Capitolo 1

Introduzione

Nell'ambito dell'ingegneria geotecnica, è frequente la distinzione fra gli strumenti matematici impiegati per l'*analisi dello stato deformativo* (cedimenti di fondazioni e rilevati, spostamenti di strutture di sostegno, convergenze di gallerie, ecc.) e quelli utilizzati per l'*analisi delle condizioni di collasso* (carico limite di fondazioni, stabilità di strutture di sostegno, stabilità di pendii, ecc.). Nel primo caso, si ricorre frequentemente alla teoria dell'elasticità lineare (cfr., ad es., [87]); nel secondo, il terreno viene spesso modellato come un continuo rigido-plastico (cfr., ad es., [52]).

La teoria dell'elasticità lineare è sicuramente poco adeguata alla descrizione del comportamento dei geomateriali, anche in un campo tensio-deformativo lontano dalla rottura. Inoltre, se le condizioni di collasso vengono valutate nell'ipotesi di comportamento rigido-plastico (analisi limite, metodo delle caratteristiche, ecc.), è impossibile utilizzare questo risultato per individuare con certezza l'ambito in cui limitare le condizioni di esercizio; infatti la definizione del coefficiente di sicurezza non è in generale univoca e, soprattutto, il valore che questo assume può essere giudicato sufficientemente grande solo sulla base di considerazioni empiriche. A ciò si aggiunge che nel comportamento osservato sperimentalmente, spesso non è facile individuare con chiarezza una condizione definibile come "collasso". E' questo il caso, ad esempio, di fondazioni su sabbie sciolte o su argille tenere; dove, al crescere del carico, non si osserva una brusca accelerazione dei cedimenti, come nel caso di sabbie addensate e di argille consistenti (Fig. 1.1a), ma il loro graduale incremento (Fig. 1.1b). Si tratta della cosiddetta *rottura per punzonamento* [43], difficilmente ricavabile attraverso una schematizzazione rigido-plastica del comportamento del terreno.

Queste considerazioni evidenziano la necessità di disporre di efficaci modelli costitutivi, capaci di simulare in modo accurato il comportamento dei terreni. Purtroppo lo sviluppo e l'uso di tali modelli è stato fortemente rallentato dalle difficoltà connesse alla loro applicazione. Difficoltà legate all'eccessivo onere computazionale (insostenibile fino a non molto tempo fa), ma anche alla non totale attendibilità o, addirittura, indisponibilità delle necessarie valutazioni sui parametri del materiale.

Negli ultimi decenni, il miglioramento delle tecniche sperimentali e dei metodi computazionali è risultato determinante. Si sono compiuti, infatti, significativi progressi nello studio del comportamento meccanico dei terreni e nell'elaborazione di adeguati

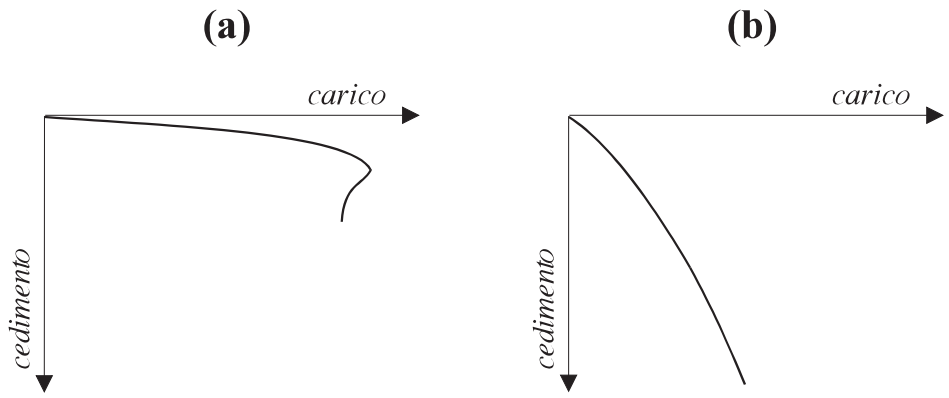


Figura 1.1: Curve carico-cedimenti tipicamente osservate per fondazioni su sabbie addensate, argille consistenti (a) e su sabbie sciolte, argille tenere (b)

modelli costitutivi. Ne risulta una tendenza, ancora nella sua fase iniziale, ad una trattazione unitaria dei diversi aspetti dell'analisi geotecnica; cioè alla scelta di un'unica descrizione matematica del comportamento del materiale da utilizzare nelle diverse verifiche delle scelte progettuali.

Il presente lavoro intende fornire un contributo in questa direzione. I materiali considerati, le argille "tenere" (cioè particolarmente compressibili), sono di notevole interesse ingegneristico; terreni con queste caratteristiche sono infatti estesamente diffusi, e la loro grande deformabilità rende necessaria una particolare attenzione in ambito progettuale.

Si osservi, infine, che molte delle caratteristiche della risposta meccanica di questi materiali sono comuni ad altri terreni, anche non argillosi. Quindi, la modellazione delle argille tenere viene qui considerata anche come un necessario passo in uno studio più generale del comportamento costitutivo dei geomateriali.

1.1 Caratteristiche essenziali del comportamento costitutivo delle argille tenere

Lo studio del comportamento dei geomateriali (terreni, rocce, calcestruzzi) e di altri materiali a comportamento coesivo-attritivo (polveri, materiali ceramici, ghiaccio, ecc.), è oggetto di una crescente attenzione, non solo da parte di ricercatori di formazione geotecnica, ma anche da parte di studiosi provenienti da altri settori della meccanica dei continui. Tali materiali, infatti, svolgono un ruolo fondamentale in numerose applicazioni pratiche; inoltre, l'estrema complessità del loro comportamento costitutivo è ulteriore motivo di interesse.

Tale complessità è evidenziata dalle molteplici caratteristiche osservate nella risposta meccanica:

- comportamento fortemente non lineare ed inelastico, anche per piccoli gradienti di spostamento;

- resistenza a trazione scarsa o nulla;
- dipendenza dalla tensione media, sia in termini di deformabilità che di resistenza;
- dilatanza o contrattanza indotta da azioni deviatoriche;
- sviluppo di deformazioni inelastiche in compressione isotropa;
- accoppiamento fra i processi meccanici ed il moto del fluido presente nei pori;
- frequenti fenomeni di localizzazione delle deformazioni;
- incrudimento o rammollimento volumetrico;
- anisotropia indotta dalla storia tensio-deformativa.

In questa parte introduttiva, si è ritenuto opportuno illustrare brevemente i più importanti aspetti del comportamento meccanico delle argille; per una esauriente trattazione dell'argomento si rimanda ai più noti testi di meccanica delle terre [7, 43, 86, 87].

I risultati di una prova triassiale standard su un campione di argilla, in termini di tensione assiale (σ_a) e della corrispondente deformazione (ε_a), sono riportati in Fig. 1.2a. Dopo una prima fase di carico (OA), in cui è evidente un comportamento non lineare già per piccoli gradienti di spostamento, si procede allo scarico (ABC). Alla fine di questo percorso si osserva che soltanto una parte della deformazione assiale del provino viene recuperata ($\varepsilon_{a,rev}$). Se si carica nuovamente (CDE), il materiale ripercorre essenzialmente lo stesso tratto di curva corrispondente allo scarico, fino al raggiungimento (E) del massimo valore di tensione assiale sperimentato in precedenza.

Una delle fondamentali caratteristiche del comportamento dei terreni è che una risposta del tutto simile si osserva pure in una prova di compressione isotropa, come è evidenziato nel diagramma pressione (p) vs. deformazione volumetrica ($-\Delta V/V_0$) riportato in Fig. 1.2b. Nei terreni, quindi, diversamente dal caso di molti metalli, vi può essere sviluppo di deformazioni irreversibili anche a seguito dell'applicazione di uno stato tensionale sferico.

Si considerino adesso tre provini di argilla il cui stato iniziale sia rappresentato dai punti A, B e C riportati nel diagramma pressione-volume ($p - V$) di Fig. 1.3c. Si osservi, in tale diagramma, che dopo aver compresso fino a $p = p_{\max}$ tutti i provini, i campioni A e B sono stati scaricati fino a diversi valori di pressione. I risultati ottenuti dall'esecuzione di prove triassiali standard drenate sono riportati nel diagramma di Fig. 1.3a (con σ_r ed ε_r sono indicate rispettivamente la tensione e la deformazione radiale). Le curve corrispondenti alle prove su A, B e C differiscono notevolmente fra loro; si osserva, quindi, una forte dipendenza dalla tensione media. Nel diagramma di Fig. 1.3b, infine, sono riportati i percorsi di tensione relativi alle suddette prove. Si osserva che i punti rappresentativi della condizione "ultima" dei provini, si dispongono lungo una linea che, con buona approssimazione, può essere interpretata come una retta passante per l'origine. Tale linea, detta *di stato critico* (CSL) [69], non viene superata dai percorsi tensionali dei campioni C ($p_0 = p_{\max}$: *normal-consolidato*) e B

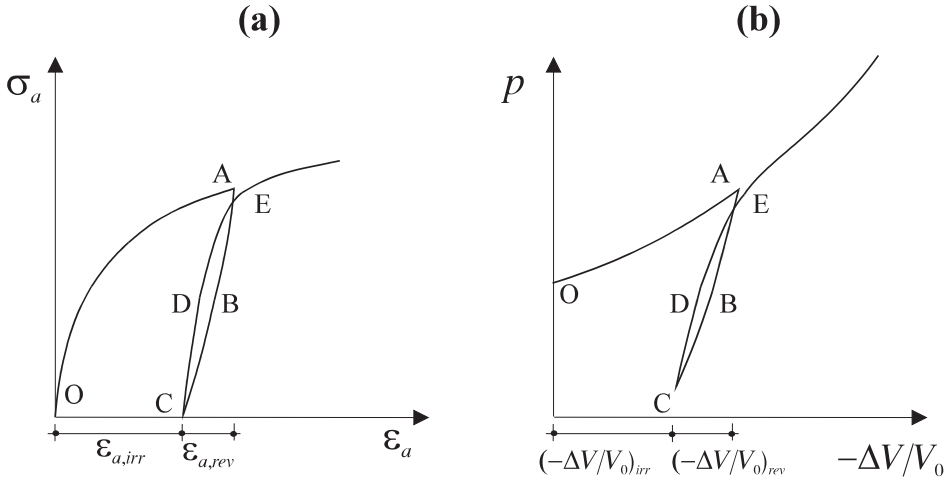


Figura 1.2: Risposta meccanica delle argille. Sviluppo di deformazioni irreversibili in una prova triassiale (a) ed in una prova di compressione isotropa (b)

($p_0 < p_{\max}$: *debolmente sovraconsolidato*). Invece, il provino A ($p_0 << p_{\max}$: *fortemente sovraconsolidato*) perviene allo stato critico manifestando un comportamento rammollente.

In definitiva, dall'osservazione delle principali caratteristiche della risposta meccanica delle argille, si evince che la teoria dell'elasto-plasticità può rappresentare un'efficace strumento per la descrizione costitutiva di questi materiali.

1.2 Obiettivi ed organizzazione della tesi

Per la modellazione costitutiva delle argille tenere, si fa qui ricorso ad una teoria dell'elasto-plasticità in deformazioni finite; una scelta, questa, che sembra pienamente giustificata dall'osservazione delle principali caratteristiche della risposta meccanica.

Nonostante ciò, la maggioranza dei modelli elasto-plastici proposti in letteratura per le argille sono formulati nell'ipotesi di deformazioni infinitesime; relativamente pochi sono i casi in cui tale ipotesi semplificativa non è stata adottata. La strada seguita nel presente lavoro, è sembrata quindi poco esplorata e, per questo motivo, degna di attenzione.

In particolare, il modello proposto è basato sulla decomposizione elasto-plastica moltiplicativa del gradiente di deformazione. Per l'integrazione numerica delle equazioni costitutive, è stato sviluppato un algoritmo implicito, di tipo *return mapping*.

In definitiva, il presente lavoro è finalizzato, oltre che ad uno studio delle più note equazioni costitutive proposte per le argille tenere, all'estensione di tali formulazioni al campo delle deformazioni finite, nonché alla loro implementazione in un codice agli elementi finiti.

Si osservi che la complessità del legame costitutivo complica notevolmente quest'ultima fase del lavoro. Il modello proposto è infatti caratterizzato da forte non linearità del legame elastico, accoppiamento volumetrico-deviatorico in campo elastico e plastico,

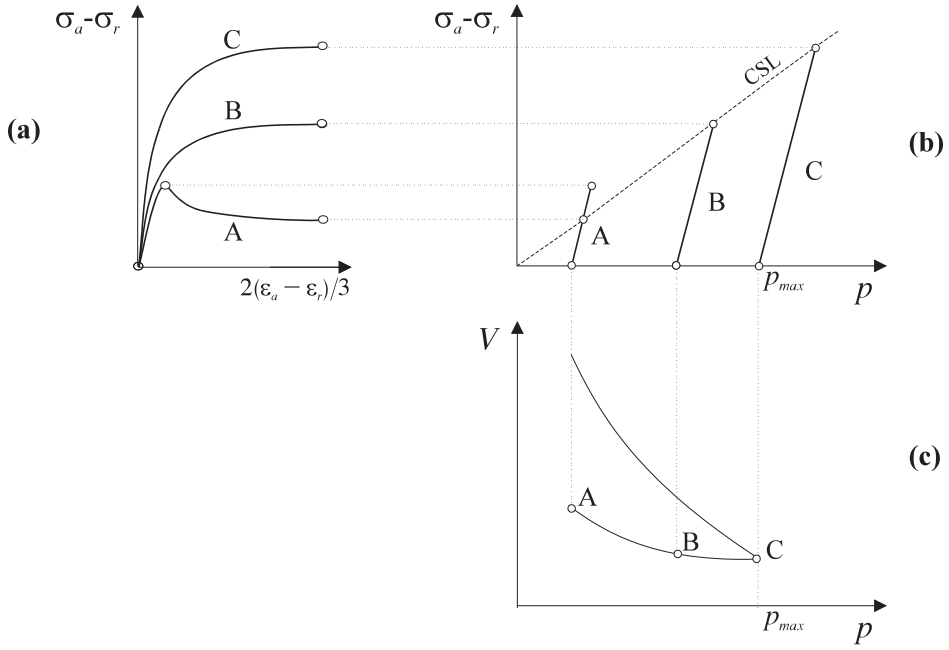


Figura 1.3: Influenza della tensione media sulla risposta meccanica delle argille

dipendenza dalla tensione media e possibilità di comportamento rammollente.

Un gran numero di modelli elasto-plastici sono stati proposti per le argille. Sostanzialmente, tutte queste formulazioni sono considerabili come variazioni, più o meno sofisticate, dei più noti modelli costitutivi per le argille: il Cam-clay ed il Cam-clay Modificato. Nel seguito, dopo aver richiamato gli elementi di meccanica dei continui necessari allo sviluppo del lavoro (Cap. 2), si espone la formulazione dei suddetti modelli (Cap. 3), discutendone le più significative implicazioni.

Particolare attenzione viene dedicata alla modellazione del comportamento in compressione isotropa, che è commentata con riferimento non solo al Cam-clay ed al Cam-clay Modificato, ma anche alle più note formulazioni alternative.

In questo capitolo, si tenta quindi un'esposizione razionale ed un esame critico delle formulazioni costitutive "di base" riguardanti le argille tenere. Tale studio prende in parte spunto dal contributo critico di vari autori, ma è anche basato su considerazioni originali. In particolare, anche grazie ad una più chiara definizione degli aspetti cinematici, si evidenzia come l'ipotesi di deformazioni infinitesime non sia adeguata alla modellazione costitutiva delle argille tenere.

Una possibile estensione del Cam-clay Modificato alle deformazioni finite viene presentata e discussa nel Cap. 4. In questa parte del lavoro, dopo una rassegna dei principali contributi allo studio della plasticità classica in deformazioni finite, si richiama la formulazione generale della classe di legami elasto-plastici moltiplicativi in

cui il modello proposto si inquadra. In particolare, sono valutate le restrizioni imposte dall'assioma di obiettività sulla forma del criterio di snervamento e viene caratterizzata l'evoluzione della funzione di dissipazione plastica; quindi, utilizzando il Principio di Massima Dissipazione Plastica, è ricavata la forma generale delle equazioni evolutive.

Nel modello proposto, il legame elastico è definito assegnando un potenziale che implica la realistica dipendenza di entrambe le rigidezze, volumetrica ed a taglio, sia dalla tensione media sia dalla componente ottaedrica dello sforzo. Questo risultato è quindi ottenuto, diversamente da altre formulazioni, nell'ambito di un legame iperelastico. Il criterio di snervamento del Cam-clay Modificato, viene esteso al campo delle deformazioni finite, utilizzando il tensore di Kirchhoff come misura di sforzo.

Le principali implicazioni del modello sono discusse e confrontate con quelle derivanti da altre teorie costitutive. E' spiegato il significato fisico dei parametri che figurano nel modello e sono evidenziati alcuni limiti di applicabilità.

Nel Cap. 5, l'integrazione delle equazioni evolutive del modello matematico è effettuata attraverso un algoritmo implicito, di tipo *return mapping*. La soluzione, al generico passo di integrazione, è ottenuta mediante una procedura di tipo Newton-Raphson. Quindi, dalla linearizzazione dell'algoritmo, si ricava l'operatore tangente necessario all'implementazione della procedura in un codice agli elementi finiti.

I risultati numerici sono riportati nel Cap. 6. In particolare, vengono simulate alcune prove di laboratorio ed i risultati ottenuti sono confrontati con i dati sperimentali disponibili in letteratura. Si analizza, successivamente, il caricamento di una fondazione nastriforme. Le simulazioni numeriche sono finalizzate alla validazione del modello proposto ed alla verifica dell'accuratezza e della stabilità dell'algoritmo.

In appendice è riportato il calcolo del gradiente dei residui delle equazioni algoritmiche (App. A) e quello della tangente elasto-plastica algoritmica (App. B). Le espressioni dei coefficienti impiegati in questi calcoli sono riepilogate in App. C. Infine, un elenco completo della notazione impiegata è presente a pag. 135.