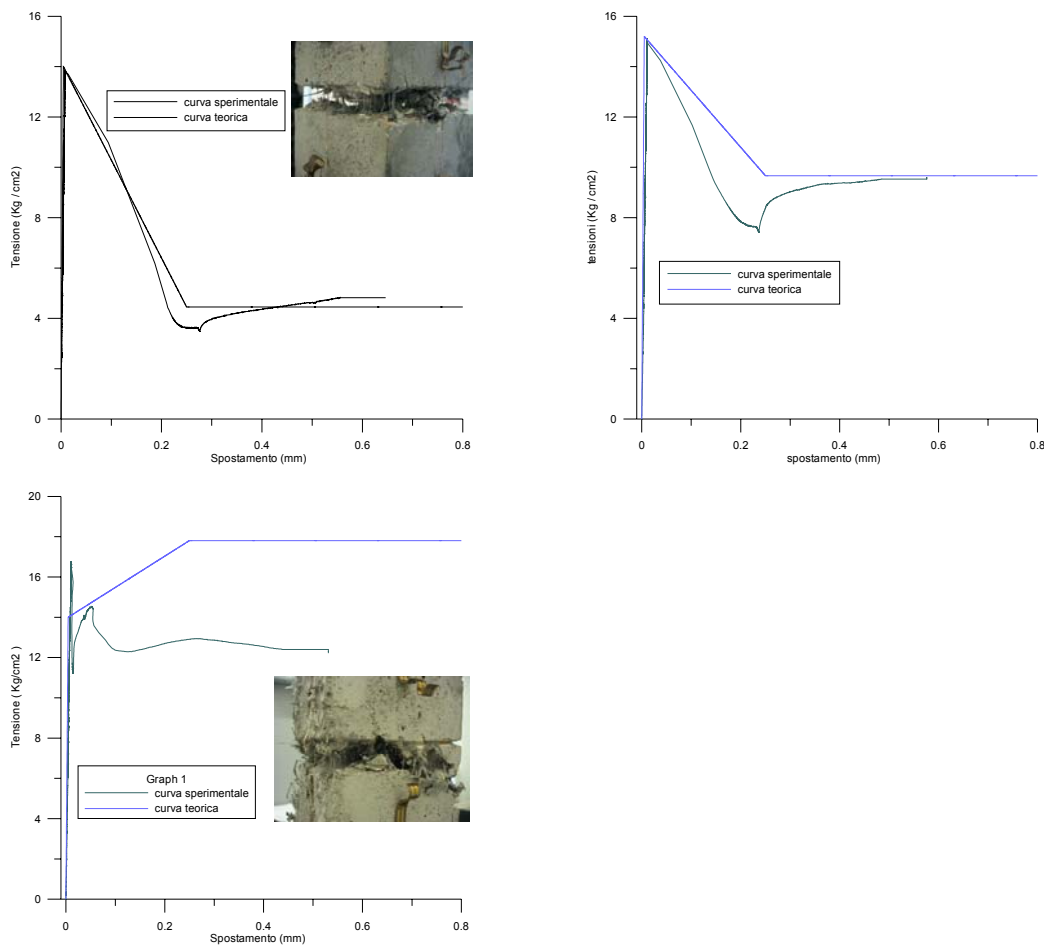


Figura 51 – Risposta analitica e numerica per provini di tipo “B” (1%, 2%, 4% di fibra)

L'importanza di quanto asserito sarà ancora più evidente nel corso del prossimo capitolo nel quale vengono esaminate le risposte di elementi strutturali realizzati in conglomerato rinforzato con fibre o, quale usuale possibilità di intervento, di elementi in conglomerato ordinario rinforzati con incamiciatura realizzata con fibre – rinforzati.

Risulta infine facilmente ipotizzabile lo sviluppo futuro in funzione delle molteplici applicazioni che detti materiali potranno subire in ragione di perfezionamenti delle caratteristiche meccaniche delle fibre.

La tendenza attuale infatti è quella di utilizzare **ventagli di fibre con granulometria variabile** al fine di ottenere una diffusione più omogenea possibile e risposte in termini di prestazioni crescenti per materiali pregiati che sempre più spesso si presentano in commercio in contenitori nei quali risultano pre –miscelati all'origine e quindi pronti per la posa in opera tramite spruzzo o rinzaffo o tramite colaggio (nel caso di possibilità di casserare).

A titolo di confronto con la possibilità proposta dalla norma (CNR DT 204/2006) si sono dedotti i legami semplificati identificati in base alle istruzioni, adottando la [74] e la [75] e confrontati con i risultati delle prove a trazione eseguite.

Si segnala che i grafici adottati e riportati sono stati estesi, in termini di tensione residua, fino al valore limite di spostamento (apertura di fessura) previsto dalla norma e pari ad 1.5 mm, essendo le misure sperimentali eseguite fino a spostamenti pari a circa 0.8 - 1.0 mm in quanto, come precedentemente evidenziato, successivamente la strumentazione adottata non è stata più in grado di acquisire misure.

Al fine di inquadrare, dalle risultanze delle prove dirette, il legame semplificato in questione, si sono eseguite le identificazioni in corrispondenza dei provini aventi resistenza caratteristica a compressione $R_{ck} = 30$ MPa e contenuto in fibra rispettivamente pari all'1 % (comportamento degradante con resistenza residua) e del 4% (comportamento duttile con resistenza di picco pari alla resistenza residua).

Le risultanze del confronto sono evidenziate in Figura 52 e Figura 53.

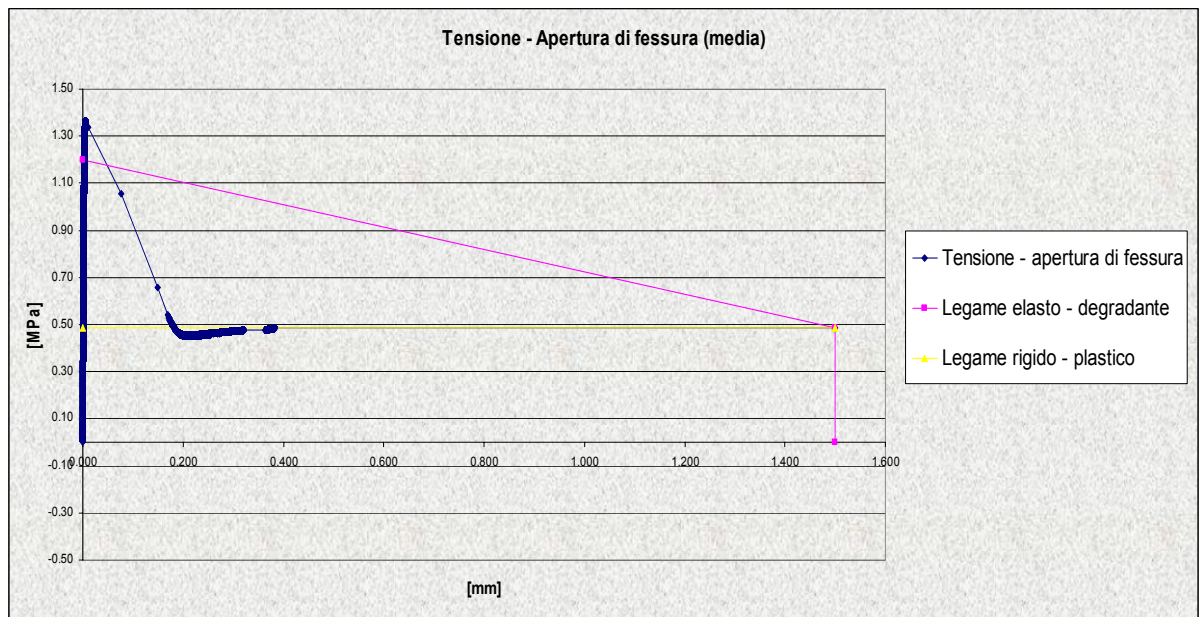


Figura 52 – Legami semplificati ottenuti dalla prova a trazione per FRC con 1% di fibra

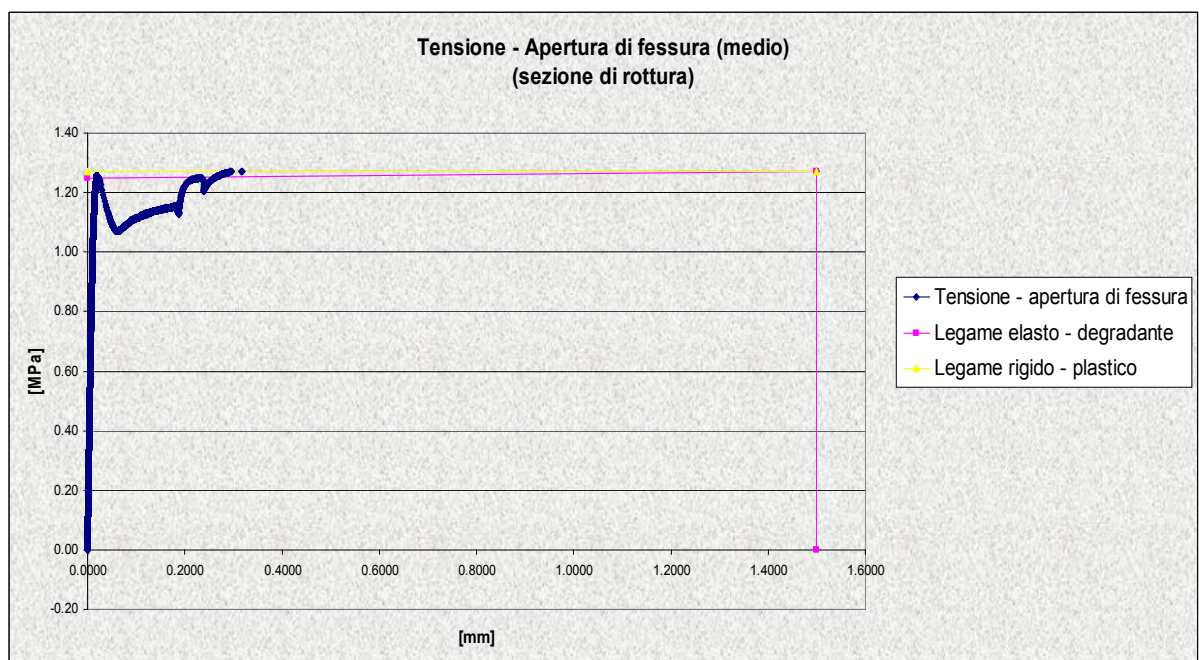


Figura 53 – Legami semplificati ottenuti dalla prova a trazione per FRC con 4% di fibra

Capitolo 4

Legame costitutivo del materiale – prove sperimentali a flessione

4.1 Introduzione

Al fine di caratterizzare correttamente la risposta meccanica da inserire nei modelli di calcolo (analitici e numerici) sostanzialmente è **necessario valutare la resistenza residua che il materiale è in grado di manifestare successivamente alla fessurazione** (in modo particolare nel caso di comportamento degradante); detta condizione può essere realizzata attraverso valori di tentativo (successivamente verificati con prove sperimentali) oppure, secondo le recenti tendenze, attraverso l'identificazione di un legame costitutivo semplificato come già evidenziato nel Capitolo 3 relativamente alle prove a trazione diretta.

E' comunque necessario ribadire che le proprietà del calcestruzzo additivato dipendono direttamente dalle caratteristiche dei materiali di base adottati (come ampiamente discusso nel Capitolo 1) ed in particolare dalla geometria, percentuale volumetrica e caratteristiche meccaniche della fibra oltre che, chiaramente, dal aderenza che può instaurarsi tra fibra e matrice, proprietà che tendono a mitigare il fenomeno di fessurazione (rendendolo sempre più diffuso in proporzione all'aumento del volume inserito nella miscela) ed aumentano l'energia che il materiale è in grado di assorbire durante il fenomeno di frattura.

Ancora una volta è possibile, adottando le istruzioni contenute nel Documento CNR DT 204/2006, caratterizzare il materiale ottenendo legami costitutivi semplificati partendo dalle specifiche tecniche dei componenti di base che ne identifichino in partenza geometria e proprietà meccaniche.

E' bene precisare che la procedura identificativa esposta nel presente Capitolo, ovvero adottando le indicazioni normative in relazione alla possibilità di misurare sperimentalmente la resistenza residua del materiale in maniera indiretta, ovvero attraverso prove a flessione “a quattro punti”, rappresenta sostanzialmente una semplificazione esecutiva delle già menzionate prove a trazione diretta (Capitolo 3) che, seppur indagando in modo più diretto

ed approfondito la risposta costitutiva dell'FRC, presentano un limite pratico dovuto alla complessità esecutiva in relazione alla necessità di testare materiali dal comportamento degradante.

4.2 Identificazione del legame costitutivo del materiale con prove a flessione

Quanto fino ad ora illustrato è propedeutico alla modellazione analitica del legame costitutivo mono – assiale del composito.

Come più volte è stato rammentato le fibre producono un significativo miglioramento della risposta a trazione, mentre per la risposta in compressione, il documento **CNR – DT 204/2006** consiglia, a vantaggio di sicurezza ed in maniera estremamente semplificata, di considerare la sola risposta della matrice.

Ovviamente, affinché il composito sia tale, è necessario che le fibre vengano distribuite in maniera omogenea ed uniforme nell'impasto dando luogo ad un comportamento medio organico del materiale; se ciò non si realizza le proprietà effettive si potrebbero significativamente discostare da quelle nominali. Occorrerà pertanto prestare particolare cura nei confronti di questi aspetti, evitando il fenomeno di segregazione dell'inerte, fenomeno particolarmente rilevante nel caso di fibre metalliche.

I benefici che l'aggiunta di rinforzo produce, per basse percentuali in volume (il documento suggerisce quale soglia il 2%) si traducono in una risposta di tipo comunque degradante (ovvero a fessurazione concentrata) mentre per percentuali superiori la resistenza può assumere valori superiori a quelli della matrice individuando un comportamento incrudente associato a stati di multifessurazione.

Le prove da condurre sui campioni di materiale appositamente estrapolati sono a trazione uniassiale ed a flessione, questo poiché, in generale le prove a trazione diretta sono di complessa esecuzione per materiali con comportamento degradante.

Il documento CNR DT 204/2006 specifica che le prove devono essere condotte in accordo con le UNI U73041440 e con le UNI 11039. Applicando l'equilibrio scritto nella [73], la resistenza a trazione, nella prova di flessione, consente la determinazione della tensione nominale ipotizzando un comportamento elastico equivalente; con riferimento alla Figura 52 infatti il valore della tensione normale può essere valutato in maniera convenzionale come:

$$\sigma_N = \frac{6 \cdot P \cdot l}{b \cdot h^2} \quad [81]$$

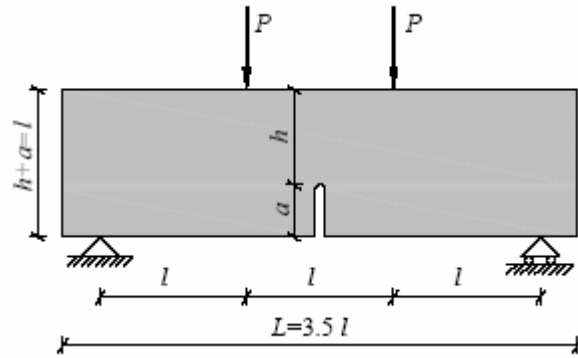


Figura 52 – Prova di flessione a quattro punti secondo UNI 11039

La tensione normale alla sezione retta così determinata viene utilizzata per la costruzione del diagramma tensione nominale – apertura della fessura, ($\sigma - w$).

Ovviamente l'espressione analitica del predetto legame che il DT 204 consente di adottare, ottenuta dalle prove di cui sopra, è **di tipo estremamente semplificato** onde consentire al tecnico una facile implementazione nei modelli di calcolo di usuale utilizzo.

La resistenza post – fessurazione è definita a tergo delle prove individuando dei valori puntuali f_i corrispondenti a fissati valori nominali dell'apertura della fessura e, successivamente, individuando analiticamente dei valori medi f_{eqi} , calcolati su un assegnato intervallo di apertura della fessura (Figura 53).

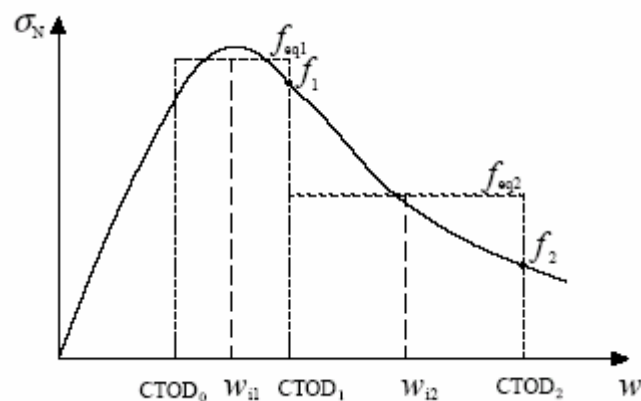


Figura 53 – Determinazione della resistenza residua puntuale e media

La scelta del tipo di legame che può essere definito è duplice; si può infatti si può nuovamente ricorrere, in perfetta analogia a quanto evidenziato nel Capitolo 3, ad un legame con comportamento post – fessurazione di tipo lineare (degradante oppure incrudente in funzione delle qualità del conglomerato ottenuto) oppure ad un legame ancora più

semplificato di tipo rigido – plastico che, come noto, consente di fare affidamento su una resistenza mediata ma costante su tutto l’arco del diagramma.

La schematizzazione del legame analitico, sulla base del quale è possibile determinare la resistenza ultima ed in esercizio per le conseguenti verifiche, prevede la possibilità di adottare curve elastiche linearizzate (appendice A del documento) di tipo degradante o rigido – plastico determinate da prove sperimentali su elementi inflessi o su elementi sottoposti a trazione diretta.

I valori delle resistenze di cui sopra sono individuati sia per lo stato limite ultimo SLU attraverso il valore f_{Ftu} , sia per lo stato limite di esercizio attraverso il valore f_{Fts} . La determinazione avviene come:

$$f_{Fts} = 0.45 \cdot f_{eq1}$$

$$f_{Ftu} = k \cdot \left[f_{Fts} - \frac{w_u}{w_{i2}} \cdot (f_{Fts} - 0.5 \cdot f_{eq2} + 0.2 \cdot f_{eq1}) \right] \geq 0 \quad [82]$$

Nella [82] si sono indicate come f_{eq1} ed f_{eq2} le resistenze post fessurazione significative agli stati limite considerati, k è un coefficiente correttivo della resistenza che viene assunto pari a 0.7 nel caso di sezioni interante tese, 1 negli altri casi, w_{i2} rappresenta il valore medio delle fessure in corrispondenza degli estremi dell’intervallo in cui è valutato f_{eq2} .

Quanto assunto è stato riportato nella Figura 54.

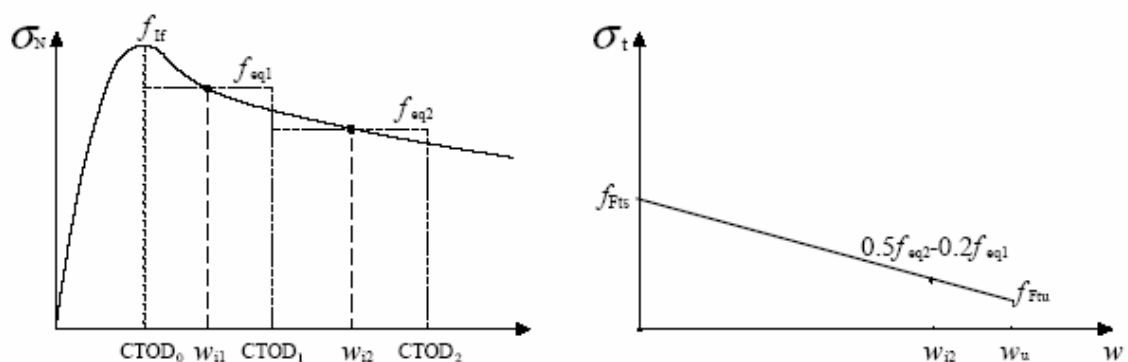


Figura 54 – Valori delle resistenze a trazione dedotti da prove a flessione (materiali degradanti)

Nell’ipotesi di eseguire un’analisi di tipo sezionale, scegliendo quali incognite la tensione f_{Fts} e la curvatura χ in corrispondenza della sezione che presenta l’intaglio, come indicato in Figura 55 (sezione di rottura del provino), imponendo al lembo teso la deformazione

indicata nella [83] si può risolvere il sistema di due equazioni riportato nella [84] in cui, tacitamente, viene fatta l'assunzione di modulo elastico costante ed unico sia a trazione che in compressione.

$$\varepsilon_{F1} = \frac{w_{i1}}{l_{cs}} \quad [83]$$

$$N = 0$$

$$M(\varepsilon_{F1}) = \frac{f_{eq1} \cdot b \cdot h^2}{6} \quad [84]$$

Nelle equazioni imposte il valore w_{i1} è la media dell'apertura delle fessure mentre l_{cs} è l'altezza critica della sezione ovvero al netto dell'intaglio.

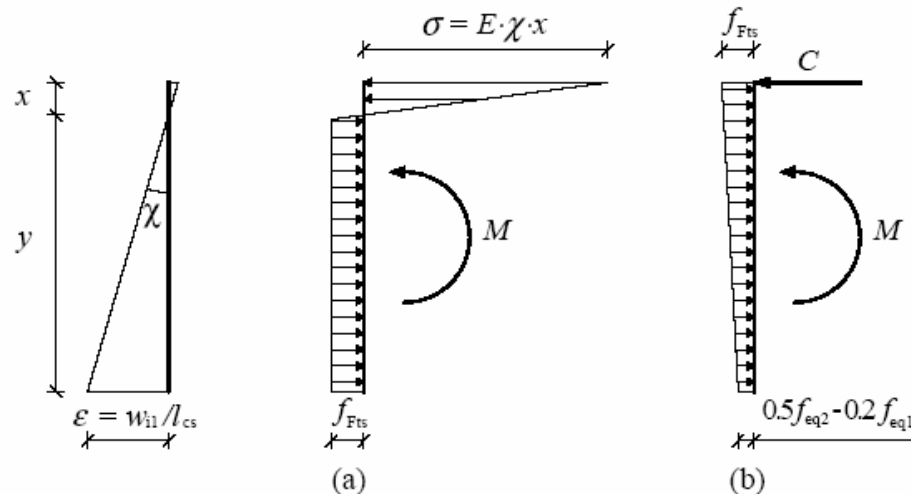


Figura 55 – Diagrammi della distribuzione di tensioni per la determinazione della resistenza a trazione

Il valore della tensione relativo all'apertura di fessura media w_{i2} si determina dall'equazione di equilibrio alla rotazione imponendo la risultante delle compressioni (indicata in Figura 55 con C) all'estremo del lembo superiore nell'ottica del comportamento globale di tipo rigido – lineare:

$$M(\varepsilon_{F2}) = \frac{f_{eq2} \cdot b \cdot h^2}{6} \quad [85]$$

Nel caso infine di modello rigido – plastico, in cui la semplificazione del legame costitutivo è ancora maggiore (stress – block) viene individuato, ovviamente, un unico valore di riferimento della resistenza costante f_{Ftu} per l'intero tratto di risposta del materiale:

$$f_{Ftu} = \frac{f_{eq2}}{3} \quad [86]$$

Questa equazione, ricavata con riferimento allo SLU, assume chiaramente un diagramma di stress costante sulla sezione. Il valore del corrispondente momento ultimo è ricavato direttamente come:

$$M_u = \frac{f_{eq2} \cdot b \cdot h^2}{6} = \frac{f_{tu} \cdot b \cdot h^2}{2} \quad [87]$$

I valori da adottare, f_{eq1k} ed f_{eq2k} nel caso di provino intagliato, secondo lo standard UNI 11039, sono valutati rispettivamente nell'intervallo $0 \leq w \leq 0.6$ mm e $0.6 \leq w \leq 3.0$ mm, pertanto si assume:

$$\begin{aligned} f_{eq1k} &= f_{eq(0-0.6)k} \\ f_{eq2k} &= f_{eq(0.6-3.0)k} \end{aligned} \quad [88]$$

pertanto tali resistenze sono quelle relative all'apertura di fessura $w_{i1} = 0.3$ mm e $w_{i2} = 1.8$ mm.

Nel caso di utilizzo di provino strutturale non intagliato (che risulta vantaggioso per portare in conto la direzione del getto, la reale miscelazione dell'impasto oppure per meglio valutare fenomeni di tipo incrudente) le resistenze equivalenti f_{eq1k} ed f_{eq2k} sono valutati nell'intervallo $3w_i \leq w \leq 5w_i$ e $0.8w_u \leq w \leq 1.2w_u$, dove w_i rappresenta l'apertura di fessura corrispondente all'applicazione del carico massimo nell'intervallo $0 \leq w \leq 0.1$ mm.

Si ha quindi:

$$\begin{aligned} f_{eq1k} &= f_{1tFk} \\ f_{eq2k} &= f_{FtFk} \end{aligned} \quad [89]$$

nelle quali le resistenze dedotte corrispondono ad aperture di fessure $w_{i1} = 4 w_i$ e $w_{i2} = w_u$.

Il valore della resistenza a trazione f_{Ft} , come mostrato in Figura 56, viene calcolato sulla base del valore sperimentale di prima fessurazione $f_{ct,exp}$ misurato sperimentalmente.

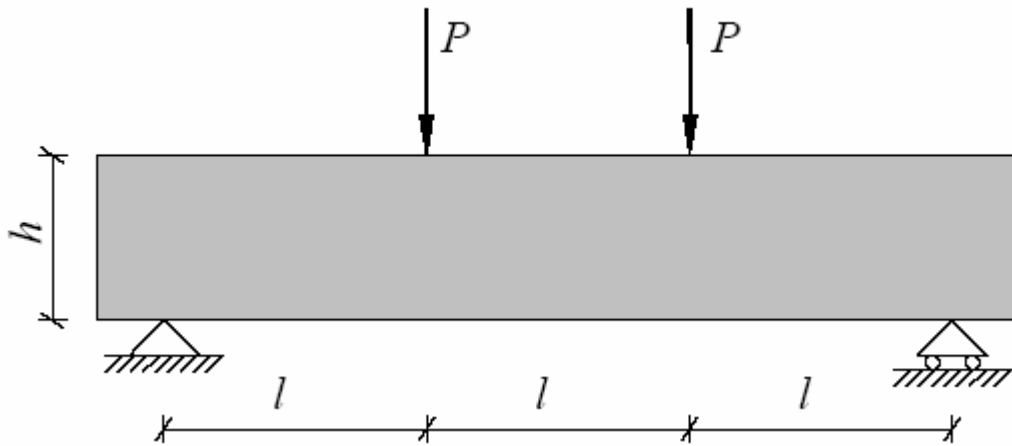


Figura 56 – Prova a flessione su provino strutturale

Si ottiene quindi la resistenza cercata come:

$$f_{Ft} = \frac{f_{ct,exp}}{\beta(h)} \quad [90]$$

$$\beta(h) = \frac{25 + 2 \cdot h^{0.7}}{2 \cdot h^{0.7}}$$

Ancora una volta si possono ottenere agevolmente diagrammi semplificati di tipo elasto – degradante o rigido – plastici che, come già premesso, considerano la capacità residua post – picco manifestata dal materiale.

La scelta di ottenere un diagramma in termini di tensione nominale – apertura di fessura ($\sigma - w$) oppure tensione nominale – deformazione ($\sigma - \epsilon$) risulta perfettamente duale in quanto, a parità di tensione nominale, è possibile nuovamente passare alla deformazione equivalente attraverso la [84] ovvero dividendo il valore di apertura di fessura monitorato mediante la determinazione della lunghezza caratteristica l_{cs} .

Il valore della lunghezza caratteristica, secondo le indicazioni CNR, è determinato come:

$$l_{cs} = \min(s_{rm}, y) \quad [91]$$

nella quale

$$s_{rm} = \xi \cdot (50 + 0.25 \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot \frac{\phi}{\rho})$$

- y è la distanza dell'asse neutro dal bordo teso della sezione in fase elastica trascurando il contributo a trazione del fibro - rinforzato
- k₁ è un coefficiente pari ad 0.8 per barre ad aderenza migliorata ed 1.6 per barre lisce
- k₂ è un coefficiente pari a 0.5 per flessione semplice o composta in cui y ≤ h e pari ad 1.0 per flessione semplice o composta in cui y > h
- ρ è il rapporto geometrico tra l'area dell'armatura e la parte tesa della sezione individuata dalla distanza y
- Ø è il diametro medio (su media pesata) delle barre d'armatura
- ξ è un coefficiente pari ad 1.0 se l_f/d_f < 50, pari a 50l_f/d_f se 50 ≤ l_f/d_f ≤ 100, pari a 0.5 se l_f/d_f > 100
- d_f è il diametro delle fibre
- l_f è la lunghezza delle fibre

Se l'elemento risulta privo di armatura, nel caso di asse neutro che taglia la sezione (tenso e pressoflessione) il valore di s_{rm} è assunta pari all'altezza della sezione.

4.3 Esempi applicativi

L'applicazione diretta dei concetti enunciati, coadiuvata da una campagna di indagini sperimentali su provini sottoposti a prove di flessione, è stata condotta verificando direttamente la possibilità di utilizzare i legami costitutivi identificati secondo quanto disposto dal **CNR – DT 204/2006**.

Le prove eseguite, di tipo *flessione a tre punti*, sono state condotte su provini non intagliati di dimensioni compatibili con le specifiche della norma.

Come infatti riportato in Figura 107, sono stati adottati dei provini di forma prismatica di dimensioni pari a 0.1x0.1x0.4 metri, sollecitati attraverso uno schema statico di semplice appoggio su una luce teorica pari a 0.35 metri.

Il comportamento globale è stato monitorato attraverso l'installazione di n. 3 estensimetri (strain gages) operanti su una base di misura di 0.1 metri e di n. 1 trasduttore induttivo di spostamento con palpatore a molla avente corsa nominale di 0.02 metri, secondo i canali di acquisizione riportati nella Tabella 26.

E' stata ovviamente misurata la forza applicata attraverso la cella di carico della macchina di prova dalla quale direttamente si perviene, per equilibrio, al valore del momento flettente sollecitante.

Canale di Acquisizione	Sigla Canale	Riferimento Canale
0	CH.0	Cella di Carico
1	CH.1	Trasduttore
2	CH.2	Strain Gages 1
3	CH.3	Strain Gages 2
4	CH.4	Strain Gages 3

Tabella 26 – Canali di acquisizione e strumenti di misura

La posizione degli estensimetri consente la determinazione dello spostamento medio in corrispondenza della fibra inferiore del provino che, sostanzialmente, corrisponde all'apertura della fessura misurata a tergo del picco di resistenza a trazione del materiale consentendo di ottenere un diagramma tensione nominale – apertura della fessura dal quale poter misurare la conseguente energia di frattura G_f del materiale.

Sono successivamente state applicate le considerazioni esposte nell'**Appendice A** della norma CNR.

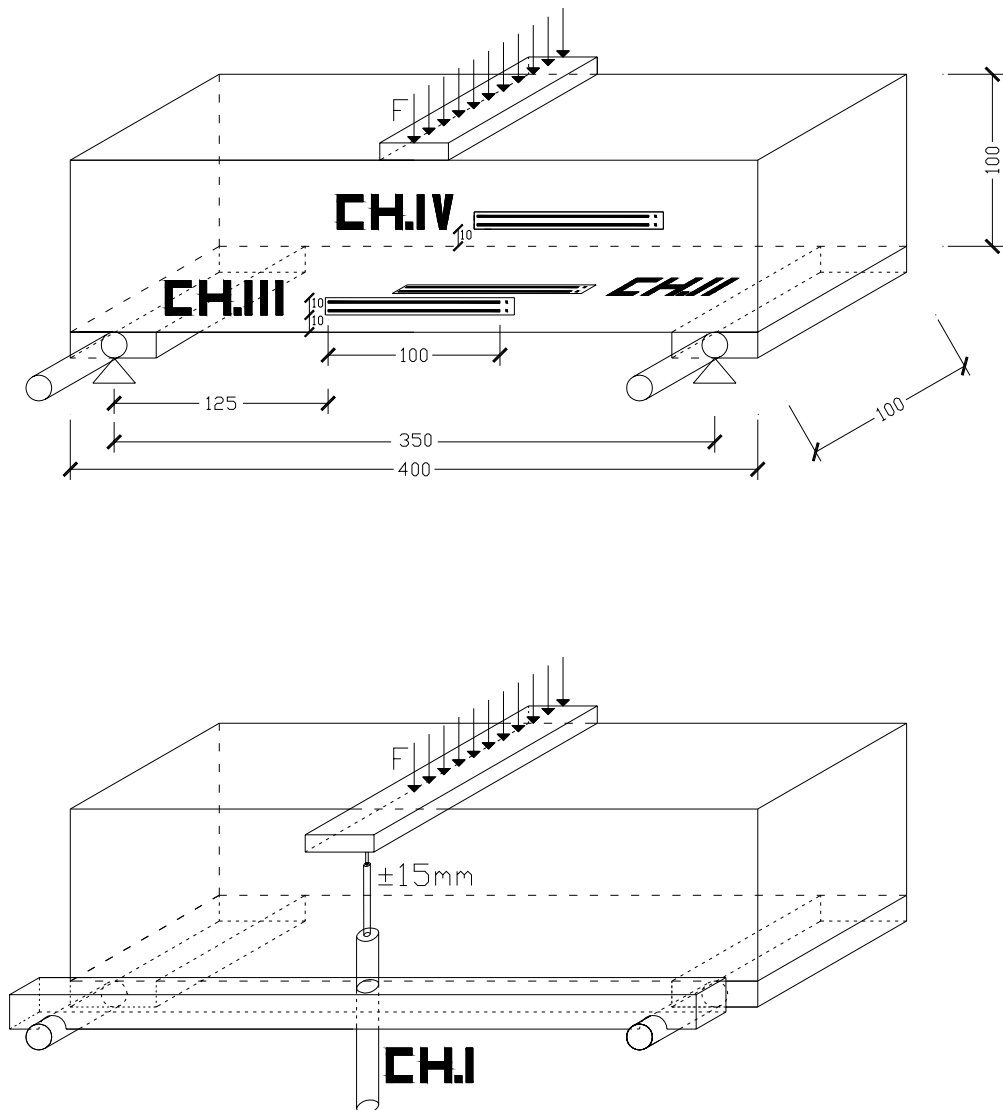


Figura 57 – Prova sperimentale di flessione a 3 punti su provino strutturale non intagliato

E' importante osservare che le disposizioni del DT 204/2006 si riferiscono a prove di flessione a quattro punti che consentono di ottenere una zona (centrale) del provino sottoposta ad una azione sollecitante costante.

Poiché il presente lavoro ha natura meramente sperimentale, si è ritenuta legittima l'approssimazione di utilizzare le disposizioni in parola nonostante il diverso schema di prova utilizzato.

Le prove meccaniche hanno interessato travi realizzate con la medesima classe di calcestruzzo (nominalmente R_{ck} 20 MPa) nelle quali è stato introdotto un rinforzo con rapporti in volume dal 2% a 4% di fibre polimeriche e di fibre metalliche.

Il riassunto delle prove eseguite è riportato in Tabella 27.

N° Provino	Tipologia Fibra	Percentuale Fibra	Nome provino
1	Polimerica	2	1P2
2	Polimerica	4	1P4
3	Metallica	2	1M2
4	Metallica	2	2M2
5	Metallica	2	3M2
6	Metallica	3	1M3

Tabella 27 – Consistenza dei provini realizzati

I risultati delle prove sperimentali hanno sostanzialmente dato luogo alla procedura di identificazione della risposta costitutiva in trazione del materiale (la risposta in compressione del fibrorinforzato come enunciato nei precedenti paragrafi coincide sostanzialmente con quella della sola matrice).

Sono successivamente stati riprodotti, utilizzando i legami costitutivi rigido – plastico ed elasto – degradante ottenuti dalla predetta identificazione, attraverso simulazioni numeriche (F.E.M.) i diagrammi ottenuti dalle prove eseguite.

Il confronto dei grafici, in termini di tensione nominale – apertura della fessura, ha determinato una sostanziale aderenza della risposta complessiva reale con la previsione numerica adottata.

PROCEDURA DI IDENTIFICAZIONE DEL LEGAME COSTITUTIVO

Al fine di definire la procedura identificativa del legame dai dati ottenuti dalle prove condotte, applicando le istruzioni del DT 204, vengono esplicitati nel dettaglio i passi di calcolo dei parametri di resistenza nel caso specifico del primo provino **1P2** che verranno poi ripetuti per i successivi elementi della campagna sperimentale di indagine.

Le caratteristiche tecniche dell’impasto e la corrispondente composizione della trave oggetto di prova meccanica sono riportate in Tabella 28.

Innanzitutto sono stati elaborati i risultati ottenuti dall’acquisizione dati durante la prova (la frequenza di acquisizione dati è stata fissata a 10 punti al secondo per tutti i provini e per tutte le prove in modo da ottenere un buon compromesso tra il volume di dati acquisiti e la precisione delle misure) ottenendo, per i tre canali di misura collegati agli strain gages, **una media dei valori dell’apertura di fessura misurata.**

Data di impasto	28/09/2005
Data di rottura	10/06/2006
Canali Funzionanti	CH0, CH.1, CH.2, CH.3, CH.4
Velocità della Traversa [mm/min.]	0.1
Frequenza di Acquisizione [punti/sec.]	10
Forza massima agente [KN]	6.75
Momento massimo [KN.cm]	59.5
Tensione massima [Kg/cm ²]	35.7
Durata Prova [min.]	28
RCK teorico [Kg/cm ²]	400
Sabbia [Kg]	3.08
Brecciolino [Kg]	4.32
Cemento 425 [Kg]	1.88
Acqua [Lt]	0.60
Accelerante [Lt]	0.16
Fibra riferita al 2% di volume [Kg]	0.07
Volume Provino [m ³]	0.04
Peso Provino [Kg]	10.11

Tabella 28 – Composizione e specifiche tecniche trave 1P2

Successivamente si è proceduto alla valutazione della tensione normale nominale agente sulla sezione fessurata noto il carico applicato (misurato attraverso la cella di carico) e lo schema statico di prova. Il valore della tensione nominale, in ottemperanza a quanto previsto dalla norma, è risultato pari a:

$$\sigma = \frac{M}{W} = \frac{F \cdot l}{4 \cdot (b \cdot h^2) / 6} \quad [92]$$

nella quale $b = h = 0.1$ metri, F è il valore misurato dalla cella ed l è stata assunta pari a 0.35 metri (luce di calcolo del provino).

In tale ottica, i valori medi delle letture ed il grafico ad esse relativo sono riportate in Figura 58.

Sono successivamente state seguite le indicazioni del DT 204 ed è stato identificato il legame costitutivo a trazione di progetto.

Innanzitutto, come evidente dalla Figura 58, la prova sperimentale e le relative letture si sono arrestate ad uno spostamento medio pari a 0.3 mm, evidenziando un comportamento caratteristico del materiale di tipo degradante con resistenza residua.

Poiché lo spostamento ultimo di prova secondo l'allegato A della norma CNR deve essere pari a 3 mm, è stata considerata estesa, fino al predetto valore di spostamento, la resistenza residua registrata, con valore costate della tensione nominale.

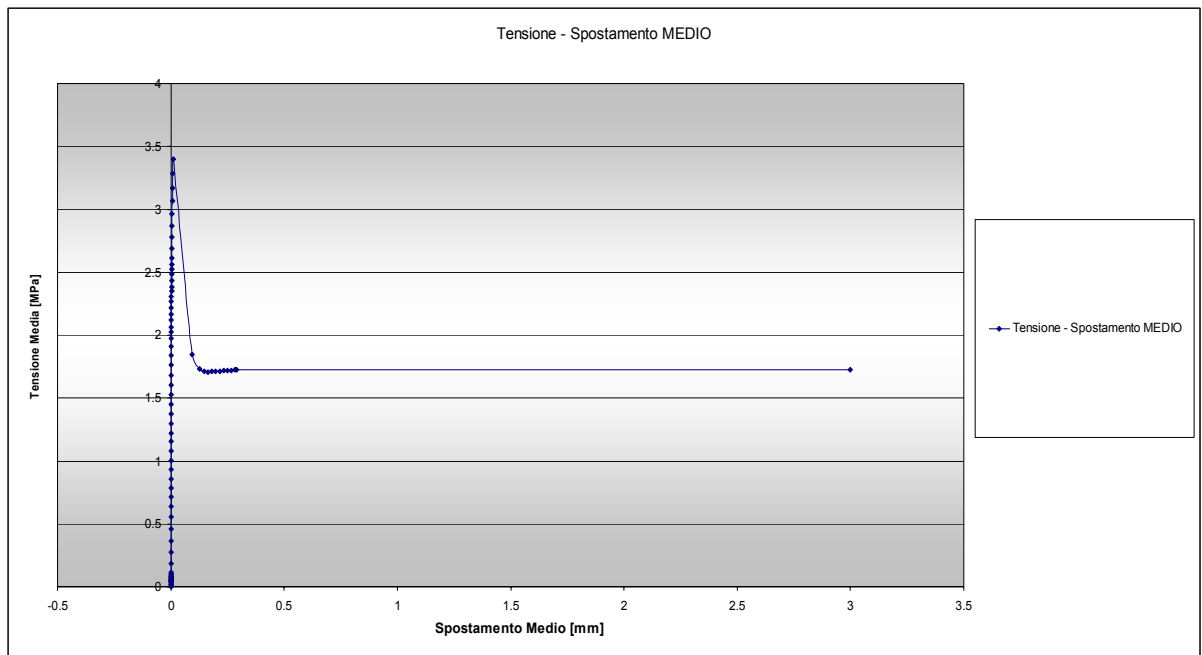


Figura 58 – Prova sperimentale di flessione a 3 punti – provino 1P2

Dal grafico in questione sono stati identificati i valori caratteristici corrispondenti agli intervalli indicati, mediando i valori di tensione nominale.

Sono quindi stati ricavati i due legami semplificati (Figura 59) di tipo rigido – plastico con resistenza costante e di tipo elasto – degradante, valutando anche la relativa energia di frattura.

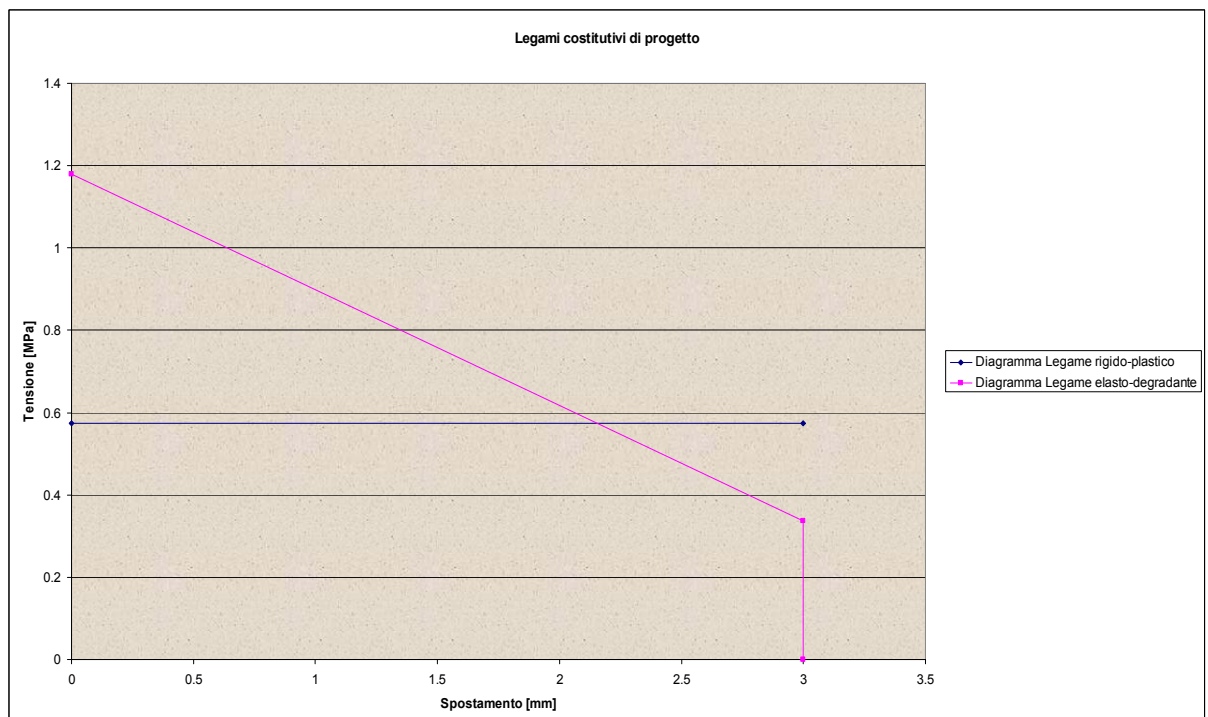


Figura 59 – Legami costitutivi a trazione semplificati secondo DT 204 – provino 1P2

La predetta energia, che rappresenta come precedentemente indicato un parametro significativo del comportamento a trazione dei conglomerati cementizi, è stata dedotta valutando l'area sottesa dalla curva del legame costitutivo in termini di tensione nominale – apertura di fessura.

Detto valore, nel caso in esame, è risultato pari a $G_f = 0.001724$ MN/m nel caso di modello rigido – plastico e pari a $G_f = 0.0001671$ nel caso di modello elasto – degradante.

A tergo dell'analisi svolta, al fine di confermare il comportamento del materiale, è stata riprodotta numericamente la prova eseguita, attraverso un modello di calcolo agli elementi finiti (Figura 60).

Sono pertanto stati inseriti i valori caratteristici **nominali** del materiale (sia elastici che elasto – plastici in compressione, in funzione della resistenza caratteristica attesa) mentre, relativamente alla resistenza a trazione, sono stati adottati i legami precedentemente ricavati.

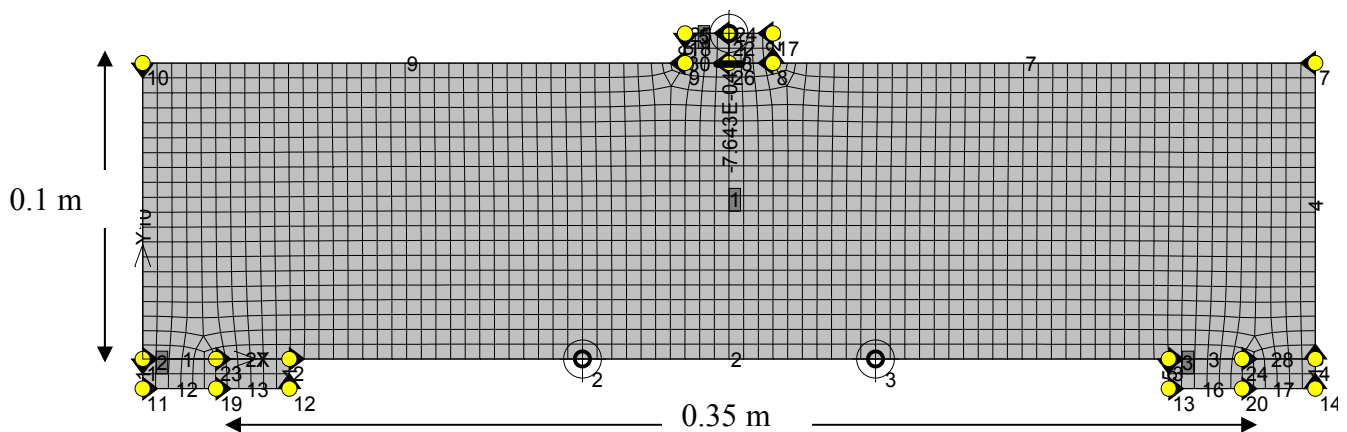


Figura 60 – Simulazione numerica prova di flessione a 3 punti – provino 1P2

I dati inseriti nel modello infatti richiedono, in funzione dell'andamento lineare o costante del legame (fissato nel modello F.E.M.), di inserire il valore di G_f ed il valore della resistenza di picco a trazione R_t . Dai predetti valori è infatti determinato in maniera univoca l'intero andamento corrispondente.

Dalla Figura 61 è possibile osservare il confronto tra le risposte numeriche e quella sperimentale, risposte numeriche ottenute dai due tipi di legami considerati, nonché i parametri identificativi degli spostamenti e tensioni caratteristiche adottati nell'identificazione dei legami.

Poiché l'arco di confronto, in termini di spostamenti, è contenuto nel solo intervallo 0 – 0,3 mm, non è possibile valutare la diversa risposta in termini di energia di frattura dai due modelli analizzati.

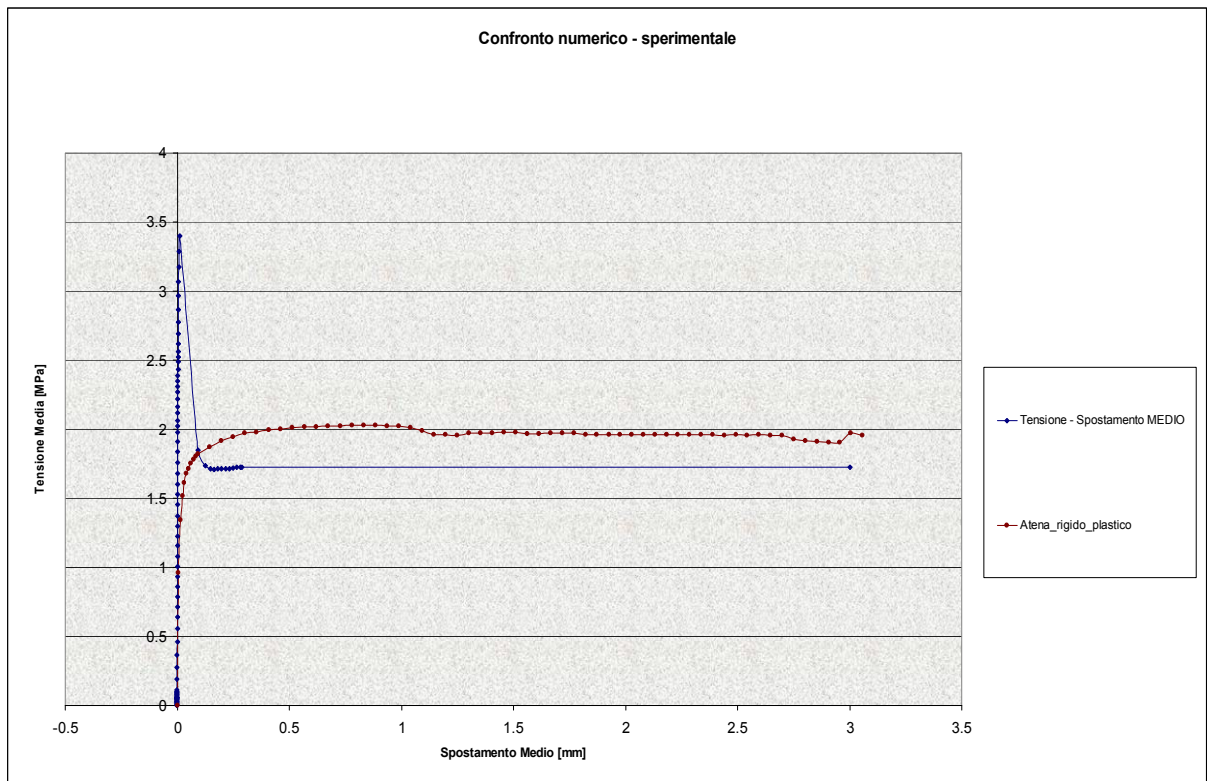


Figura 61 – Confronto numerico – sperimentale – provino 1P2

Si ottiene tuttavia una buona rispondenza in termini di resistenza di calcolo adottata e di resistenza residua del materiale; il modello F.E.M. è pertanto in grado di riprodurre i risultati globali della prova sperimentale.

Si precisa nuovamente che nel grafico in questione **lo spostamento presente sull'asse delle ascisse risulta quello medio orizzontale** (apertura delle fessure interne alla zona monitorata dagli strai gages, posizionati come premesso in Figura 57) mentre sull'ordinata è riportata la tensione nominale dedotta dalla misura del carico applicato.

Si evidenzia ancora che, dal grafico indicato in Figura 61, così come per i successivi confronti, avendo adottato un legame semplificato di tipo rigido – plastico (che consente una buona approssimazione con il modello F.E.M.) **non è possibile riprodurre numericamente il picco di resistenza ottenuto nella prova sperimentale, mentre il confronto relativo alla risposta globale è ottenibile solo in termini di tensione nominale residua.**

4.4 Indagine numerica e confronti

Come evidenziato precedentemente si è condotta una campagna di indagine parametrica reiterando il procedimento esposto nel caso di travi costituite da diverse concentrazioni e tipologie di rinforzo fibroso (Tabella 27).

In tutti i casi è stata riprodotta la prova sperimentale adottando i legami costitutivi a trazione di progetto determinati secondo le disposizioni del documento CNR DT 204/2006 attraverso modelli numerici.

Nell'ottica di indagine in parola sono stati determinati i relativi confronti come di seguito proposto.

PROVINO 1P4

Data di impasto	03/10/2005
Data di rottura	11/09/2006
Canali funzionanti	CH0, CH.1, CH.2, CH.3, CH.4
Velocità della Traversa [mm/min.]	0,1
Frequenza di Acquisizione [punti/sec.]	5
Forza massima agente [KN]	6.95
Momento massimo [KN.cm]	60.1
Tensione massima [Kg/cm ²]	36.4
Durata Prova [min.]	35
RCK teorico [Kg/cm ²]	200
Sabbia [Kg]	3.08
Brecciolino [Kg]	4.32
Cemento 425 [Kg]	1.88
Acqua [Lt]	0.60
Accelerante [Lt]	0.70
Fibra riferita al 2% di volume [Kg]	0.14
Volume Provino [m ³]	0.04
Peso Provino [Kg]	10.18

Tabella 29 – Composizione e specifiche tecniche trave 1P4

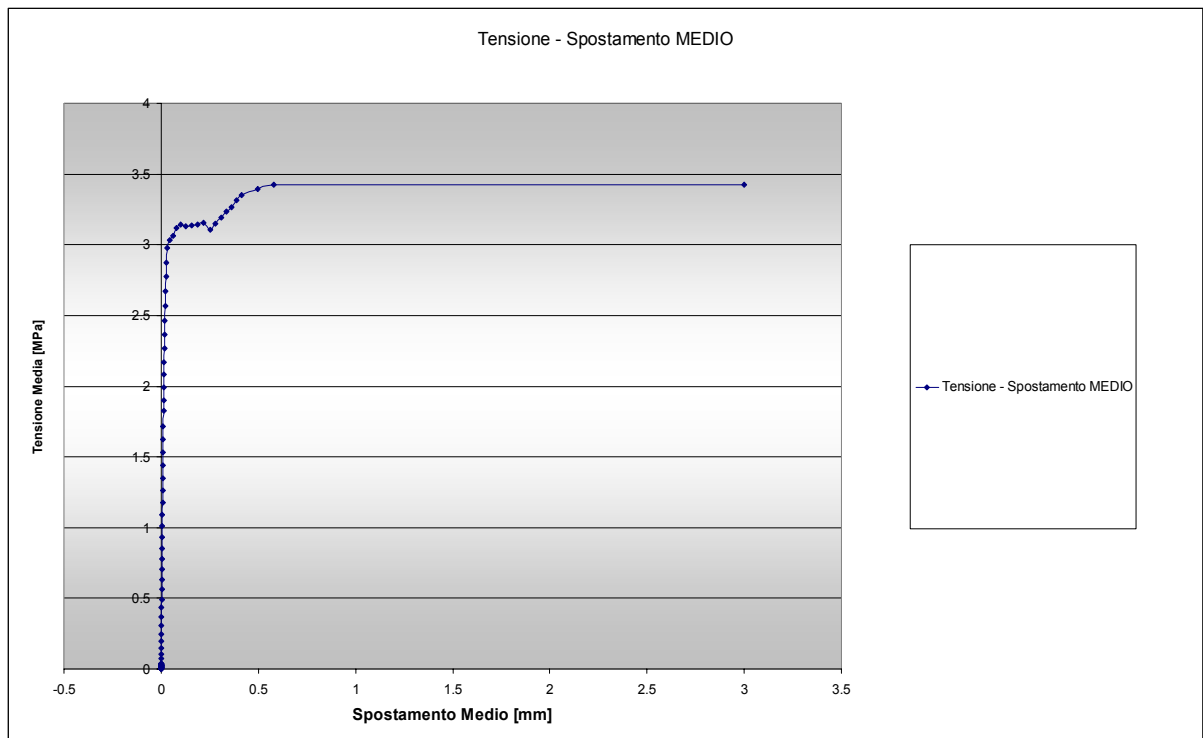


Figura 62 – Prova sperimentale di flessione a 3 punti – provino 1P4

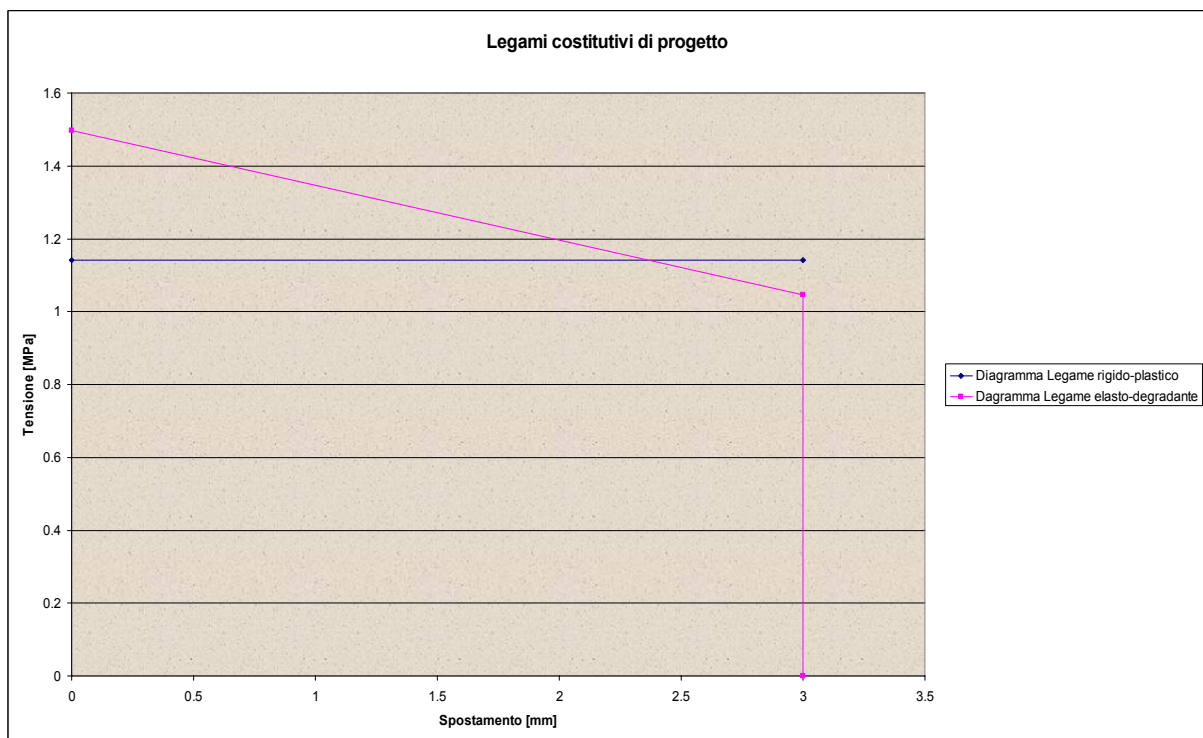


Figura 63 – Legami costitutivi a trazione semplificati secondo DT 204 – provino 1P4

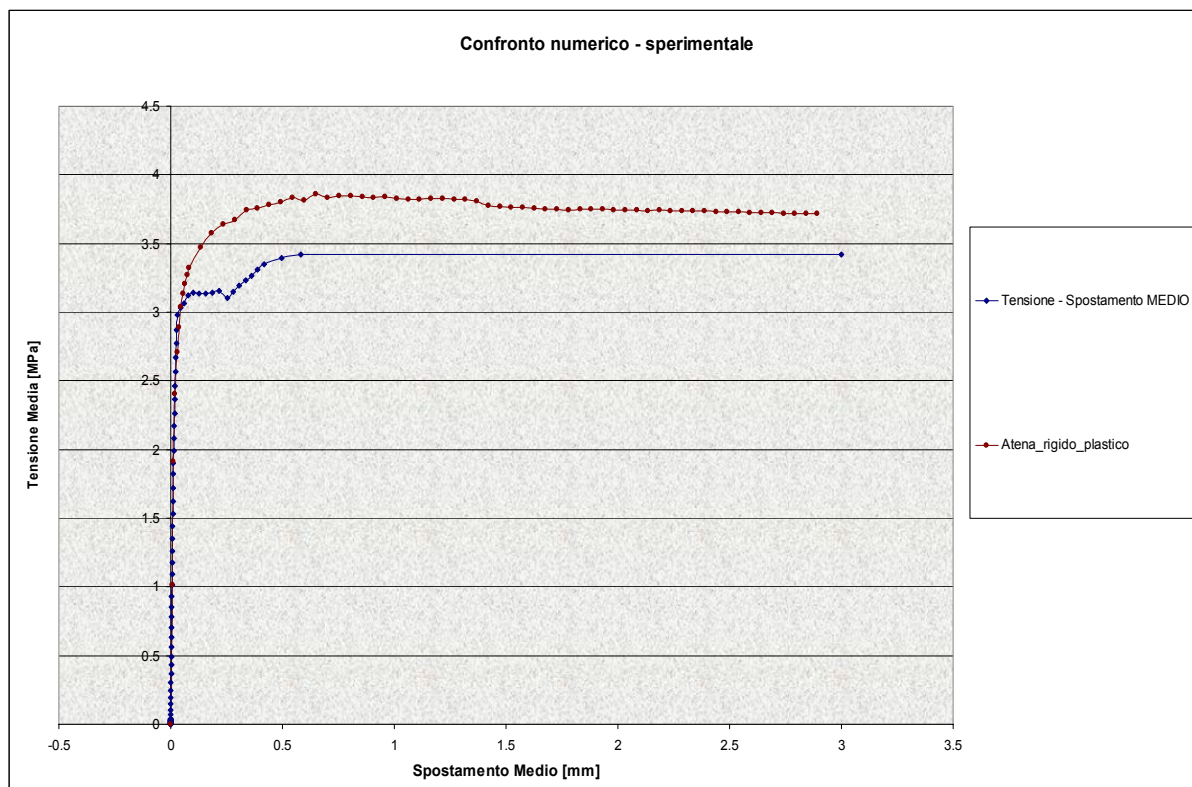


Figura 64 – Confronto numerico – sperimentale – provino 1P4

PROVINO 1M2

Data di impasto	23/02/2006
Data di rottura	18/09/2006
Canali Funzionanti	CH0, CH.1, CH.2, CH.3
Velocità della Traversa [mm/min.]	0,1
Frequenza di Acquisizione [punti/sec.]	5
Forza massima agente [KN]	6.56
Momento massimo [KN.cm]	57.4
Tensione massima [Kg/cm ²]	34,4
Durata Prova [min.]	26
RCK teorico [Kg/cm ²]	200
Sabbia [Kg]	3.08
Brecciolino [Kg]	4.32
Cemento 425 [Kg]	1.88
Acqua [Lt]	0.60
Accelerante [Lt]	0.16
Fibra riferita al 2% di volume [Kg]	0.62
Volume Provino [m ³]	0.04
Peso Provino [Kg]	10.66

Tabella 30 – Composizione e specifiche tecniche trave 1M2

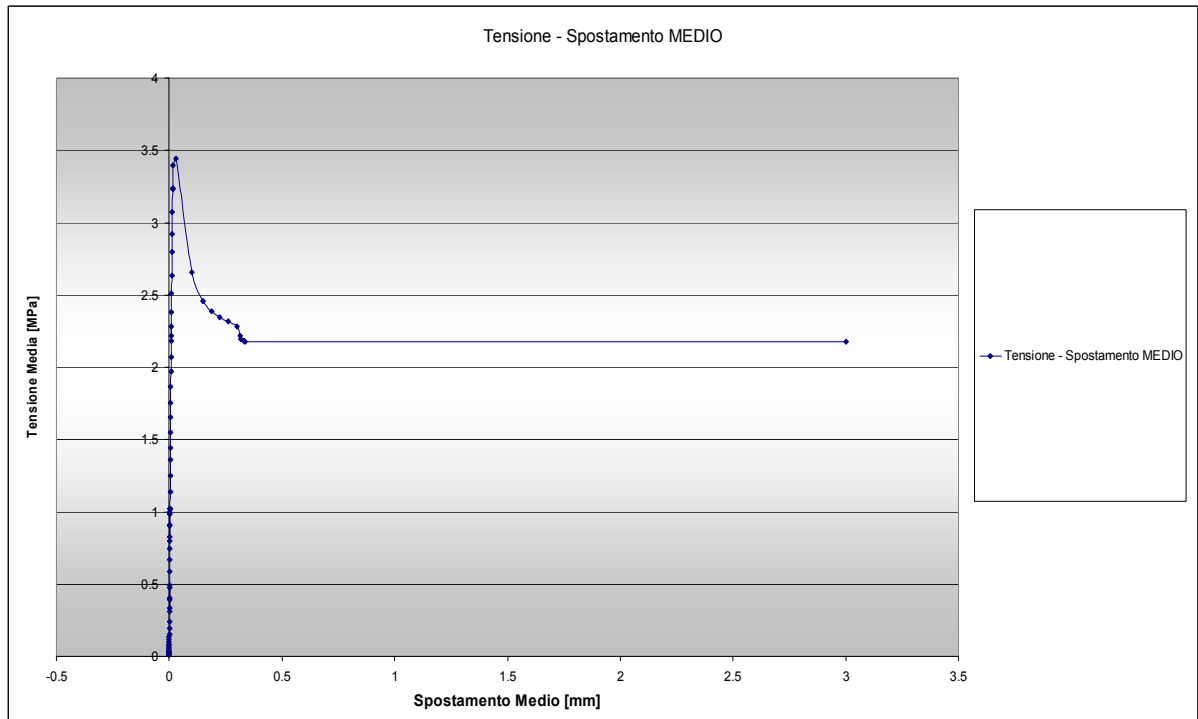


Figura 65 – Prova sperimentale di flessione a 3 punti – provino 1M2

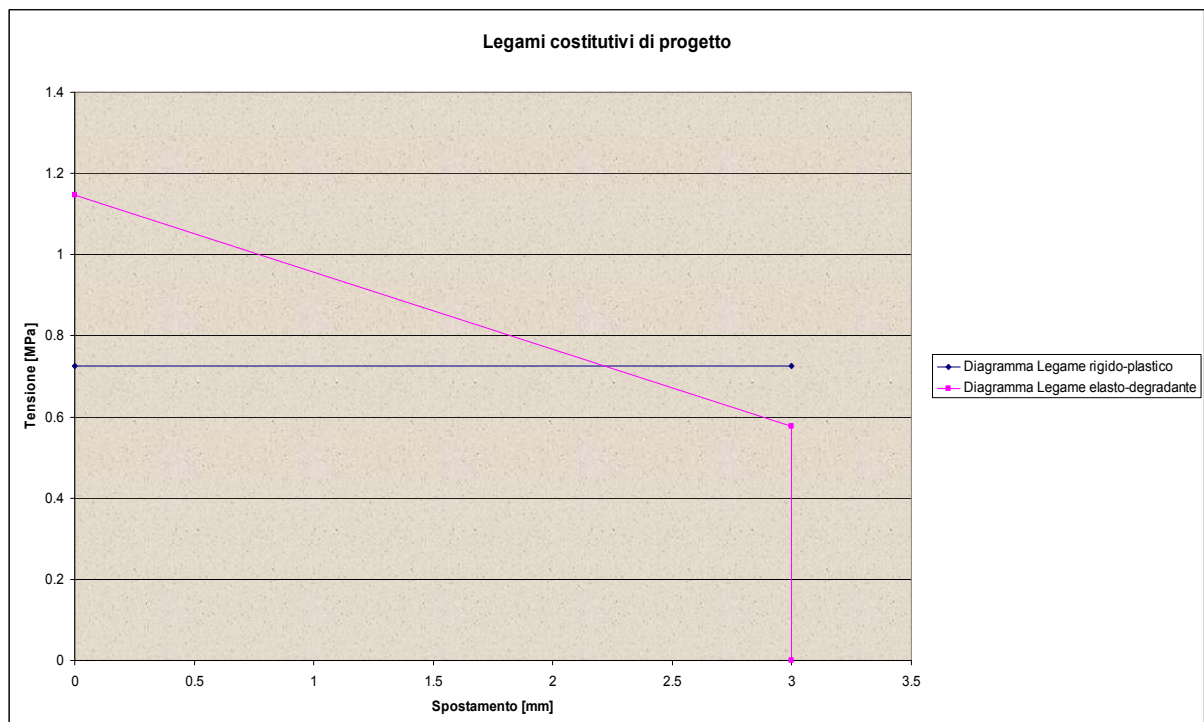


Figura 66 – Legami costitutivi a trazione semplificati secondo DT 204 – provino 1M2

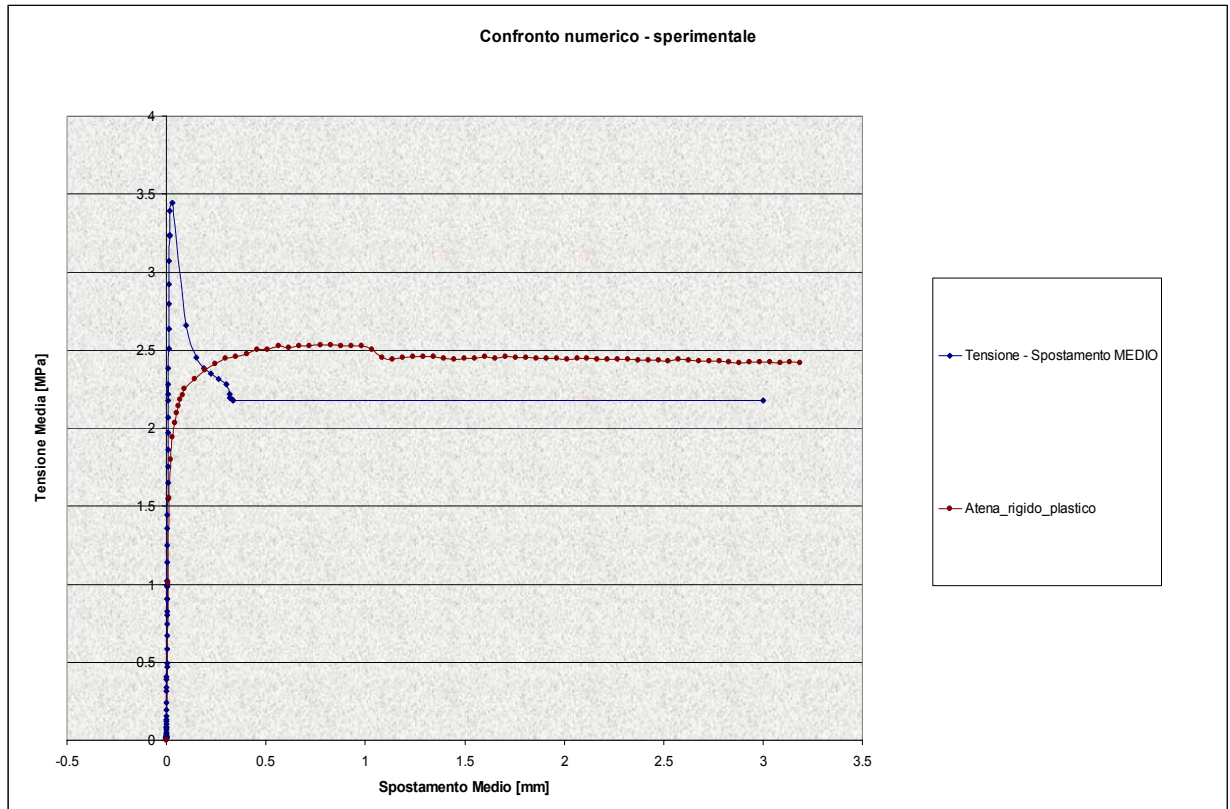


Figura 67 – Confronto numerico – sperimentale – provino 1M2

PROVINO 2M2

Data di impasto	03/02/2006
Data di rottura	16/09/2006
Canali Funzionanti	CH0, CH.1, CH.2, CH.3
Velocità della Traversa [mm/min.]	0,1
Frequenza di Acquisizione [punti/sec.]	5
Forza massima agente [KN]	7.25
Momento massimo [KN.cm]	68.9
Tensione massima [Kg/cm ²]	38.3
Durata Prova [min.]	43
RCK teorico [Kg/cm ²]	200
Sabbia [Kg]	3.08
Brecciolino [Kg]	4.32
Cemento 425 [Kg]	1.88
Acqua [Lt]	0.60
Accelerante [Lt]	0.16
Fibra riferita al 2% di volume [Kg]	0,62
Volume Provino [m ³]	0.04
Peso Provino [Kg]	10.66

Tabella 31 – Composizione e specifiche tecniche trave 2M2

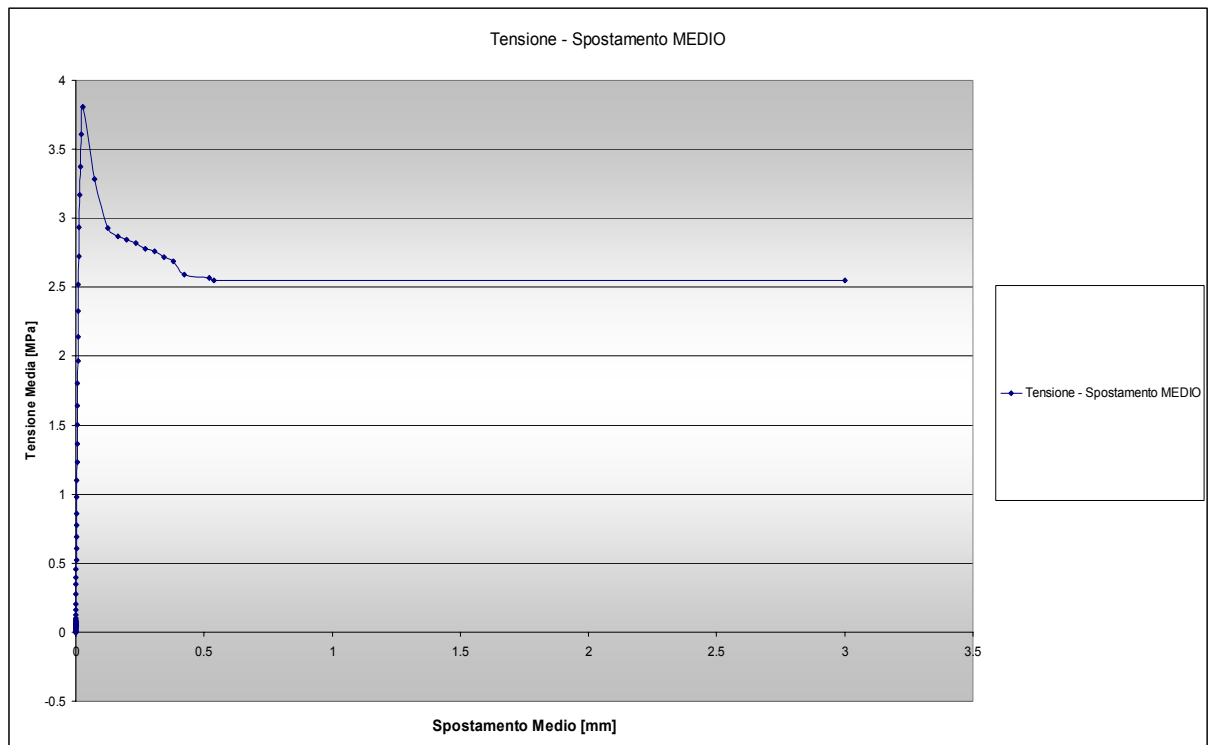


Figura 68 – Prova sperimentale di flessione a 3 punti – provino 2M2

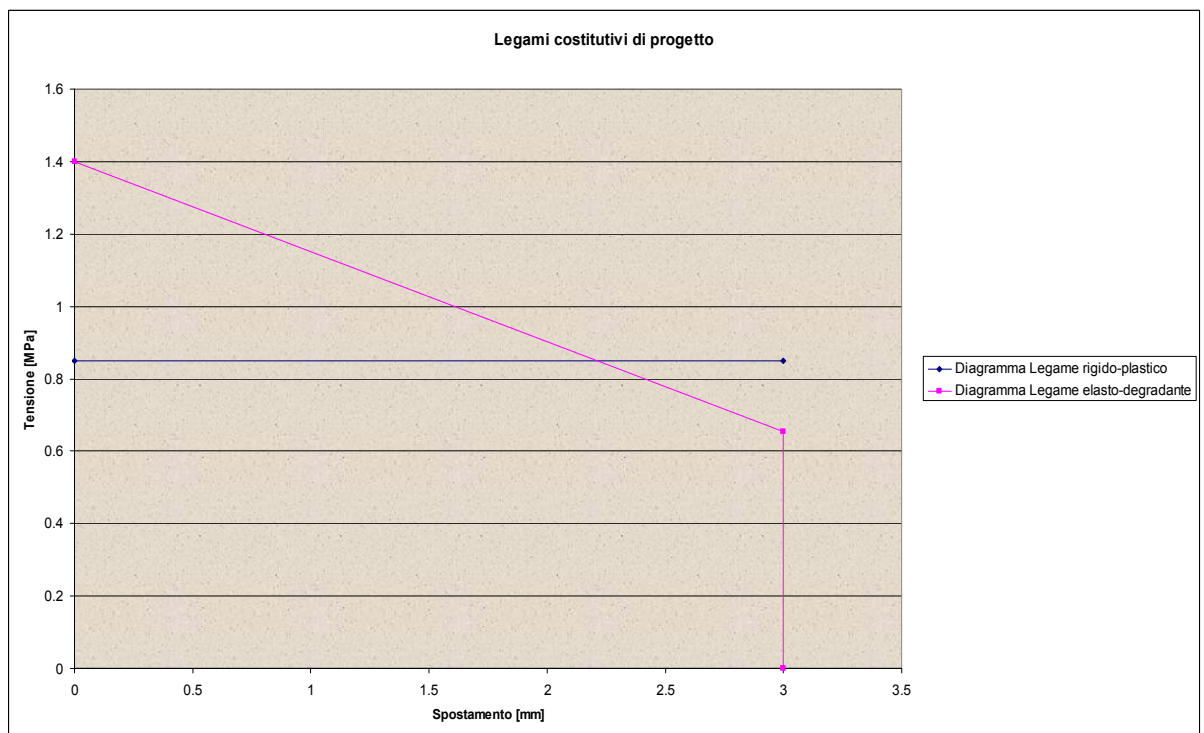


Figura 69 – Legami costitutivi a trazione semplificati secondo DT 204 – provino 2M2

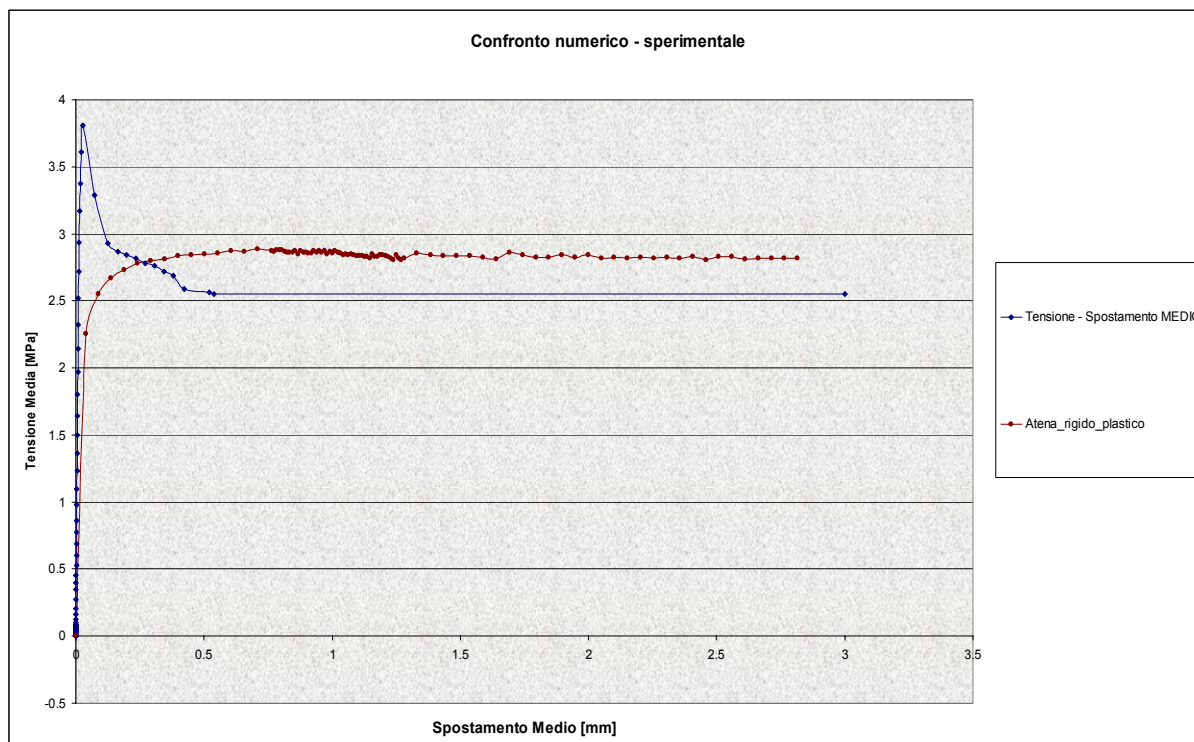


Figura 70 – Confronto numerico – sperimentale – provino 2M2

PROVINO 3M2

Data di impasto	13/02/2006
Data di rottura	18/11/2006
Canali Funzionanti	CH0,CH.2, CH.3
Velocità della Traversa [mm/min.]	0.2
Frequenza di Acquisizione [punti/sec.]	5
Forza massima agente [KN]	5.9
Momento massimo [KN.cm]	51.6
Tensione massima [Kg/cm ²]	30.9
Durata Prova [min.]	14
RCK teorico [Kg/cm ²]	200
Sabbia [Kg]	3.08
Brecciolino [Kg]	4.32
Cemento 425 [Kg]	1.88
Acqua [Lt]	0.60
Accelerante [Lt]	0.16
Fibra riferita al 2% di volume [Kg]	0.62
Volume Provino [m ³]	0.04
Peso Provino [Kg]	10.66

Tabella 32 – Composizione e specifiche tecniche trave 3M2

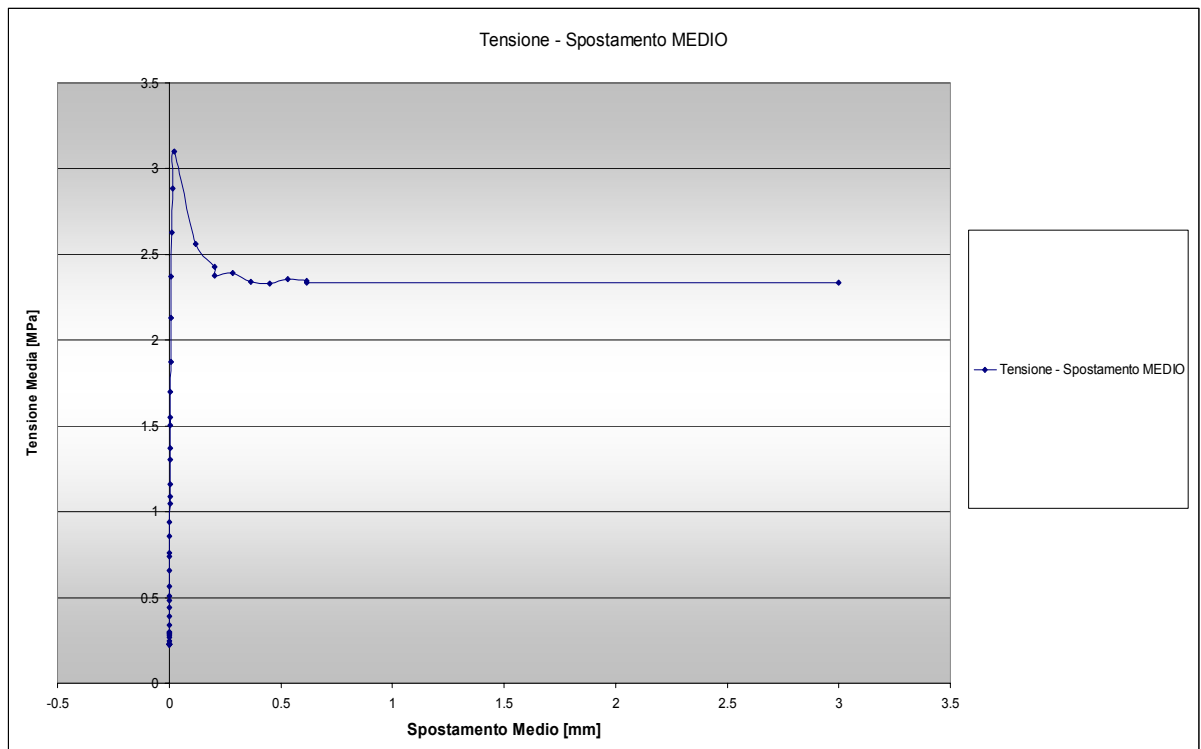


Figura 71 – Prova sperimentale di flessione a 3 punti – provino 3M2

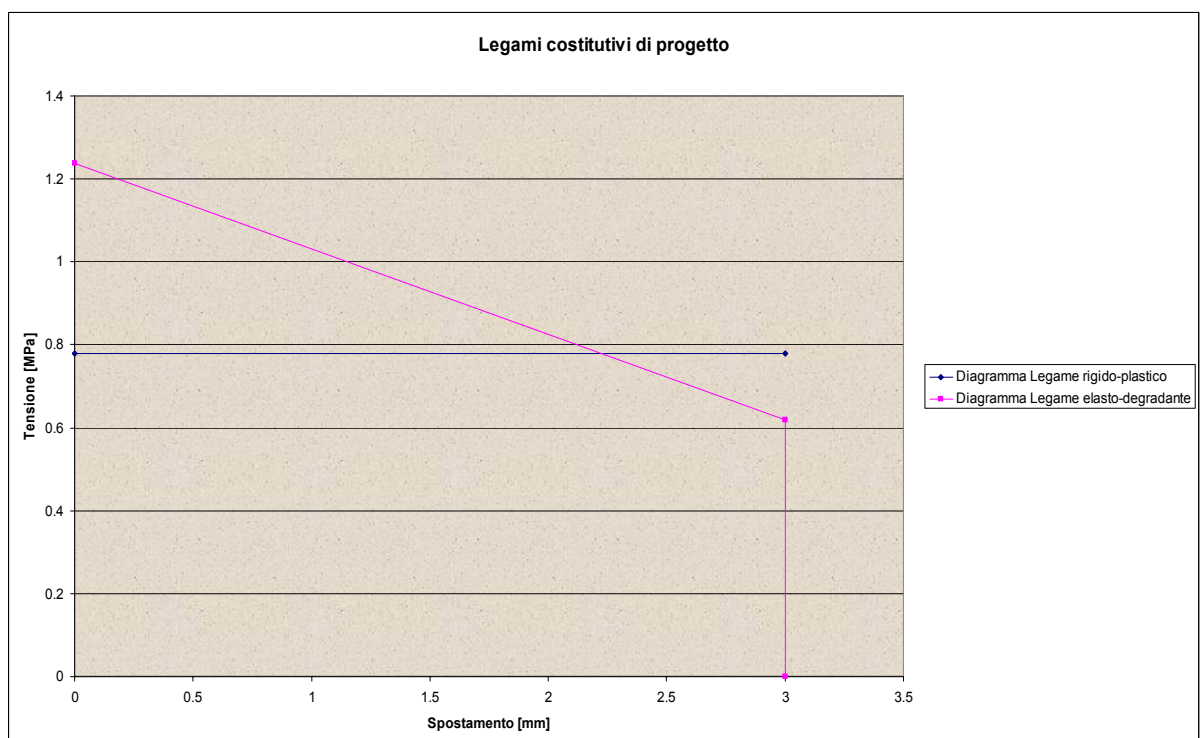


Figura 72 – Legami costitutivi a trazione semplificati secondo DT 204 – provino 3M2

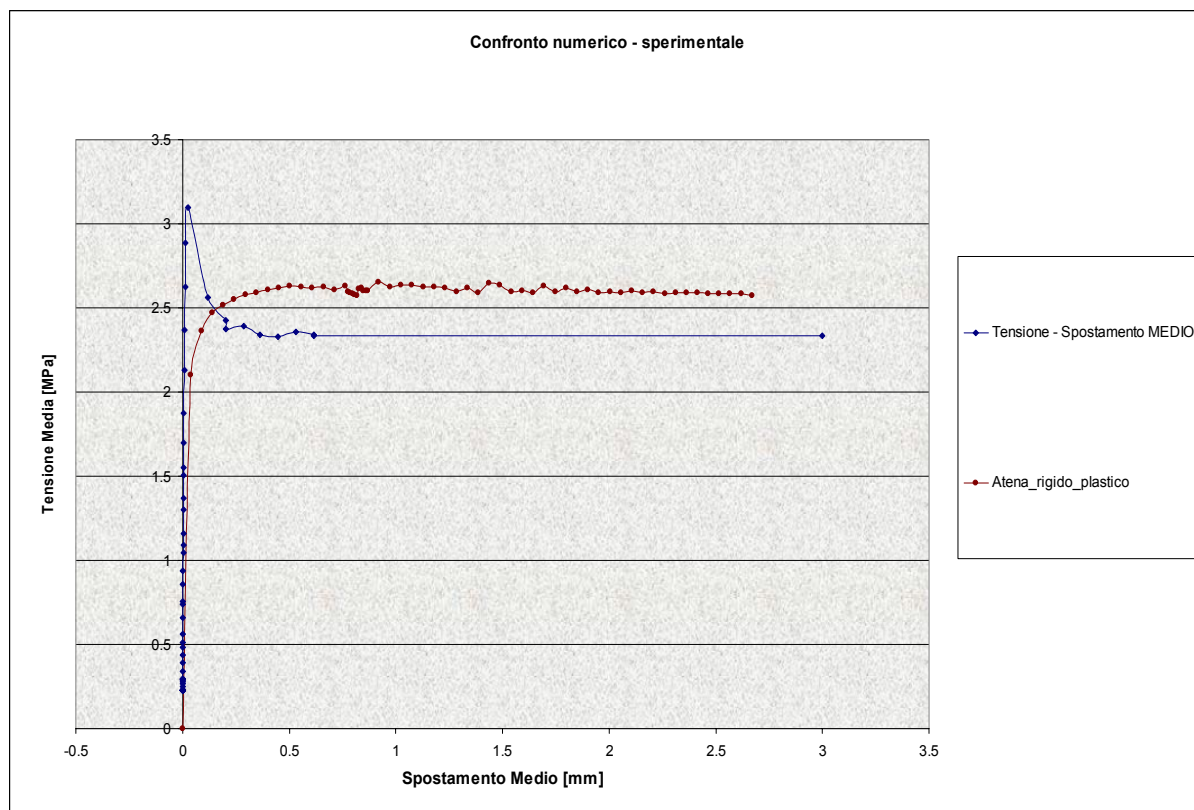


Figura 73 – Confronto numerico – sperimentale – provino 3M2

PROVINO 1M3

Data di impasto	13/02/2006
Data di rottura	18/11/2006
Canali Funzionanti	CH0, CH.3, CH.4
Velocità della Traversa [mm/min.]	0.2
Frequenza di Acquisizione [punti/sec.]	5
Forza massima agente [KN]	8.72
Momento massimo [KN.cm]	76.3
Tensione massima [Kg/cm ²]	45.7
Durata Prova [min.]	20
RCK teorico [Kg/cm ²]	200
Sabbia [Kg]	3.08
Brecciolino [Kg]	4.32
Cemento 425 [Kg]	1.88
Acqua [Lt]	0.60
Accelerante [Lt]	0.16
Fibra riferita al 3% di volume [Kg]	0.93
Volume Provino [m ³]	0.04
Peso Provino [Kg]	10.97

Tabella 33 – Composizione e specifiche tecniche trave 1M3

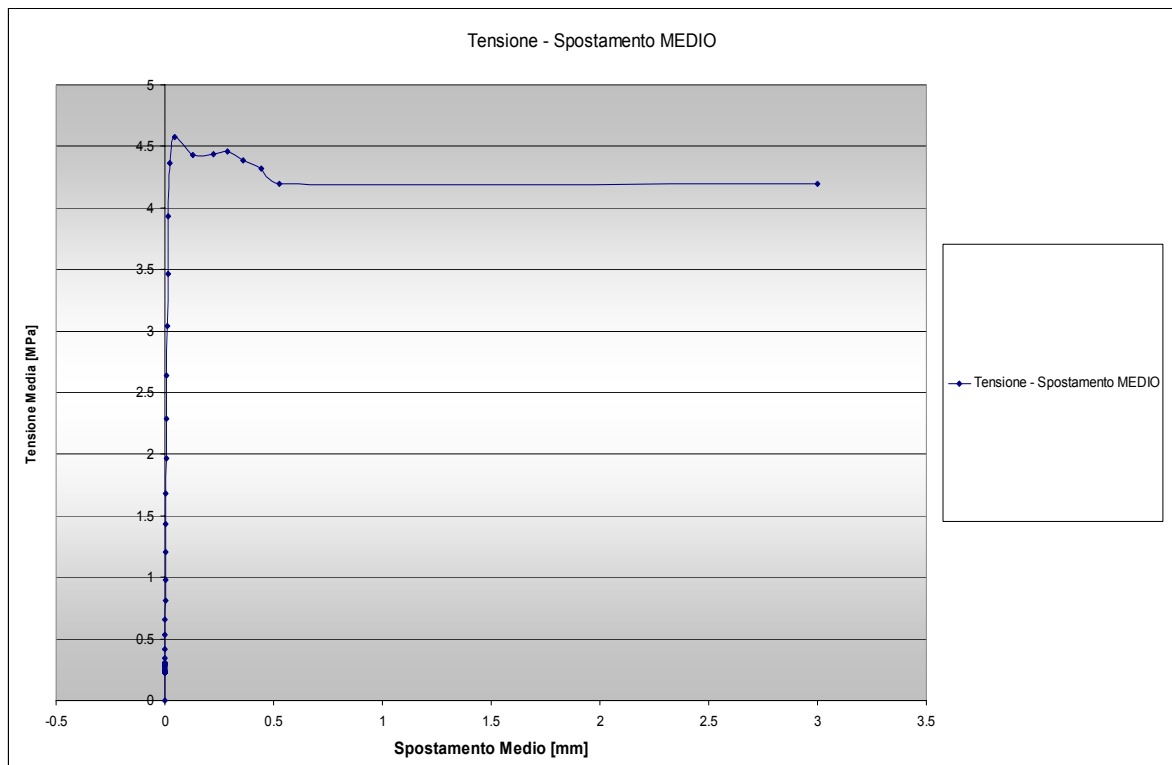


Figura 74 – Prova sperimentale di flessione a 3 punti – provino 1M3

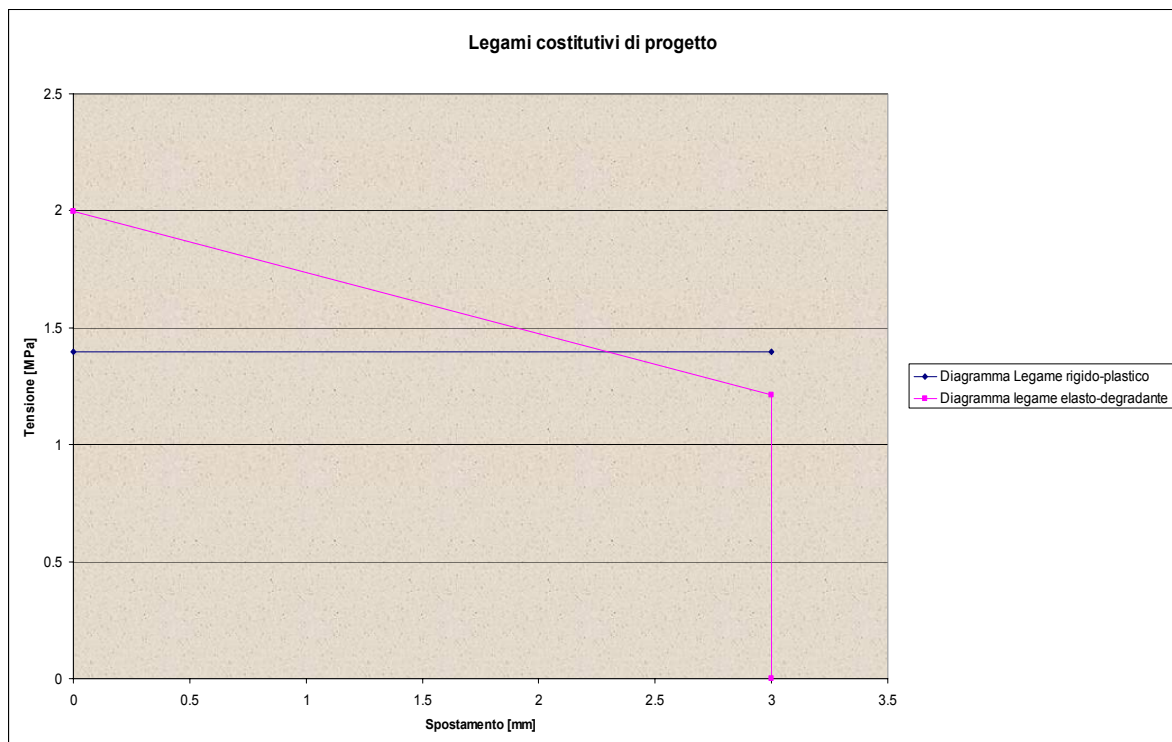


Figura 75 – Legami costitutivi a trazione semplificati secondo DT 204 – provino 1M3

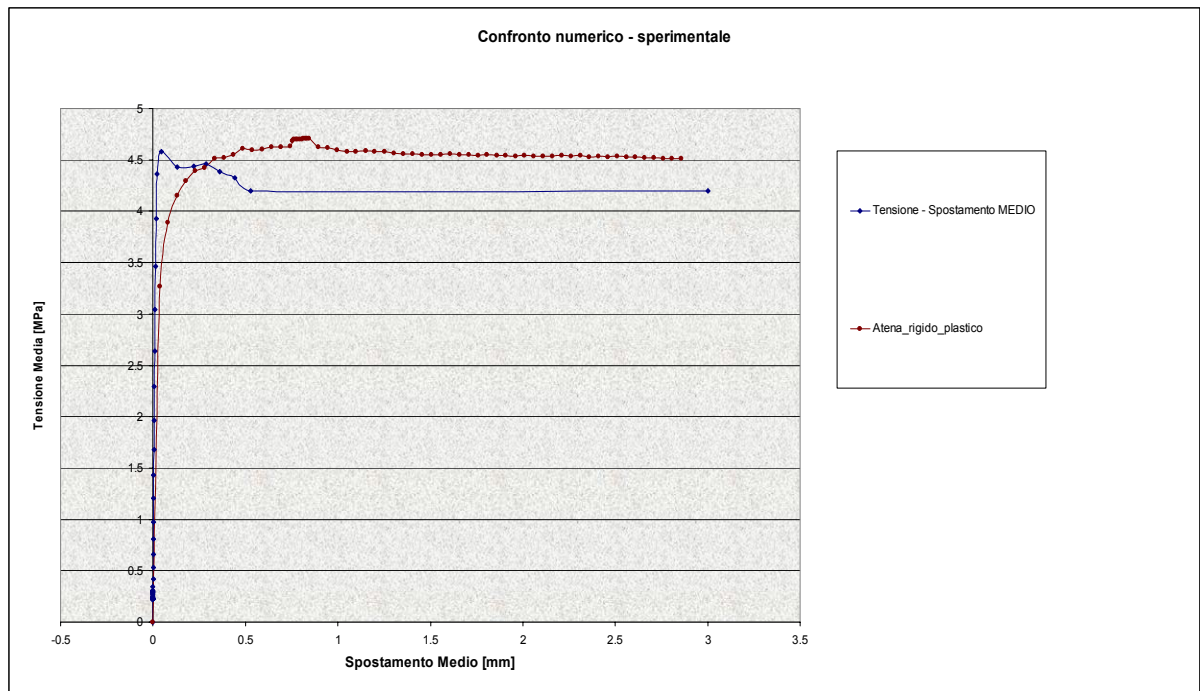


Figura 76 – Confronto numerico – sperimentale – provino 1M3

Per tutte le travi esaminate i confronti condotti **hanno evidenziato una buona rispondenza della risposta effettiva del materiale rispetto alla previsione numerica per la quale sono stati adottati i legami costitutivi di progetto.**

Tale circostanza appare evidente per tutti i provini quindi e pertanto anche per le diverse percentuali di fibre e natura delle stesse (metalliche e sintetiche).

Lievi scostamenti sono stati rilevati sui tratti elastici in seguito all'incertezza della effettiva classe del materiale (e quindi del relativo modulo elastico) in ragione dei tempi di maturazione e del confezionamento manuale dei getti e della “deriva” del sistema di acquisizione propria della tipologia e sensibilità degli strain gages adottati.

Capitolo 5

Analisi di elementi strutturali

5.1 Introduzione

Le considerazioni svolte in relazione al comportamento materiale debbono essere naturalmente estese al caso di elementi strutturali per i quali l'utilizzo del fibro – rinforzato è pensato.

Lo scopo principale dell'inserimento di elementi aggiunti (fibre) nella miscela è quello, come precedentemente evidenziato, di sopperire alle carenze dovute a caratteristiche intrinseche dei conglomerati cementizi, con particolare riferimento alla scarsa resistenza alle trazioni ed al comportamento fragile registrato nei confronti di sollecitazioni indotte su elementi portanti principali.

Il comportamento globale, riferito ai predetti elementi strutturali, è funzione della classe e resistenza del conglomerato di base e, come usualmente manifestato dalla pratica corrente, dalla percentuale e disposizione dell'armatura metallica integrativa.

L'evidenza dell'importanza del comportamento degli elementi strutturali assume interesse consuetamente rilevante, ciò tuttavia soprattutto nei confronti di azioni di progetto sempre più gravose e, maggiormente, per quei carichi che richiedono elevate dissipazioni energetiche, pena il danneggiamento e la riduzione di resistenza dei manufatti.

In particolare si è pensato di intervenire al fine di creare le condizioni affinché il comportamento complessivo del singolo elemento strutturale sia di tipo **duatile** (con capacità di deformarsi in corrispondenza di un carico di entità costante); questa condizione risulta indispensabile al fine di garantire la capacità di dissipazione necessaria a garantire l'integrità strutturale in corrispondenza di eventi sismici o, in generale, di tipo dinamico.

Infatti le caratteristiche in parola vengono attese, in elementi in calcestruzzo armato ordinario, attraverso la capacità plastica dell'acciaio dolce, opportunamente inserito nella sezione resistente. Se l'elemento risulta “debolmente armato”, ovvero la percentuale di armatura presente non supera i limiti assegnati dalla norma, il collasso dell'elemento avviene per snervamento dell'acciaio teso attraverso il quale, potendo approssimare il legame

costitutivo con una bilatera (legame elastico perfettamente plastico o elastico inelastico), si ottiene dissipazione energetica in corrispondenza di elevate deformazioni. Se la sezione viceversa risultasse eccessivamente armata il collasso dell'elemento potrebbe avvenire per schiacciamento del calcestruzzo, ben prima che l'acciaio sia stato in grado di entrare nel ramo plastico del suo legame mono – assiale.

Questo porta ad una rottura repentina ed improvvisa; non vi sono pertanto segnali evidenti dell'entrata dell'elemento all'interno di un range di carico esterno alle specifiche progettuali. L'inserimento all'interno della miscela di fibre è teso a diffondere ed omogeneizzare l'effetto ottenuto con l'inserimento di armatura metallica, non solo relativamente all'assorbimento delle trazioni, ma nell'ottica più ampia e delicata definita in precedenza.

E' evidente che per quanto emerso dallo studio in regime mono – assiale di elementi fibro – rinforzati, in ragione del tipo di fibra adottata e della quantità in volume presente, si possono ottenere elementi a comportamento duttile ed, in particolari condizioni, inelastico.

5.2 Modello analitico

E' stato analizzato il comportamento di elementi presso – inflessi in calcestruzzo fibro – rinforzati del tipo:

1. elementi con sezione rettangolare realizzati in calcestruzzo fibro – rinforzati con e senza barre metallica di armatura;
2. elementi in calcestruzzo, con o senza barre di armature rinforzati all'intradosso con uno strato di betoncino fibro – rinforzato.

Tale ultimo schema corrisponde all'utilizzo del materiale composito come rinforzo di travi in calcestruzzo armato eventualmente danneggiate.

Il modello analitico utilizzato è in grado di valutare il comportamento in termini di relazione momento – curvatura media di elementi di trave soggetti a flessione o pressoflessione.

A partire dal legame momento curvatura – media il modello determina, per elementi strutturali semplici (ad esempio prove a flessione a 4 punti) la distribuzione di deformazioni e spostamenti.

Per quanto riguarda i materiali e cioè calcestruzzo, barre di acciaio e calcestruzzo fibro – rinforzati, il modello può tenere conto di un generico legame costitutivo tensione – deformazione.

Si illustrano le ipotesi alla base del modello ed i legami costitutivi adottati negli esempi.

La formulazione dettagliata è riportata in (Rinaldi, 1997 e Rinaldi, 2006).

1. Calcestruzzo ordinario

Il legame mono – assiale assunto prevede che il materiale sia in grado di resistere a sforzi di compressione e di trazione; tuttavia mentre la risposta alla trazione è di tipo lineare fino a rottura (comportamento elasto – fragile rappresentato attraverso il solo modulo elastico E_{ct}) il comportamento a compressione si caratterizza attraverso una risposta di tipo classicamente non – lineare che si può suddividere in n. 3 tratti distinti la cui ampiezza è direttamente correlata alla classe caratteristica del conglomerato (R_{ck}) includendo la possibilità di adottare calcestruzzi usuali (NC) oppure calcestruzzi ad alte prestazioni (HC), questi ultimi aventi resistenze sensibilmente più elevate.

Il legame $\sigma(\varepsilon)$ prevede che:

- il primo tratto sia di tipo parabolico, delimitato superiormente dalla quantità ε_{0c} che rappresenta un dato del problema (normalmente detta deformazione è assunta pari al

2‰) e dipendente, nella massima compressione assorbibile, dal valore imposto di R_{ck} ;

$$\sigma_c(\varepsilon) = f_c \cdot \left[2 \cdot \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{0c}} - \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{0c}} \right)^2 \right] \text{ se } \varepsilon \leq \varepsilon_{0c} \quad [93]$$

- il secondo tratto sia di tipo lineare “degradante”, caratteristico dei materiali di tipo fragile, la cui ampiezza è definita dalla quantità ε_{20c} che risulta direttamente correlata alle grandezze ε_{50u} ed ε_{50h} che portano in conto, oltre alla resistenza caratteristica del conglomerato, la dimensione del nucleo di calcestruzzo confinato dalle staffe.

$$\rho_s := \frac{n_{staffe} \cdot A_{staffe} \cdot \text{perimetro}}{(b - 2 \cdot \delta) \cdot (h - 2 \cdot \delta) \cdot 100} \quad \text{rapp} := \frac{(b - 2 \cdot \delta)}{\text{passo}} \quad [94]$$

$$\varepsilon_{50h} := \frac{3}{4} \cdot \rho_s \cdot \sqrt{\text{rapp}} \quad [95]$$

$$\varepsilon_{50u} := \frac{3 + 0.29 \cdot f_{cMPa}}{145 \cdot f_{cMPa} - 1000} \quad [96]$$

$$Z := \frac{0.5}{\varepsilon_{50u} + \varepsilon_{50h} - 0.002} \quad [97]$$

Si ha quindi, quale legame del tratto in questione:

$$\sigma_c(\varepsilon) = f_c \cdot [1 - Z \cdot (\varepsilon - \varepsilon_{0c})] \quad [98]$$

- l’ultimo tratto del legame presenta una rigidezza costante, assimilabile ad una resistenza residua “a rottura avvenuta”, rappresentativa di una situazione ultima nella quale il materiale si configura. Detto valore è convenzionalmente assunto pari a:

$$f_{3c} := 0.2 \cdot f_c \quad [99]$$

Quanto evidenziato dà luogo ad un legame complessivo (ad esempio per un calcestruzzo NC di classe 25 MPa) del tipo riportato in Figura 77.

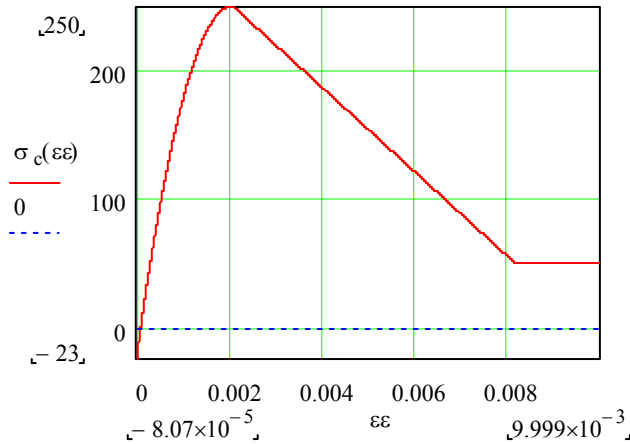


Figura 77 – Diagramma $\sigma - \varepsilon$ per calcestruzzo ordinario

2. Acciaio

L'acciaio è rappresentato, all'interno della sezione, attraverso un legame mono – assiale di tipo elastico incoerente. Esso pertanto è caratterizzato attraverso una bilatera (che si presenta ovviamente simmetrica nei semipiani positivo e negativo a causa della risposta isotropa che caratterizza il materiale) i cui parametri rappresentativi risultano il Modulo elastico ed il Modulo di incoerimento.

Il legame $\sigma(\varepsilon)$ prevede che:

- vengano fissati i parametri che identificano la qualità e le prestazioni dell'acciaio (Modulo elastico, tensione di snervamento, tensione di rottura, deformazione ultima). La deformazione all'atto dello snervamento viene dedotta dalla risposta elastica iniziale fino al predetto punto:

$$\varepsilon_{os} := \frac{\sigma_{yk}}{E_s} \quad [100]$$

- si ricava il modulo di incoerimento ipotizzando un comportamento ancora di tipo lineare fino a rottura. Il modulo in questione, dipendente dai parametri di rottura assunti (tensione ultima e deformazione ultima) è determinato come:

$$E_y := \frac{\sigma_{us} - \sigma_{yk}}{\varepsilon_{us} - \varepsilon_{os}} \quad [101]$$

Le considerazioni in parola producono un legame costitutivo, relativo a barre di acciaio di tipo usuale (Fe B 44K) rappresentato in Figura 78.

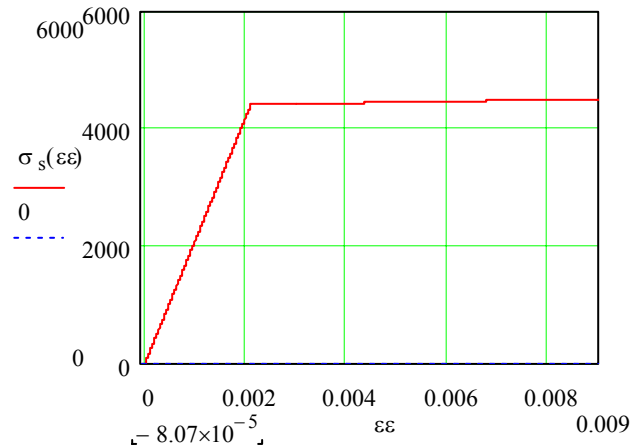


Figura 78 – Diagramma $\sigma - \epsilon$ per acciaio Fe B 44K

3. Calcestruzzo fibro – rinforzato

Il legame adottato per la rappresentazione del calcestruzzo fibro – rinforzato è del tutto analogo in compressione a quello previsto per il calcestruzzo ordinario, opportunamente corretto attraverso parametri aggiuntivi che portino in conto la presenza delle fibre con particolare riferimento alla loro natura, geometria e caratteristiche meccaniche, mentre, per la trazione, vi è la possibilità di adottare un comportamento di tipo elastico – degradante con resistenza residua o di tipo esponenziale – degradante.

In particolare vengono assunti quali dati di partenza l'area delle fibre e la percentuale in volume aggiunta nella miscela; viene altresì fissato il rapporto di aspetto ($asp = \text{lunghezza della singola fibra}/\text{diametro della fibra}$). Si adottano pertanto:

$$W_f := 3.2 \cdot V_f \quad RI := W_f \cdot asp \quad [102]$$

in cui w_f rappresenta la frazione in peso di rinforzo fibroso. A questo punto si definiscono:

- I coefficienti parziali η_0 ed η_1 che identificano il contributo delle fibre all'interno della matrice e viene determinato detto contributo dal parametro ν pari a:

$$Nl := \text{etao} \cdot \frac{V_f}{A_{fibre}} \quad [103]$$

- Il tratto di legame costitutivo in compressione pertanto prende in considerazione, quali parametri rappresentativi, i seguenti valori:

$$\begin{aligned} R_{ck}FRC &= R_{ck}Matrice + 3.6 \cdot V_f \cdot asp \\ \varepsilon_{0c}FRC &= 0.021 + 0.0007 \cdot V_f \cdot asp \\ E_cFRC &= 2 \cdot \frac{R_{ck}FRC}{\varepsilon_{0c}FRC} \end{aligned} \quad [104]$$

Relativamente alla resistenza a trazione, come precedentemente evidenziato, la scelta del legame $\sigma(\varepsilon)$ può contemplare un comportamento degradante o di tipo esponenziale.

- Nel primo caso si ha, in funzione della resistenza cubica caratteristica:

$$\begin{aligned} \sigma_{ctFRC} &= 10 \cdot 1.4 \cdot \left(\frac{R_{ck}}{10} \right)^{2/3} \\ \varepsilon_{ctFRC} &= \varepsilon_{matrice} + \eta_l \cdot \eta_0 \cdot V_f \cdot (\varepsilon_{fp} - \varepsilon_{matrice}) \end{aligned} \quad [105]$$

in cui la $\varepsilon_{matrice}$ è definita come rapporto tra la σ_{ctFRC} ed il modulo elastico (assunto coincidente in trazione e compressione). Fissata la coppia ε_{ctLim} e σ_{ctLim} che identificano il punto di inizio del tratto di degrado può essere riprodotta la funzione (definita a tratti) che determina la $\sigma(\varepsilon)$:

$$\begin{aligned} \sigma_{ctFRC}(\varepsilon) &= E \cdot \varepsilon_{ct} \quad se \quad \varepsilon \leq \varepsilon_{ctFRC} \\ \sigma_{ctFRC}(\varepsilon) &= \sigma_{ctLim} \quad se \quad \varepsilon_{ctLim} > \varepsilon > \varepsilon_{ctFRC} \\ \sigma_{ctFRC}(\varepsilon) &= 0 \quad se \quad \varepsilon > \varepsilon_{ctLim} \end{aligned} \quad [106]$$

nella quale, il valore di σ_{ctLim} è stato dedotto come:

$$\sigma_{ctLim} = 2 \cdot \eta_l \cdot \eta_0 \cdot V_f \cdot asp \cdot \tau_{fibre} \quad [107]$$

il valore adottato per τ_{fibre} nella valutazione della tensione limite del legame è dipendente dalla natura delle fibre e dalla loro geometria. Tale valore è normalmente è dedotto da formule empiriche tarate sulle risultanze di prove di pull – out.

- Il legame di tipo esponenziale viene ottenuto a partire da quantità calcolate per quello di tipo degradante. In particolare viene adimensionalizzata la $\varepsilon_{\text{ctFRC}}$ attraverso l’assegnazione di una deformazione di riferimento (ε_{rif}) con la quale la stessa viene rapportata e la σ_{ctFRC} attraverso la σ_{ctLim} intervenendo nella medesima ottica. Ai fini del calcolo dei parametri caratterizzanti la funzione i dati dimensionali ottenuti vengono utilizzati a determinare l’esponente della funzione (nn). Pertanto si ha:

$$\alpha = \sigma_{\text{ctFRC}} \cdot \varepsilon_{\text{ctFRC}}^{nn} \quad [108]$$

Il legame costitutivo esponenziale quindi assume una rappresentazione espressa come:

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{ctFRC}}(\varepsilon) &= E \cdot \varepsilon_{\text{ct}} \text{ se } \varepsilon \leq \varepsilon_{\text{ctFRC}} \\ \sigma_{\text{ctFRC}}(\varepsilon) &= \alpha \cdot \left(|\varepsilon|\right)^{-nn} \text{ se } \varepsilon_{\text{ctLim}} > \varepsilon > \varepsilon_{\text{ctFRC}} \\ \sigma_{\text{ctFRC}}(\varepsilon) &= 0 \text{ se } \varepsilon > \varepsilon_{\text{ctLim}} \end{aligned} \quad [109]$$

I legami così ottenuti sono riportati graficamente, a titolo di esempio, nella Figura 79.

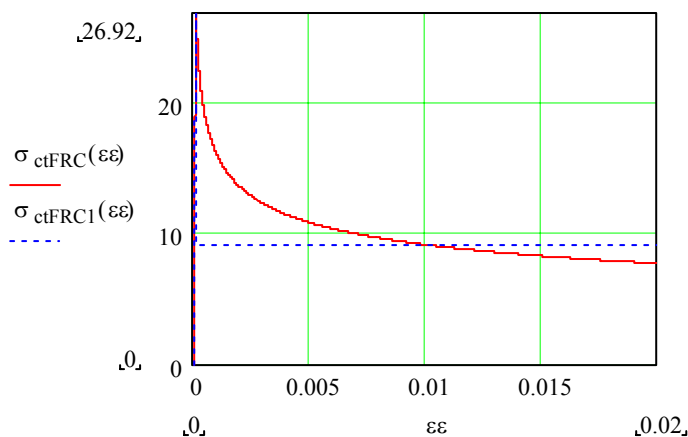


Figura 79 – Diagramma $\sigma - \varepsilon$ in trazione per FRC

La definizione dei legami, propedeutica alla simulazione analitica delle sollecitazioni indotte sulla generica sezione, produce la possibilità di utilizzare le equazioni di equilibrio agli stati

limite ultimi per i diversi materiali, **riproducendo il reale comportamento della sezione nei confronti di incrementi successivi di carico fino a condurla a rottura.**

Il modello è basato sull'esame di un concio inflesso di lunghezza pari alla distanza tra due fessure nell'ipotesi di fessurazione stabilizzata.

La sezione trasversale del modello di calcolo e dei rinforzi proposti è rappresentata in Figura 80.

In essa vengono evidenziate le possibilità che tutta la sezione sia realizzata in FRC oppure che la stessa, in conglomerato ordinario, sia rinforzata all'intradosso. Nell'ipotesi che il momento positivo tenda le fibre inferiori è possibile individuare, nel caso di flessione semplice, l'asse neutro x_c in una posizione prossima a quella ipotizzata.

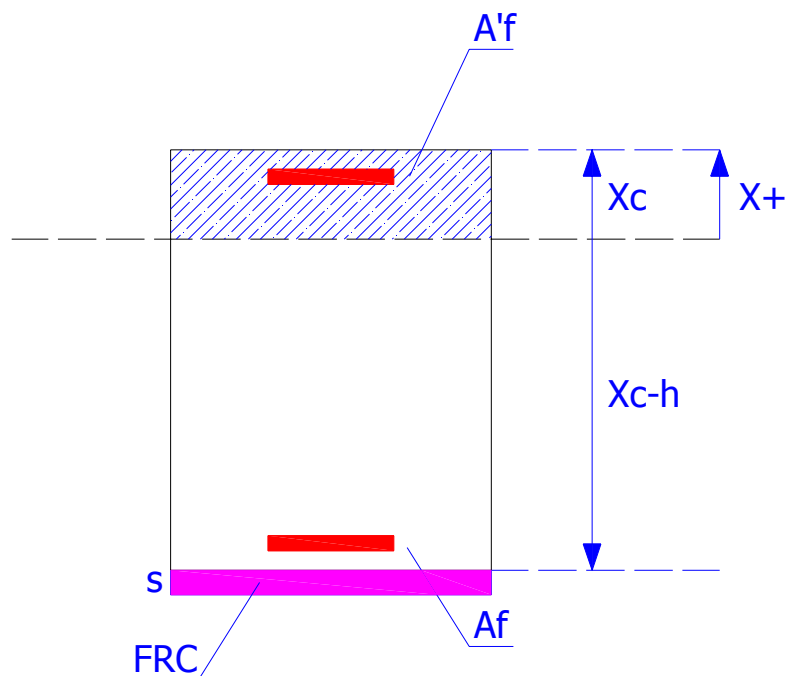


Figura 80 – Sezione di calcolo del modello analitico

Ai fini del calcolo della capacità di una sezione costituita o rinforzata con FRC si sono adottate delle ipotesi di usuale assunzione, confermate dalle norme straniere (bollettini ACI e FIB) e, recentemente, dai documenti redatti presso il Consiglio Nazionale delle Ricerche. Esse sostanzialmente sono:

- Assunzione dei legami costitutivi non lineari dei materiali;
- Conservazione delle sezioni piane nella sola sezione fessurata;

- Aderenza rappresentata attraverso un legame τ – scorrimento tra calcestruzzo e rinforzo in FRC;
- Aderenza rappresentata attraverso un legame τ – scorrimento tra calcestruzzo e barre di acciaio.

Il modello esamina al crescere delle deformazioni imposte lo sviluppo delle tensioni nei materiali e delle tensioni di aderenza, determina la curvatura lungo le sezioni del concio e valuta in modo approssimato la curvatura media dell'elemento.

L'analisi è svolta fino alla situazione ultima corrispondente alla deformazione massima in uno dei materiali componenti l'elemento.

Il legame momento – curvatura è ottenuta attraverso condizioni di equilibrio ed attraverso equazioni di congruenza del materiale. In particolare vengono determinati i punti caratteristici dell'evoluzione del comportamento dell'elemento e cioè le coppie di valori momento – curvatura in corrispondenza di:

- 1. fessurazione del calcestruzzo e del calcestruzzo fibro - rinforzato;**
- 2. snervamento delle barre;**
- 3. rottura.**

In particolare la distribuzione delle curvature lungo l'elemento viene valutata in corrispondenza della sezione fessurata, di sezioni intermedie e della sezione di estremità del concio (Figura 81).

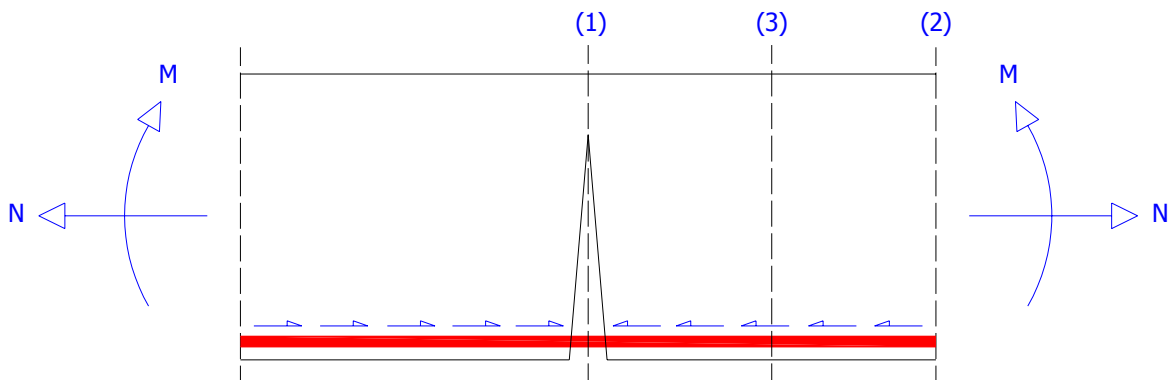


Figura 81 – Concio studiato nel modello analitico

VALUTAZIONE DELLE CURVATURE

La valutazione delle curvature nelle sezioni del concio studiate (sezione centrale fessurata, sezione di simmetria e sezione al bordo della zona plasticizzata), necessarie ai fini della determinazione della curvatura media, possono essere riassunte come di seguito riportato, con riferimento al caso generale di sezioni rinforzate con barre di armatura metallica:

- Sezione centrale fessurata (1)

$$\rho_1 = \frac{\varepsilon_{c1}}{x_c} \quad [110]$$

- Sezione di simmetria del concio (2)

$$\rho_2 = \frac{\varepsilon_{s2} + \varepsilon_{c2}}{(h - \delta)} \quad [111]$$

- Sezione intermedia al limite della zona plasticizzata del concio (3)

$$\rho_3 = \frac{\varepsilon_{s3} + \varepsilon_{c3}}{(h - \delta)} \quad [112]$$

Dette curvature sono state opportunamente mediate con quanto determinato in corrispondenza della sezione fessurata al fine di rappresentare il comportamento del concio elementare alla base dell'analisi dell'elemento strutturale in parola.

Le curvature medie relative ad esempio agli stadi di fessurazione, snervamento e rottura definite a partire da quanto esposto risultano:

Curvatura media alla fessurazione: $\rho_{mf} = \rho_{f1}$ [113]

Curvatura media allo snervamento: $\rho_{my} = \frac{\rho_{y1} + \rho_{y2}}{2}$ [114]

essendo ρ_{y1} e ρ_{y2} le curvature in corrispondenza dello snervamento nelle sezioni 1 e 2

Curvatura media ultima:

$$\rho_{mu} = (\rho_{u1} + \rho_{u3}) \cdot ml + (\rho_{u2} + \rho_{u3}) \cdot (0.5 - ml) \text{ se } ml \leq 0.5$$

$$\rho_{mu} = \frac{\rho_{u1} + \rho_{u2}}{2} \text{ altrimenti} \quad [115]$$

essendo ρ_{u1} , ρ_{u2} e ρ_{u3} le curvature in corrispondenza dello snervamento nelle sezioni 1, 2 e 3

In corrispondenza dell'analisi della deformazione, al fine di determinare il diagramma Momento – curvatura media, sono state calcolate le rigidezze relative all'elemento strutturale in esame, rigidezze che risultano propedeutiche alla valutazione delle rotazioni e degli spostamenti.

Un esempio classico di un diagramma ottenuto dalla determinazione delle quantità esaminate è riportato in Figura 82.

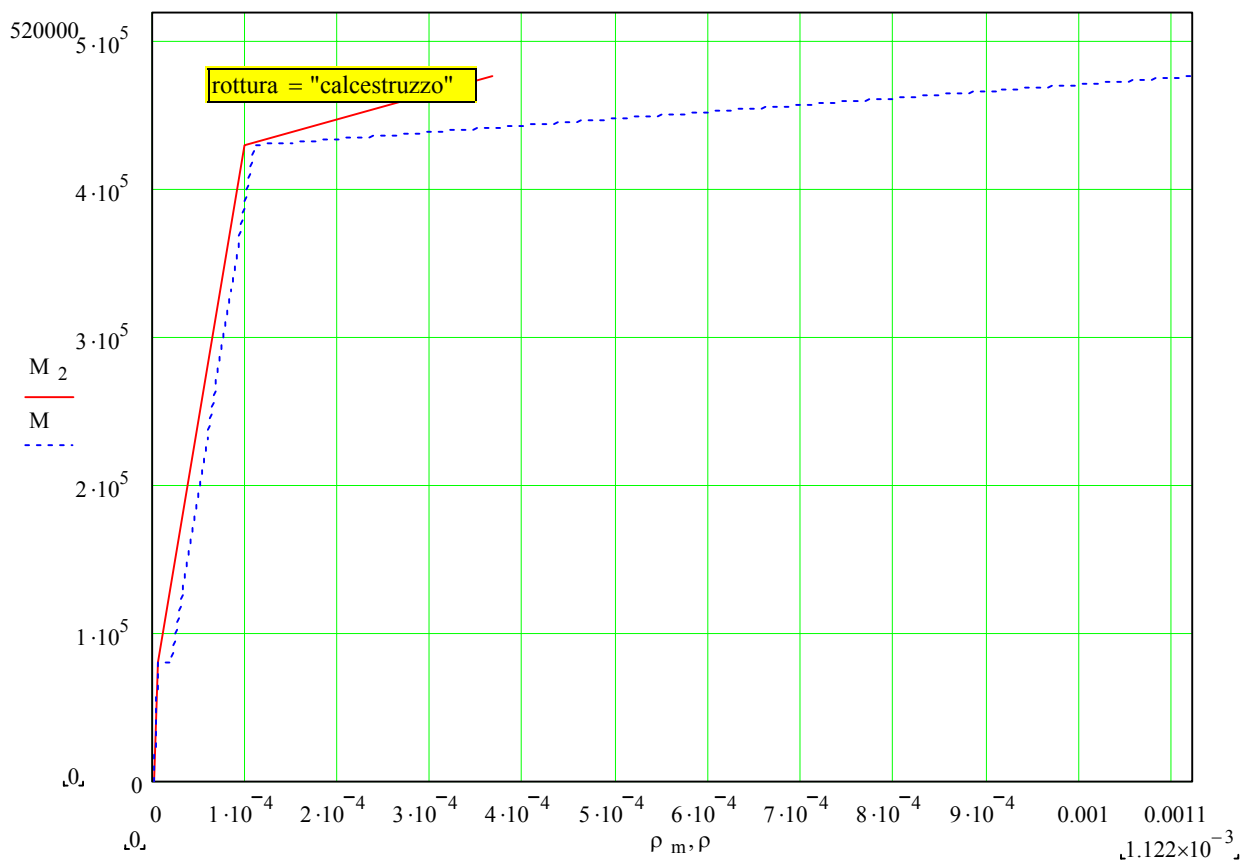


Figura 82 – Diagramma M – rho, M₂ – rho_{medio} per un concio fra due fessure

Relativamente alle rigidzze contemplate, le stesse sono state così definite:

$$\text{Rigidzza alla fessurazione: } K_1 = \frac{M_f}{\rho_f} \quad [116]$$

$$\text{Rigidzza allo snervamento: } K_2 = \frac{M_y - M_f}{\rho_y - \rho_f} \quad [117]$$

$$\text{Rigidzza alla rottura: } K_3 = \frac{M_u - M_y}{\rho_u - \rho_y} \quad [118]$$

In termini medi invece, le quantità calcolate divengono:

$$\text{Rigidzza media alla fessurazione: } K_{1m} = K_1 = \frac{M_f}{\rho_f} \quad [119]$$

$$\text{Rigidzza media allo snervamento: } K_{2m} = \frac{M_y - M_f}{\rho_{my} - \rho_{mf}} \quad [120]$$

$$\text{Rigidzza media alla fessurazione: } K_{3m} = \frac{M_u - M_y}{\rho_{mu} - \rho_{my}} \quad [121]$$

L'utilizzo di quanto anzi definito avrà evidente esplicazione nel corso del paragrafo successivo nel quale l'analisi verrà estesa al fine di valutare il comportamento globale in termini di deformazione e spostamento di un elemento inflesso.

INTEGRAZIONE DELLE CURVATURE

Il modello analitico di comportamento materiale di elementi presso – inflessi è stato esteso al caso classico di elementi strutturali, con particolare riferimento ad una prova standard del tipo flessione a quattro punti il cui schema di carico è di seguito riportato.

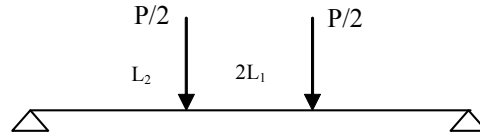


Figura 83 – Schema di carico per flessione a 4 punti

In tale ottica viene definita la rotazione di fessurazione della sezione in funzione del momento flettente agente, indicato con M_{max} , che varia nella prova di carico da 0 ad M_u .

$$\theta_f(M_{max}) = \frac{L_2}{M_{max}} \cdot \int_0^{M_{max}} \frac{M}{K_{1m}} dM + \frac{M_{max}}{K_{1m}} \cdot L_1 \quad [122]$$

Ovviamente, per come è definita la funzione viene imposto il valore zero in corrispondenza del punto singolare prodotto dal valore nullo di M_{max} .

In corrispondenza del momento di fessurazione M_f si registra:

$$\theta_{f\ cost} = \int_0^{M_f} \frac{M}{K_{1m}} dM \quad [123]$$

In termini di snervamento, in analogia con quanto precedentemente definito, si ha:

$$\theta_y(M_{max}) = \frac{L_2}{M_{max}} \cdot \left(\theta_{f\ cost} + \int_{M_f}^{M_{max}} \rho_{mf} + \frac{M - M_f}{K_{2m}} dM \right) + \left(\rho_{mf} + \frac{M_{max} - M_f}{K_{2m}} \right) \cdot L_1 \quad [124]$$

con determinazione della rotazione allo snervamento, di seguito riportata.

$$\theta_{y\text{cost}} = \int_{M_f}^{M_y} \rho_{mf} + \frac{M - M_f}{K_{2m}} dM \quad [125]$$

La rotazione indotta alla rottura, che conclude l'identificazione parziale dello stato deformativi dell'elemento risulta:

$$\theta_u(M_{\max}) = \frac{L_2}{M_{\max}} \cdot (\theta_{f\text{cost}} + \theta_{y\text{cost}} + \int_{M_f}^{M_{\max}} \rho_{my} + \frac{M - M_y}{K_{3m}} dM) + (\rho_{my} + \frac{M_{\max} - M_y}{K_{3m}}) \cdot L_1 \quad [126]$$

La generica rotazione θ della sezione durante la storia di carico può essere a questo punto definita in funzione delle rotazioni sopra esposte imponendo le condizioni che identificano i tratti in cui le singole rotazioni calcolate vengono effettivamente assunte.

In particolare:

$$\begin{aligned} \theta(M_{\max}) &= \theta_f(M_{\max}) \text{ se } M_{\max} < M_f; \theta_y(M_{\max}) \text{ se } M_f < M_{\max} < M_y; \\ \theta_u(M_{\max}) &\text{ se } M_y < M_{\max} \end{aligned} \quad [127]$$

Si può a questo punto definire la rotazione plastica media subita dalla sezione durante gli incrementi di carico:

$$\theta_{pl1}(M_{\max}) = \theta(M_{\max}) - \theta_y(M_y) \quad [128]$$

$$\begin{aligned} \theta_{pl2}(M_{\max}) &= \frac{L_2}{M_{\max}} \cdot \int_{M_y}^{M_{\max}} \rho_{my} + \frac{M_y}{K_3} + M \cdot \left(\frac{1}{K_3} - \frac{1}{K}\right) dM + \\ &(\rho_{my} - \frac{M_{\max} - M_y}{K_3}) \cdot L_1 - \frac{M_{\max}}{K} \cdot L_1 \end{aligned} \quad [129]$$

$$\theta_{pl3}(M_{\max}) = \frac{L_2}{M_{\max}} \cdot \int_{M_y}^{M_{\max}} \frac{M - M_y}{K_3} dM + \left(\frac{M_{\max} - M_y}{K_3}\right) \cdot L_1 \quad [130]$$

nelle quali il parametro K , definito nelle [128] – [130] sta variando in funzione del tratto considerato da K_1 a K_3 .

A questo punto, al fine di ottenere una ulteriore misura del comportamento globale dell'elemento inflesso (in aggiunta al digramma momento – curvatura media), vengono calcolati gli spostamenti prodotti in mezzeria della trave durante l'evoluzione del carico, mantenuto monotono.

Il valore di $M(z)$ assunto è:

$$M(z) = \frac{M_{\max}}{L_2} \cdot z \text{ se } z < L_2; M_{\max} \text{ altrimenti} \quad [131]$$

Dall'espressione in parola si ricavano le curvature medie in funzione dell'ascissa di riferimento:

$$\rho_1(z) = \frac{M(z)}{K_1 m} \quad [132]$$

$$\rho_2(z) = \rho_{mf} + \frac{M(z) - M_f}{K_2 m} \quad [133]$$

$$\rho_3(z) = \rho_{my} + \frac{M(z) - M_y}{K_3 m} \quad [134]$$

Ovviamente, in perfetta analogia con la [127], i valori delle curvature adottati sono funzione dell'entità della sollecitazione imposta, con riferimento a fessurazione, snervamento, rottura. E' ora immediato il calcolo definitivo dell'abbassamento, integrando le curvature così determinate:

$$v(M_{\max}) = \int_0^{L_1+L_2} \rho(z) \cdot z dz \quad [135]$$

Considerando che, per il fissato schema statico adottato, vi è un legame diretto tra la sollecitazione flettente massima ed il carico imposto, è possibile determinare la forza agente attraverso:

$$P(M_{\max}) = \frac{M_{\max} \cdot 2}{L_2} \quad [136]$$

Con i dati ottenuti è possibile quindi determinare il diagramma forza – spostamento complessivo dell'elemento considerato del quale un esempio è fornito in Figura 84.

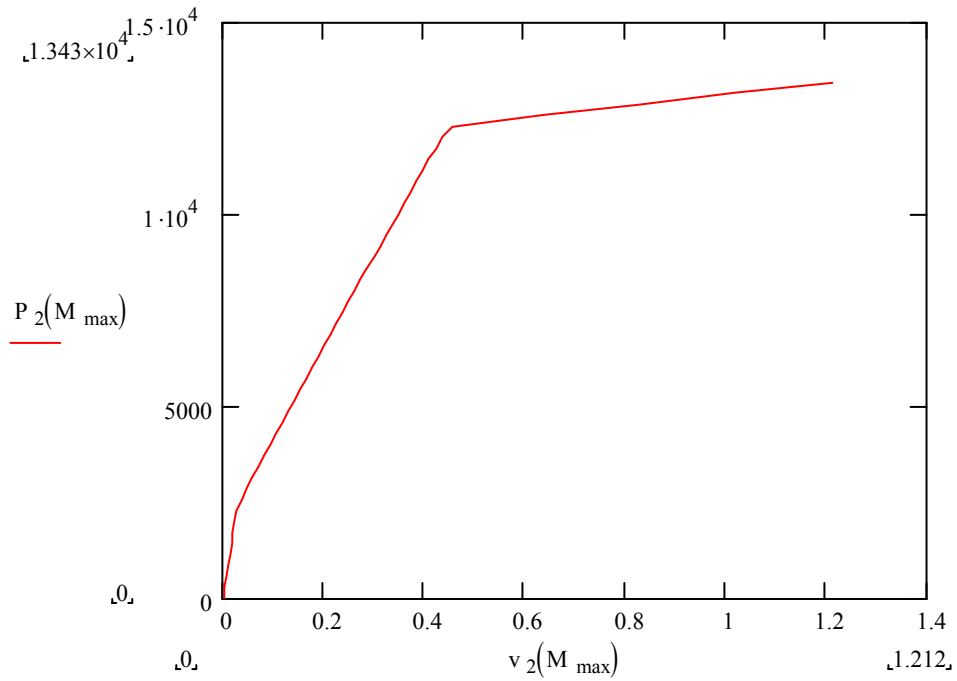


Figura 84 – Schema di carico per flessione a 4 punti

5.3 Modello numerico

Il modello numerico di confronto adottato è stato realizzato in 2D ed in 3D ricorrendo ad un software ad elementi finiti dedicato.

Al fine di consentire una modellazione aderente alla realtà sono stati introdotti degli elementi elastici (piastre) in corrispondenza delle zone di carico e di vincolo; questo artificio consente di riprodurre in maniera più efficace (anche se leggermente discostata dalla previsione del modello numerico) il reale comportamento dell'elemento nonché di evitare il formarsi di zone di concentrazione di tensione che renderebbero la procedura non – lineare adottata meno stabile inficiandone in parte le possibilità di convergenza.

Il modello riproduce la procedura di carico all'interno di un metodo in spostamento controllato.

Il modello ad elementi finiti riproduce l'evoluzione dello stato di fessurazione partendo da uno stato elastico iniziale; viene trascurato il peso proprio dell'elemento che produce uno stato di sollecitazione di entità marginale e vengono incrementati gli spostamenti imposti che conducono l'elemento attraverso uno stato fessurativo iniziale ad uno stato stabilizzato; successivamente si attinge lo snervamento dell'armatura, che garantisce un sufficiente livello di duttilità globale dell'elemento fino ad arrivare alla rottura.

A titolo semplificativo , nell'analisi, si considera un legame di aderenza perfetta (nodi coincidenti) tra calcestruzzo ed acciaio, così come tra elemento e rinforzo.

Le analisi ed i confronti sono stati sviluppati sia in corrispondenza di elementi realizzati interamente in calcestruzzo fibro – rinforzato, sia per elementi costituiti da calcestruzzo ordinario ai quali è stato aggiunto un rinforzo in materiale composito.

La casistica considerata ha altresì esaminato diverse armature determinando per ciascun caso il valore del carico e della deformazione ultima.

DESCRIZIONE DEL MODELLO F.E.M. 2D

Il modello bidimensionale è stato costruito a partire da uno schema di carico noto, corrispondente a quello riprodotto nell'analisi analitica, la cui geometria è specificata in Figura 85.

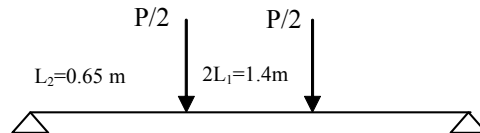


Figura 85 – Schema di carico per flessione a 4 punti

La trave in questione presenta una sezione resistente pari a 0.2x0.3 metri ed una lunghezza pari a 2.1 metri. Il rapporto tra le dimensioni risulta superiore ad 1/10; l'elemento può pertanto essere ragionevolmente considerato mono – dimensionale anche se non si presenta eccessivamente “snello”.

Si evidenzia analizzando lo schema proposto che, come premesso, la presenza delle piastre di ripartizione in acciaio di spessore pari a 0.2x0.1x0.03 metri all'interno del modello riduce la luce di calcolo teorica del sistema che risulta pertanto pari a 2 metri.

L'armatura è convenzionalmente realizzata attraverso una gabbia regolare costituita da n. 4 barre longitudinali (reggi – staffe) e da una staffatura trasversale a due “bracci” che presenta un passo fissato e costante.

Sono stati introdotti dei punti di monitor in corrispondenza delle piastre di carico ed in corrispondenza delle fibre inferiore e superiore della sezione di mezzeria.

Il modello così costruito è riprodotto in Figura 86.

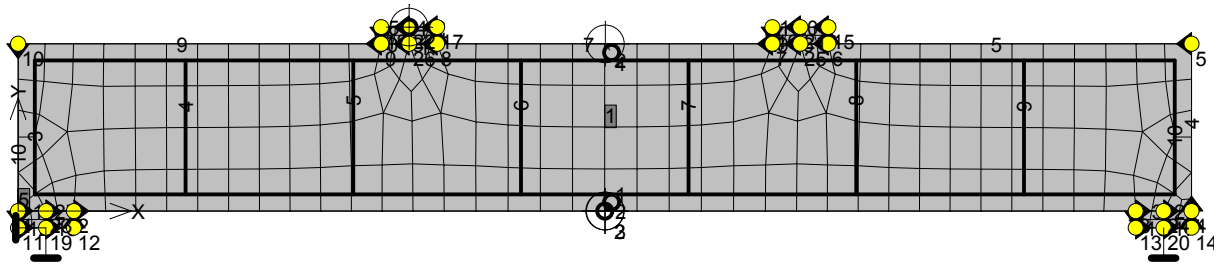


Figura 86 – Modello F.E.M. bidimensionale

Le quantità oggetto di monitoraggio, dalle quali sono stati costruiti i diagrammi rappresentativi del comportamento globale dell'elemento, risultano:

1. Monitoraggio della reazione del vincolo ausiliario introdotto in corrispondenza dello spostamento imposto (M.P. 1);
2. Monitoraggio dello spostamento verticale della sezione di mezzeria (M.P. 2);
3. Monitoraggio della deformazione assiale (Eps. xx) in corrispondenza della sezione di mezzeria della trave al lembo inferiore (M.P. 3);
4. Monitoraggio della deformazione assiale (Eps. xx) in corrispondenza della sezione di mezzeria della trave al lembo superiore (M.P. 4);

Dalle quantità monitorate è possibile costruire i diagrammi relativi a Momento – Curvatura media e Forza – spostamento che caratterizzano il comportamento globale dell'elemento.

L'indagine parametrica è stata condotta variando le proprietà meccaniche del materiale costituente la trave, ferme restando le caratteristiche significative degli elementi metallici (piastre) rappresentate nel modello quali elementi lineari isotropi omogenei e delle armature metalliche inserite (acciaio elastico incrudente Fe B 44K).

La mesh costruita in maniera automatica all'interno degli elementi contempla l'utilizzo di elementi quadrilateri per le superfici piane (trave e piastre) la cui dimensione di

riferimento è pari a 0.055 metri, mentre si adottano elementi mono – dimensionali dedicati per simulare la presenza delle barre metalliche di armatura i cui elementi finiti sono automaticamente adattati a quelli delle superfici adiacenti alle quali gli stessi sono aderenti.

Le fasi significative dell' evoluzione della storia di carico nel modello F.E.M. in termini di stress sono riportate nelle Figure 87 – 89 (fessurazione, snervamento e rottura) per la trave in calcestruzzo ordinario.

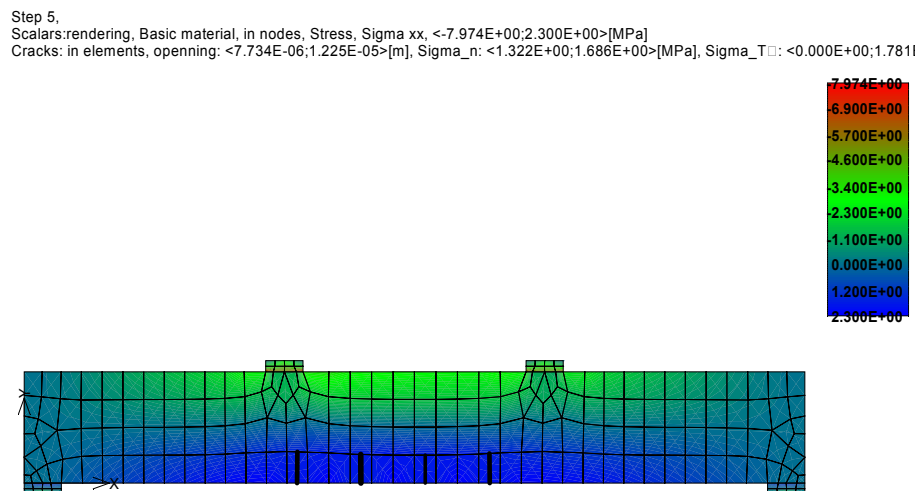


Figura 87 – Modello F.E.M. bidimensionale; distribuzione dello stress σ_x alla fessurazione

Step 34,
Scalars:rendering, Basic material, in nodes, Stress, Sigma xx, <-4.232E+01;7.759E+00>[MPa]
Cracks: in elements, opening: <2.323E-06;2.446E-04>[m], Sigma_n: <0.000E+00;1.805E+00>[MPa], Sigma_T: <-1.268E+00;1.060

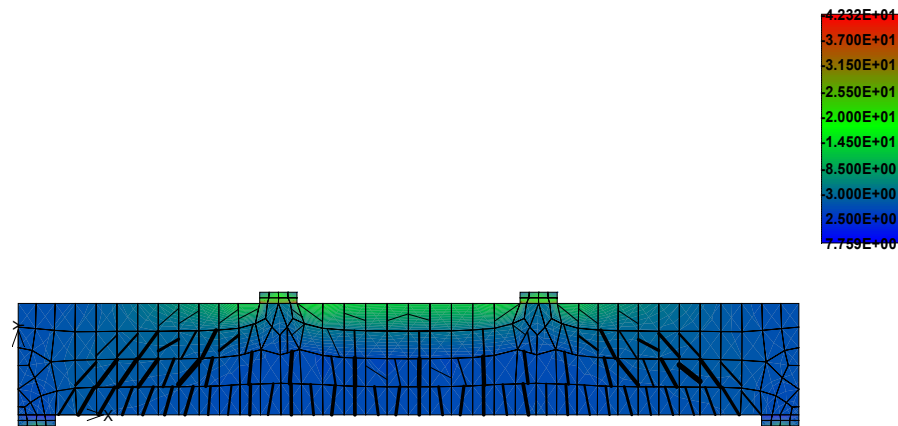


Figura 88 – Modello F.E.M. bidimensionale; distribuzione dello stress σ_x allo snervamento

Step 66,
Scalars:rendering, Basic material, in nodes, Stress, Sigma xx, <-4.985E+01;8.947E+00>[MPa]
Cracks: in elements, opening: <1.368E-06;1.635E-03>[m], Sigma_n: <0.000E+00;2.039E+00>[MPa], Sigma_T: <-1.527E+00;1.507

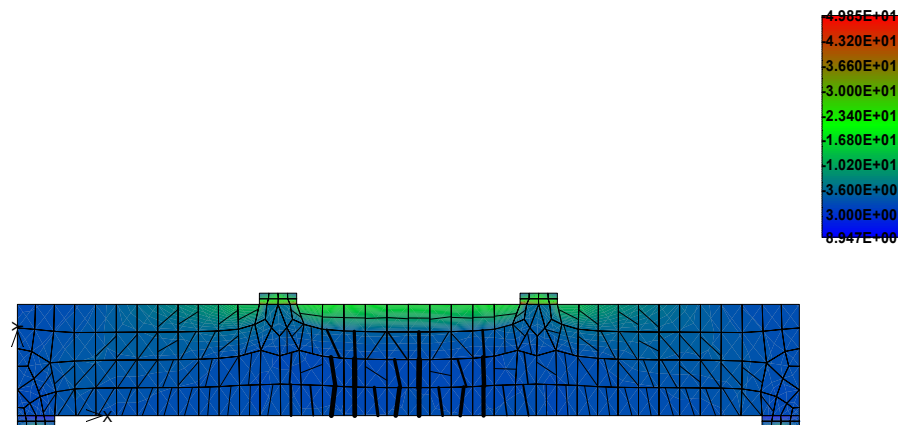


Figura 89 – Modello F.E.M. bidimensionale; distribuzione dello stress σ_x alla rottura

DESCRIZIONE DEL MODELLO F.E.M. 3D

Il modello 3D (Figura 90) riproduce essenzialmente quanto già esposto relativamente al modello 2D adottando uno schema di carico perfettamente analogo ma, chiaramente, riproducendo un livello di dettaglio nettamente superiore.

Anche in questo caso infatti sono state introdotte le piastre di carico, in perfetta aderenza all'elemento, e le piastre in corrispondenza dei vincoli imposti, che, al fine di riprodurre il reale schema di carico, sono associate alla linea media delle piastre inferiori.

Il modello tridimensionale è stato tarato in base ai risultati ottenuti dal 2D che risulta di più facile gestione in relazione al tempo di calcolo necessario all'analisi.

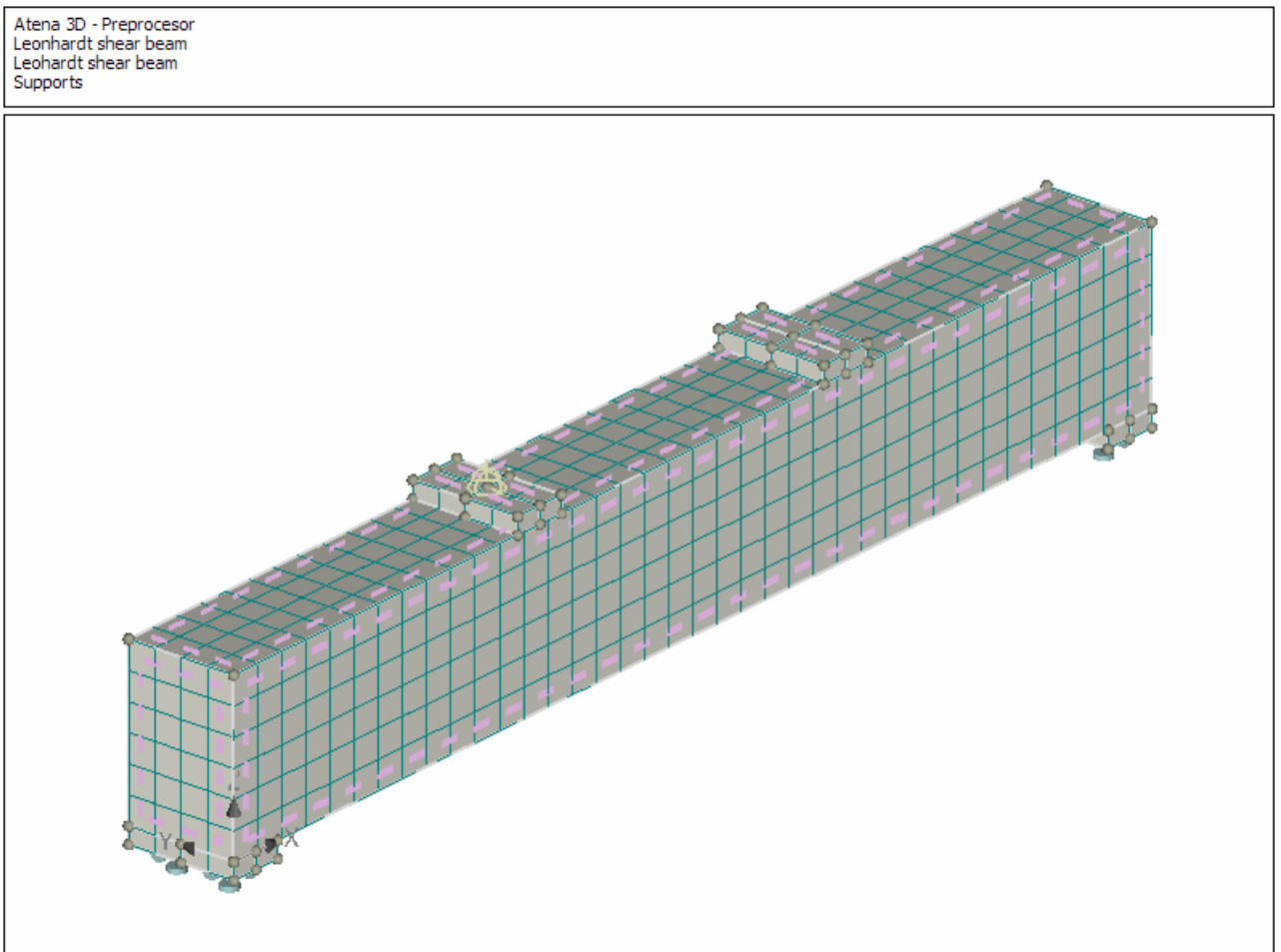


Figura 90 – Modello F.E.M. tridimensionale

Anche in questo caso particolare attenzione è stata posta alla mesh generata automaticamente dal programma, modellando i volumi con elementi cubici con forma regolare.

Gli elementi di rinforzo (barre di armatura) sono nuovamente mono – dimensionali e, come in precedenza esposto, la mesh relativa è stata adattata per rispettare l'aderenza tra i nodi delle due tipologie (Figura 91).

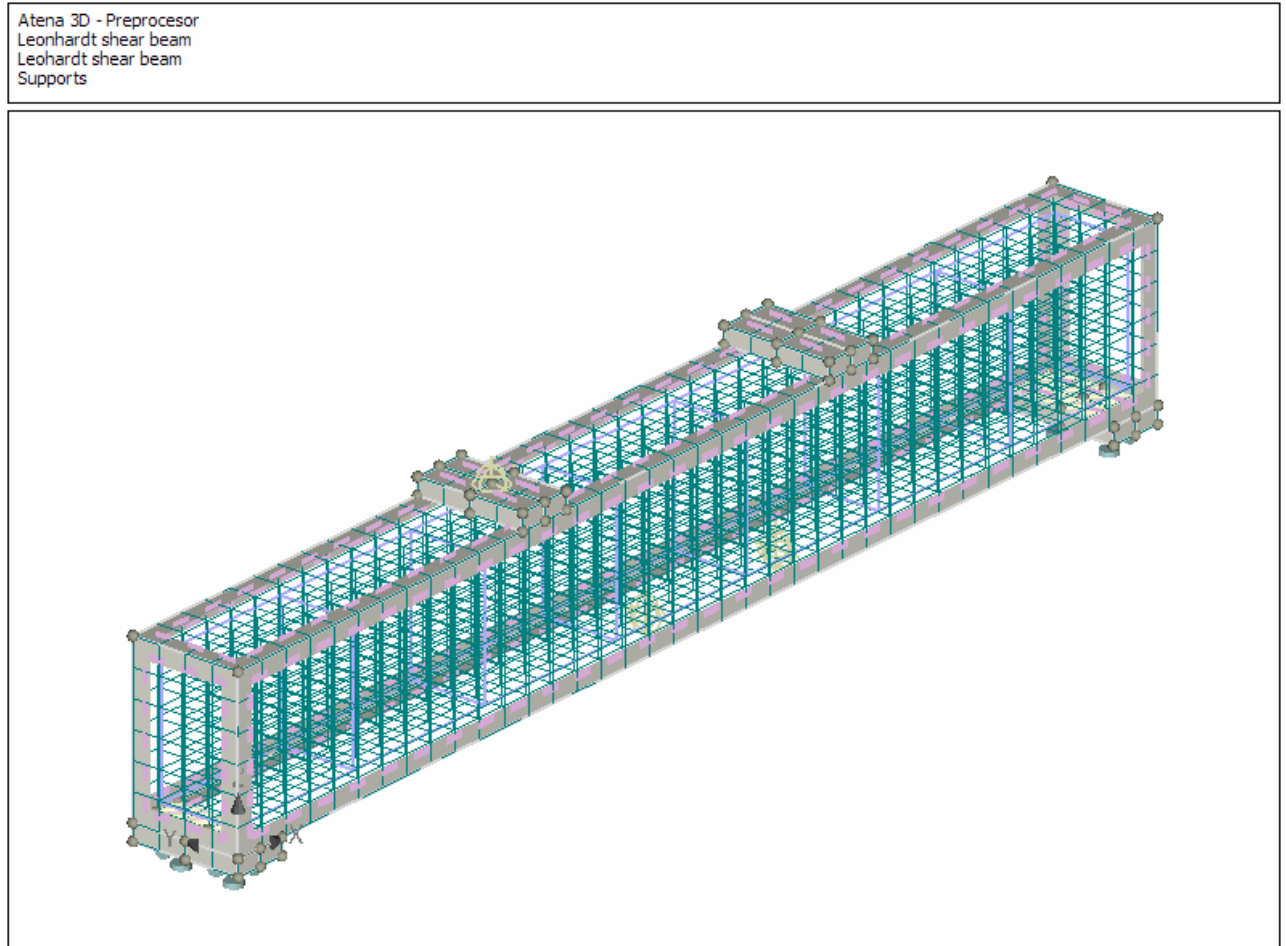


Figura 91 – Armatura metallica

Le fasi significative dell'evoluzione della storia di carico nel modello F.E.M. in termini di stress sono nuovamente riportate, anche per il modello 3D, nelle Figure 92 – 94 (fessurazione, snervamento e rottura) per la trave in calcestruzzo ordinario.

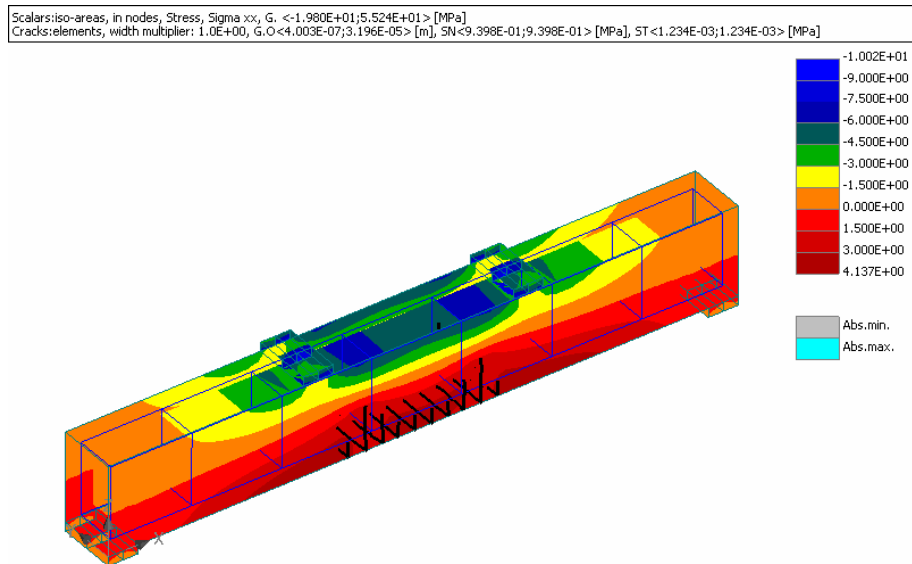


Figura 92 – Modello F.E.M. tridimensionale; distribuzione dello stress σ_x alla fessurazione

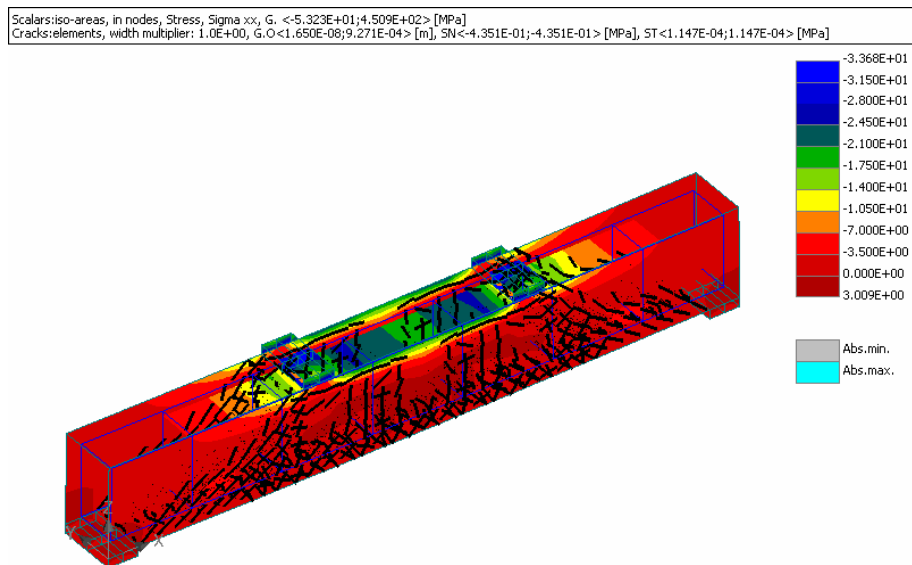


Figura 93 – Modello F.E.M. tridimensionale; distribuzione dello stress σ_x allo snervamento

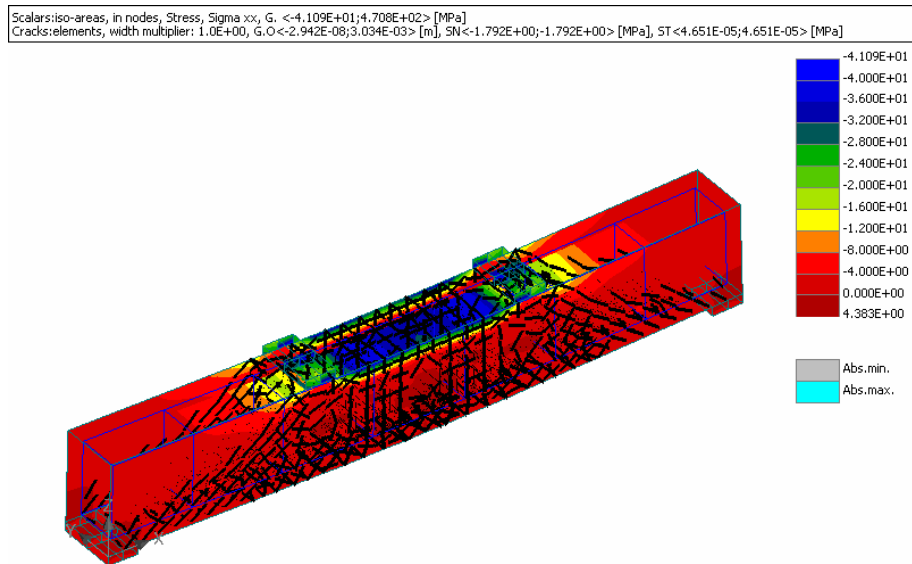


Figura 94 – Modello F.E.M. tridimensionale; distribuzione dello stress σ_x alla rottura

5.4 Indagine analitico – numerica di elementi inflessi

Dal punto di vista della ricerca svolta, in prima fase, sono stati adottati vari legami costitutivi per il conglomerato al fine di tarare, attraverso confronto diretto, le previsioni analitiche e numeriche relative a vari conglomerati fibro – rinforzati.

Nell’ambito delle possibilità di impiego, infatti, è **possibile progettare le specifiche tecniche del conglomerato (e conseguentemente le prestazioni richieste)** come riportato nel Capitolo 1, conseguentemente si ottengono elementi in grado di possedere comportamenti diversi in modo da ottimizzare il materiale in funzione della compito strutturale richiesto.

I confronti eseguiti riguardano inizialmente elementi in calcestruzzo ordinario (NC). Le proprietà del materiale, ovvero i parametri intervenuti all’interno dei legami costitutivi adottati, sono riportate nella Tabella 34.

Acciaio	Fe b 44K	Ef 2100000	σ_y 4583	σ_u 5500
Trave in cls NC	Rck 250	Ec 218800	ftraz 25.78	fcomp 250

Tabella 34 – Proprietà non lineari dei materiali adottati

Il legame costitutivo in trazione (di tipo esponenziale) prevede l’assegnazione dell’energia di frattura del calcestruzzo, assunta pari a $G_f = 5.793E-05$ MN/m.

Le risultanze ed i confronti ottenuti sono riportati nei grafici a margine (Figura 95 e Figura 96); l’armatura adottata è costituita da 4Ø16 longitudinali e staffe Ø8 ogni 0.3 metri.

Si osserva un comportamento complessivamente equivalente rappresentato nei vari modelli, nei quali i valori di fessurazione, snervamento e rottura presentano differenze di entità pressoché marginale, dovute essenzialmente alle lievi differenze nelle ipotesi di base assunte nelle analisi.

Nel complesso, inoltre, anche le rigidzze interessate dall’analisi si presentano particolarmente vicine, risultando il modello tridimensionale nel complesso leggermente meno rigido degli altri.

Si ricorda che, come osservato nei precedenti paragrafi, la previsione analitica contempla la valutazione di curvatura ed abbassamenti in termini medi, avendo preventivamente mediato le rigidzze a partire dalle quali sono valutate le deformazioni ed i conseguenti spostamenti.

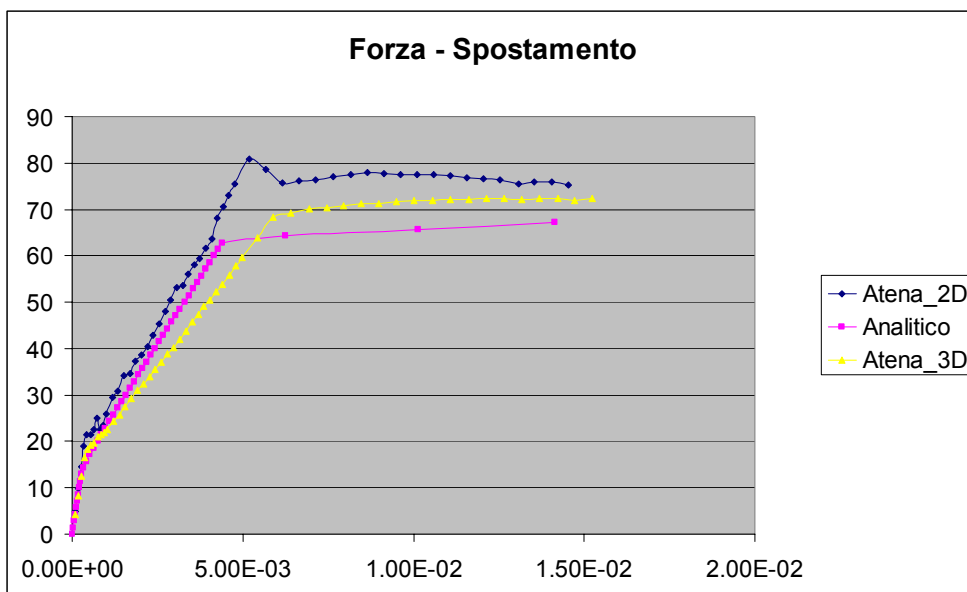


Figura 95 – Diagramma Forza – Spostamento per calcestruzzo ordinario

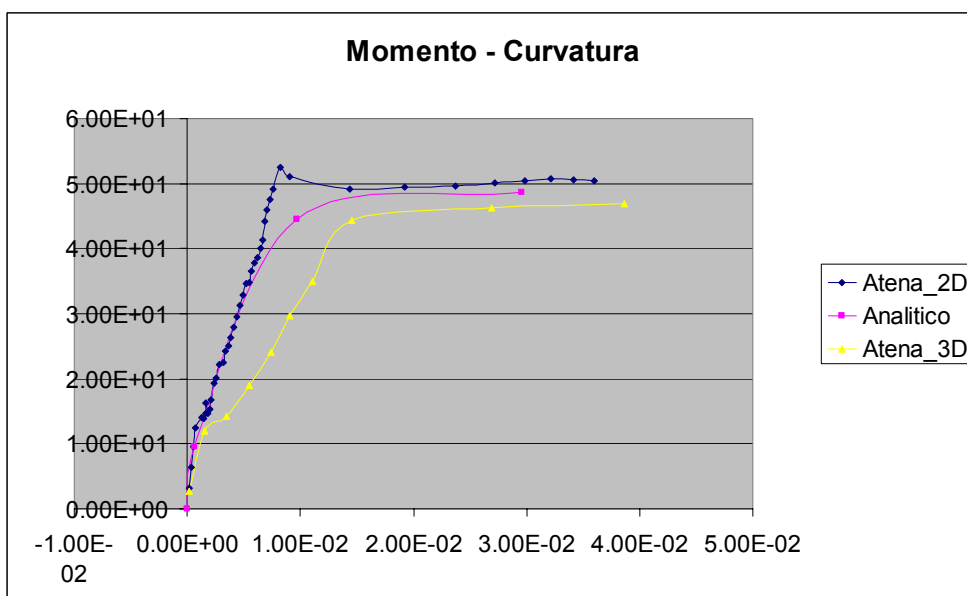


Figura 96 – Diagramma Momento – Curvatura per calcestruzzo ordinario

La taratura, in termini di analisi di elementi in calcestruzzo, ha successivamente interessato elementi in calcestruzzo ad alte prestazioni (HC). Anche in questo caso le proprietà adottate sono riportate nella Tabella 35.

In questo caso il legame costitutivo in trazione ha beneficiato di una energia di frattura pari a $G_f = 9.196E-05$ MN/m.

L'armatura adottata è costituita da 4Ø16 longitudinali e staffe Ø8 ogni 0.3 metri.

Acciaio	Fe b 44K	Ef 2100000	σ_y 4583	σ_u 5500
Trave in cls HC	Rck 600	Ec 571400	ftraz 46.23	fcomp 600

Tabella 35 – Proprietà non lineari dei materiali adottati

I risultati ottenuti in questo caso sono riportati in Figura 97 e Figura 98.

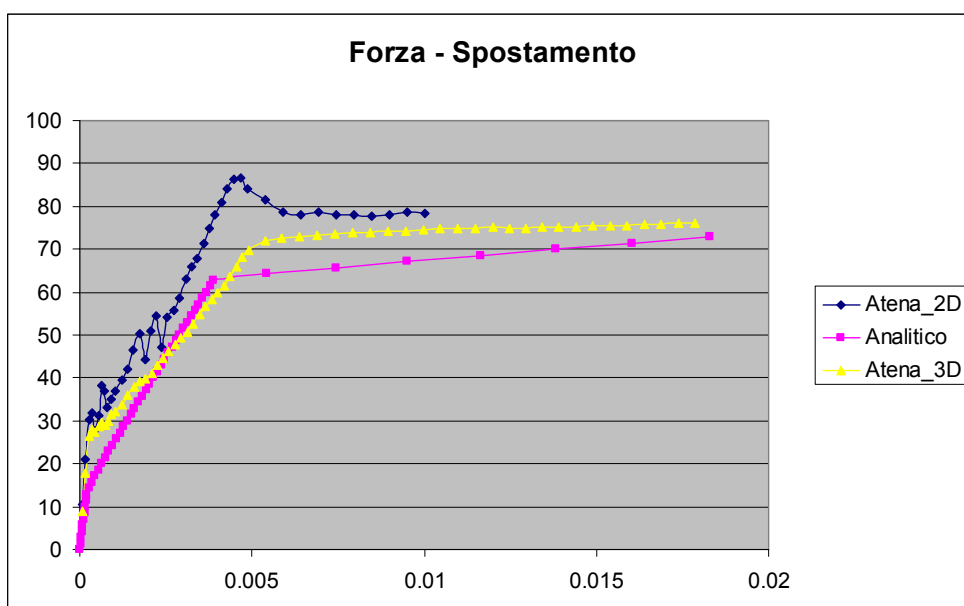


Figura 97 – Diagramma Forza – Spostamento per calcestruzzo ad alte prestazioni

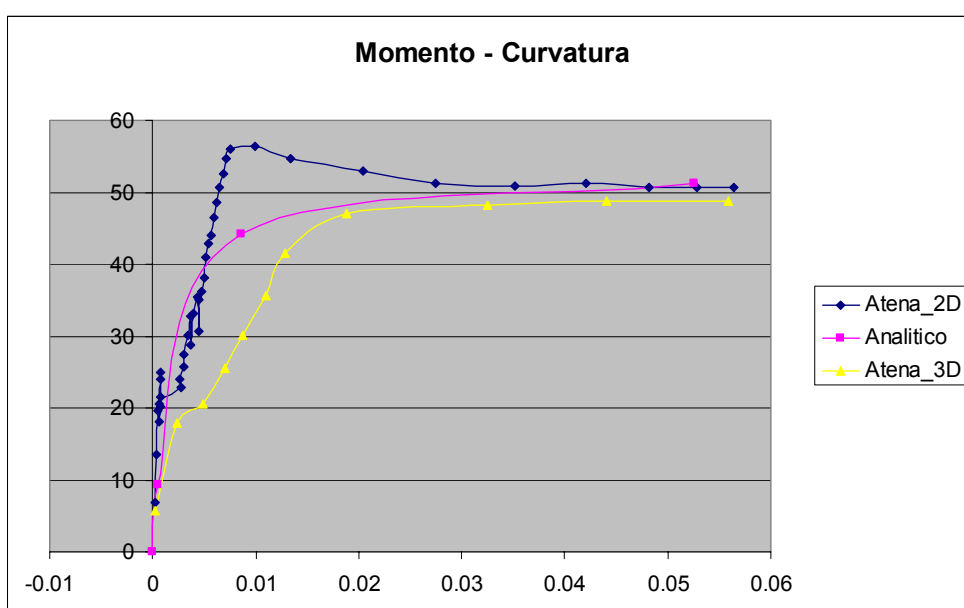


Figura 98 – Diagramma Momento – Curvatura per calcestruzzo ad alte prestazioni

Dal punto di vista dei risultati proposti è da precisare che, relativamente alle casistiche esaminate nelle quali vengono studiati elementi in calcestruzzo fibro – rinforzato, esistono lievi differenze tra i legami costitutivi e degli elementi finiti adottati nei confronti numerici, differenze sia per quanto concerne la definizione della parte di legame relativa alla trazione che per quella relativa alla compressione. In particolare, relativamente al legame mono – assiale in trazione il **modello bidimensionale** prescrive la definizione per punti di una funzione del tipo $\sigma - \varepsilon$ (adimensionalizzata rispetto ai valori di picco della resistenza) nella quale vengono specificati i parametri di softening necessari alla costruzione di un diagramma di tipo degradante con resistenza residua (Figura 99).

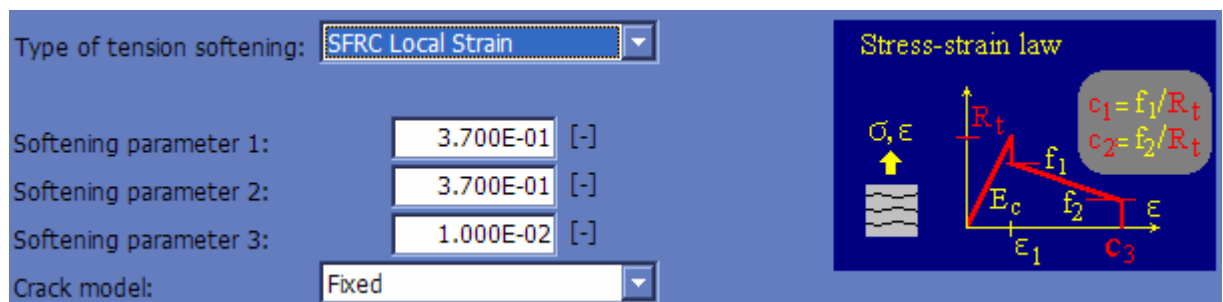


Figura 99 – Definizione del legame costitutivo in trazione del materiale

Anche per la parte in compressione (Figura 100) è prevista la definizione del legame mono – assiale (già pre – definito attraverso una curva del tipo parabolico – degradante), attraverso l'introduzione del parametro di deformazione in corrispondenza del picco di resistenza.

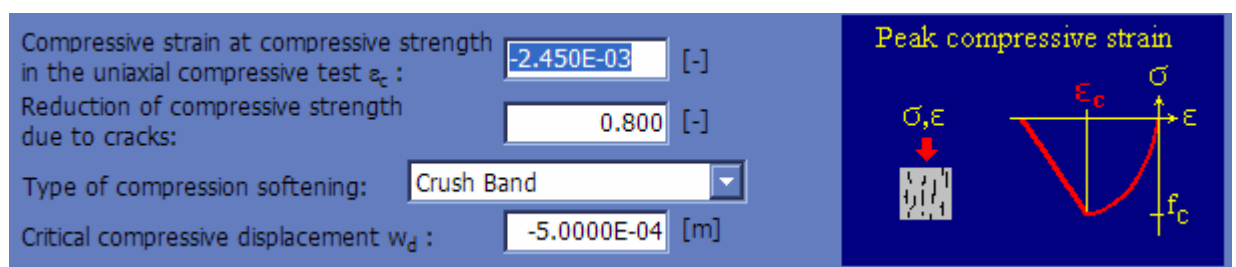


Figura 100 – Definizione del legame costitutivo in compressione del materiale

Dal punto di vista del modello tridimensionale, come accennato, la definizione del legame risulta più complessa in quanto è possibile, sia per la parte a trazione che per la parte a compressione, assegnare una funzione di tipo $\sigma - \varepsilon$ (adimensionalizzata rispetto ai valori di resistenza di picco) per punti.

In particolare è possibile assegnare funzioni anche relativamente complesse, come in effetti è stato eseguito nel caso del legame in compressione del materiale composito.

Quanto esposto è riportato in Figura 101 e Figura 102.

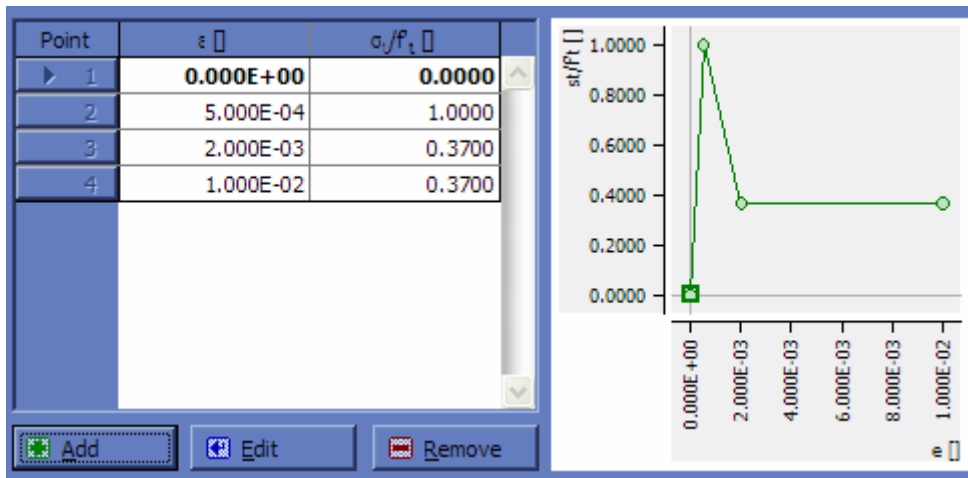


Figura 101 – Definizione del legame costitutivo in trazione del materiale

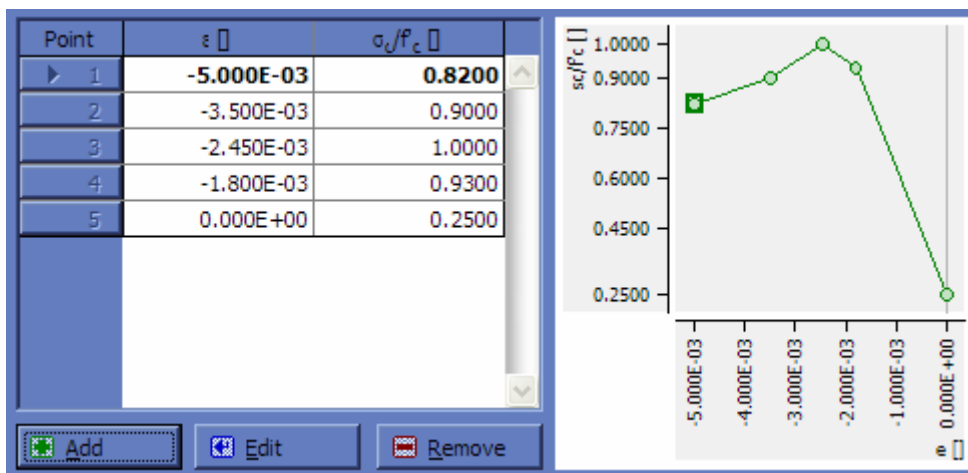


Figura 102 – Definizione del legame costitutivo in compressione del materiale

I risultati ottenuti, in termini di comportamento globale, sono stati riportati di seguito. Si ricorda infatti che il materiale composito, secondo quanto esposto nei precedenti capitoli, è in grado di “perdere” in maniera direttamente dipendente dalla classe del calcestruzzo adottato (matrice) e dal volume di fibra introdotto nella miscela il comportamento fragile a trazione caratterizzato dai legami costitutivi esistenti in letteratura e costantemente assunti (secondo le norme correnti) nei calcoli non – lineari condotti nell’ambito delle correnti metodologie di progettazione strutturale.

Tutto ciò appare più evidente se si osservano i risultati ottenuti in termini di valutazione della capacità portante dei singoli elementi e della capacità deformativa che questi dimostrano in risposta ad incrementi crescenti del carico imposto (risposta duttile).

La scelta dei parametri dei materiali è stata congruente con quanto determinato dal modello analitico di calcolo; la tavola riassuntiva delle proprietà del materiale composito è riportata in Tabella 36.

Trave FNC 1%	Rck	Ec	ftraz	fcomp
	250	218800	26.96	268
Legame in traz SFRC: $f1/Rt = 0.37$, $f2/Rt = 0.37$, $c3 = 0.01$				
Deformazione in corrispondenza del picco di res compress = -0.00245				
Trave FNC 5%	Rck	Ec	ftraz	fcomp
	250	176600	30.437	340
Legame in traz SFRC: $f1/Rt = 1$, $f2/Rt = 1$, $c3 = 0.02$				
Deformazione in corrispondenza del picco di res compress = -0.00385				
Trave FHC 1%	Rck	Ec	ftraz	fcomp
	600	504500	48.979	618
Legame in traz SFRC: $f1/Rt = 0.186$, $f2/Rt = 0.186$, $c3 = 0.01$				
Deformazione in corrispondenza del picco di res compress = -0.00245				
Trave FHC 5%	Rck	Ec	ftraz	fcomp
	600	358400	55.768	690
Legame in traz SFRC: $f1/Rt = 0.806$, $f2/Rt = 0.806$, $c3 = 0.01$				
Deformazione in corrispondenza del picco di res compress = -0.00385				

Tabella 36 – Proprietà non lineari dei materiali compositi (FRC)

Le risultanze delle analisi condotte sono riportate in Figura 103 – 110; l'armatura adottata è costituita da 4Ø16 longitudinali e staffe Ø8 ogni 0.3 metri.

E' evidente pertanto il beneficio che l'introduzione delle fibre produce sull'elemento inflesso, beneficio sia in termini di capacità che di duttilità complessiva nei confronti delle sollecitazioni imposte.

Inoltre, la presenza del rinforzo in composito, si traduce sostanzialmente in un miglioramento del comportamento globale nei confronti di fessurazione, snervamento e rottura per i quali è presentato un significativo incremento del valore numerico rispetto a quanto ottenuto considerando le proprietà meccaniche della sola matrice cementizia, sia essa relativa a calcestruzzi ordinari sia a calcestruzzi ad alte prestazioni.

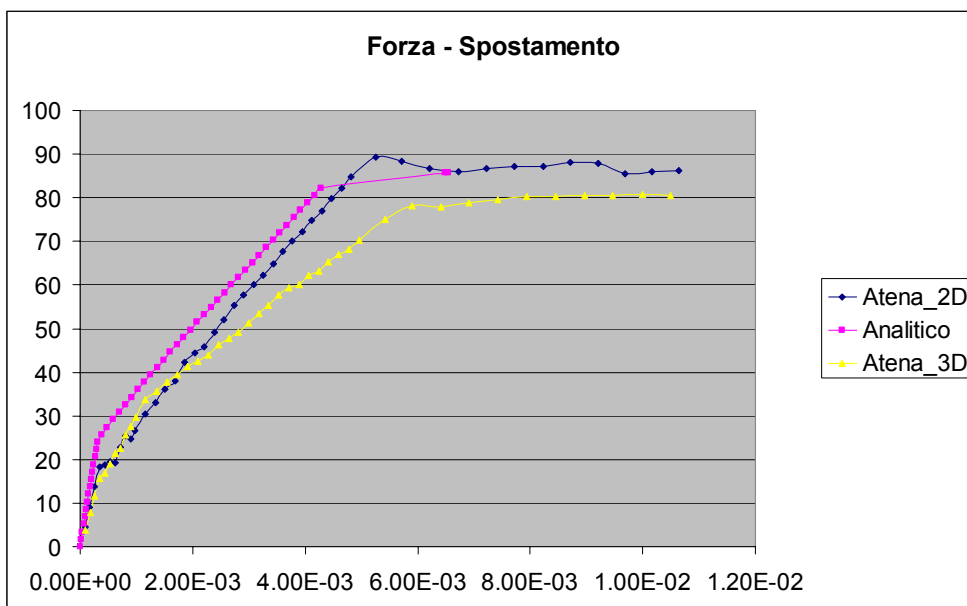


Figura 103 – Diagramma Forza – Spostamento per conglomerato FNC1%

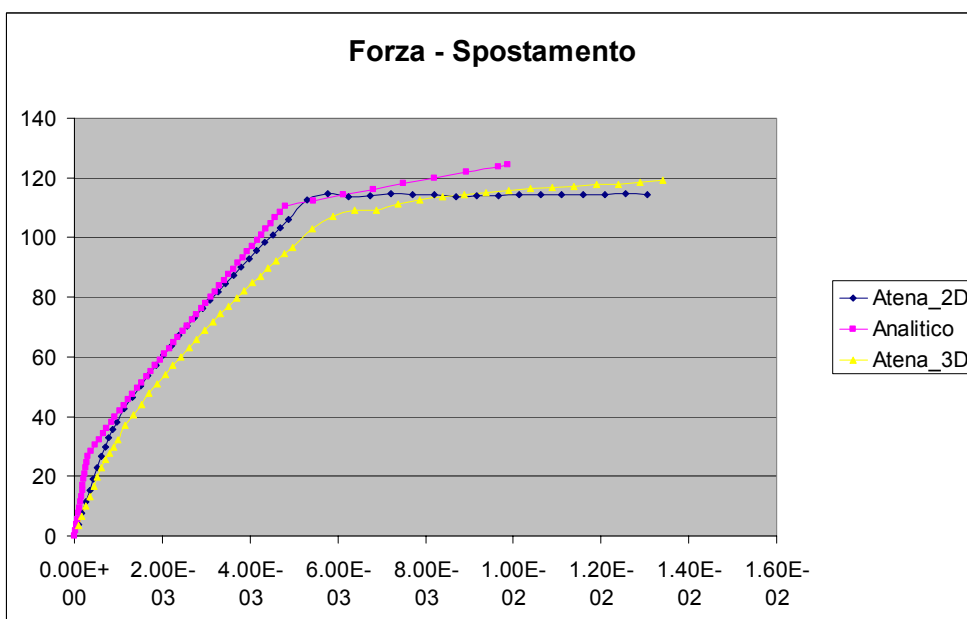


Figura 104 – Diagramma Forza – Spostamento per conglomerato FNC5%

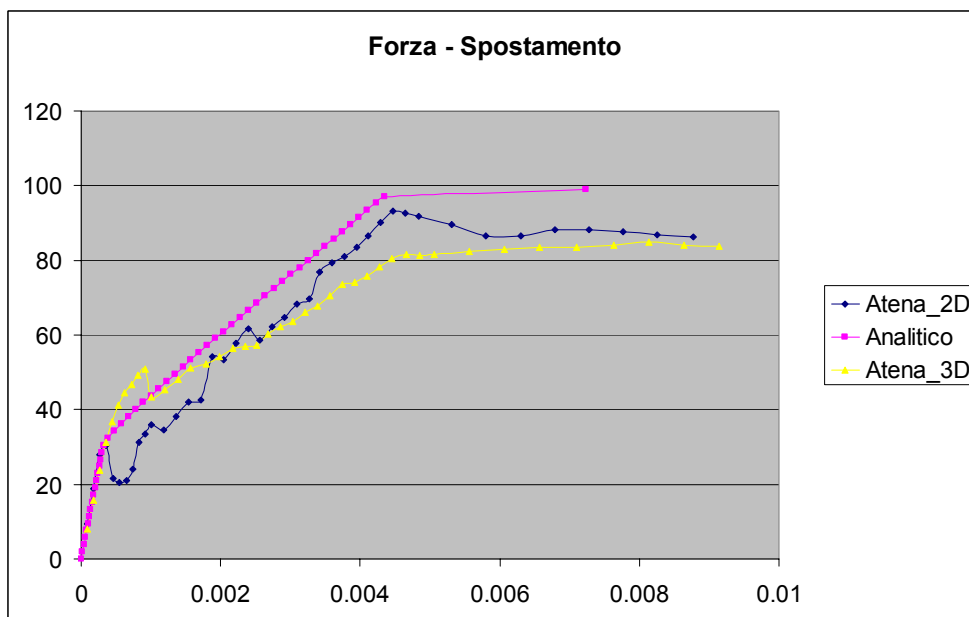


Figura 105 – Diagramma Forza – Spostamento per conglomerato FHC1%

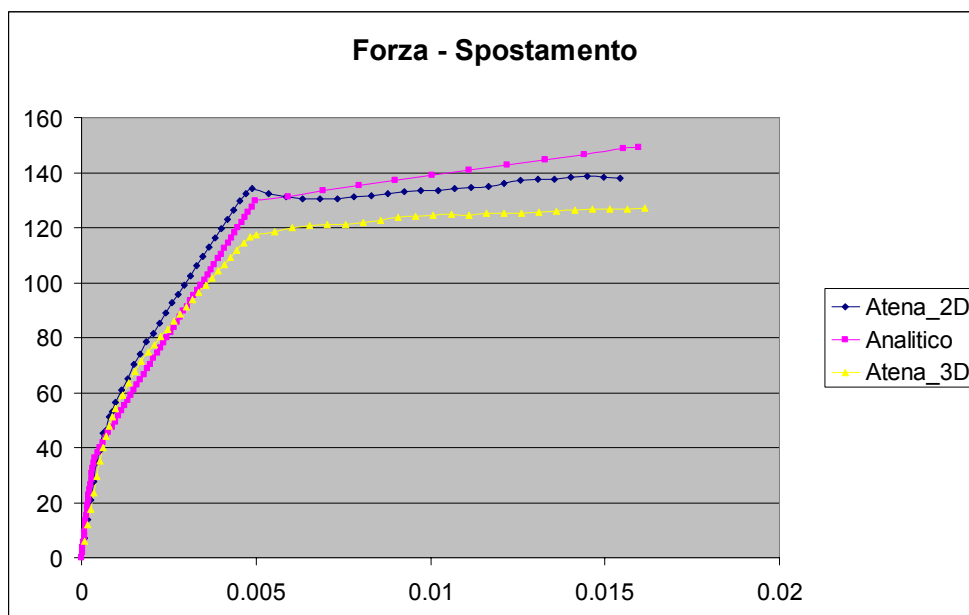


Figura 106 – Diagramma Forza – Spostamento per conglomerato FHC5%

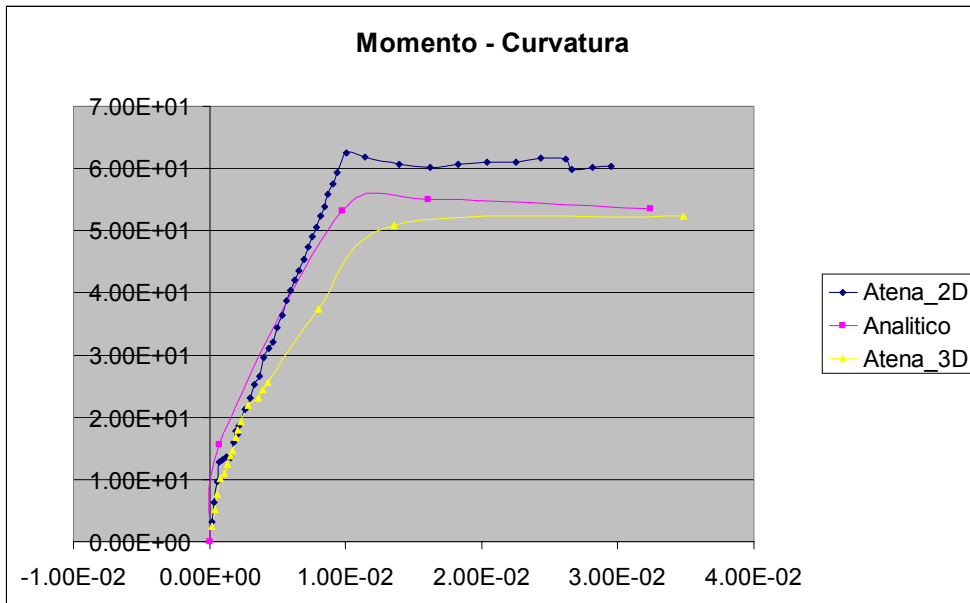


Figura 107 – Diagramma Momento – Curvatura per conglomerato FNC1%

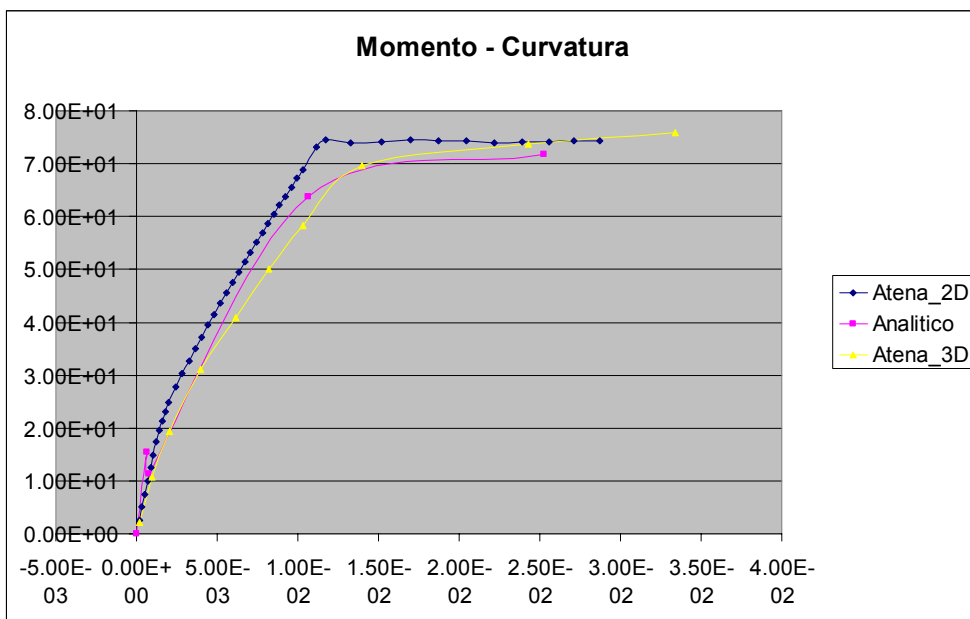


Figura 108 – Diagramma Momento – Curvatura per conglomerato FNC5%

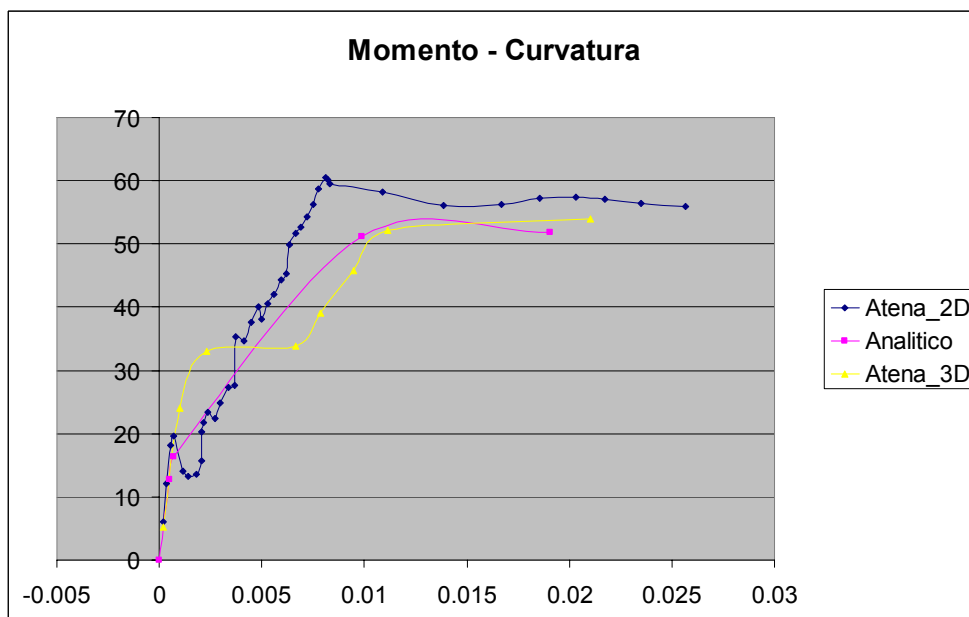


Figura 109 – Diagramma Momento – Curvatura per conglomerato FHC1%

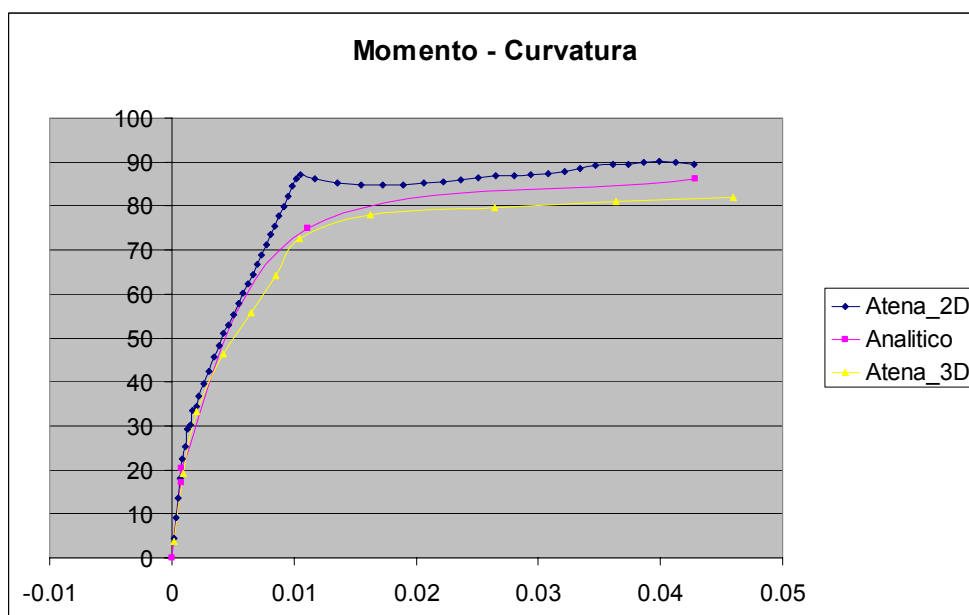


Figura 110 – Diagramma Momento – Curvatura per conglomerato FHC5%

Per meglio evidenziare, in termini di confronto diretto, le differenze in termini di resistenza e deformazione in funzione della qualità e tipologia del conglomerato costituente l'elemento si riportano i confronti in termini di sollecitazioni e deformazioni (Figura 111 – 114), con particolare riferimento agli incrementi ottenuti nei confronti del calcestruzzo ordinario (NC), comunemente utilizzato nell'ambito della progettazione di elementi costruttivi.

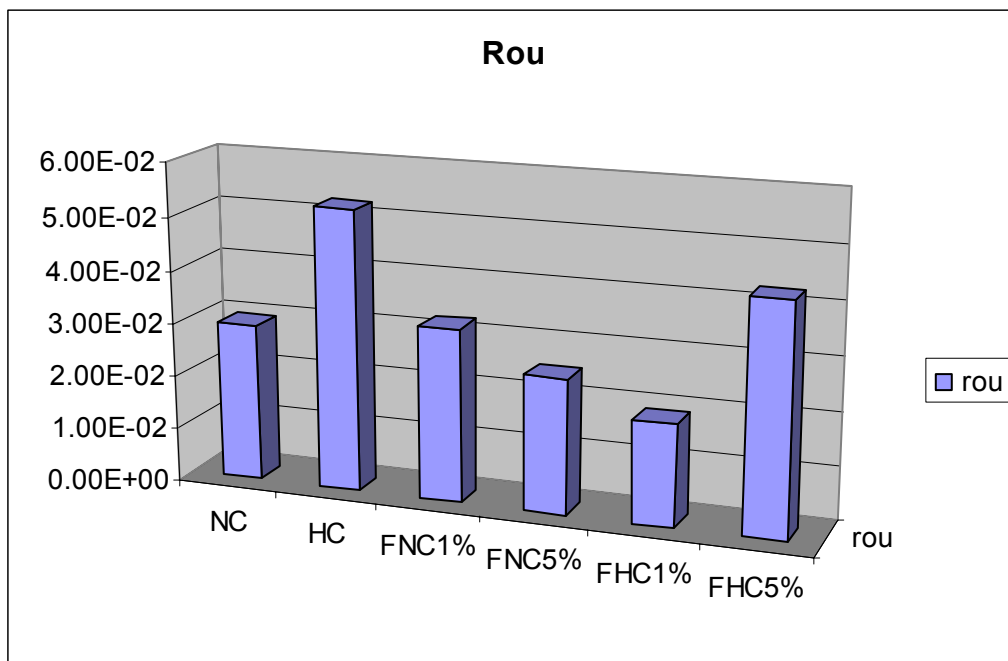


Figura 111 – Curvatura ultima, confronto per elementi inflessi

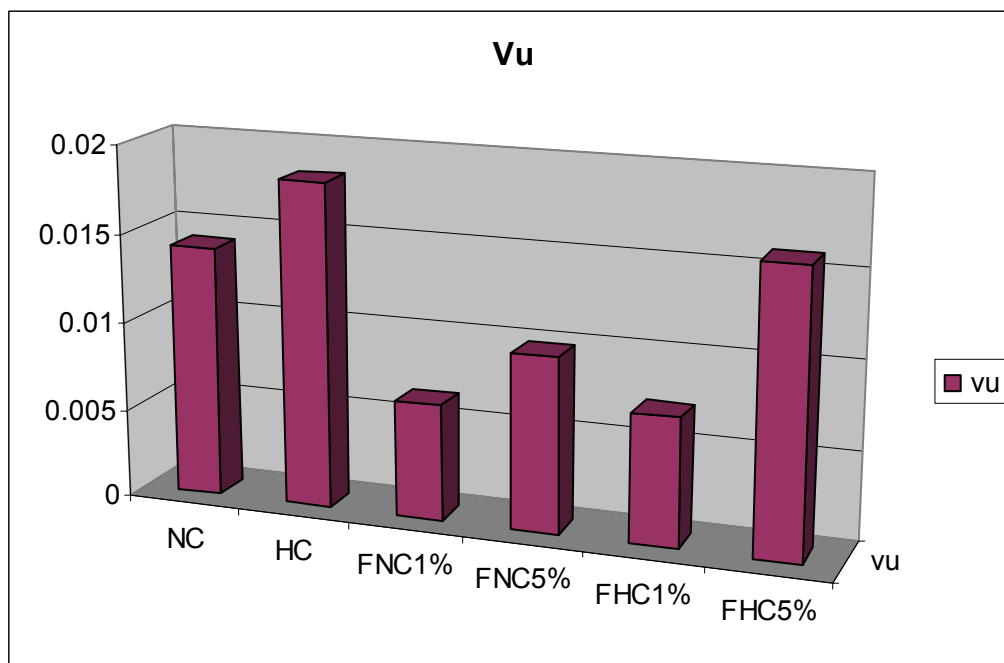


Figura 112 – Abbassamento ultimo, confronto per elementi inflessi

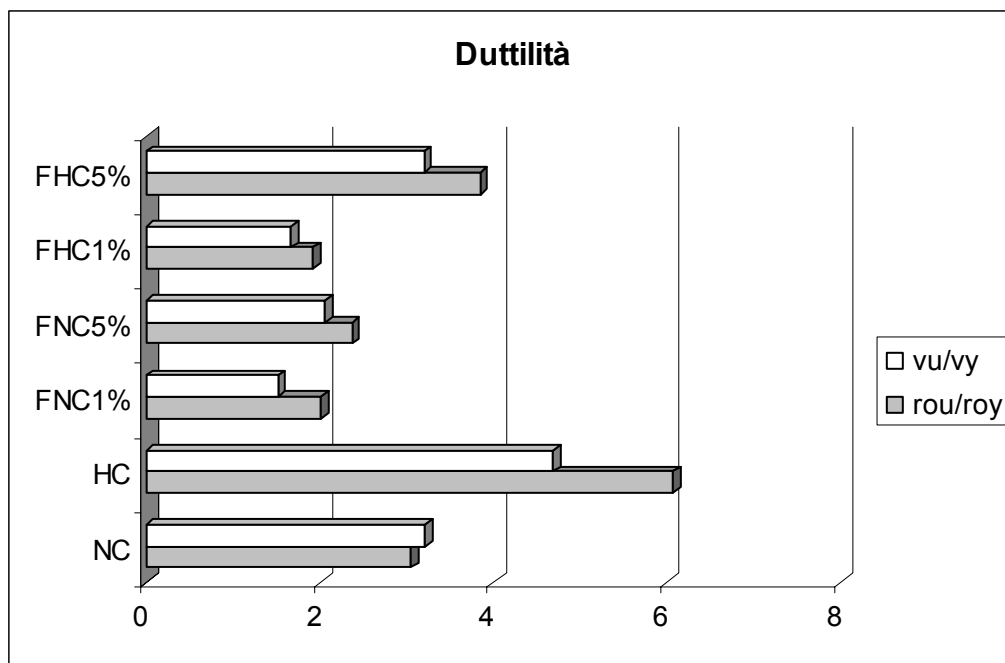


Figura 113 – Duttilità, confronto per elementi inflessi

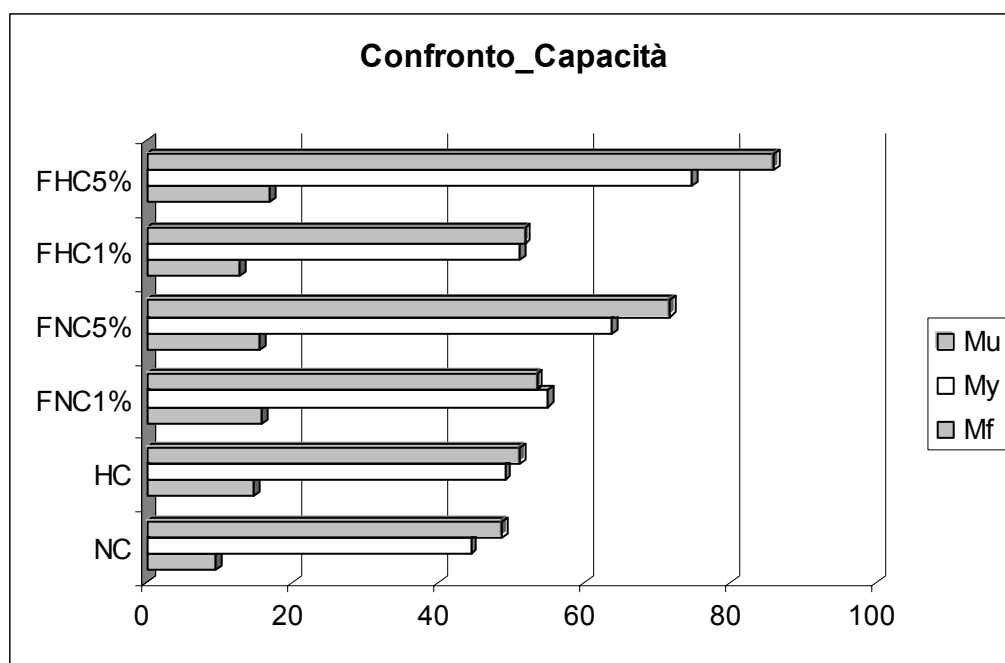


Figura 114 – Confronto in termini di capacità per elementi inflessi

In termini percentuali, nei confronti del calcestruzzo di riferimento (R_{ck} 25 MPa), è stato ulteriormente evidenziato il confronto diretto, come meglio esplicito dai grafici in termini di capacità e deformazioni esposti in Figura 115 e Figura 116.

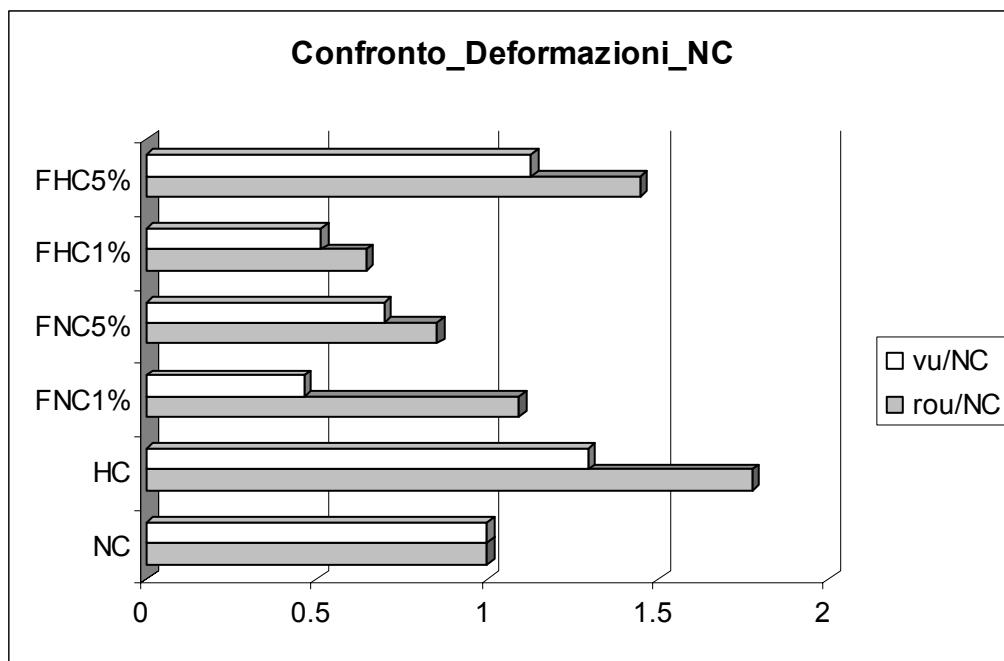


Figura 115 – Confronto in termini di deformazioni riferite all'NC per elementi inflessi

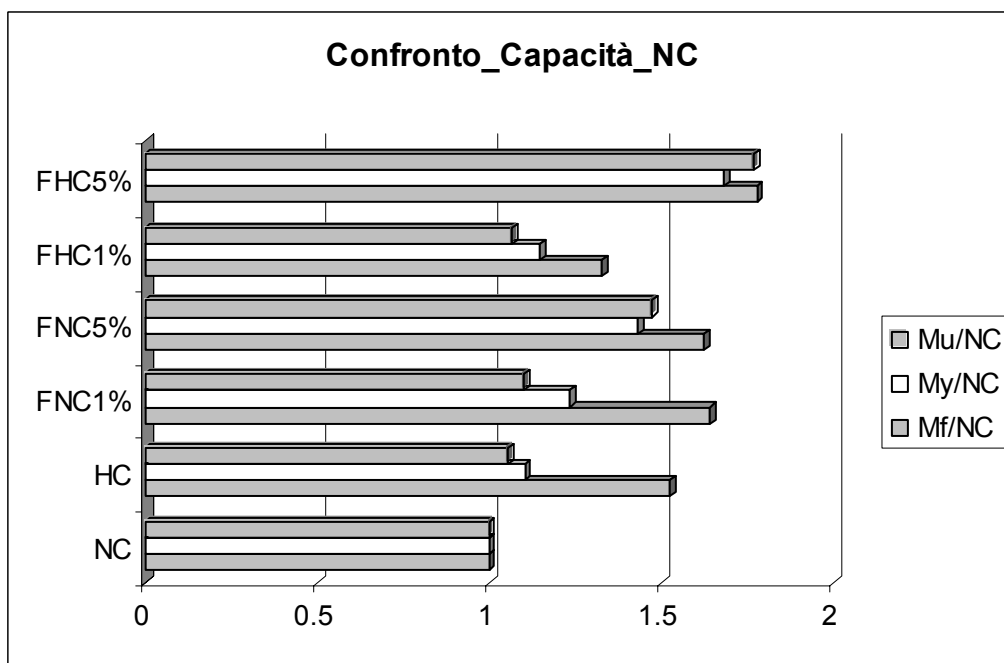


Figura 116 – Confronto in termini di capacità riferita all'NC per elementi inflessi

5.5 Indagine analitico – numerica di elementi rinforzati

Una delle maggiori applicazioni dei calcestruzzi fibro – rinforzati riguarda l'utilizzo diretto su elementi di calcestruzzo esistente che, usualmente, vengono incamiciati con malte tixotropiche o betoncini (le prime applicate a spruzzo per ripristini di spessore fino a 0.05 metri, i secondi attraverso colaggio per spessori da 0.05 metri fino a 0.1 metri) reoplastici o reodinamici, a ritiro compensato (ovvero ad espansione contrastata in aria con ritentore d'umidità liquido) al fine di ottenere miglioramenti delle capacità resistenti o, in maniera più spinta, aumenti di capacità finalizzati all'adeguamento di strutture nei confronti degli incrementi sollecitativi indotti dalla continua evoluzione normativa.

Per tale ragione, in questo paragrafo, si sono studiati, coerentemente con le analisi fin qui condotte, i benefici apportati da un'incamiciatura all'intradosso con materiale composito di spessore fissato pari a 0.05 metri.

I modelli dedotti, in conformità a quanto fino ad ora svolto, sono di tipo bi – dimensionale e tri – dimensionale, per i quali la soluzione di rinforzo (non armata) è applicata dallo stato iniziale (**ipotesi di trascurabilità del momento flettente indotto dai carichi permanenti**, ovvero M_p inferiore al momento flettente di fessurazione della sezione originaria non rinforzata) e pertanto, l'evoluzione delle sollecitazioni, fino a rottura, è applicata direttamente sulla sezione rinforzata prescindendo dalle deformazioni presenti prima del rinforzo.

Anche in questo caso, **nell'ipotesi di perfetta aderenza tra il composito aggiunto e la sezione iniziale in calcestruzzo**, si sono confrontati i risultati teorici e numerici ottenuti, valutando l'incremento di duttilità complessiva dell'elemento.

Questa ultima ipotesi, di comune applicazione, trova riscontro nelle prove sperimentali condotte sugli elementi ed è assunta da tutti i principali produttori di calcestruzzi fibro – rinforzati, soprattutto in considerazione del fatto che, il getto di incamiciatura, viene eseguito per spessore nominale superiore a quello di effettivo aumento di sezione in quanto risulta ad esso propedeutica una idrodemolizione di almeno 0.03 metri che consenta al nuovo strato di legarsi all'armatura metallica esistente.

Anche in questo caso la modellazione numerica ha visto l'utilizzo di modelli bidimensionali e tridimensionali a conforto delle previsioni analitiche dedotte.

Si riporta pertanto la geometria dei modelli numerici adottati (Figura 117 e Figura 118) che risulta ovviamente coerente con quanto fino ad ora eseguito relativamente ai modelli di elementi strutturali privi di rinforzo.

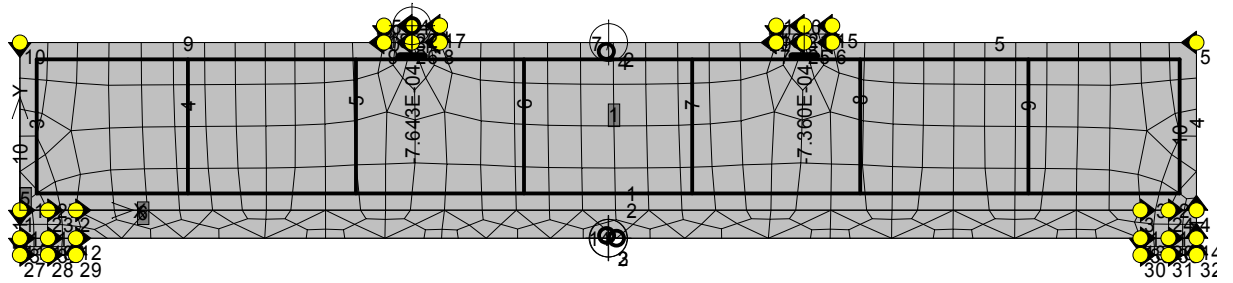


Figura 117 – Modello 2D per elementi rinforzati all'intradosso

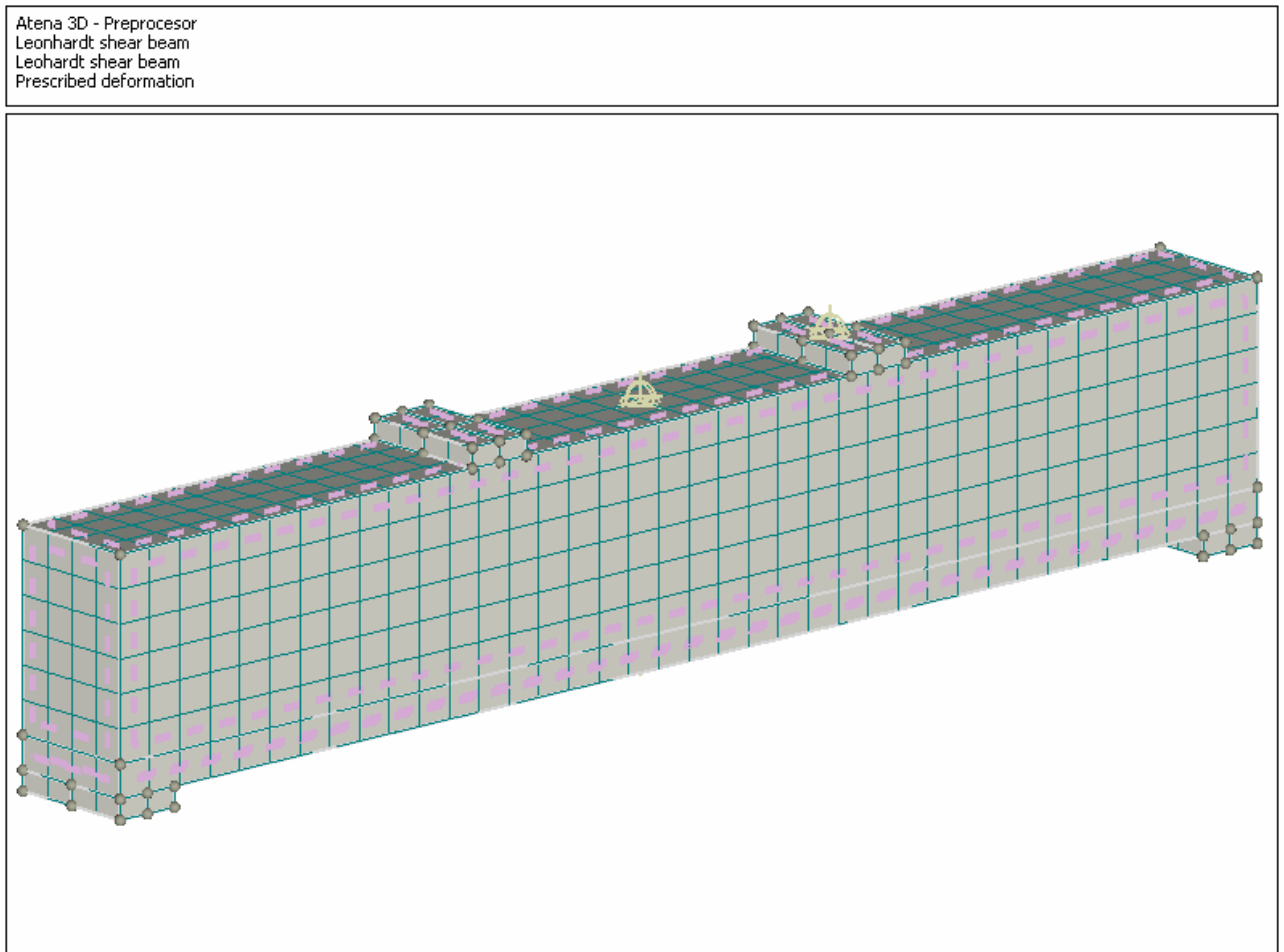


Figura 118 – Modello 3D per elementi rinforzati all'intradosso

Le risultanze delle simulazioni e delle previsioni eseguite sono riportati, in funzione della classe e del contenuto di rinforzo fibroso all'interno del conglomerato utilizzato per il rinforzo, nei grafici successivamente proposti .(Figure 119 – 126)

Si può osservare, nel complesso, una buona coerenza della risposta ottenuta con i diversi modelli proposti.

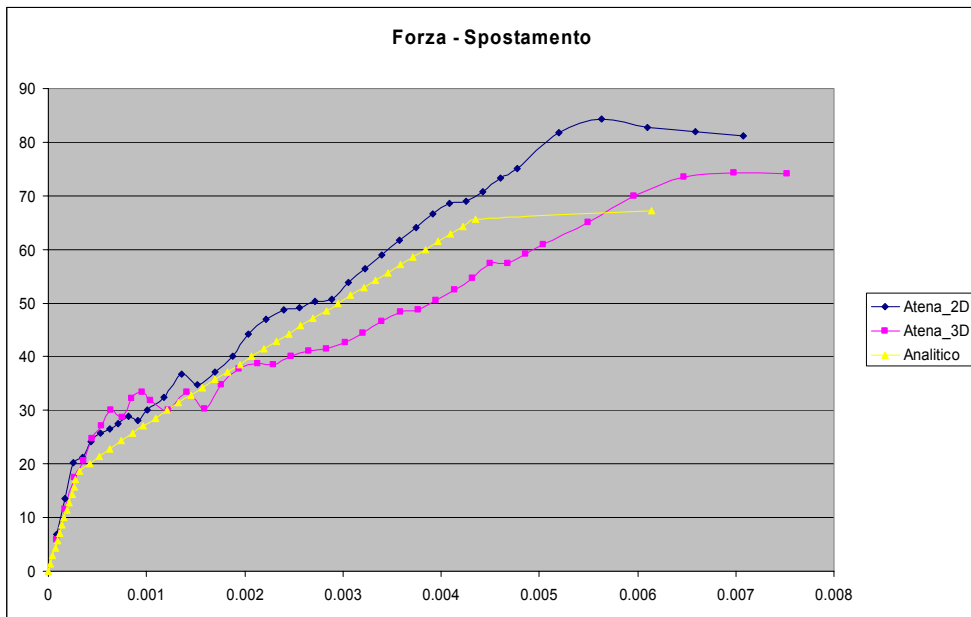


Figura 119 – Diagramma Forza – Spostamento per rinforzo con FNC1%

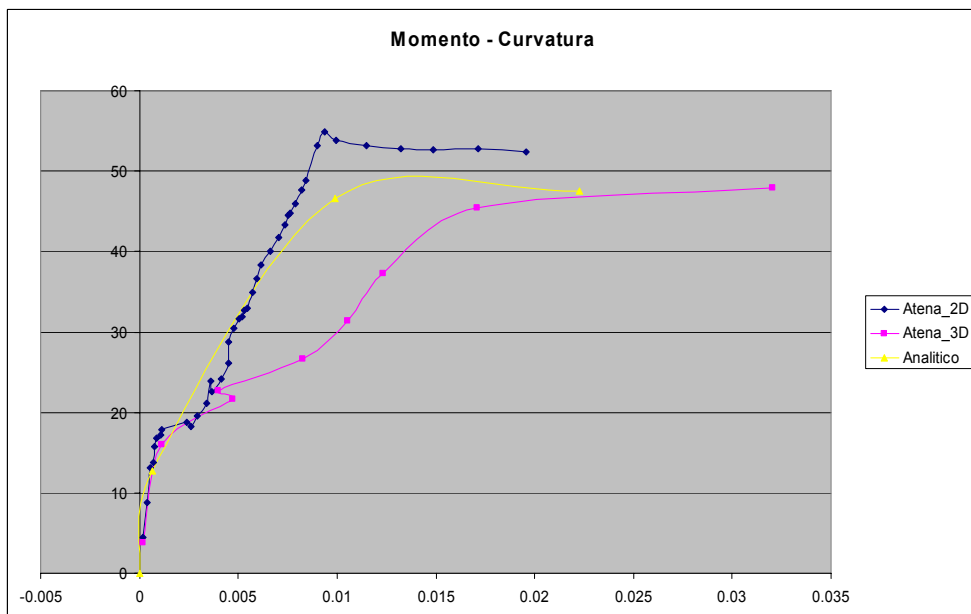


Figura 120 – Diagramma Momento – Curvatura per rinforzo con FNC1%

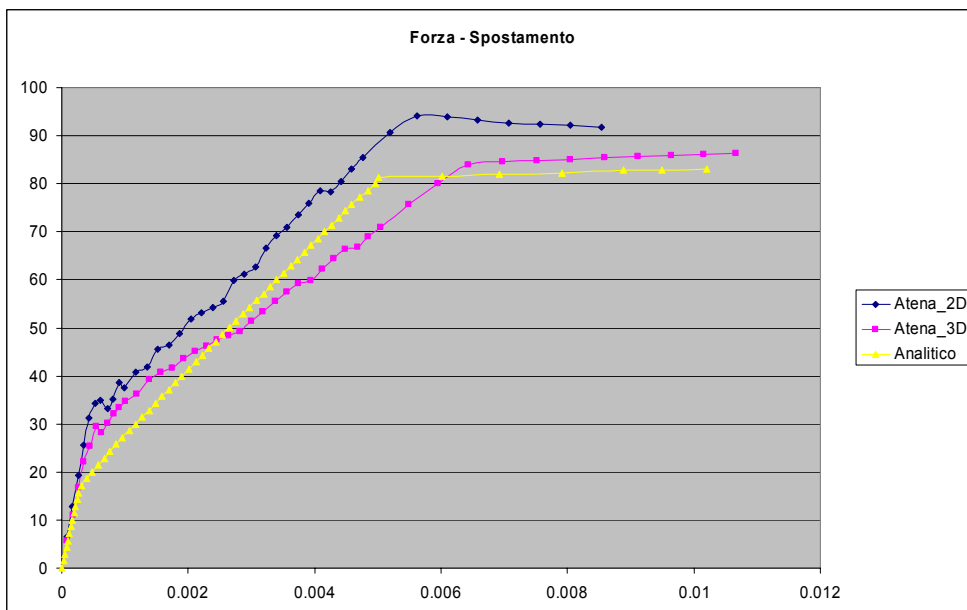


Figura 121 – Diagramma Forza – Spostamento per rinforzo con FNC5%

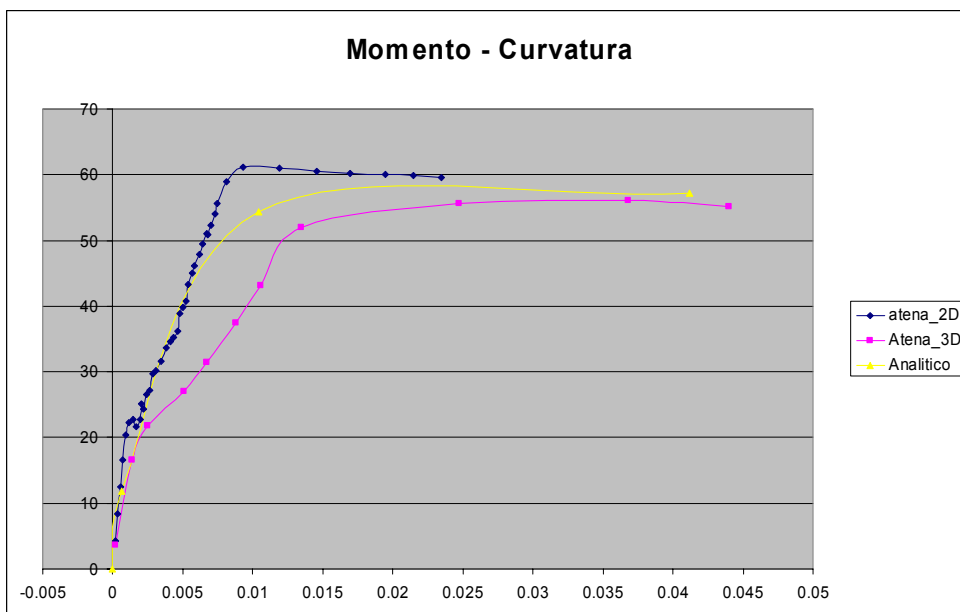


Figura 122 – Diagramma Momento – Curvatura per rinforzo con FNC5%

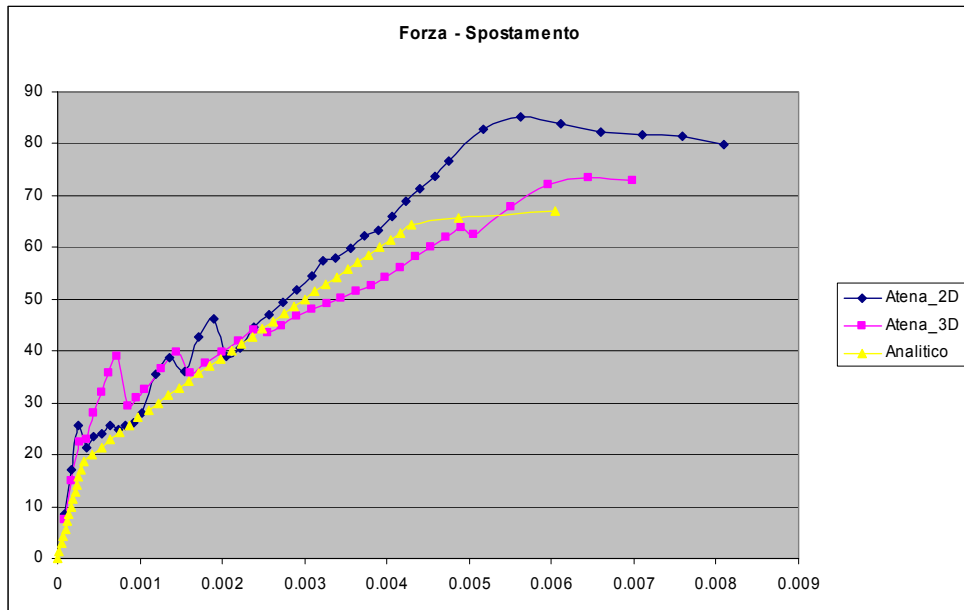


Figura 123 – Diagramma Forza – Spostamento per rinforzo con FHC1%

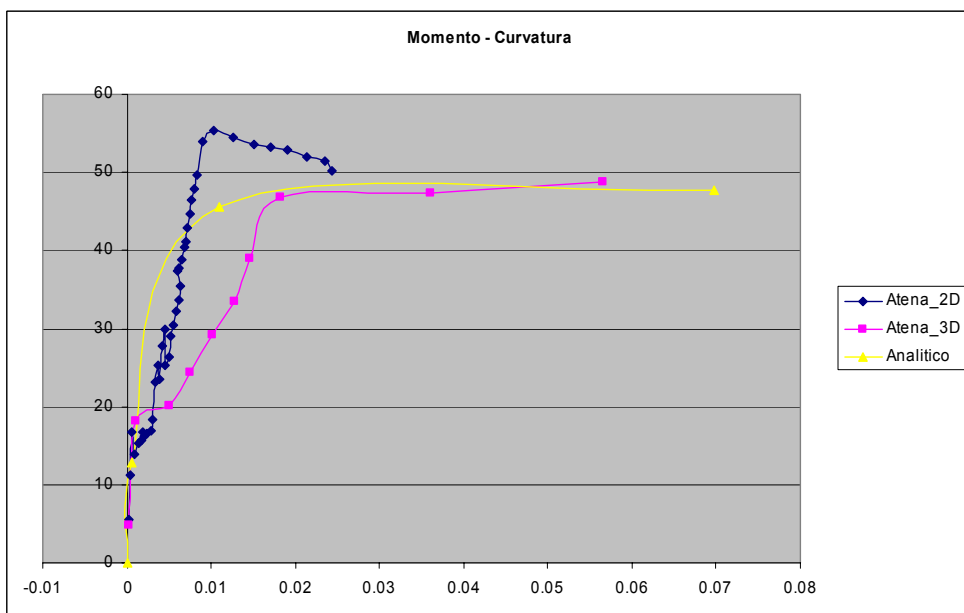


Figura 124 – Diagramma Momento – Curvatura per rinforzo con FHC1%

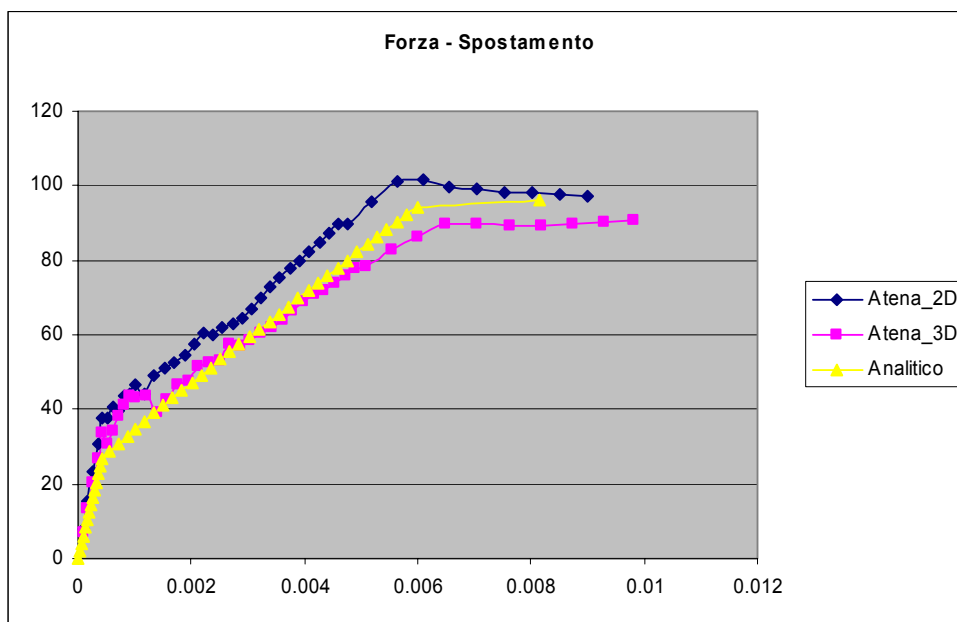


Figura 125 – Diagramma Forza – Spostamento per rinforzo con FHC5%

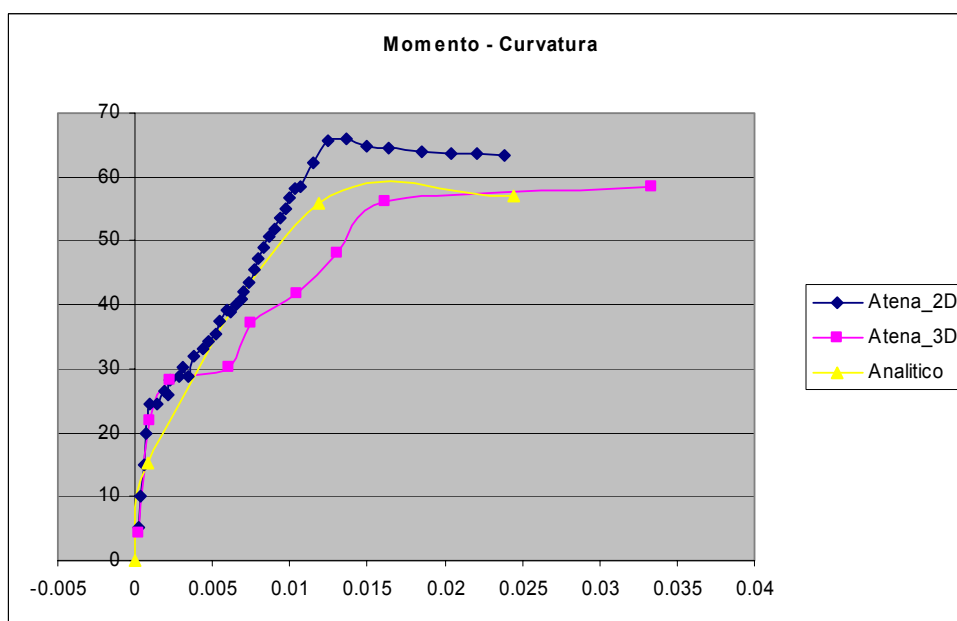


Figura 126 – Diagramma Momento – Curvatura per rinforzo con FHC5%

Anche in questo caso, nell'ottica premissa, si sono stimati gli incrementi ottenuti in termini di resistenza, deformabilità e duttilità complessiva dell'elemento rispetto alla trave di sezione originaria 0.2x0.3 metri in calcestruzzo ordinario (NC).

Le risultanze delle analisi (Figure 127 – 130) hanno prodotto un sensibile miglioramento prodotto dall'introduzione di questa tipologia di interventi (in maniera proporzionale alla capacità resistente del composito adottato) che pertanto rappresenta un valido metodo alternativo ai convenzionali interventi eseguiti su elementi strutturali degradati.

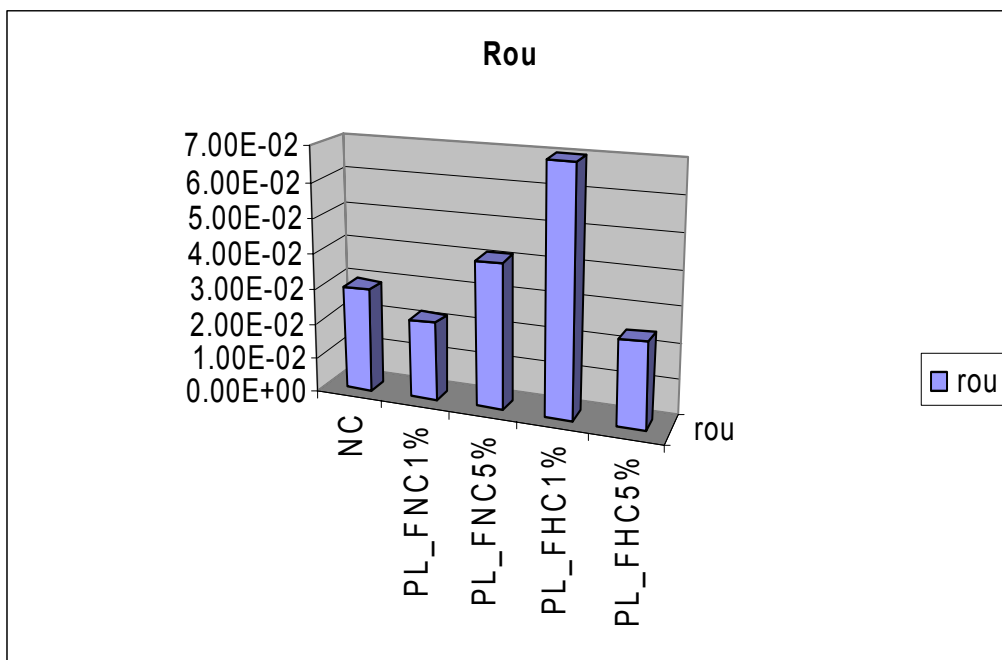


Figura 127 – Curvatura ultima, confronto per elementi rinforzati inflessi

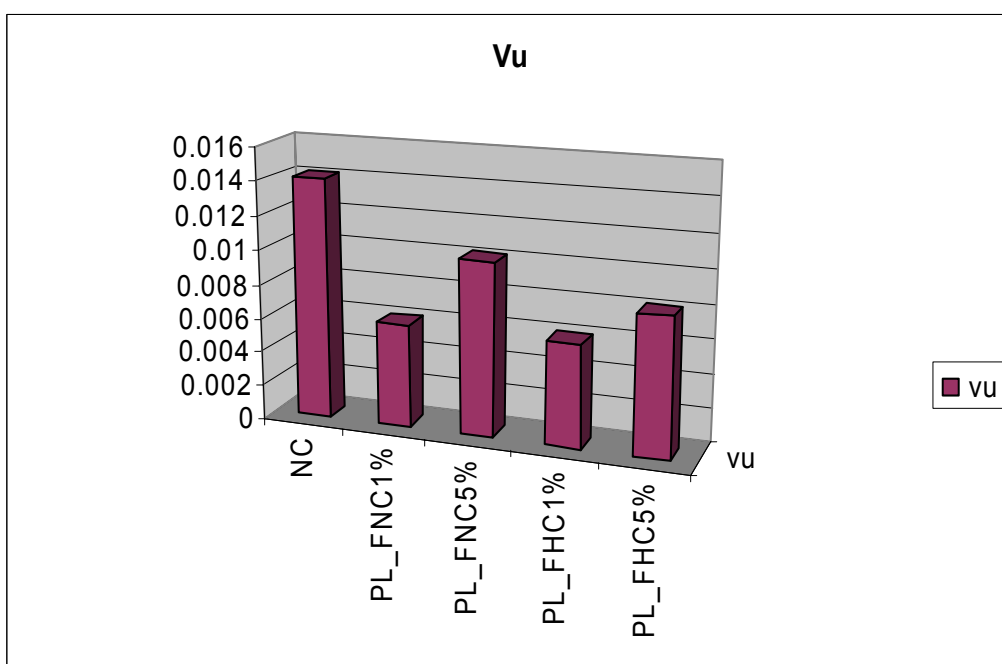


Figura 128 – Abbassamento ultimo, confronto per elementi rinforzati inflessi

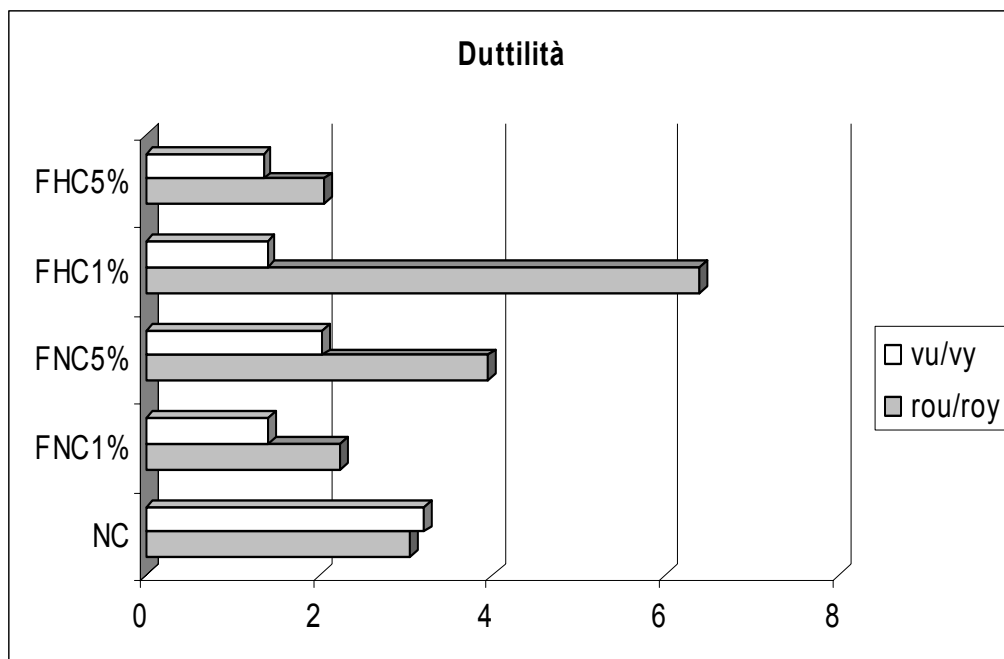


Figura 129 – Duttilità, confronto per elementi rinforzati inflessi

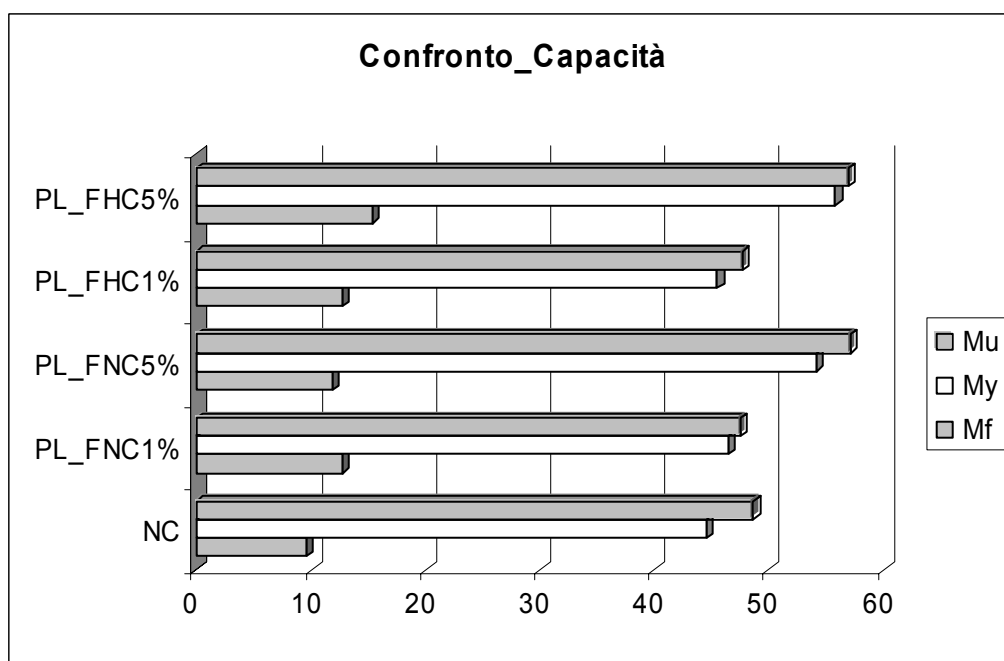


Figura 130 – Confronto in termini di capacità per elementi rinforzati inflessi

In termini percentuali, nei confronti del calcestruzzo di riferimento (R_{ck} 25 MPa), è stato ulteriormente evidenziato il confronto diretto, come meglio esplicitato dai grafici in termini di capacità e deformazioni esposti in Figura 131 e Figura 132.

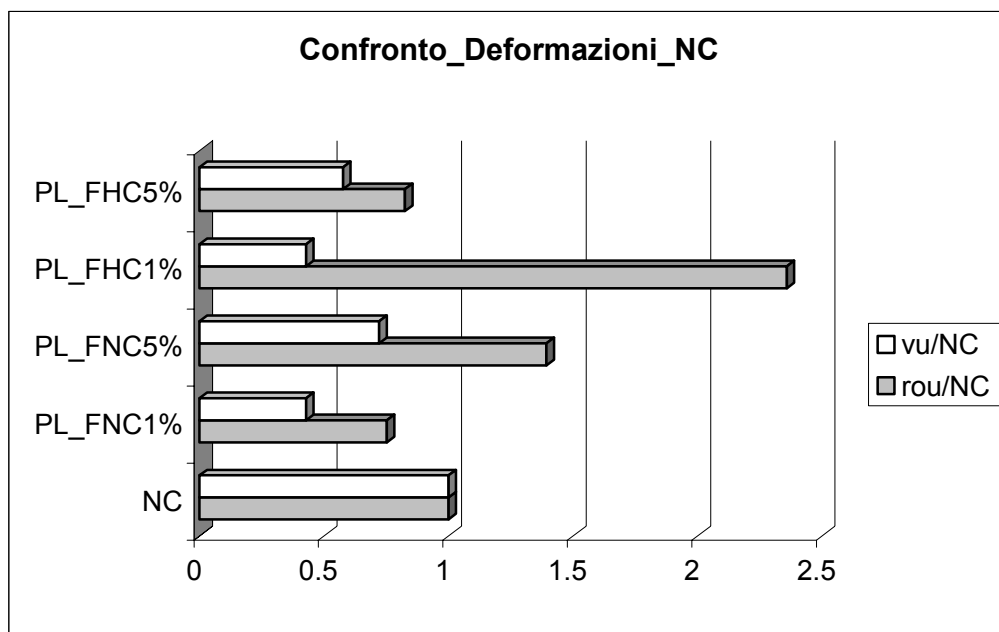


Figura 131 – Confronto in termini di deformazioni riferite all'NC per elementi rinforzati inflessi

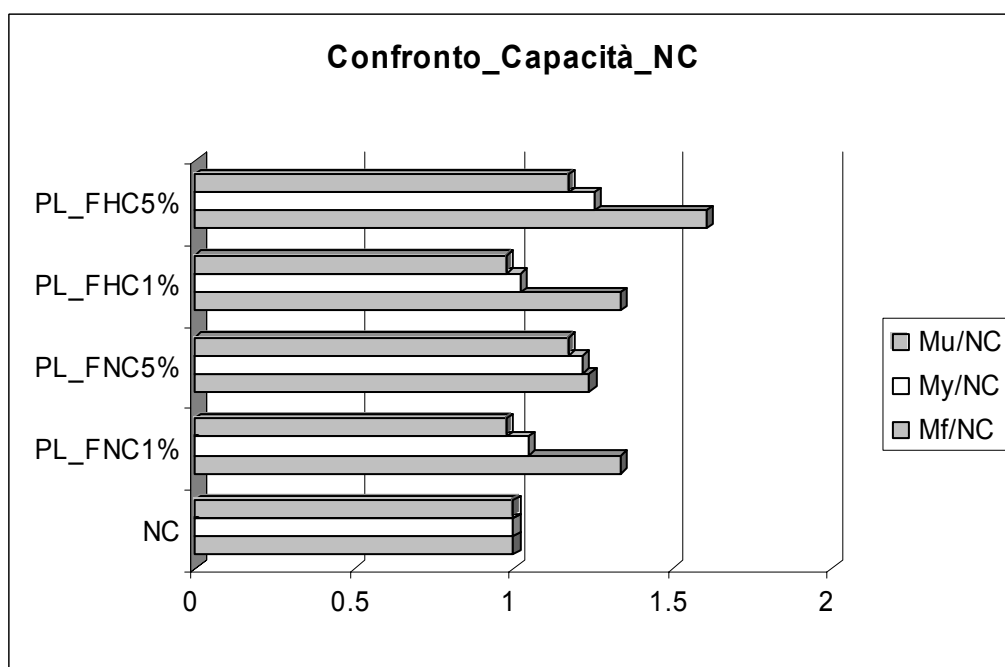


Figura 132 – Confronto in termini di capacità riferite all'NC per elementi rinforzati inflessi

Capitolo 6

Conclusioni

L'utilizzo dei materiali compositi nell'edilizia ai fini strutturali ha subito una costante evoluzione nel corso degli anni, portando allo stato attuale alla scelta di adottare materiali "pregiati" con altissime prestazioni meccaniche che consentono nell'iter progettuale di ottimizzare dimensioni e forma degli elementi resistenti.

In particolare è stato esposto come, parallelamente alla teoria e tecnica del calcestruzzo armato con barre metalliche di acciaio dolce, è stata sviluppata la possibilità di adottare al fine di ottenere un materiale complessivamente in grado di resistere a sollecitazioni complesse (quindi in grado di sviluppare sugli elementi trazioni e compressioni) rinforzi di tipo "diffuso" da inserire in modo omogeneo nel conglomerato ed in grado di garantire una buona risposta nell'usuale utilizzo dello stesso nel campo delle costruzioni.

Questa tipologia di rinforzo che si traduce nell'aggiunta alla miscela di impasto di elementi dalla geometria classica a forma di "fibra" caratterizzata da un rapporto di aspetto definito, ha visto la possibilità di adottare sia elementi metallici (fibre in acciaio) che elementi in materiale sintetico (aramide, vetro, carbonio ecc...) ottenendo prestazioni diverse allineate al costo proprio dei materiali adottati.

Particolare rilevanza, oltre al materiale costituente i rinforzi e la qualità del conglomerato di base (matrice), assume la composizione finale del materiale composito, ed in particolare dal punto di vista della resistenza a trazione, la quantità di fibra inserita nella miscela.

Si denota quindi un quadro in cui è possibile ottenere calcestruzzi estremamente performanti adottando matrici ad alte prestazioni ed aggiungendo all'impasto significative percentuali di rinforzo in volume.

Materiali ugualmente idonei ma ovviamente meno prestazionali si possono ottenere con percentuali di rinforzo minori (usualmente 1% in volume) che comunque garantiscono rigidità elevate comunque superiori a quelle dei calcestruzzi usuali che possono essere adottati per interventi specifici e speciali.

In questa ottica infatti sono concepiti betoncini colabili e malte adottate per ripristini e rinforzi di elementi degradati di opere esistenti, grazie alle buone caratteristiche aggiuntive alla resistenza meccanica stretta peraltro enunciate nel presente lavoro.

Inoltre particolare attenzione è stata anche posta alla possibilità di realizzare elementi di nuova fattura con materiali compositi evitandone il rinforzo con i metodi convenzionali (barre di armatura lenta), come confermato dalle attuali tendenze normative [23].

In entrambi i casi risulta fondamentale avere conoscenza del comportamento del materiale ottenuto al fine di poter operare le necessarie previsioni progettuali di tipo analitico e numerico.

Proprio in questa ottica ci si è concentrati sull'identificazione di legami costitutivi semplificati che fossero in grado di riprodurre il reale comportamento degli elementi strutturali oggetto di progettazione, traendone una opportuna casistica, in funzione della qualità del materiale ottenuto, sia adottando legami determinati da considerazioni di letteratura estese a modelli di calcolo, sia adottando le risposte indicate dalle attuali istruzioni CNR per la progettazione di cui, per entrambi i casi, è stata verificata la validità con opportune prove sperimentali.

Le prove condotte sono state indirizzate verso la valutazione delle resistenze caratteristiche del calcestruzzo fibro – rinforzato sia relativamente alla compressione (appoggiandosi a norme di caratterizzazione ampiamente consolidate nel corso degli anni) sia – in maniera più specifica, mirata e diretta – relativamente alla trazione, per la quale il rinforzo assume ruolo evidentemente rilevante.

In particolare sono state condotte prove di trazione diretta, studiando in maniera approfondita geometria del provino e metodo di carico per ottenere risposte “monitorabili” da materiali a comportamento prevalentemente fragile e prove di trazione “indiretta” ovvero attraverso prove di flessione a tre o quattro punti.

Quanto è emerso, anche confrontato con modelli di tipo analitico e numerico (questi ultimi ottenuti con l'ausilio di programmi di calcolo agli elementi finiti in grado di recepire legami costitutivi non lineari complessi) sostanzialmente si traduce nell'osservare che, in funzione del contenuto di fibre, è possibile ottenere calcestruzzi sempre più “duttili” nella risposta globale, ovvero in grado di superare i limiti propri del materiale di base il cui comportamento fragile è invece caratterizzato da un crollo della resistenza specifica per limitati valori dello spostamento mobilitato.

Si sono infatti ottenuti conglomerati che, per bassi contenuti di fibre, sono in grado comunque di dare luogo a fenomeni di softening contenuti, consentendo di poter contare, per

valori di spostamento significativi, su di una resistenza minore di quella di picco della matrice ma comunque pressoché costante in corrispondenza di uno stato di fessurazione a fessure concentrate (resistenza residua del materiale).

Detto valore sostanzialmente cresce al crescere del contenuto di fibre inserite nella miscela fino a dare luogo a resistenze pari o addirittura superiori a quella di picco, consentendo di identificare il comportamento duttile con fessurazione diffusa (in assenza di armatura in barre aggiuntiva) precedentemente evidenziato.

Questa capacità è misurata dall'energia di frattura G_f del materiale rappresentata dall'area sottesa dal grafico tensione nominale – apertura della fessura.

Relativamente alla capacità di resistenza a compressione del composito è stato osservato, dalle prove condotte e dai modelli adottati, che questa risulta marginalmente influenzata dalla presenza e dal contenuto del rinforzo, attestandosi di fatto ai valori propri del conglomerato di base.

Le asserzioni di cui sopra aprono sostanzialmente una nuova modalità di progettazione delle strutture anche nel campo dell'edilizia classica, modalità per la quale il progettista acquista la possibilità e la capacità di poter definire non solo la geometria degli elementi e le caratteristiche dei materiali di base, ma di poter intervenire sulla combinazione di questi ultimi per poter ottenere un materiale composito per l'esecuzione dell'opera che presenti proprietà aderenti alle prestazioni attese e volute.

Si è pertanto in grado di ottimizzare la progettazione anche nel predetto contesto.

Questo nuovo modo di operare unito alle buone proprietà del materiale riassunte, aprono prospettive di rilevante interesse (sia nell'ambito delle nuove costruzioni che dei rinforzi ed adeguamenti di costruzioni esistenti) soprattutto per la progettazione in zona sismica (anche alla luce delle recenti innovazioni normative tese a considerare a rischio sismico l'intero territorio nazionale) per la quale pari importanza è affidata alla resistenza propria del materiale ed alla duttilità che gli elementi strutturali sono in grado di manifestare, realizzando cicli isteretici dissipativi.

Proprio in questa ottica si sono eseguite valutazioni qualitative nei confronti delle indagini parametriche condotte, determinando gli opportuni confronti tra i vari materiali testati.

Materiali estremamente duttili e di buone capacità infatti sono stati ottenuti accoppiando materiali fibrorinforzati con elementi in calcestruzzo armato ordinario (nell'ottica dell'esecuzione di un rinforzo strutturale) oppure adottando comunque un armatura metallica in barre (ma di entità molto modesta) in elementi completamente in calcestruzzo fibroso.

Le indagini condotte hanno infine evidenziato una buona aderenza dei modelli adottati (sia analitici che numerici) al reale comportamento degli elementi indagati.

Bibliografia

- [1] Vandewalle, L. et al.: **Test and design methods for steel fibre reinforced concrete proposed by RILEM TC 162-TDF**. BEFIB 2004: 3-12.
- [2] Fisher, G.: **Current U.S. guidelines on fiber reinforced concrete and implementation in structural design**. BEFIB 2004: 13-22.
- [3] Teutsch, M.: **German Guidelines on Steel Fibre Concrete**. BEFIB 2004: 23-28.
- [4] Barr, B. and Lee, M. K.: **FRC guidelines in the UK, with emphasis on SFRC in floor slabs**. BEFIB 2004: 29-38.
- [5] Di Prisco, M. Toniolo, G. Plizzari, G. A. Cangiano, S. and Failla, C.: **Italian guidelines on SFRC**. BEFIB 2004: 39-72.
- [6] Shah, S. P. and Kuder K. G.: **Hybrid and high-performance fiber-reinforced cementitious composites**. BEFIB 2004: 83-92.
- [7] Banthia, N. Gupta, R. and Mindess, S.: **Developing crack resistant FRC overlay materials for repair applications**. BEFIB 2004: 99-106.
- [8] Mobasher, B.: **Recent advances in modeling Fiber Reinforced Concrete**. BEFIB 2004: 113-121.
- [9] Barros, J. Pereira, E. Ribeiro, A. and Cunha, V.: **Self-compacting steel fibre reinforced concrete for precasted sandwich panels – experimental and numerical research**. BEFIB 2004: 169-180.
- [10] Cattaneo, S. Rosati, G. and Biolzi, L.: **Flexure of reinforced HPC beams**. BEFIB 2004: 29-38.
- [11] Surendra Shah, P. Katherine Kuder, G. and Bin Mu: **Fiber-reinforced cement-based composites: a forty year odyssey**. 6th RILEM Symposium on Fibre-Reinforced Concretes (FRC), Varenna 2004: 3-30.
- [12] Massicotte, B.: **Implementing SFRC Design into North American Codes: Application to a Building floor**. International Workshop on Advances in Fiber Reinforced Concrete, 2004: 73-80.
- [13] Li, V.C.: **Strategies for High – Performance Fiber Reinforced Cementitious Composites Development**. International Workshop on Advances in Fiber Reinforced Concrete, 2004: 93-98.

- [14] Dehn, F.: **Influence of Production and Processing on the Properties of Fiber Reinforced Concrete (FRC)**. International Workshop on Advances in Fiber Reinforced Concrete, 2004: 107-111.
- [15] Lambrechts, A.N.: **The variation of Steel Fibre Concrete characteristics. Study on Thoghness results 2002-2003**. International Workshop on Advances in Fiber Reinforced Concrete, 2004: 135-148.
- [16] Naaman, A.E and Reinhardt: **Fiber Reinforced Concrete: Current needs for successful implementation**. International Workshop on Advances in Fiber Reinforced Concrete, 2004: 151-155.
- [17] Cadoni, E. Teruzzi, T. Muttoni, A. Suter, R. and Bruhwiler, E.: **FRC in Switzerland: Research, Applications and Perspectives**. International Workshop on Advances in Fiber Reinforced Concrete, 2004: 157-167.
- [18] Batson, G.B. Kim, J.: **Steel Fibers for Shear Reinforcement in Reinforced Concrete Beams**. International Workshop on Advances in Fiber Reinforced Concrete, 2004: 181-192.
- [19] Failla, C. Magnetti, P.: **The experience in SFRC production of an Italian Precast Factory**. International Workshop on Advances in Fiber Reinforced Concrete, 2004: 193-204.
- [20] Galli, G. Grimaldi, A. Rinaldi, Z.: **Optimal design of FRC structural elements**. LMS 2003.
- [21] Galli, G. Grimaldi, A. Rinaldi, Z. and Spadea, G: **Analytical and experimental evaluation of FRC ductility**. IMTCR 2004.
- [22] Galli, G. Grimaldi, A. Rinaldi, Z.: **Ductility of R.C. beams reinforced with FRC**. 13WCEE, 2004.
- [23] CNR – DT 204/2006: **Istruzioni per la progettazione, l’ecuzione ed il controllo delle strutture di calcestruzzo fibrorinforzato**.
- [24] Cervenka, W and Cervenka, J.: **Atena 2D program documentation**. CERVENKA Consulting, Predvoje 22 Praha, 2003.
- [25] Rinaldi, Z.: **Duttilità e resistenza di strutture in c.a.: influenza della localizzazione delle deformazioni nell’acciaio**. Dottorato di Ricerca in Ingegneria delle Strutture, 1998 – Università degli studi di Roma “Tor Vergata”.
- [26] Markovic, I.: **High – Performance Hybrid – Fibre Concrete – Development and Utilisation**. DUP Science, 2006.

- [27] Vicenzino, E. Culham, G. Perry, V.H. Zakariassen, D. Chou, T.S.: **First use of UHPFRC in Thin Precast Concrete Roof Shell Canadian LRT Station**. PCI Journal, Settembre – Ottobre 2005.
- [28] Walraven, J.C.: **From High – Strength to High – Performance to Defined – Performance Concrete**. 6th International Symposium on High Strength / High Performance Concrete, Leipzig, Giugno 2002.
- [29] Iori, F.: **Analisi sperimentale del comportamento a trazione di calcestruzzi rinforzati con fibre polimeriche**. Tesi di laurea in Ingegneria Civile, Tor Vergata A.A. 2005.
- [30] RILEM, 2001: **Test and Design Methods for steel fibre reinforced concrete: uniaxial tension test for steel fibre reinforced concrete**. RILEM TC 162 TDF **Recommendations**, Material and structures, 34: 3 – 6.
- [31] RILEM, 2000: **Test and Design Methods for steel fibre reinforced concrete: beam test**. RILEM TC 162 TDF **Raccommendations**, Material and structures, 33: 3 – 5.
- [32] ACI Committee 544, 1999: **Design Considerations for steel fiber reinforced concrete**. ACI 544.2R-98, *American Concrete Institute, ACI Farmington Hills, MI*.
- [33] ACI Committee 544, 1996: **Measurement of properties of fiber reinforced concrete**. ACI 544.4R-88, *American Concrete Institute, ACI Farmington Hills, MI*.
- [34] ACI Committee 544, 1996: **State of the art Report on fiber reinforced concrete**. ACI 544.1R-96, *American Concrete Institute, ACI Farmington Hills, MI*.
- [35] JCI 1984: **Method of tests for flexural strength and flexural toughness of fiber reinforced concrete**, JCI Standard SF-4, JCI Standard for test methods of fiber reinforced concrete, *Japan Concrete Institute*.
- [36] UNI U73041440, 2004: **Progettazione, esecuzione e collaudo degli elementi strutturali in calcestruzzo rinforzato con fibre d'acciaio**.
- [36] CEN – prEN 14651 (draft March 2004): **Precast Concrete products – Test method for metallic fibre concrete – measuring the flexural tensile strength (limit of proportionality (LOP), residual)**.
- [37] Olivito, R. S. Grimaldi, A. Rinaldi, Z.: **Valutazione analitico-sperimentale del comportamento di travi in calcestruzzo fibrorinforzato**. Atti del convegno "AIAS", Salerno, 3-6 Settembre, 2003.
- [38] Shumacher, P.: **Rotation capacity of steel fiber reinforced concrete beams**. 6th International PhD Symposium in Civil Engineering, Zurich, 23-26 August 2006.

- [39] Lim, T.Y. Paramasivam, P. Lee, S.L.: **An analytical model for tensile behaviour of steel fiber concrete**. ACI Materials Journal, V. 84, No. 4, July-Aug. 1987, pp. 286-298.
- [40] Arca, A.: **Etude experimentale sur le comportement mecanique du BFUP (beton fibre ultra performance)**. Graduation thesis, Laboratoire Central des Ponts et Chaussées 2002.
- [41] Alaaee, F. J. Karihaloo, B. L.: **Retrofitting of reinforced concrete beams with CARDIFRC**. Journal of composite for construction. Vol. 7, No. 3, August 1, 2003. ASCE.
- [42] Valle, M. Buyukozturk, O.: **Behaviour of fiber reinforced high strength concrete under direct shear**. Studi e Ricerche – Vol. 13, 1992 – Scuola di specializzazione in costruzioni in c.a. Fratelli Pesenti, Politecnico di Milano.
- [43] Hsu, L.S. Hsu, C.T.T.: **Complete stress-strain behaviour of high strength concrete under compression**. Magaz. Concr. Res. 46, n°169, December 1994, pp. 301-312.
- [44] Ombres, L.: **Fessurazione da ritiro in elementi strutturali di calcestruzzo armato e rinforzato con fibre metalliche**. Studi e Ricerche Vol. 14, 1994. Scuola di Specializzazione in costruzioni in cemento armato “Fratelli Pesenti”.
- [45] Faisal, F. W. Samir, A.A.: **Mechanical Properties of High-Strength Fiber reinforced concrete**. ACI Material Journal, V. 89. No. 5. September-October 1992.
- [46] Huang, Z. Engstrom, B. Magnusson, J.: **Experimental and analytical studies of the bond behaviour of deformed bars in high strength concrete**. Proc. Forth Int. Symposium on utilization of high strength/high performance concrete, Vol.3, Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, Paris, May 1996, pp. 1115-1124.
- [47] Nathan, G. K. Paramasivam, P. Lee, S. L.: **Tensile behaviour of fibre reinforced cement past**. Journal of Ferrocement. Bangkok, vol. 8. No. 2, October 1977, pp. 59-79
- [48] Colleparidi, M Coppola, L.: **Materiali innovativi per calcestruzzi speciali**. Enco s.a.s., 1990.
- [49] Bentur, A. Mindness, S. : **Fibre reinforced cementitious composites**. Elsevier Applied Science (1990), London e New York.
- [50] Di Prisco, M. Ferrara, L. Colombo, M. Mauri, M.: **On the identification of SFRC constitutive law in uniaxial tension**. BEFIB 2004: 827-836.
- [51] Rinaldi, Z.: **An analytical Model for the evaluation of the local ductility in R/C Members**. Studi e Ricerche – Vol. 26, 2006 – Scuola di specializzazione in costruzioni in c.a. Fratelli Pesenti, Politecnico di Milano.