Capitolo 4

Analisi agli Elementi Finiti

4.1 Introduzione

Il modello sviluppato nel capitolo precedente è stato applicato per analizzare il comportamento delle zone di ancoraggio soggette a precompressione centrata. Nonostante molti lavori siano stati presentati per il calcolo dell'armatura trasversale predisposta ad assorbire le tensioni di fenditura, pochi studi hanno considerato l'effettivo comportamento tridimensionale non lineare causato dalla fessurazione e l'influenza della reazione di appoggio, che è spesso presente in questa regione critica. Particolare attenzione è stata posta sugli effetti delle caratteristiche dell' armatura sulla distribuzione e sull'ampiezza delle fessure in condizioni di esercizio. Nell'indagine numerica si è preso in considerazione un ampio spettro di variabili. Si sono considerati gli effetti della geometria del dispositivo di ancoraggio, dello spessore della sezione, della distribuzione delle staffe e dell'intensità della reazione di appoggio.

4.2 Indagine numerica

L'indagine numerica è consistita nell'analisi delle zone di ancoraggio di ventuno travi, la cui geometria è illustrata in Fig. 4.1. Tutti i modelli hanno un'altezza di 100cm e una lunghezza di 630cm, differiscono nella larghezza pari a 50cm o a 30cm. I modelli studiati sono stati suddivisi in cinque gruppi sulla base delle variabili analizzate:

1. geometria dell'ancoraggio
2. larghezza della sezione
3. interasse delle staffe

4. posizione del baricentro dell'armatura di fenditura

5. reazione di appoggio

6. intensità della reazione di appoggio

La Tabella 4.1 riassume le caratteristiche delle travi individuate tramite una sequenza alfanumerica

$$CS015/100,\ C02/100 - Tb6,\ RS015 - 01$$

in cui C rappresenta la compressione semplice e R la presenza della reazione di appoggio; S indica la sezione sottile (b=30cm); 015 la dimensione della piastra di carico; $/100$ il passo delle staffe; 01 o 015 rappresenta l'intensità della reazione di appoggio applicata, pari rispettivamente al 10% o al 15% dello sforzo di precompressione P, "Tb6" individua la posizione del baricentro dell'armatura di fenditura.

La prima serie di travi, che consiste dei modelli C04/100, C03/100 e C02/100, considera l'influenza del rapporto tra l'altezza della piastra di carico a e l'altezza della sezione h. Tale rapporto è infatti il parametro più importante che governa il comportamento della regione soggetta a tensioni di fenditura. Le piastre di ancoraggio sono state scelte tra quelle commerciali in uso e hanno dimensione pari a 0.2m, 0.3m e 0.4m, rispettivamente per le travi C02/100, C03/100 e C04/100. Le travi sono soggette a compressione semplice e l'armatura di fenditura, calcolata come illustrato nel paragrafo 4.3, è disposta a interasse di 10cm per una lunghezza pari a 1m, corrispondente all'altezza della sezione.

La seconda serie di travi, che consiste dei modelli CS02/100, CS015/100, considera l'influenza della larghezza della sezione e analizza travi ad anima sottile. Infatti le tipiche travi post-tese a I presentano un ringrosso alle estremità in prossimità del punto di applicazione delle forze di precompressione, tuttavia in alcuni casi, come nelle travi usate nei ponti a conci, non è presente l'aumento di spessore nella zona di ancoraggio. Queste tipologie di travi sono state ampiamente studiate da Stone e Breen [72]. Quindi la larghezza delle travi, pari nella serie 1 a 50cm, è stato ridotto a 30cm. Anche in questo gruppo si sono considerati due differenti rapporti di concentrazione a/h, 0.15 e 0.2, relativi a piastre di dimensione 0.2m e 0.15m, rispettivamente per la trave CS02/100 e CS015/100.

Il terzo gruppo comprende quattro travi (C03/70, C03/125, C04/70, C04/125). Lo scopo fondamentale di questo gruppo è quello di studiare l'influenza dell'armatura di fenditura sulla distribuzione e sulla ampiezza delle fessure. Le staffe sono state quindi dimensionate considerando la stessa forza di bursting $T_{bursting}$ e la stessa posizione del baricentro della prima serie di travi, ma

si è considerato un interasse di 70mm per le travi C03/70 e C04/70 e 125mm per le travi C03/125 e C04/125. Il diametro è stato variato conseguentemente.

Il quarto gruppo di travi(CS02/100-Tb6, CS02/100-Tb7, C04/100-Tb6, C04/100-Tb7) considera l'influenza della posizione del baricentro dell'armatura di fenditura. Si è visto, infatti, nella revisione della letteratura scientifica descritta nel capitolo 2, che la geometria del modello strut-and-tie e quindi la posizione del tirante che simula l'armatura, non è fissata. Per individuare il traliccio resistente, l'AASHTO-LRFD suggerisce di basarsi sulla distribuzione di tensione in campo elastico. Per avere un miglior controllo dell'ampiezza delle fessure, infatti, è opportuno posizionare l'armatura dove l'analisi elastica prevede che inizi la fessurazione. Per quanto evidenziato da Adeghe e Collins [4] e Foster [26], comunque, per effetto della fessurazione, le tensioni di compressione si diffondono con un angolo minore a partire dalla zona di ancoraggio. Con questa serie di travi si è voluto analizzare quindi l'influenza sul quadro fessurativo della posizione del tirante. Secondo l'analisi elastica, il baricentro delle forze di trazione è posto ad una distanza pari a 0.5h dall'estremità delle travi. Nelle simulazioni numeriche, l'armatura di fenditura è stata dimensionata per una distanza del baricentro $d_{bursting}$ pari a 0.6h e 0.7h, rispettivamente per le travi CS02/100-Tb6, C04/100-Tb6 e CS02/100-Tb7, C04/100-Tb7.

Infine, il quinto e il sesto gruppo di travi (RS015/100-Tb6, CS02/100-Tb7, C04/100-Tb6, C04/100-Tb7) considera l'influenza della reazione di appoggio nella zona di ancoraggio. Infatti anche nella fase di tiro, che corrisponde alla fase più gravosa per la zona di ancoraggio, i carichi permanenti inducono reazioni di appoggio non trascurabili. Le tensioni dovute alla precompressione si combinano quindi con quelle indotte dal peso della struttura. Si pone quindi il problema di come la forza di taglio influenza il comportamento della zona di ancoraggio. Da una parte infatti la compressione indotta dalla reazione di appoggio può ridurre le tensioni di fenditura, d'altra la presenza della forza di taglio può variare in modo significativo la distribuzione di tensione. Nelle simulazioni seguenti le travi sono state analizzate applicando una forza tagliante in mezzeria pari al 10% del carico di precompressione per la quinta serie e al 15% per la sesta serie.

	Trave	a/h	larghezza sezione trasversale [cm]	interasse staffe [mm]	posizione baricentro armatura [cm]	reazione di appoggio
a/h	C02/100	0.2	50	100	50	0
	C03/100	0.3	50	100	50	0
	C04/100	0.4	50	100	50	0
larghezza sezione	CS015/100	0.15	30	100	50	0
	CS02/100	0.2	30	100	50	0
interasse staffe	C03/70	0.3	50	70	50	0
	C03/125	0.3	50	125	50	0
	C04/70	0.4	50	70	50	0
	C04/1250	0.4	50	125	50	0
posizione baricentro armatura fenditura	CS02/100-Tb6	0.2	30	100	60	0
	CS02/100-Tb7	0.2	30	100	70	0
	CS04/100-Tb6	0.4	50	100	60	0
	CS04/100-Tb7	0.4	50	100	70	0
reazione d'appoggio	RS015/100-01	0.15	30	100	50	0.1P
	RS02/100-01	0.2	30	100	50	0.1P
	R03/100-01	0.3	50	100	50	0.1P
	R04/100-01	0.4	50	100	50	0.1P
intensità reazione d'appoggio	RS015/100-015	0.15	30	100	50	0.15P
	RS02/100-015	0.2	30	100	50	0.15P
	R03/100-015	0.3	50	100	50	0.15P
	R04/100-015	0.4	50	100	50	0.15P

h = 100 cm
b = 30-50 cm (larghezza della sezione)
a = 15, 20, 30, 40 cm

Tabella 4.1: Caratteristiche delle travi

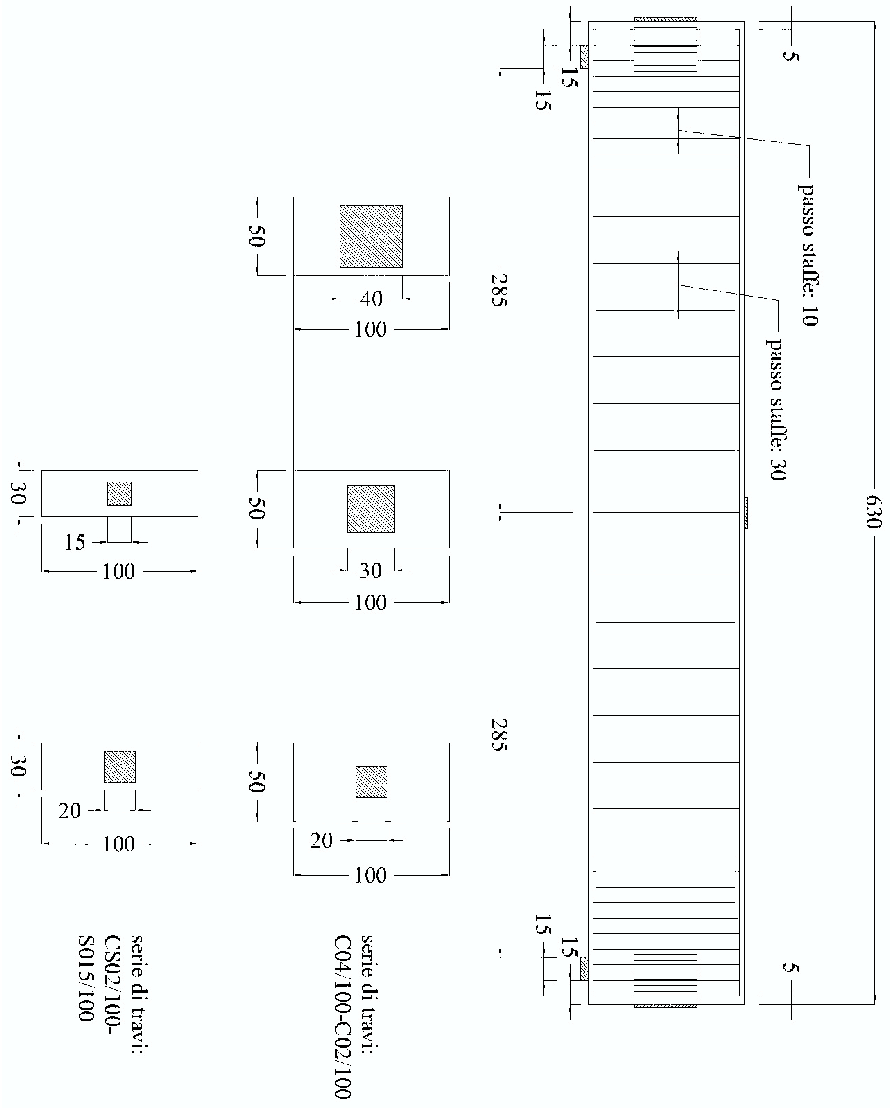


Figura 4.1: Dimensioni ed armatura delle travi

4.3 Dimensionamento dell'armatura di fenditura

Le travi sono state progettate secondo le indicazioni suggerite dall'AASHTO-LRFD [1]. Generalmente le zone di ancoraggio vengono progettate sulla base della forza di precompressione fattorizzata P_{su}, pari al prodotto del coefficiente di amplificazione del carico (1.2) e della massima forza applicata in fase di tiro. Tale forza non può essere maggiore di $0.8f'_sA_s$, dove f'_s è la resistenza a trazione dei cavi di precompressione e A_s l'area complessiva dei cavi. Si ottiene quindi

$$P_{tiro} = (0.8f'_sA_s) \tag{4.1}$$

$$P_{su} = (1.2)P_{tiro} = 0.96f'_sA_s \tag{4.2}$$

Nelle simulazione effettuate non è stato simulata la presenza del cavo. Quindi l'armatura di fenditura è stata dimensionata sulla base del carico P_r corrispondente alla pressione di contatto limite ultima tra piastra di carico e calcestruzzo. Si è inoltre tenuto conto, in accordo con le indicazioni dell' AASHTO, di un coefficiente di riduzione della resistenza ϕ pari a 0.8. Il carico di progetto delle zone di ancoraggio è stato quindi determinato in base alla seguente relazione

$$P_{su} = (0.8)P_r \tag{4.3}$$

In generale l'AASHTO non consente di tenere conto nell'analisi del confinamento fornito dalla spirale, i cui effetti sulla capacità della *local zone* devono essere determinati attraverso test di accettazione dei dispositivi di ancoraggio. Nelle travi analizzate numericamente, però, si è introdotta la spirale per aumentare la resistenza del calcestruzzo dietro la piastra di carico. Per determinare, quindi, il carico ultimo P_r si è utilizzata l'equazione sviluppata da Roberts e riportata nel NCHRP Report 356 [9]. In generale, tale equazione predice molto bene la resistenza ultima della *local zone*, come è stato dimostrato dalle buone prestazioni delle zone di ancoraggio progettate secondo queste indicazioni. L'equazione è di seguito riportata:

$$P_r = 0.8f'_c\sqrt{\frac{A}{A_b}}A_b + 4.1f_{lat}A_{core}(1 - \frac{s}{D})^2 \leq 3.0f'_cA_b \tag{4.4}$$

con

$$f_{lat} = 2A_sf_y/(Ds)$$

in cui

P_r	=	la resistenza ultima
f'_c	=	resistenza cilindrica del calcestruzzo
A	=	area di calcestruzzo che assorbe la forza di compressione geometricamente simile alla piastra di carico
A_b	=	area del dispositivo di ancoraggio
A_{core}	=	area del calcestruzzo confinata dalla spirale
f_{lat}	=	tensione laterale di confinamento fornita dalla spirale
A_s	=	area della barra di spirale
s	=	passo della spirale
D	=	diametro della spirale, che individua il calcestruzzo confinato
f_{lat}	=	pressione laterale efficace
f_y	=	tensione di snervamento dell'armatura di confinamento

Nell' equazione 4.4, si possono distinguere i due differenti contributi rappresentanti la resistenza del calcestruzzo semplice e il contributo fornito dall'armatura di confinamento. Roberts ha consigliato di ridurre a 1.2ksi (8.3 MPa) la pressione laterale efficace f_{lat}. Tale ipotesi è stata adottata nella presente analisi.

Si è quindi determinata la forza di fenditura assorbita dalle staffe con l'equazione semplificata (2.4) proposta dall'AASHTO [1]

$$T_{bursting} = 0.25(0.8P_r)(1 - a/h) \tag{4.5}$$

in cui a rappresenta l'altezza della piastra di carico e h l'altezza della sezione. Per questo valore del carico sono state dimensionate le staffe assumendo

$$A_{st} = \frac{T_{bursting}}{\phi f_y} \tag{4.6}$$

dove f_y è la tensione di snervamento e ϕ è il coefficiente di riduzione della resistenza assunto pari 1 in accordo con l'AASHTO.

Nella scelta della resistenza cilindrica a compressione del calcestruzzo, f_c, si è considerato che la condizione di carico più gravosa per la zona di ancoraggio è durante la fase di tiro. In questa fase, infatti, la resistenza del CLS non è ancora pienamente sviluppata e l'intensità dello sforzo normale applicato è massimo perchè non hanno ancora avuto luogo le cadute di tensione. Basandosi anche sulle indicazioni fornite dalle ditte produttrici di dispositivi di ancoraggio (VSL [76]), si è quindi ipotizzato una resistenza cilindrica f_c pari $30MPa$. L' armatura impiegata infine è illustrata in Fig. 4.1. Consiste di spirali introdotte per confinare il calcestruzzo dietro la piastra

di carico e di staffe con una tensione di snervamento f_y pari a $420MPa$, corrispondente ad un acciaio tipo ASTM GR60. Nelle travi con la piastra di ancoraggio di dimensioni 0.15m, la spirale è costituita da un ϕ12 con un diametro di 0.2m e un passo di 0.03m, con un totale di 6 giri. Nella travi con la piastra di ancoraggio di dimensioni 0.2m, la spirale è costituita da un ϕ12 con un diametro di 0.26m e un passo di 0.03m, con in totale di 7 giri. Nella travi con la piastra di ancoraggio di dimensioni 0.3m, la spirale è costituita da ϕ20 con un diametro di 0.36m e un passo di 0.04m, con in totale di 7 giri. Nella travi con la piastra 0.4m, la spirale è costituita da ϕ22 con un diametro di 0.46m e un passo di 0.04m, con in totale di 9 giri.
Si illustra la procedura seguita per la trave C04/100.

Dati

Dimensione della piastra di carico = 0.4m
Altezza della trave = 1m
Larghezza della trave = 0.5m
Resistenza cilindrica del CLS = 30MPa
Spirale = ϕ22 ($f_y = 420MPa$), diametro $D = 0.46m$, passo $s = 0.04m$

Resistenza a compressione dietro la piastra di carico

Il contributo alla resistenza fornito dalla spirale risulta pari a:

$$f_{lat} = 2A_s f_y/(Ds) = \frac{2 * 3.8E - 4 * 420}{0.46 * 0.04} = 17.3MPa$$

Tale valore è maggiore del valore massimo raccomandato da Roberts di 8.3 MPa e pertanto si assume $f_{lat} = 8.3MPa$. La resistenza a compressione risulta

$$P_r = [0.8 * 30\sqrt{\frac{0.25}{0.16}}0.16 + 4.1 * 8.3 * 0.166(1 - \frac{0.04}{0.46})^2] = 9.6MN < 3.0f'_cA_b = 14.4MN$$

Calcolo dell'armatura di fenditura

Si assume che le staffe raggiungano la tensione di snervamento per il valore di progetto del carico di

$$P_{su} = 0.8P_r = 7.6MN$$

a cui corrisponde una forza risultante di fenditura di:

$$T_{burst} = P_{su}\ 0.25(1 - 0.4) = 1.14MN$$

Avendo ipotizzato per le staffe una tensione di snervamento di 420MPa, è necessaria un'area di armatura pari a $2714mm^2$. Si utilizzano 11 staffe a due bracci con $\phi 13.3$, poste ad interasse di 10cm.

La Tabella 4.2 riassume i carichi di rottura, snervamento delle staffe e tiro, mentre la Tabella 4.3 descrive le proprietà dell'armatura di fenditura.

	Trave	P_r [MN]	P_{su} [MN]	P_{tiro} [MN]
a/h	C02/100	3.60	2.88	2.40
	C03/100	6.33	5.06	4.22
	C04/100	9.50	7.60	6.33
spessore sezione	CS015/100	1.85	1.48	1.23
	CS02/100	2.85	2.28	1.90
interasse staffe	C03/70	6.33	5.06	4.22
	C03/125	6.33	5.06	4.22
	C04/70	9.50	7.60	6.33
	C04/1250	9.50	7.60	6.33
posizione baricentro armatura fenditura	CS02/100-Tb6	2.85	2.28	1.90
	CS02/100-Tb7	2.85	2.28	1.90
	CS04/100-Tb6	9.50	7.60	6.33
	CS04/100-Tb7	9.50	7.60	6.33
reazione d'appoggio	RS015/100	1.85	1.48	1.23
	RS02/100	2.85	2.28	1.90
	R03/100	6.33	5.06	4.22
	R04/100	9.50	7.60	6.33

P_r = *carico di rottura*
P_{su} = *carico di progetto delle staffe*
P_{tiro} = *carico in fase di tiro*

Tabella 4.2: Carico di rottura, di progetto delle staffe e di tiro

	Trave	$T_{bursting}$ [MN]	$A_{bursting}$ [mm^2]	diametro [mm]	interasse staffe [cm]	$T_{bursting}$ utilizzato [MN]
a/h	C02/100	0.58	1371	10	10	0.59
	C03/100	0.89	2109	12	10	0.95
	C04/100	1.14	2713	13.3	10	1.17
spessore sezione	CS015/100	0.31	749	7	10	0.36
	CS02/100	0.46	1085	8	10	0.46
interasse staffe	C03/70	0.89	2109	9.5	7	0.89
	C03/125	0.89	2109	12.7	12.5	0.9
	C04/70	1.14	2713	10.8	7	1.15
	C04/125	1.14	2713	14	12.5	1.16
posizione baricentro armatura fenditura	CS02/100-Tb6	0.95	2261	10.5	10	0.95
	CS02/100-Tb7	0.81	1938	9.1	10	0.82
	CS04/100-Tb6	0.38	904	6.8	10	0.40
	CS04/100-Tb7	0.33	775	5.6	10	0.33
reazione d'appoggio	RS015/100	0.31	749	7	10	0.36
	RS02/100	0.46	1085	8	10	0.46
	R03/100	0.89	2109	12	10	0.95
	R04/100	1.14	2713	12.7	10	1.17

Tabella 4.3: Caratteristiche dell' armatura delle travi

4.4 Risultati

In questa sezione si espongono risultati delle simulazioni numeriche. In generale tutte le travi esibiscono un comportamento simile. A titolo esemplificativo, pertanto, si descrive dettagliatamente il comportamento del modello C04/100 nel paragrafo 4.4.1. Nel paragrafo 4.4.2 viene analizzata per la serie di travi in esame la distribuzione delle più importanti componenti di tensione sia nel piano medio sia nel piano superficiale prima della fessurazione. Nel paragrafo 4.4.3 viene analizzato il comportamento dopo la fessurazione e in particolare l'ampiezza delle fessure, la deformazioni nelle staffe, gli effetti della ridistribuzione di tensione sulla forza di fenditura e il contributo del calcestruzzo teso.

4.4.1 Analisi del modello C04/100

Le Figg. 4.3-4.4 mostrano i "contour plots" delle tensioni σ_{xx}, σ_{zz}, τ_{xz} nel piano superficiale XZ e della tensione σ_{yy} sul piano medio trasversale XY, corrispondenti ad un valore del carico di precompressione di $0.5MN$. Nelle Figg. 4.5-4.6 sono rappresentati i "contour plots" delle stesse componenti di tensioni precedentemente elencate per la trave R04/100, in cui nella zona di ancoraggio agisce anche la reazione dell'appoggio. Si nota come le tensioni di compressione prodotte dalla reazione di appoggio tendano a ridurre le tensioni trasversali di fenditura, σ_{zz}, ma non alterano la distribuzione delle tensioni σ_{yy}.

La curva carico assiale-spostamento longitudinale è mostrata in Fig.4.2. Si nota che la fessurazione non modifica la rigidezza assiale che rimane praticamente costante e pari a $370MN/m$.

Le prime fessure nel modello agli elementi finiti si manifestano in corrispondenza del piano superficiale XZ per un valore del carico di 5.76MN. Si tratta di fessure orizzontali di ampiezza massima 0.015mm e sono causate dai picchi di tensione σ_{zz} presenti in corrispondenza del piano superficiale XZ. Le fessure di ampiezza significativa (0.025mm) sono prodotte dalle tensioni di fenditura e si hanno quando il carico assiale raggiunge il valore di 6.24MN. Questo valore viene assunto come carico di prima fessurazione, in conformità alla sperimentazione di Wollmann e Breen, descritta nel Capitolo3. Inoltre, secondo le ipotesi presentate nel paragrafo 4.3, tale carico corrisponde anche alla forza applicata durante la fase di tiro, pari a $6.33MN$. Quindi, in questo modello, si può considerare la fessurazione trascurabile in condizioni di esercizio. All'aumentare della forza di precompressione la fessura orizzontale si estende lungo l'asse della trave. Incrementando ulteriormente il carico, si formano delle fessure diagonali, tipiche di una rottura per taglio, che si originano dagli spigoli della piastra e si estendono verso il bordo superiore e inferiore. L'ampiezza massima delle fessure orizzontali di fenditura in corrispondenza del carico di $8.16MN$, pari all'85% del carico di rottura, risulta di $0.15mm$ e $0.092mm$ rispettivamente nel

piano medio e superficiale. La rottura si manifesta per schiacciamento del CLS racchiuso dalla spirale, come è illustrato in Fig. 4.11, dove lo schiacciamento è rappresentato tramite i "contour plots" della massima deformazione plastica. L'evoluzione del quadro fessurativo è illustrata in Fig.4.10. Le tensioni di compressione raggiungono valori molto elevati dietro la piastra di carico. In corrispondenza del carico di prima fessurazione, la tensione principale minima è pari a 45Mpa e cioè circa $5\sigma_0$, la compressione media della sezione. A rottura, la tensione principale minima è pari a 90MPa, che risulta $3f_c$ con f_c resistenza a compressione uniassiale della trave ($f_c = 30MPa$).

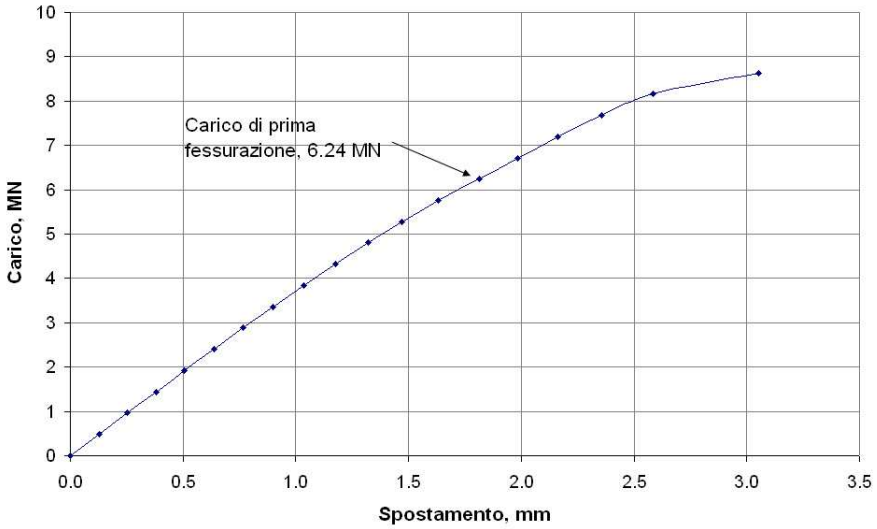
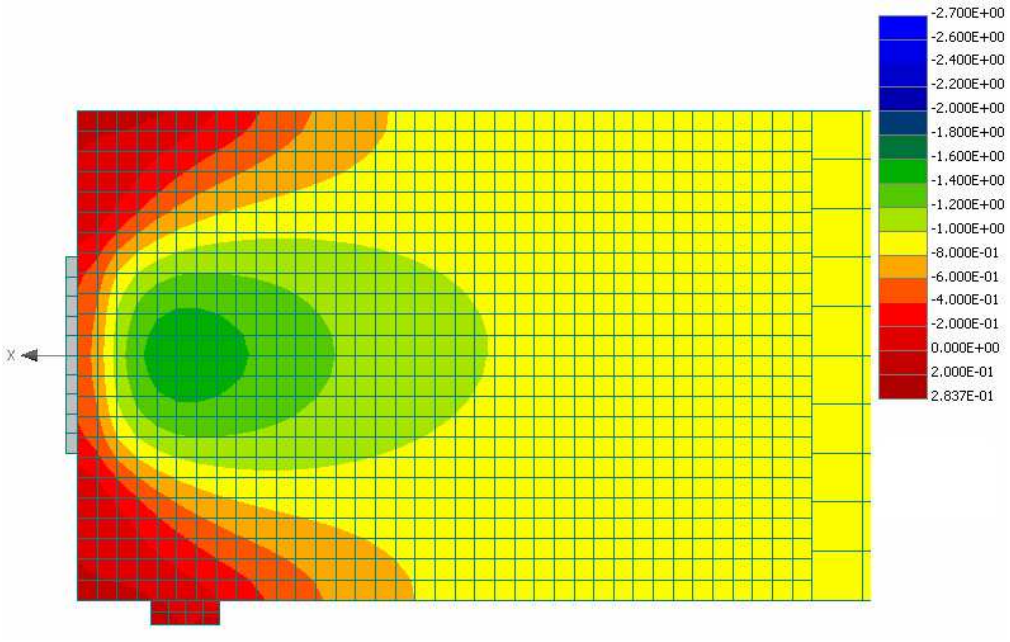
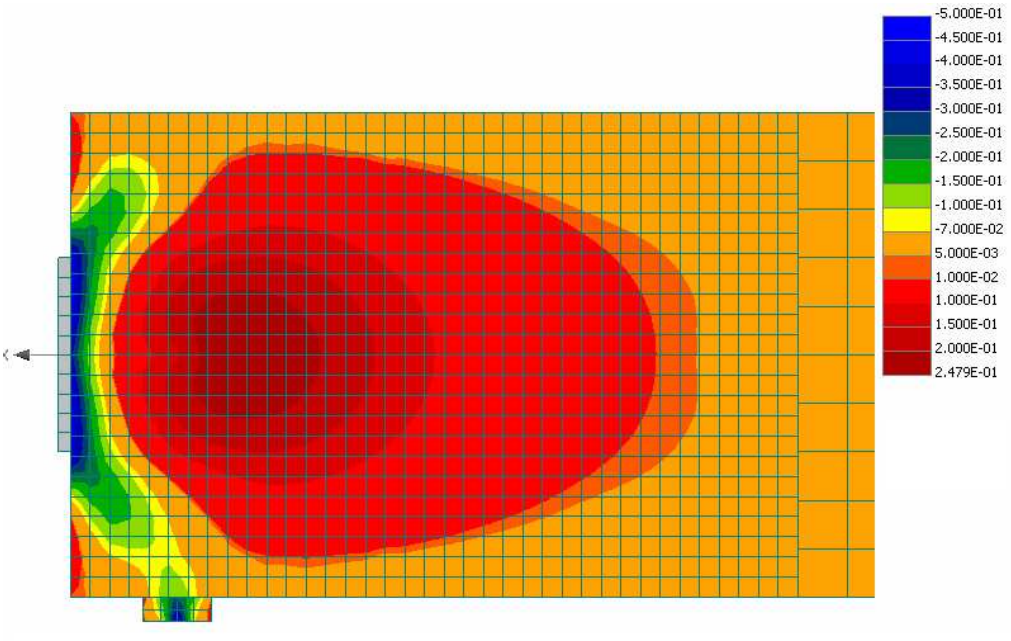


Figura 4.2: Diagramma Carico-spostamento longitudinale per la trave C04/100

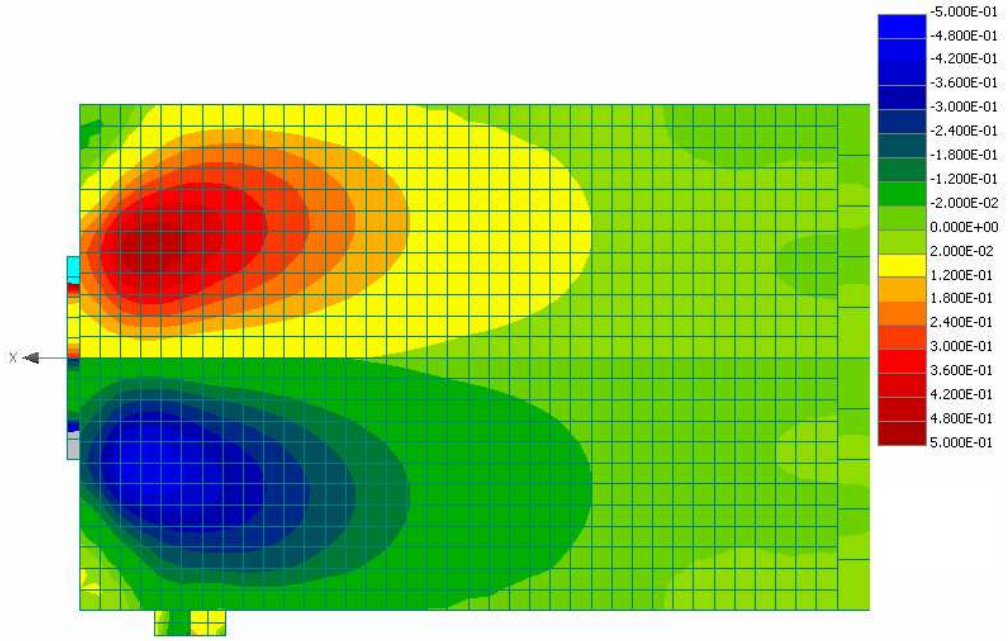


(a) σ_{xx}(MPa)

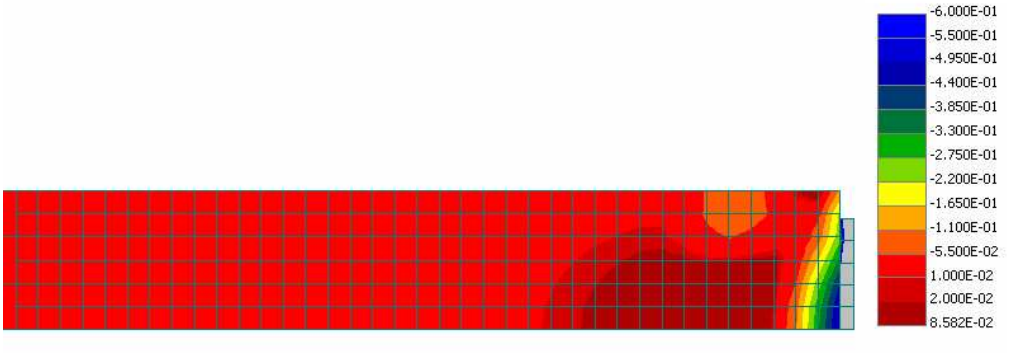


(b) $\sigma_{zz}(MPa)$

Figura 4.3: Trave C4/100: distribuzione delle tensioni σ_{xx} e σ_{zz}

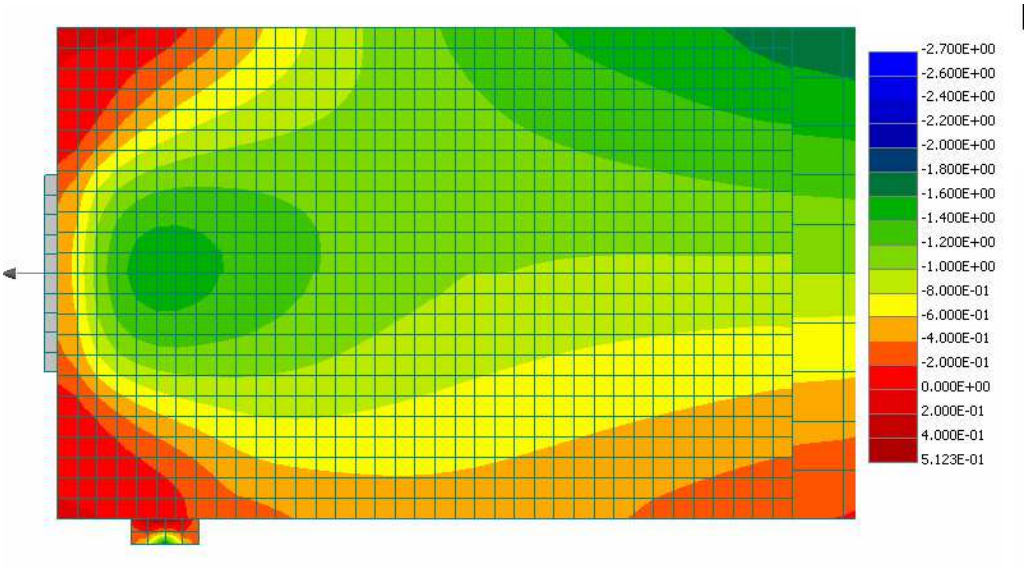


(a) τ_{xz}

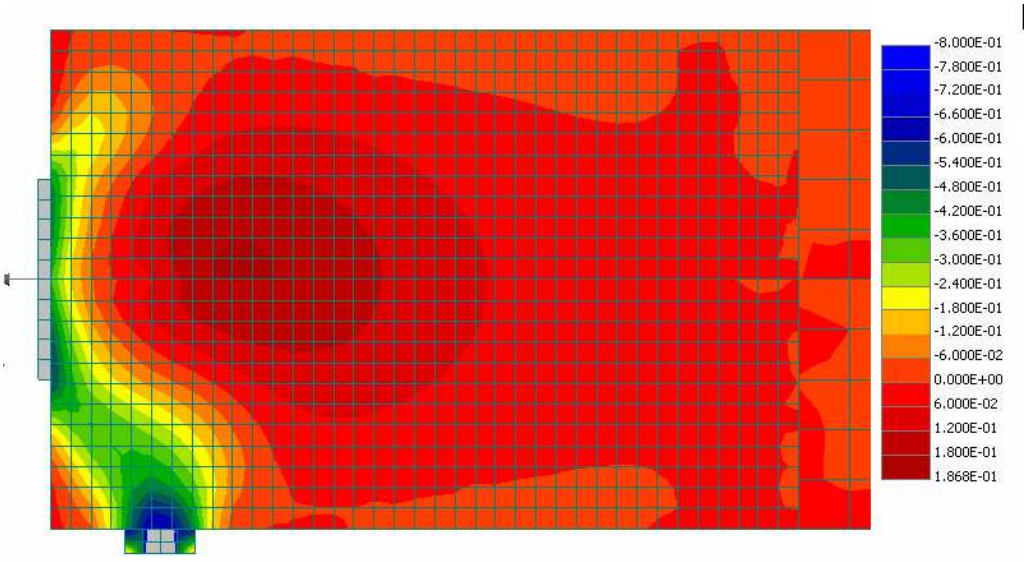


(b) σ_{yy}(MPa)

Figura 4.4: Trave C4/100: distribuzione delle tensioni τ_{xz} e σ_{yy}

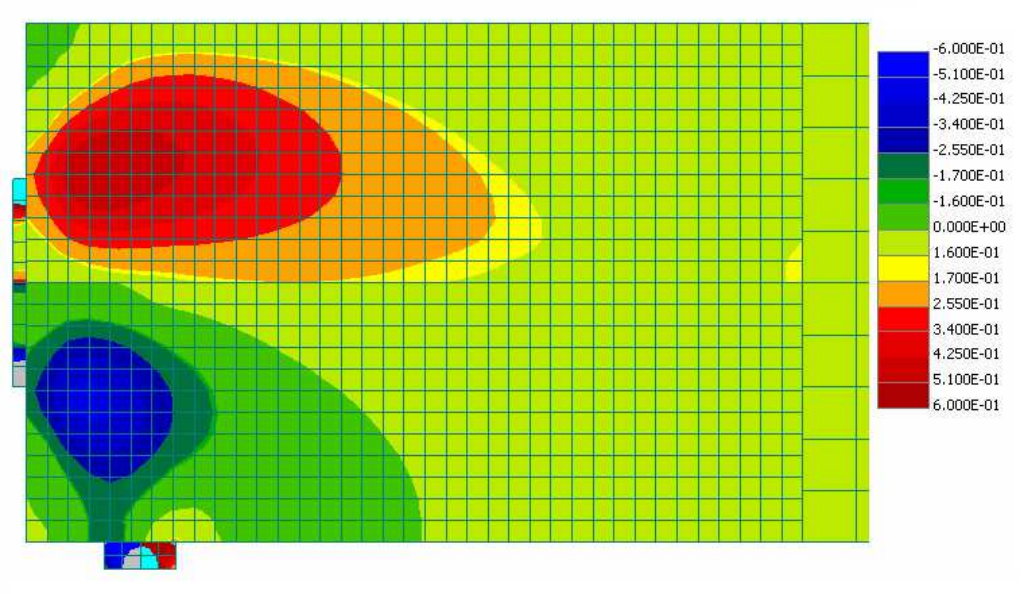


(a) σ_{xx} (MPa)

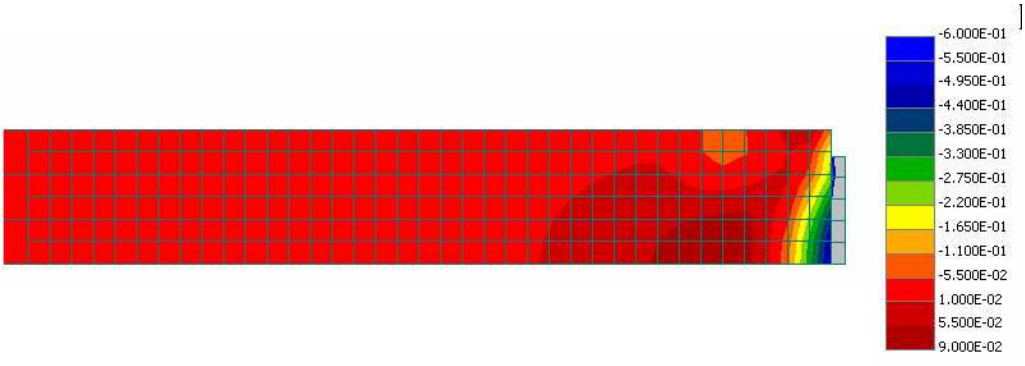


(b) σ_{zz} (MPa)

Figura 4.5: Trave R4/100: distribuzione delle tensioni σ_{xx} e σ_{zz}

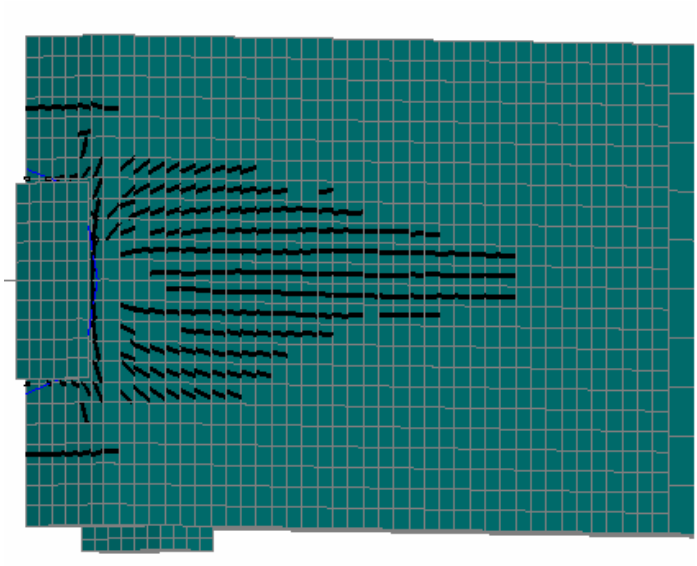


(a) τ_{xz} (MPa)

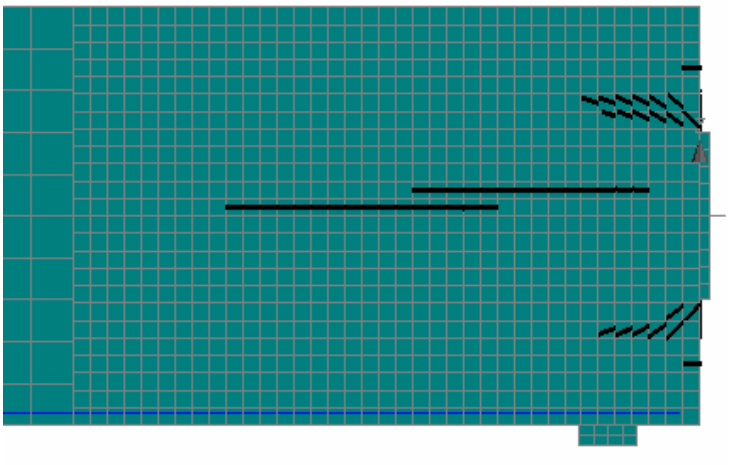


(b) σ_{yy} (MPa)

Figura 4.6: Trave R4/100: distribuzione delle tensioni τ_{xz} e σ_{yy}

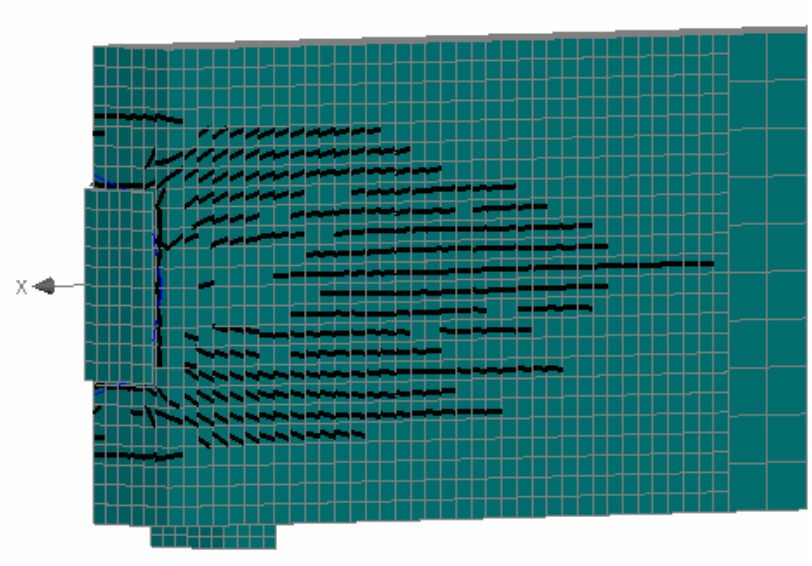


(a) Vista tridimensionale

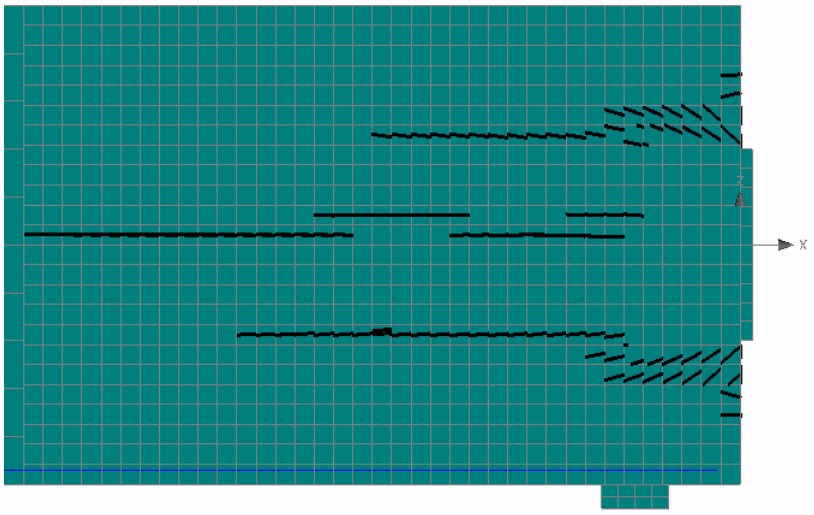


(b) Piano medio

Figura 4.7: Fessurazione iniziale, P= 6.24MN. Formazione delle fessure orizzontali lungo il tracciato del cavo

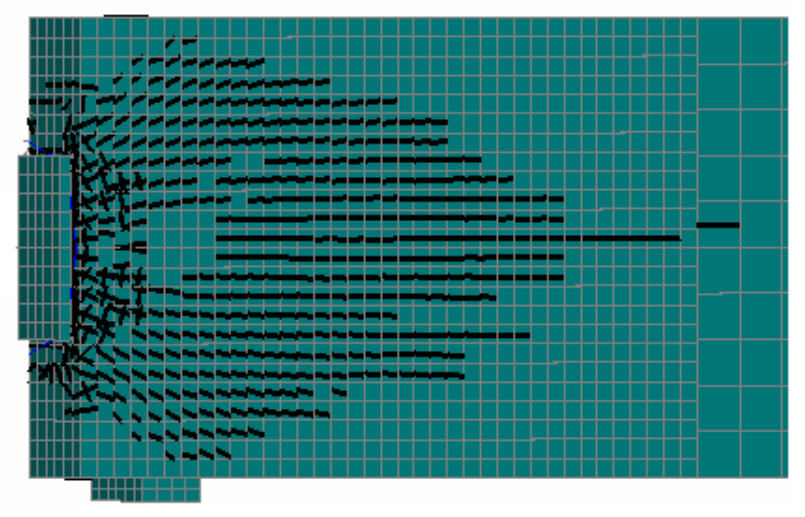


(a) Vista tridimensionale

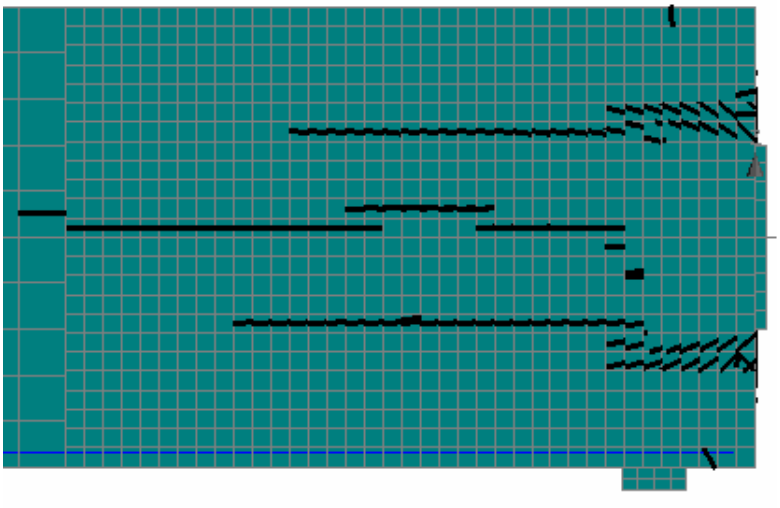


(b) Piano medio

Figura 4.8: Formazione delle fessure diagonali, P= 8.16MN



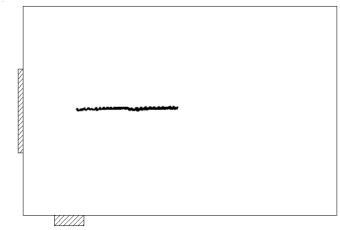
(a) Vista tridimensionale



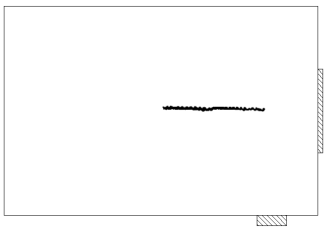
(b) Piano medio

Figura 4.9: Quadro fessurativo a rottura, P= 8.64MN

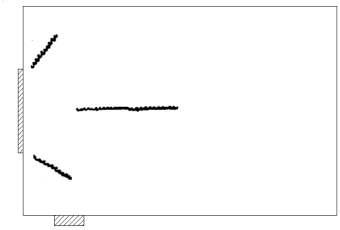
PIANO SUPERFICIALE PIANO MEDIO



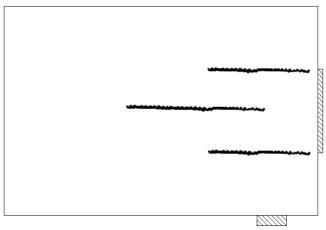
(a) Formazione della fessura orizzontale lungo il tracciato del cavo



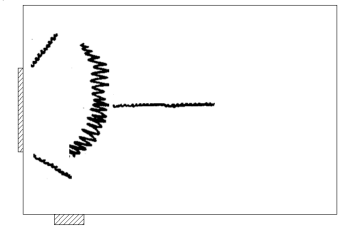
(b) Formazione della fessura orizzontale lungo il tracciato del cavo



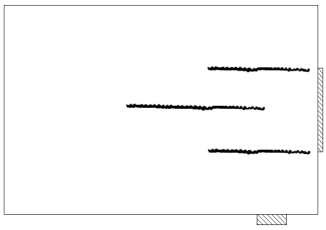
(c) Formazione delle fessure diagonali



(d) Formazione delle fessure diagonali



(e) Rottura esplosiva con l'espulsione del copriferro



(f) Formazione delle fessure diagonali

Figura 4.10: Evoluzione del quadro fessurativo

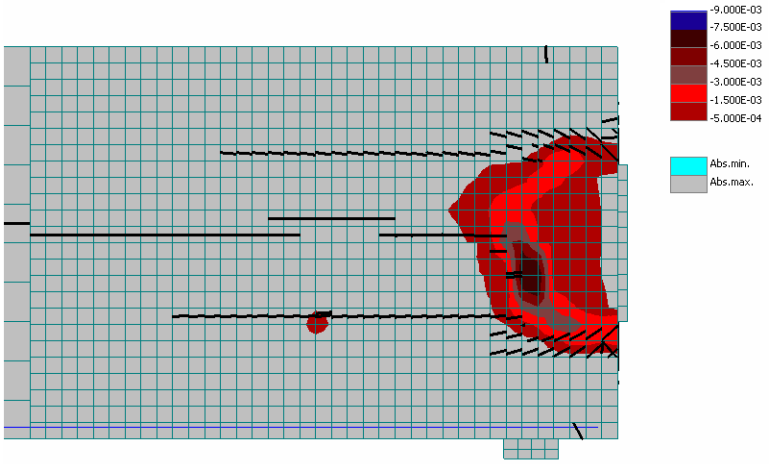


Figura 4.11: Modalità di rottura: lo schiacciamento del calcestruzzo è rappresentato tramite le isobare della massima deformazione plastica

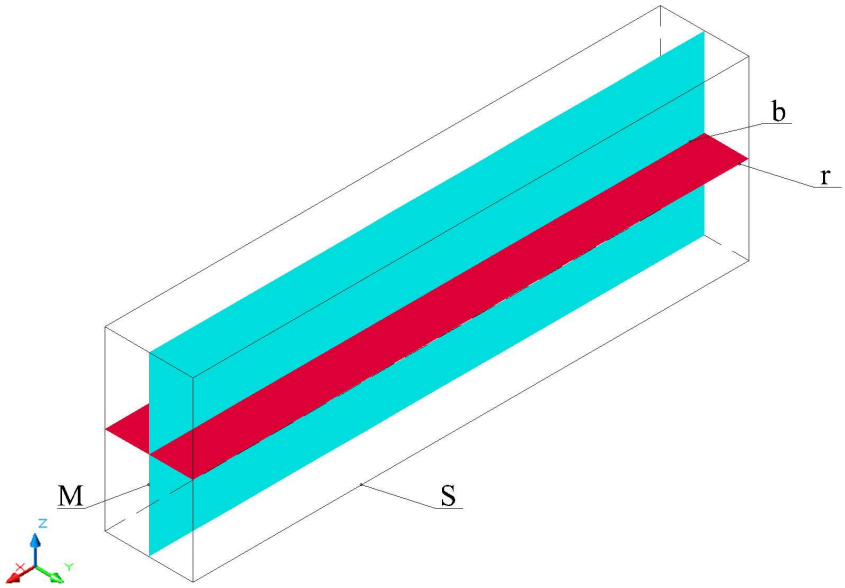
4.4.2 Analisi prima della fessurazione

E' generalmente riconosciuto che il rapporto tra l'area della piastra di carico e l'area della sezione trasversale della trave è il fattore più importante che influenza la distribuzione di tensione nelle zone di ancoraggio. Si riporta pertanto l'analisi delle più elevate componenti di tensione per la prima serie di travi (C04/100-C03/100-C02/100), a cui corrispondono rapporti a/h=0.4, 0.3, 0.2. Per tali travi il rapporto a/b tra la larghezza della piastra e la larghezza della sezione è pari rispettivamente a 0.8, 0.6, 0.4. Le tensioni riportate si riferiscono ad un valore del carico di 1.44MN, per cui la tensione media di compressione è pari a $2.88MPa$. Tale tensione corrisponde a circa il 10% della resistenza cilindrica del calcestruzzo.

Tensioni trasversali di fenditura, σ_{zz}

Nelle Fig. 4.13-4.15 è rappresentata la distribuzione delle tensioni trasversali di trazione σ_{zz} riferite alla tensione media di compressione $\sigma_0 = P/bh$, lungo l'asse longitudinale baricentrico ($z = 0$, $y = 0$) e lungo l'asse longitudinale superficiale ($z = 0$, $y = b/2$) (Fig. 4.12) su cui si manifestano i valori massimi. Nelle stesse figure è rappresentata la soluzione bidimensionale di Guyon.

In tutti i casi del rapporto a/h analizzati (0.2-0.4), la tensione maggiore si manifesta in superficie, dove è pari a $0.52\sigma_0$ e $0.27\sigma_0$ per a/h pari rispettivamente a 0.2 e 0.4. I corrispondenti valori massimi lungo l'asse baricentrico sono inferiori del 41% e del 19% rispetto quelli superficiali. Si nota come la differenza tra i valori massimi aumenti al diminuire del rapporto a/h. Le tensioni medie sono in buon accordo con i valori forniti dall'analisi bidimensionale di Guyon.



M : piano medio
S : piano superficiale
r : asse longitudinale superficiale
b : asse longitudinale baricentrico

Figura 4.12: Definizione dei piani di misura

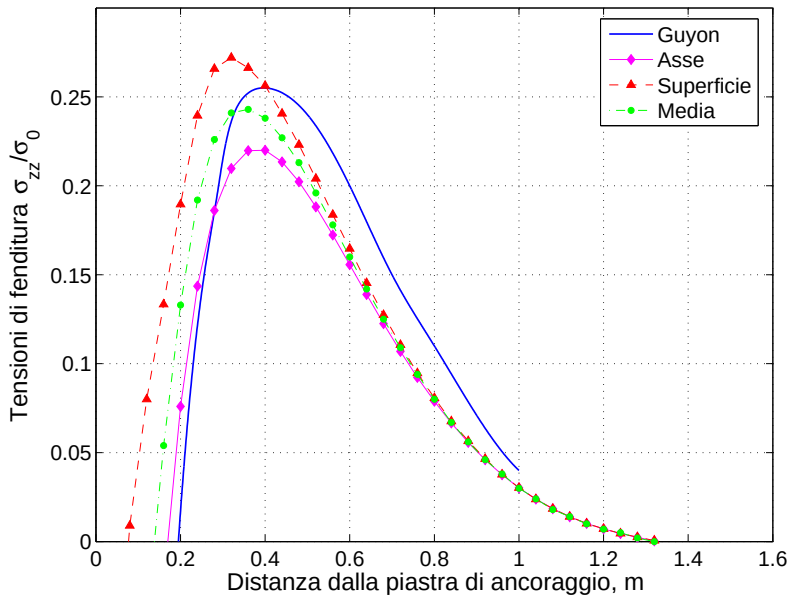


Figura 4.13: Distribuzione delle tensioni di fenditura per la trave C04/100, a/h=0.4 - a/b=0.8

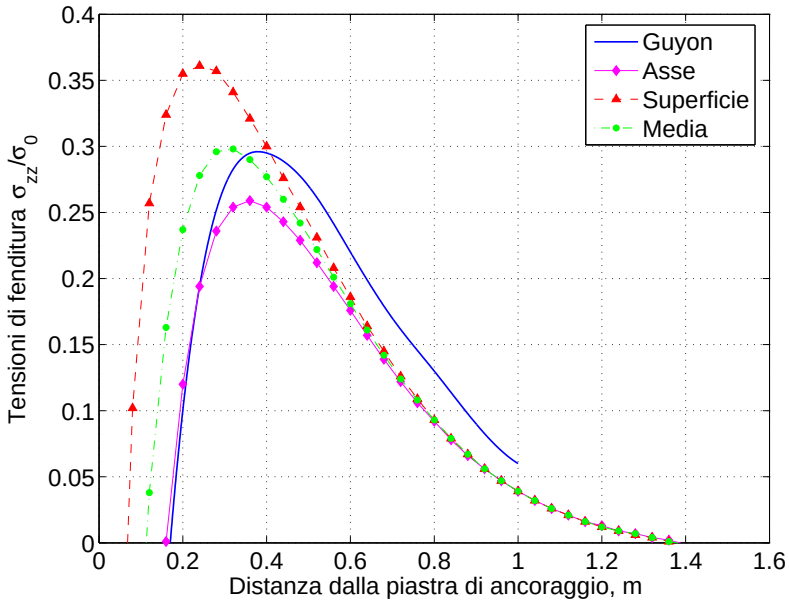


Figura 4.14: Distribuzione delle tensioni di fenditura per la trave C03/100, a/h=0.3 - a/b=0.6

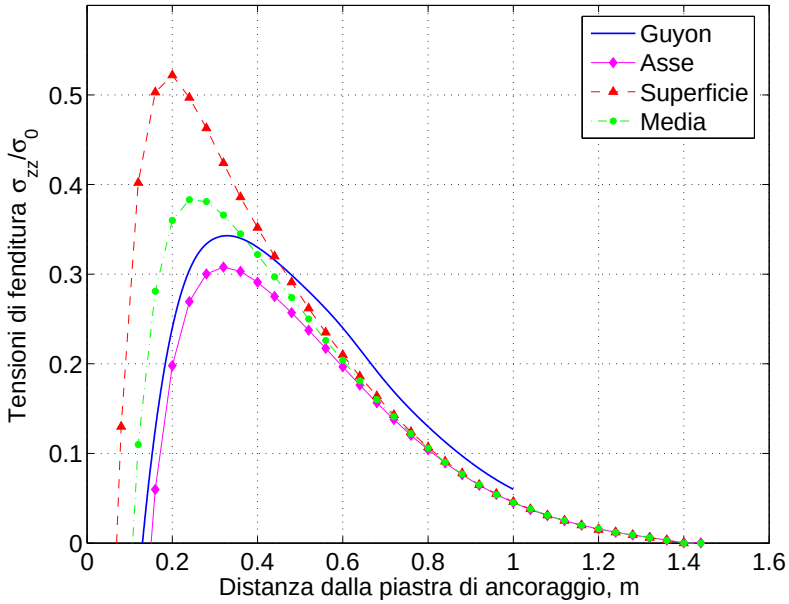


Figura 4.15: Distribuzione delle tensioni di fenditura per la trave C02/100, a/h=0.2 - a/b=0.4

Nella tabella 4.4 sono confrontati i risultati ottenuti dal presente studio con i risultati dell'analisi numerica di Yettram e Robbins [80]. Si nota che i valori in corrispondenza del piano medio sono molto simili, mentre quelli nel piano superficiale ottenuti da Yettram e Robbins risultano lievemente superiori. In entrambe le analisi, comunque, il valore massimo di tensione si manifesta in corrispondenza del piano superficiale.

a/h	b/h	FEA		Yettram	
		Piano medio	Piano Superficiale	Piano medio	Piano Superficiale
0.4	0.8	0.22	0.27	0.25	0.37
0.3	0.6	0.26	0.36	0.28	0.45
0.2	0.4	0.31	0.52	-	-

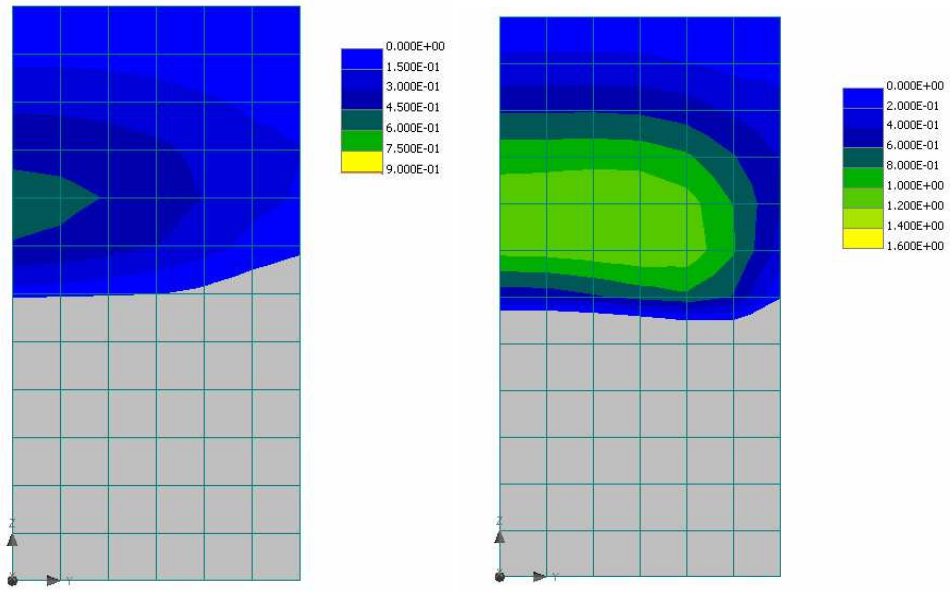
Tabella 4.4: Rapporto tra la tensione massima di fenditura e la tensione media di compressione σ_0

Tensioni di spalling

Nella tabella 4.5 sono riportati i valori massimi delle tensioni di spalling sulla superficie libera della trave parallela alla piastra di carico, riferiti al piano medio e a quello superficiale. Le tensioni variano tra $0.18 \div 0.09\sigma_0$ per rapporti a/h pari a 0.2 e 0.4 e diminuiscono procedendo verso il piano superficiale della trave. Confrontando tali valori con i risultati presentati nel paragrafo precedente, si nota che a parità di dimensione della piastra di carico, le tensioni di spalling sono sempre inferiori a quelle di fenditura. I valori ottenuti per tali travi risultano inferiori a quelli forniti da Leonhardt che basandosi su indagini fotoelatsiche di Sargious, stima dei valori massimi per le tensioni di spalling compresi tra $0.6 \div 0.8\sigma_0$. La differenza tra i valori massimi ottenuta con il presente studio può essere imputabile alla stessa tecnica fotoelastica. Infatti i materiali impiegati hanno un modulo di Poisson, pari a circa 0.4, mentre per il calcestruzzo è compreso tra 0.125 e 0.2. In Fig. 4.16 si confrontano la distribuzione e l'intensità delle tensioni di spalling per la trave C02/100, ottenute con valori del modulo di poisson pari a 0.2 e 0.4, rispettivamente per la Fig. 4.16-a) e Fig. 4.16-b).

	C04/100	C03/100	C02/100
Tensione massima di spalling sul piano medio($\sigma_{zz}/\sigma_{media}$)	0.088	0.12	0.18
Tensione massima di spalling sul piano superficiale($\sigma_{zz}/\sigma_{media}$)	0.05	0.053	0.048

Tabella 4.5: Tensioni massime di spalling



(a) $\nu = 0.2$ (b) $\nu = 0.4$

Figura 4.16: Influenza del modulo di Poisson sulle tensioni di spalling per la trave C02/100

Tensioni laterali di fenditura, σ_{yy}

La Fig. 4.17 mostra l'andamento delle tensioni in corrispondenza dell'asse baricentrico longitudinale. Nella Fig. 4.18 è rappresentato l'andamento trasversale delle tensioni σ_{yy} per la trave C02/100. Si nota che una parte considerevole della regione dietro il dispositivo di ancoraggio è soggetta a trazione biassiale. I valori massimi di σ_{yy} sono pari a $0.46\sigma_0$, $0.27\sigma_0$ e $0.1\sigma_0$ rispettivamente per a/h pari a 0.2, 0.3 e 0.4. Per rapporti di ancoraggio piccoli, $a/h = 0.2$, la tensione laterale di fenditura σ_{yy} presenta un picco di tensione superiore alla massima tensione di fenditura σ_{zz}. Le tensioni decrescono tuttavia più rapidamente e di conseguenza la forza di fenditura in direzione y è inferiore rispetto alla forza di fenditura risultante delle σ_{zz}.

Tensioni di compressione, σ_{xx}

I valori massimi delle tensioni di compressione si manifestano immediatamente dietro la piastra di carico in corrispondenza del piano medio. La Fig. 4.19 mostra la distribuzione delle tensioni σ_{xx} in direzione longitudinale al variare della dimensione della piastra di carico, adimensionalizzate rispetto al tensione media di compressione. Si nota che immediatamente dietro la piastra di carico a causa del confinamento, le tensioni sono paria $10\sigma_0$ per $a/h = 0.2$.

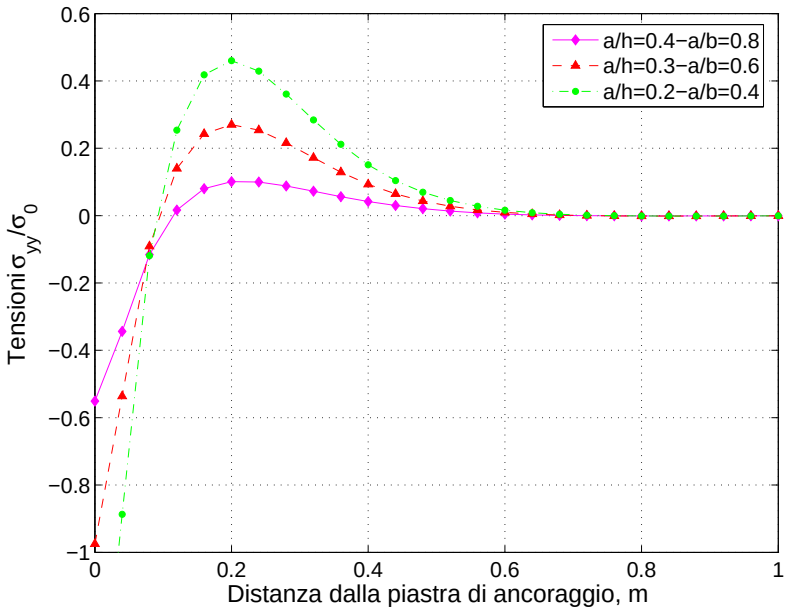


Figura 4.17: Andamento longitudinale delle tensioni σ_{yy} al variare del rapporto a/h

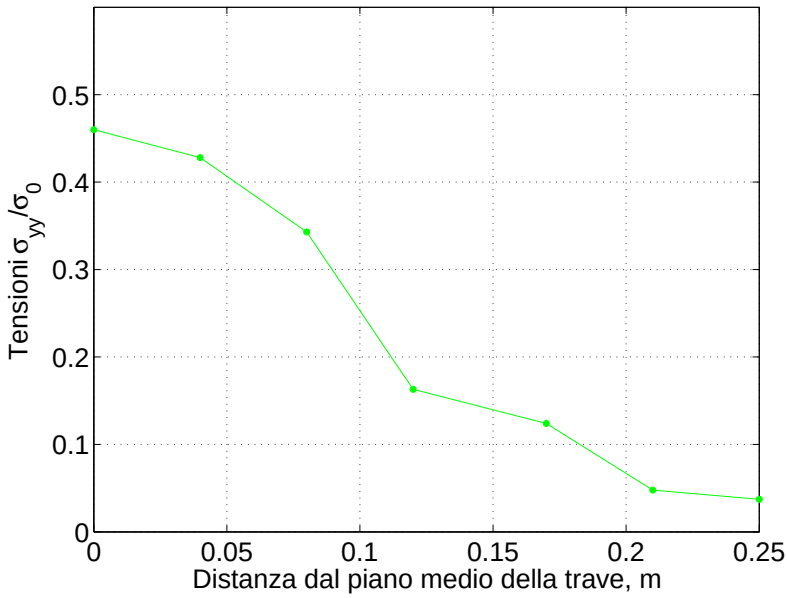


Figura 4.18: Andamento trasversale delle tensioni σ_{yy} per la trave C02/100

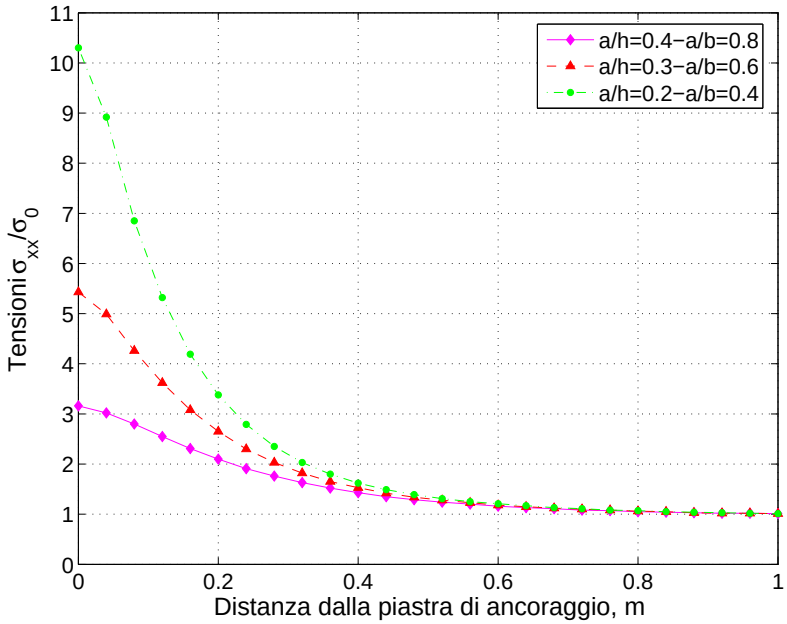


Figura 4.19: Andamento longitudinale delle tensioni di compressione al variare del rapporto a/h

4.4.3 Analisi dopo la fessurazione

In questo paragrafo viene analizzato il comportamento delle zone di ancoraggio dopo la fessurazione. Nella prima parte sono riassunti i carichi di prima fessurazione, snervamento e rottura. Successivamente è stata considerata la distribuzione di deformazione nelle staffe, il quadro fessurativo sia nel piano superficiale sia nel piano medio, illustrati in Fig.4.12. Si sono messi in luce gli effetti della ridistribuzione di tensione che ha luogo dopo la fessurazione e il contributo del calcestruzzo teso.

Nella Tabella 4.6 sono riassunti i carichi assiali di prima fessurazione, snervamento e rottura raggiunti dalle travi analizzate. Il carico di fessurazione corrisponde al valore della forza per cui l'ampiezza massima delle fessure sul piano superficiale è pari $0.025mm$, in analogia alla sperimentazione di Wollmann riportata nel capitolo 3. Per tale carico la deformazione massima nelle staffe è pari a circa $1000\mu\varepsilon$ (200MPa).

Nei modelli esaminati la prima fessura si manifesta tra il 72% e 91% dei carichi di rottura. Dall'analisi dei risultati riportati in tabella 4.6 si possono trarre le seguenti conclusioni.

Confrontando il comportamento dei modelli CS02/100 e C02/100, si può evidenziare l'influenza del copriferro. Chiaramente, poichè le sezioni si fessurano quando si raggiunge una determinata tensione media di compressione, le sezioni più spesse richiedono carichi maggiori. Il

rapporto tra il carico di fessurazione e il carico di rottura diminuisce progressivamente all'aumentare del rapporto a/b tra la larghezza della piastra di ancoraggio e la larghezza della sezione, passando dalla trave C04/100 alla trave C02/100, nonostante il rapporto a/h sia minore. Lo stesso comportamento si evidenzia tra la trave CS02/100 e la trave CS015/100. Sembra, quindi, che il comportamento fessurativo sia influenzato, non solo dal rapporto di concentrazione a/h, ma anche dalla geometria locale del dispositivo di ancoraggio rispetto alla sezione della trave.

La presenza della reazione d'appoggio non modifica il carico di fessurazione.

Trave	P_r	P_{crack} (MN)	P_{crack} (%$P_{failure}$)	P_{yield} (MN)	$P_{failure}$ (MN)	$P_{failure}$ (%P_{ul})
C04/100	9.50	6.24	72%	8.64	8.64	91 %
C03/100	6.33	4.41	80%	–	5.51	87 %
C02/100	3.60	3.06	89%	–	3.42	95 %
CS02/100	2.85	2.52	82%	–	3.08	108 %
CS015/100	1.85	2.02	91%	2.23	2.23	121 %
C04/70	9.50	6.72	78%	–	8.64	91 %
C04/125	9.50	6.24	72%	–	8.64	91 %
C03/70	6.33	4.72	86%	–	5.51	87 %
C03/125	6.33	4.41	82%	–	5.35	85 %
C04/100-Tb6	9.50	6.24	81%	7.68	7.68	81 %
C04/100-Tb7	9.50	5.76	77%	7.20	7.48	79 %
CS02/100-Tb6	2.85	2.52	86%	–	2.94	103 %
CS02/100-Tb7	2.85	2.38	89%	2.38	2.66	93 %
R04-01	9.50	6.24	56%	8.64	11.23	118%
R03-01	6.33	4.41	62%	–	7.16	113%
RS02-01	3.60	3.06	69%	–	4.45	124%
RS015-01	2.03	2.43	76%	–	2.9	143%
R04-015	9.50	6.24	79%	8.64	7.9	83%
R03-015	6.33	4.41	83%	–	5.3	84%
RS02-015	3.60	3.06	78%	–	3.9	108%
RS015-015	2.03	2.43	116%	–	2.1	104%

Tabella 4.6: Carico di prima fessurazione (P_{crack}), di snervamento delle staffe (P_{yield}), di rottura ($P_{failure}$) ottenuti dalle analisi numeriche, carico di rottura di progetto (P_r)

Deformazioni nelle staffe

Nei diagrammi seguenti è rappresentata la distribuzione delle deformazioni nelle staffe per i livelli di carichi corrispondenti al carico di prima fessurazione precedentemente definito, al carico di dimensionamento delle staffe e nella fase ultima di rottura.

Le Fig. 4.20-4.22 mostrano i risultati ottenuti per la prima serie di travi (C04/100-C02/100) che analizza l'influenza della dimensione della piastra di carico. La larghezza delle travi è $50cm$. In nessuna staffa si raggiunge la tensione di snervamento, $\varepsilon_{yield} = 0.002$. Si osserva che mentre nel modello C04/100, in cui si è impiegata una piastra di ancoraggio di 40cm, le deformazioni nelle staffe sono significative e crescono proporzionalmente all'aumentare del carico, nel modello C02/100, si hanno deformazioni significative solo a rottura. Un comportamento intermedio si osserva nel modello C03/100. Lo stesso comportamento si riscontra nella seconda serie di travi (CS02/100-CS015/100) in cui lo spessore della sezione è ridotto a 30cm, come illustrato nelle Figg. 4.23-4.24. Nelle travi con ancoraggi molto piccoli, C02/100 e CS015/100, infatti, le prime fessure di fenditura appaiono per un livello di carico pari a circa il 90% del carico ultimo. Nella tabella 4.7 si riportano le deformazioni massime nelle staffe in funzione del rapporto a/b per un carico pari al 85% del carico di rottura. Si può concludere quindi che la distribuzione di deformazioni nelle staffe è influenzata non solo dal rapporto di concentrazione a/h, ma, come evidenziato a proposito del carico di fessurazione, in maniera significativa anche dalla geometria locale dell'ancoraggio e in particolare dal rapporto a/b tra la dimensione della piastra di ancoraggio e la larghezza della sezione. Questo effetto enfatizza la natura tridimensionale del problema della zona di ancoraggio.

	C4/100	C3/100	C2/100	CS2/100	CS15/100
Rapporto b/h (cm)	0.8	0.6	0.4	0.67	0.5
Deformazione massima nelle staffe per $P = 85\% P_{failure}$ ($\mu\varepsilon$)	1270	600	423	1520	200

Tabella 4.7: Deformazioni massime nelle staffe in funzione della geometria dell'ancoraggio

La Fig. 4.25 illustra la distribuzione delle deformazioni nelle staffe per le travi C03/70, C03/100 e C03/125, in cui l'armatura è stata progettata considerando per una stessa forza di fenditura $T_{bursting}$, un interasse delle staffe pari a 70, 100 e 125mm. I diametri risultano quindi pari 9.5, 12 e 12.7 mm. I valori riportati si riferiscono ad un livello di carico di $P = 5.05MN$, per cui la tensione nelle staffe più sollecitate è superiore a 200 MPa. Si evidenzia che nelle simulazioni

svolte, staffe di diametro maggiore limitano meglio sia l'ampiezza sia l'estensione delle fessure. Le Figg. 4.26-4.28 illustrano l'influenza della posizione del baricentro dell'armatura sulla distribuzione delle deformazioni nelle staffe. Si nota che allontanando la posizione del baricentro si incrementano le deformazioni, ma principalmente solo in condizioni di rottura. Infine si riporta in Fig. 4.29 l'influenza della reazione di appoggio, confrontando le deformazioni nei modelli C04/100, R04/100-01 e R04/100-05, dove la prima trave è soggetta a compressione semplice e le ultime due sono soggette sia a compressione semplice sia ad una forza tagliante pari a 0.1P e 0.15P rispettivamente. In presenza della reazione tagliante le deformazioni nelle staffe risultano molto inferiori.

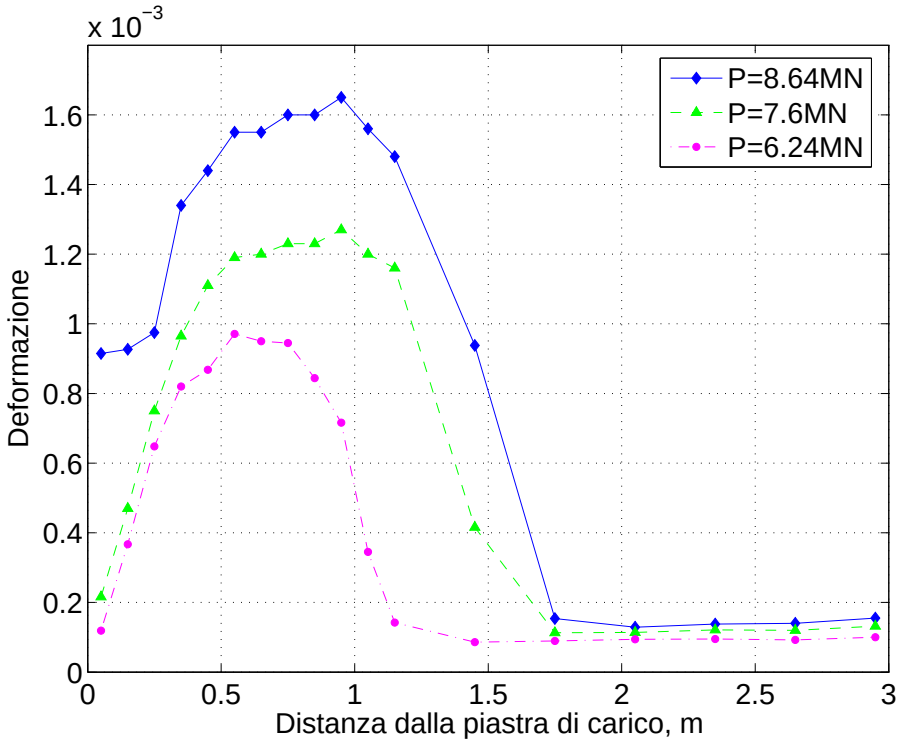


Figura 4.20: Deformazioni nelle staffe per la trave C04/100

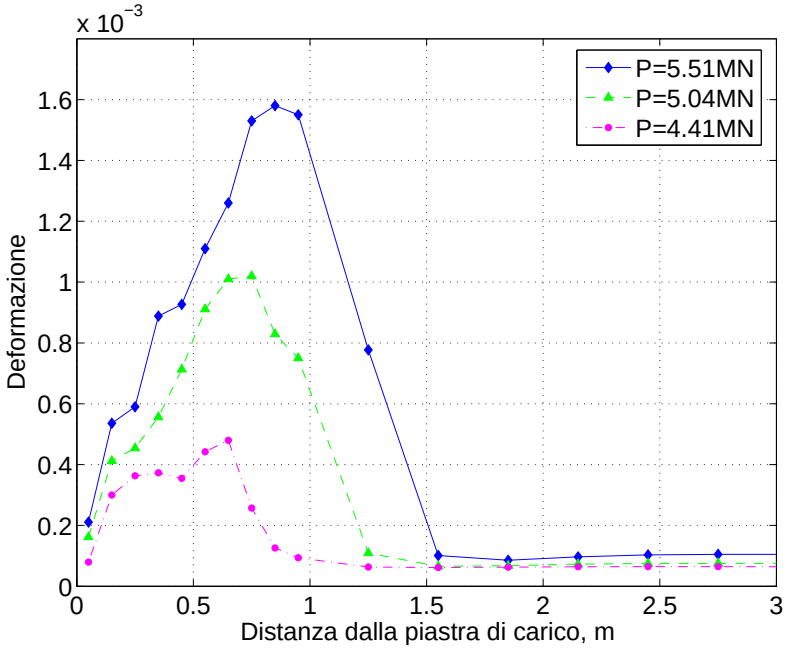


Figura 4.21: Deformazioni nelle staffe per la trave C03/100

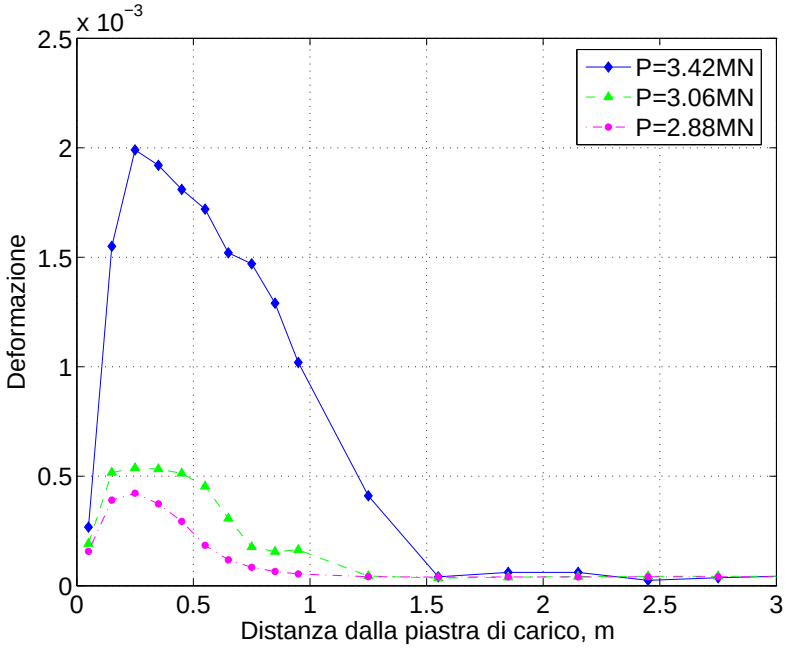


Figura 4.22: Deformazioni nelle staffe per la trave C02/100

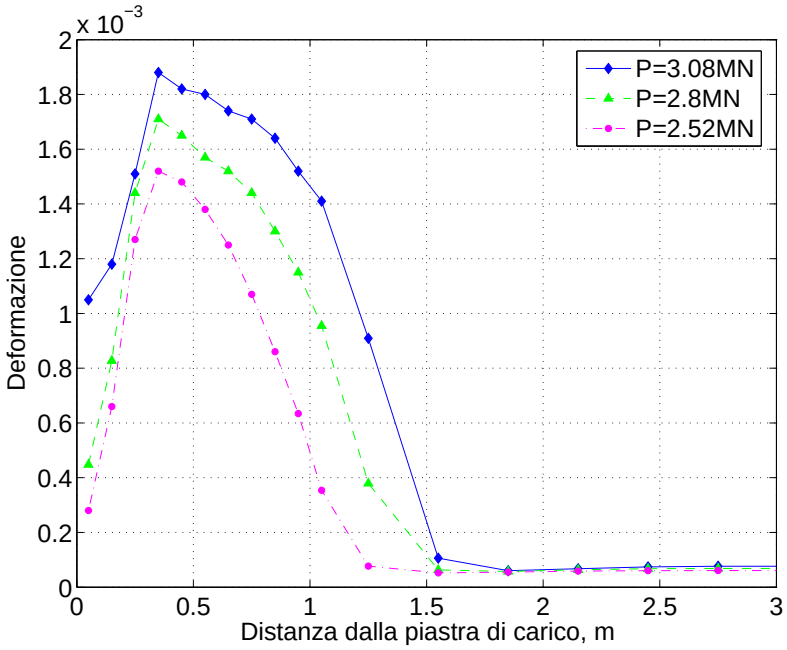


Figura 4.23: Deformazioni nelle staffe per la trave CS02/100

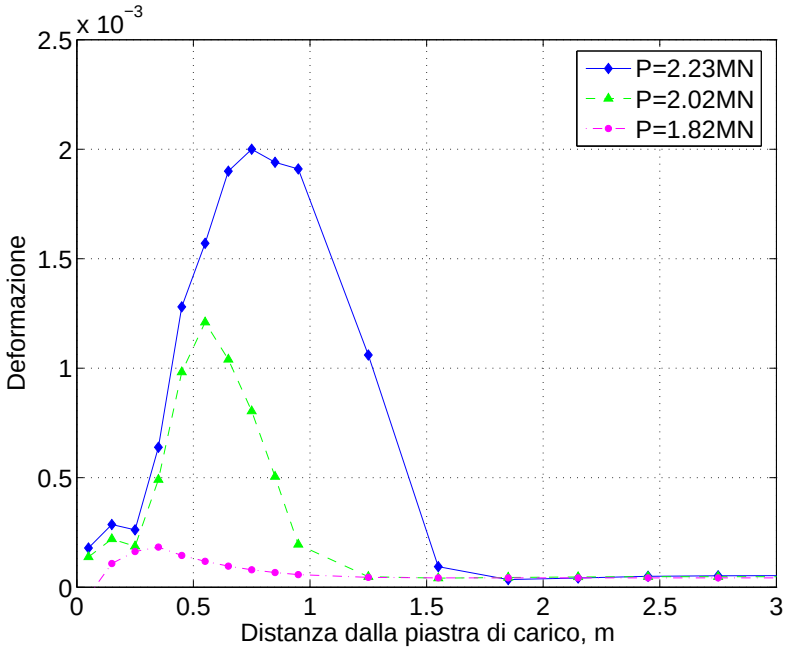


Figura 4.24: Deformazioni nelle staffe per la trave CS015/100

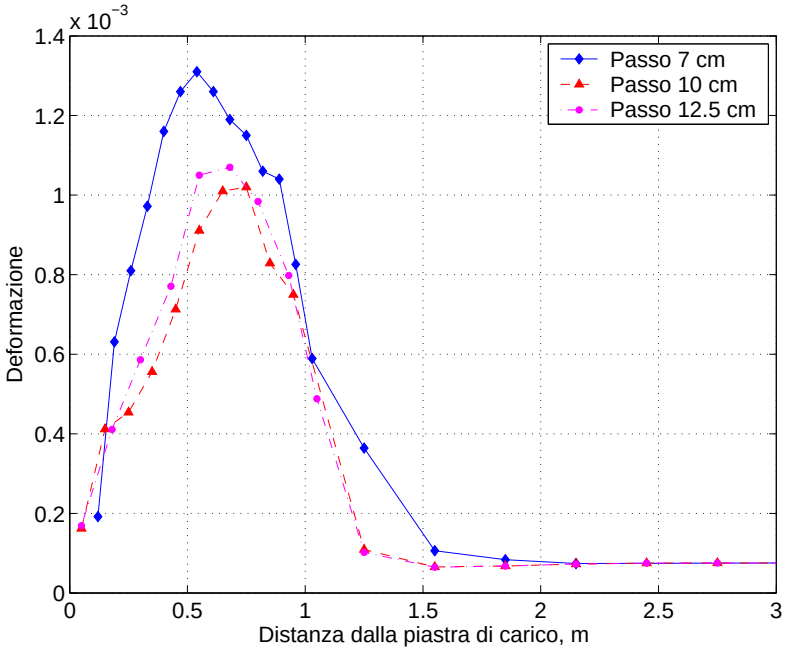


Figura 4.25: Deformazioni nelle staffe al variare del passo delle staffe, a/h=0.3

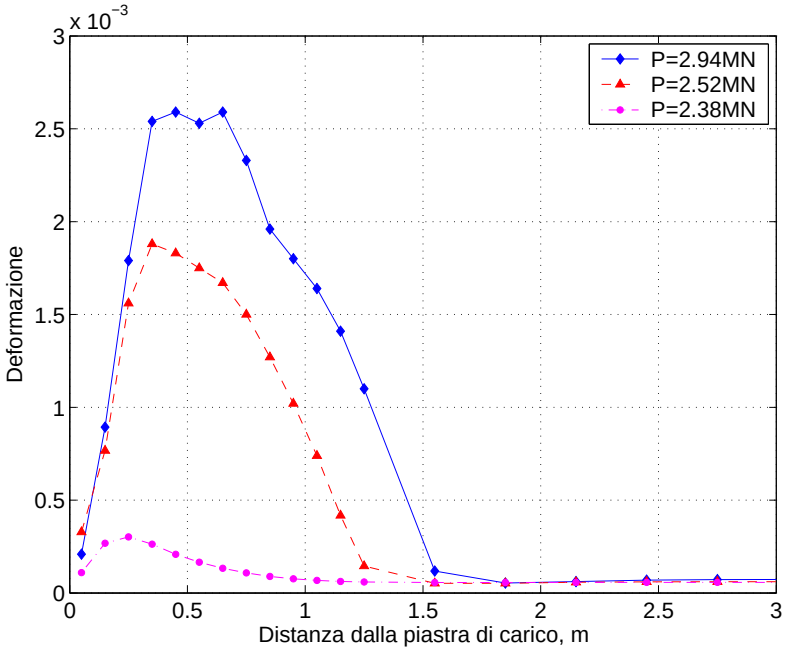


Figura 4.26: Deformazioni nelle staffe per la trave CS02/Tb06

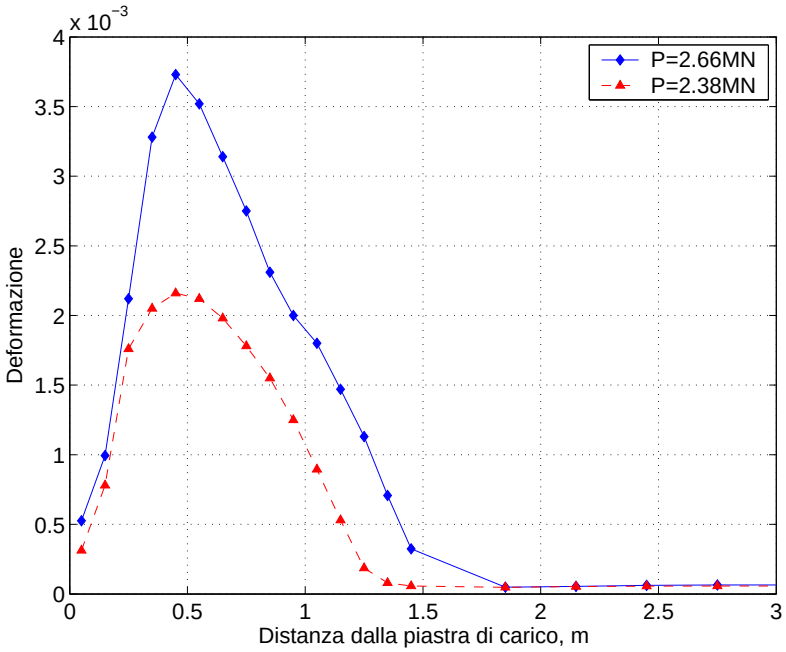


Figura 4.27: Deformazioni nelle staffe per la trave CS02/Tb07

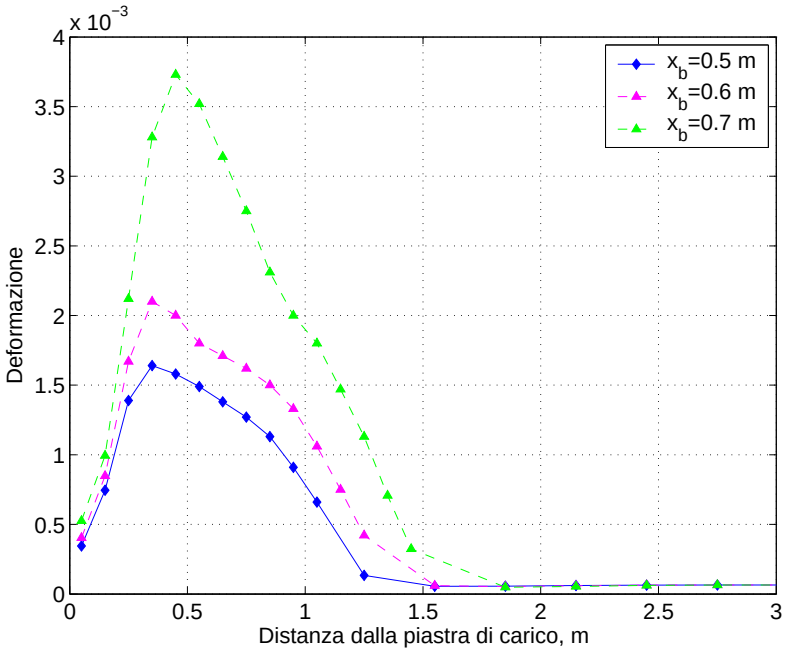


Figura 4.28: Deformazioni nelle staffe al variare della posizione del baricentro dell'armatura di fenditura

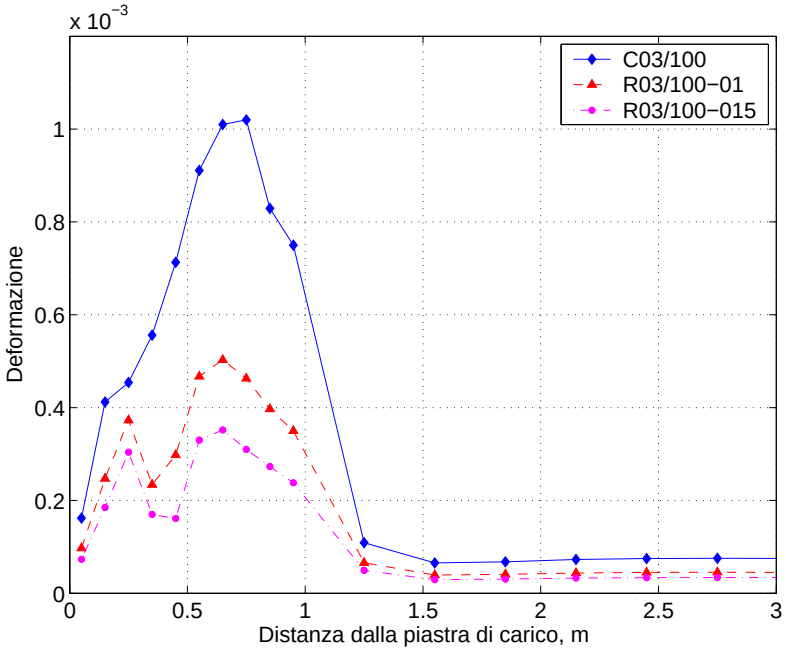


Figura 4.29: Reazione d'appoggio

Quadro fessurativo

Si illustra la propagazione e l'apertura delle fessure determinata con l'analisi numerica. Si evidenziano due tipi di quadri fessurativi: le fessure orizzontali prodotte dalle tensioni di fenditura σ_{zz} e le fessure prodotte dalle tensioni laterali di trazione σ_{yy}.

Le fessure prodotte dalle tensioni di fenditura si estendono per un tratto di lunghezza pari a $1 \div 1.5$ l'altezza della sezione. Nella Tabella 4.8 è rappresentato l'apertura massima sul piano medio e superficiale per la prima e la seconda serie di travi, al variare della dimensione della piastra di ancoraggio. Si può notare, che la fessurazione nel piano medio è principalmente governata dal rapporto di concentrazione a/h. L'apertura delle fessure aumenta al diminuire della dimensione del dispositivo di ancoraggio.

Nelle tabelle 4.9-4.10 si riporta invece l'apertura massima al variare dell'interasse delle staffe e della posizione ipotizzata del baricentro dell'armatura. L'armatura disposta con maggiore interasse e diametro delle staffe limita la fessurazione più efficacemente, sia in termini di apertura massima sia in termini di estensione.

In condizioni di esercizio, comunque, negli esempi considerati, l'apertura massima è sempre inferiore al valore limite di 0.2mm.

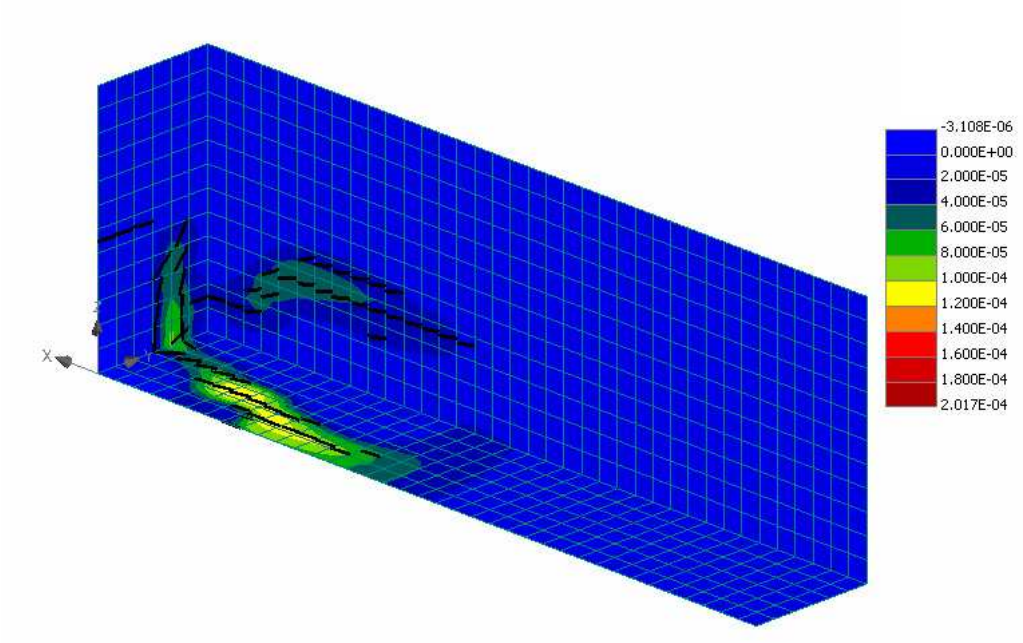


Figura 4.30: Fessura principale nel piano XZ per la trave C02/100

Oltre alle fessure orizzontali prodotte dalle tensioni di fenditura σ_{zz}, nelle travi analizzate si sono manifestate anche ampie fessure verticali nei piani XZ, prodotte dalle tensioni di fenditura laterali. Infatti nel calcestruzzo racchiuso dalla spirale dietro la piastra di carico si generano elevate tensioni di compressione per effetto del confinamento e conseguentemente il calcestruzzo esterno alla spirale è soggetto a tensioni di trazione radiali. Tali tensioni determinano la formazione appunto di fessure in piani verticali che sono responsabili dell'espulsione dello strato di calcestruzzo esterno alla spirale, come evidenziato anche nella sperimentazione descritta nel capitolo 3. In presenza di aree di carico ridotte, come nel caso della trave C02/100, la fessurazione più ampia ottenuta con il modello agli elementi finiti è proprio quella verticale, come illustrato in Fig.4.30

		$95\%P_{failure}$	P_{su}	P_{tiro}	P_{crack}
C04/100	Carico (MN)	8.160	7.600	6.330	6.240
	Apertura massima delle fessure sul piano superficiale (mm)	0.092	0.088	0.063	0.063
	Apertura massima delle fessure sul piano medio (mm)	0.150	0.110	0.090	0.070
C03/100	Carico (MN)	5.240	5.060	4.220	4.410
	Apertura massima delle fessure sul piano superficiale (mm)	0.072	0.049	-	0.044
	Apertura massima delle fessure sul piano medio (mm)	0.203	0.123	-	0.090
C02/100	Carico (MN)	3.250	2.880	2.400	3.060
	Apertura massima delle fessure sul piano superficiale (mm)	0.130	-	-	0.074
	Apertura massima delle fessure sul piano medio (mm)	0.320	-	-	0.115
CS02/100	Carico (MN)	2.920	2.280	1.900	2.520
	Apertura massima delle fessure sul piano superficiale (mm)	0.113	-	-	0.091
	Apertura massima delle fessure sul piano medio (mm)	0.185	-	-	0.085
CS015/100	Carico (MN)	2.110	1.620	1.350	2.020
	Apertura massima delle fessure sul piano superficiale (mm)	0.120	-	-	0.096
	Apertura massima delle fessure sul piano medio (mm)	0.260	-	-	0.103

$P_{failure}$ = *carico di rottura*
P_{su} = *carico di progetto delle staffe*
P_{tiro} = *carico in fase di tiro*
P_{crack} = *carico fessurazione*

Tabella 4.8: Andamento dell'apertura delle fessure al variare della dimensione della piastra di ancoraggio (travi C04/100-C02/100 e CS02/100-CS015/100)

		$95\%P_{failure}$	P_{su}	P_{tiro}	P_{crack}
C03/70	Carico (MN)	5.240	5.060	4.220	4.720
	Apertura massima delle fessure sul piano superficiale (mm)	0.105	0.059	-	-
	Apertura massima delle fessure sul piano medio (mm)	0.162	0.096	-	0.072
C03/125	Carico (MN)	0.085	0.060	-	0.052
	Apertura massima delle fessure sul piano superficiale (mm)	0.072	0.049	-	0.044
	Apertura massima delle fessure sul piano medio (mm)	0.245	0.120	-	0.054
C04/70	Carico (MN)	3.250	2.880	2.400	3.060
	Apertura massima delle fessure sul piano superficiale (mm)	0.127	0.051	-	0.034
	Apertura massima delle fessure sul piano medio (mm)	0.327	0.140	-	0.095
C04/125	Carico (MN)	8.210	7.600	6.330	6.240
	Apertura massima delle fessure sul piano superficiale (mm)	0.089	0.055		0.049
	Apertura massima delle fessure sul piano medio (mm)	0.322	0.184		0.079

Tabella 4.9: Andamento dell'apertura delle fessure al variare dell'interasse dell'armatura di fenditura

		$95\%P_{failure}$	P_{su}	P_{tiro}	P_{crack}
C04/100-Tb6	Carico (MN)	7.300	7.600	6.330	6.240
	Apertura massima delle fessure sul piano superficiale (mm)	0.086	0.000	0.000	0.075
	Apertura massima delle fessure sul piano medio (mm)	0.150	0.110	0.090	0.070
C04/100-Tb7	Carico (MN)	7.480	7.600	6.330	6.240
	Apertura massima delle fessure sul piano superficiale (mm)	0.104	0.000	0.000	0.077
	Apertura massima delle fessure sul piano medio (mm)	0.150	0.110	0.090	0.070
C03/100-Tb6	Carico (MN)	2.790	2.280	1.900	2.520
	Apertura massima delle fessure sul piano superficiale (mm)	0.114	-	-	0.112
	Apertura massima delle fessure sul piano medio (mm)	0.194	-	-	0.129
C03/100-Tb7	Carico (MN)	2.660	2.280	1.900	2.380
	Apertura massima delle fessure sul piano superficiale (mm)	0.214	-	-	0.130
	Apertura massima delle fessure sul piano medio (mm)	0.218	-	-	0.132

Tabella 4.10: Andamento dell'apertura delle fessure al variare della posizione del baricentro dell'armatura di fenditura

Effetti della ridistribuzione di tensione in seguito alla fessurazione

La forza di fenditura è usualmente valutata a partire da distribuzioni di tensioni ottenute con analisi elastiche. La modellazione strut-and-tie consigliata dall'AASHTO definisce infatti la geometria del traliccio sulla base del flusso di tensioni in campo elastico. Come già evidenziato da Adeghe e Collins [4], al crescere dei carichi e al manifestarsi delle tensioni di fenditura la diffusione delle tensioni di compressione subisce una sensibile variazione con un decremento dell'inclinazione rispetto all'asse della trave delle isostatiche di compressione nelle zone di ancoraggio. Tale modifica si riflette in modo significativo sull'entità delle azioni risultanti di fenditura che risulta pertanto crescente per carichi di precompressione inferiori al carico di fessurazione, mentre tende a decrescere per ulteriori incrementi di carico fino alla rottura. Tale effetto è evidenziato con chiarezza dai risultati numerici ottenuti.

Per illustrare la variazione di sollecitazioni di fenditura al crescere del carico è opportuno introdurre una tensione di fenditura equivalente nel calcestruzzo, corrispondente alle sollecitazioni assorbite dalle staffe. Più precisamente la tensione equivalente è calcolata come rapporto tra la forza assorbita dalla singola staffa e la corrispondente area di calcestruzzo, pari al prodotto della larghezza della sezione per il passo delle staffe.

Nelle Figg. 4.31-4.32 è riportata la distribuzione di tale tensione equivalente lungo l'asse della trave per diversi valori del carico corrispondenti al carico di fessurazione, al carico di progetto delle staffe e al carico ultimo per le travi C04/100 e C03/100. I valori di tensione sono rapportati ai valori di tensione media e quindi le distribuzioni possono essere tra di loro confrontate. E' inoltre riportata la distribuzione elastica (Guyon). Si osserva come al crescere del carico la distribuzione di tensione si estende per una distanza maggiore dalla piastra di ancoraggio. Tuttavia i valori σ_{burst}/σ_0 in fase fessurata hanno valori massimi nettamente inferiori al picco corrispondente alla distribuzione elastica. Nella Fig.4.33 sono rappresentate le tensioni di fenditura assorbite dall'armatura per un assegnato livello di carico per le travi con uno stesso rapporto di concentrazione, $a/h = 0.3$, ma con staffe poste a differenti interassi, quindi per le travi C03/70, C03/100 e C03/125. Per il carico considerato nell'analisi, pari a $5.05MN$ le tensioni nelle staffe raggiungono un valore di circa 250MPa. Si rileva che con il valore minimo del passo delle staffe di 70mm si ottengono tensioni equivalenti lievemente superiori ai valori corrispondenti ai passi 100mm e 125mm.

A partire dalla distribuzione di tensione equivalente sono state calcolate le azioni risultanti di fenditura dovute alle sollecitazioni nelle staffe. Nella tabella 4.11 sono riportati tali valori per carichi crescenti dalla fessurazione alla rottura e al variare del passo delle staffe.

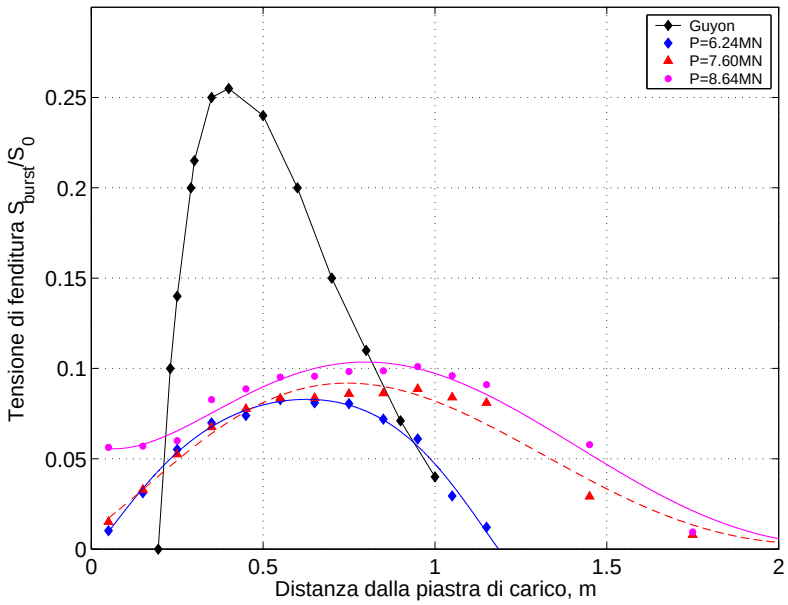


Figura 4.31: Distribuzione delle tensioni di fenditura dopo la formazione della fessura, a/h=0.4

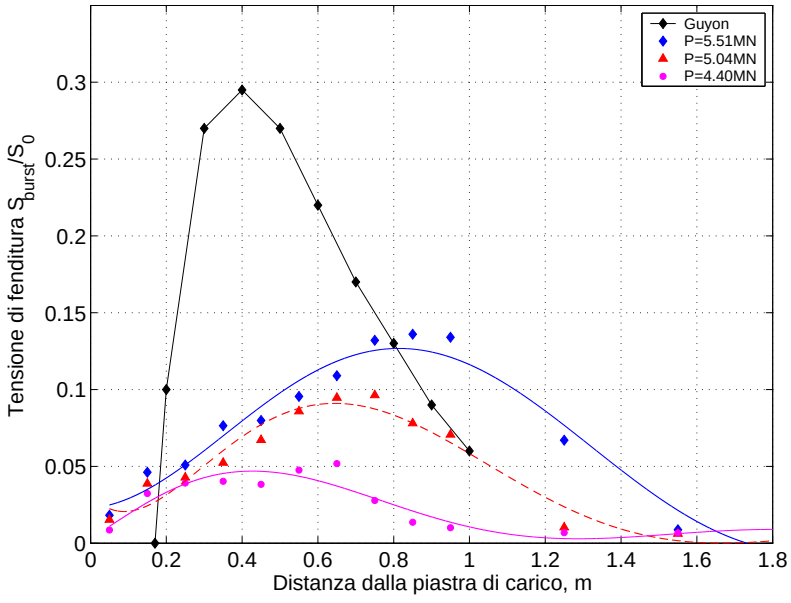


Figura 4.32: Distribuzione delle tensioni di fenditura dopo la formazione della fessura, a/h=0.3

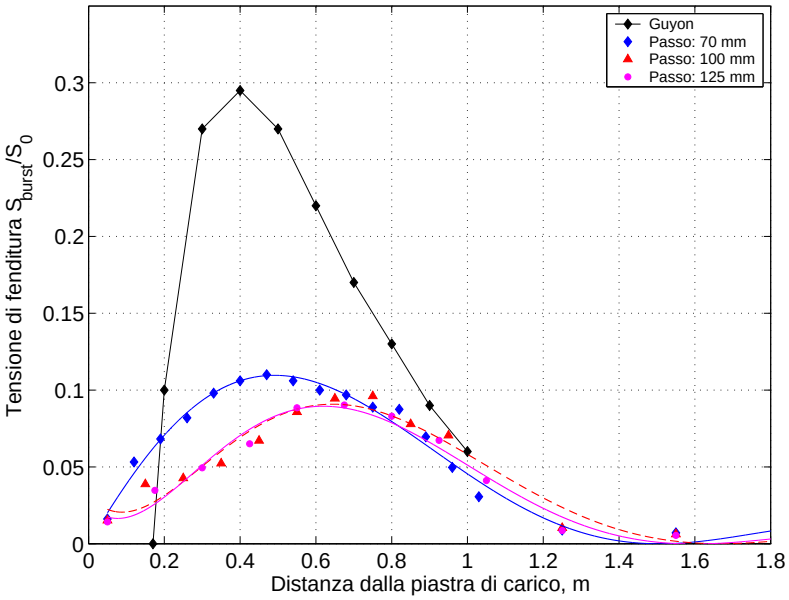


Figura 4.33: Distribuzione delle tensioni di fenditura dopo la formazione della fessura al variare dell'interasse delle staffe, a/h=0.3

Per analizzare più approfonditamente l'evoluzione della forza di bursting al crescere del carico a partire dalla fase elastica è necessario valutare l'azione di bursting complessiva generata dalla somma delle tensioni nel calcestruzzo e delle sollecitazioni nelle staffe. A partire dai risultati numerici delle tensioni sono riportate nella tabella 4.12 per la trave C03/100 il contributo delle staffe e il contributo del calcestruzzo compreso entro una distanza dalla piastra di ancoraggio pari a $1m$, corrispondente all'altezza della sezione. Si evidenzia che per carichi inferiori al carico di fessurazione pari a 4.41MN la forza di fenditura è assorbita per la massima parte nel calcestruzzo e il rapporto P/P_{burst} ha valore costante pari a circa 0.17, praticamente comparabile al valore 0.18 previsto dal modello strut-and-tie basato sull'analisi elastica secondo l'equazione (4.5). Superato il carico di fessurazione il contributo del calcestruzzo tende rapidamente ad annullarsi e la forza di fenditura viene trasferita alle staffe così come evidenziato in Fig. 4.38. Si osserva che la forza complessiva risulta decrescente a partire dal carico di fessurazione fino al carico di rottura con un decremento di circa il 16%. Analogamente il rapporto P_{burst}/P decresce dal valore 0.17 a circa 0.09 nella fase fessurata. Pertanto l'effettiva azione di fenditura risulta nettamente inferiore al valore predetto.

Nella tabella 4.13 sono riportati il contributo delle staffe e il contributo del calcestruzzo compreso entro una distanza dalla piastra di ancoraggio pari a $1.5m$, sempre per la trave C03/100. Si è

Trave	P (MN)	P_{burst} (MN)	P_{burst}/P
C04/100	8.64	0.49	0.06
	7.6	0.47	0.06
	6.24	0.47	0.08
C03/100	5.51	0.53	0.096
	5.04	0.47	0.094
	4.41	0.63	0.14
C03/75	5.51	0.6	0.11
	5.04	0.51	0.1
	4.41	0.67	0.15
C03/125	5.51	0.6	0.11
	5.04	0.48	0.09
	4.41	0.53	0.11

Tabella 4.11: Forza di fenditura assorbita dalle staffe

tenuto conto in questa analisi della resistenza a trazione del calcestruzzo non fessurato davanti alla fessura, come illustrato dalla Fig. 4.39. Si osserva che il calcestruzzo contribuisce sensibilmente ad assorbire la forza di fenditura.

Quindi in base all'analisi sviluppata si può concludere che prima della fessurazione la forza di fenditura viene assorbita principalmente dal calcestruzzo che è compreso entro una distanza dalla piastra di ancoraggio pari alla dimensione trasversale della sezione. Per effetto della fessurazione ha luogo una ridistribuzione delle tensioni di fenditura che coinvolge una zona di calcestruzzo che si estende per una distanza dalla piastra di carico pari a circa $1.5h$. Per una distanza dalla piastra di carico pari a circa $1h$, si ha una diminuzione della rigidezza dell'elemento in direzione perpendicolare alla fessura e conseguentemente una diminuzione della forza di fenditura totale assorbita sia dalle staffe sia dalla resistenza residua calcestruzzo fessurato. Una parte considerevole della forza di fenditura viene comunque assorbita dal calcestruzzo integro davanti la fessura. Comunque l'aliquota assorbita dalle staffe risulta considerevolmente inferiore al valore ipotizzato con un'analisi elastica.

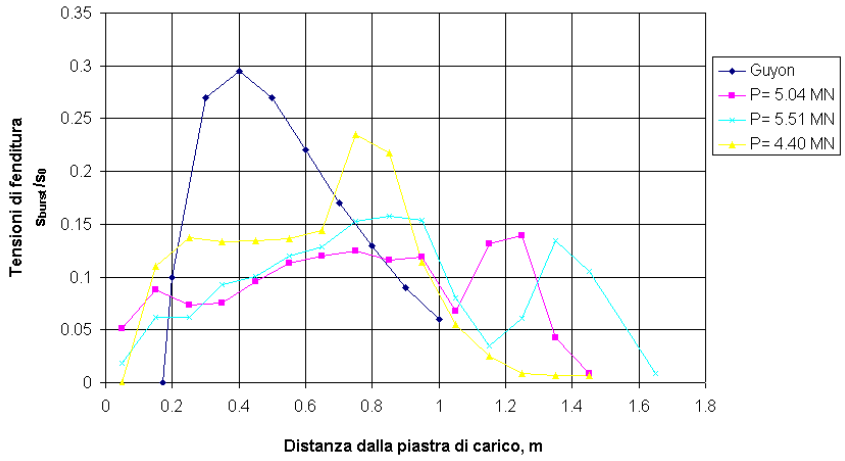
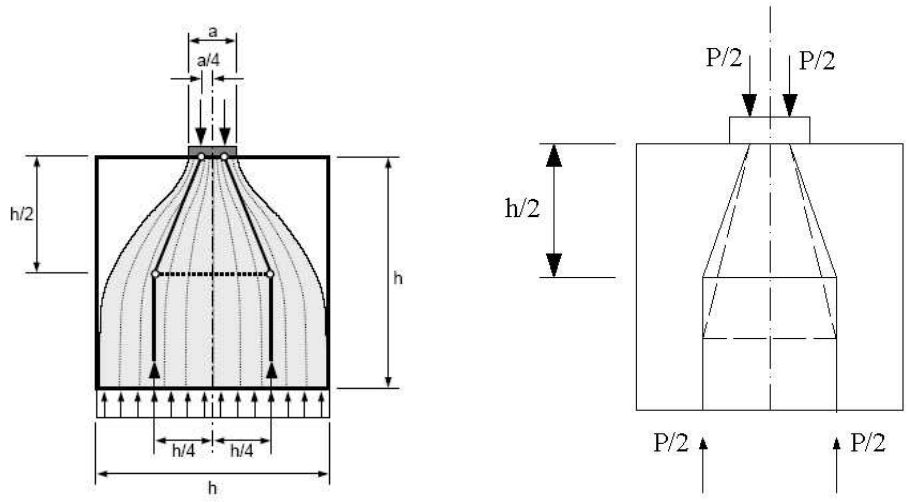


Figura 4.34: Tensioni di fenditura complessiva, somma del contributo delle staffe e del calcestruzzo



(a) Sviluppo di un modello Strut-and-Tie per le zone di ancoraggio secondo l'analisi elastica

(b) Modifica del modello strut-and-tie per tenere in conto della ridistribuzione di tensione dopo la fessurazione

Figura 4.35:

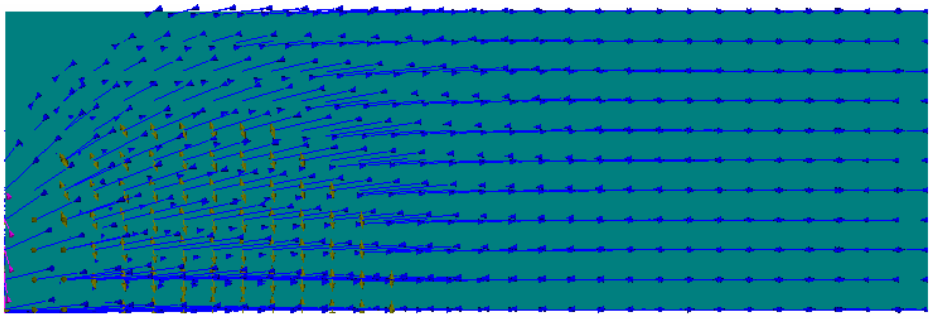


Figura 4.36: Traiettorie delle tensioni principali prima della fessurazione per la trave C04/100

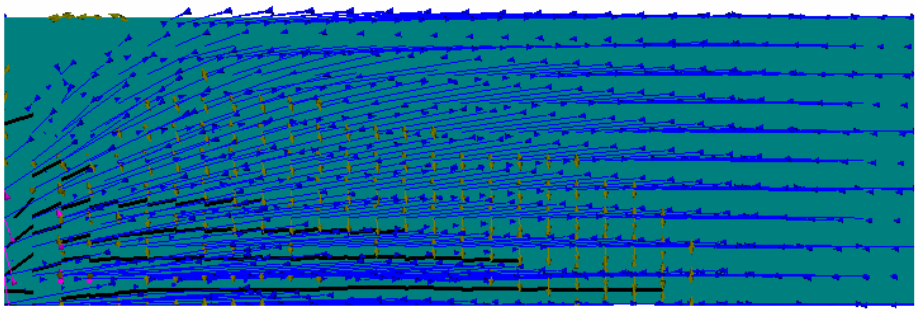


Figura 4.37: Traiettorie delle tensioni principali dopo la fessurazione per la trave C04/100

Carico	CLS teso		Staffe		Somma del contributo del CLS e delle staffe	
P (MN)	P_{burst} (MN)	P_{burst}/P	P_{burst} (MN)	P_{burst}/P	P_{burst} (MN)	P_{burst}/P
1.89	0.293	0.155	0.026	0.014	0.319	0.169
2.52	0.388	0.154	0.036	0.014	0.424	0.168
3.15	0.476	0.151	0.047	0.015	0.523	0.166
3.46	0.512	0.148	0.053	0.015	0.566	0.163
3.78	0.539	0.143	0.060	0.016	0.599	0.159
4.09	0.559	0.137	0.068	0.017	0.627	0.153
4.41	0.495	0.112	0.136	0.031	0.632	0.143
4.72	0.288	0.061	0.261	0.055	0.550	0.116
5.04	0.149	0.029	0.324	0.064	0.472	0.094
5.35	0.133	0.025	0.355	0.066	0.488	0.091
5.51	0.082	0.015	0.447	0.081	0.530	0.096

Tabella 4.12: Forza di fenditura assorbita dal calcestruzzo e dalle staffe per una lunghezza della zona di ancoraggio pari a h (trave C03/100)

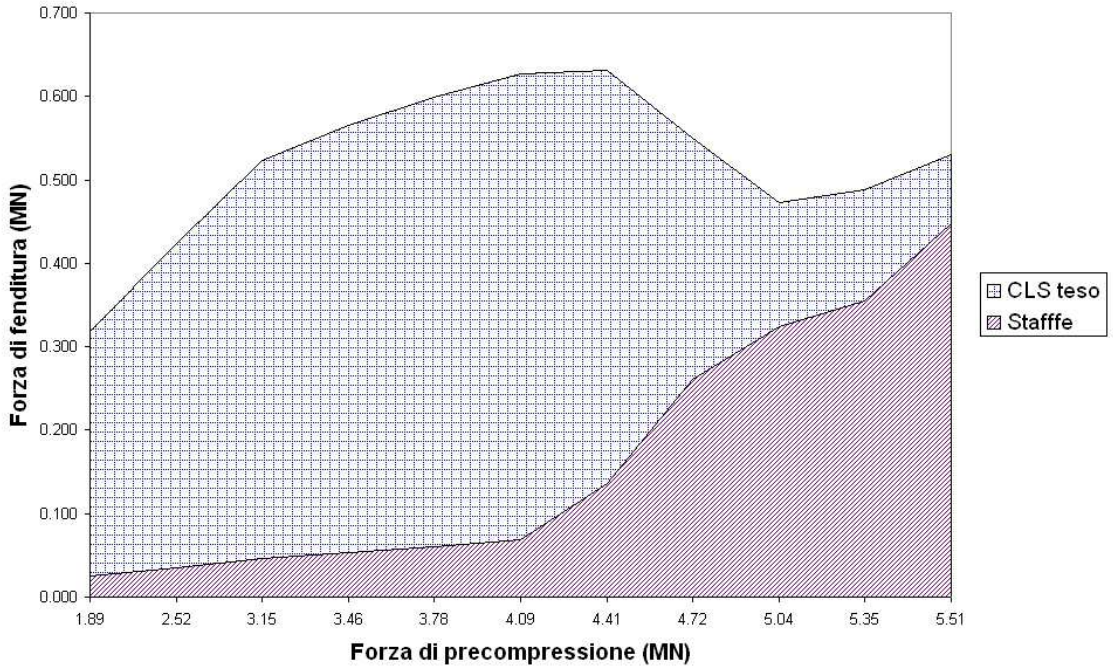


Figura 4.38: Trasferimento della forza di fenditura dal calcestruzzo teso alle staffe calcolata per una lunghezza della zona di ancoraggio pari a h (trave C03/100)

Carico	CLS teso		Staffe		Somma del contributo del CLS e delle staffe	
P (MN)	P_{burst} (MN)	P_{burst}/P	P_{burst} (MN)	P_{burst}/P	P_{burst} (MN)	P_{burst}/P
1.89	0.304	0.161	0.026	0.014	0.330	0.174
2.52	0.403	0.160	0.039	0.016	0.442	0.175
3.15	0.493	0.157	0.051	0.016	0.544	0.173
3.46	0.530	0.153	0.058	0.017	0.588	0.170
3.78	0.557	0.147	0.066	0.017	0.623	0.165
4.09	0.578	0.141	0.074	0.018	0.652	0.159
4.41	0.522	0.118	0.142	0.032	0.664	0.151
4.72	0.380	0.080	0.268	0.057	0.648	0.137
5.04	0.333	0.066	0.332	0.066	0.665	0.132
5.35	0.323	0.060	0.369	0.069	0.692	0.129
5.51	0.249	0.045	0.479	0.087	0.728	0.132

Tabella 4.13: Forza di fenditura assorbita dal calcestruzzo e dalle staffe in un tratto pari a $1.5h$

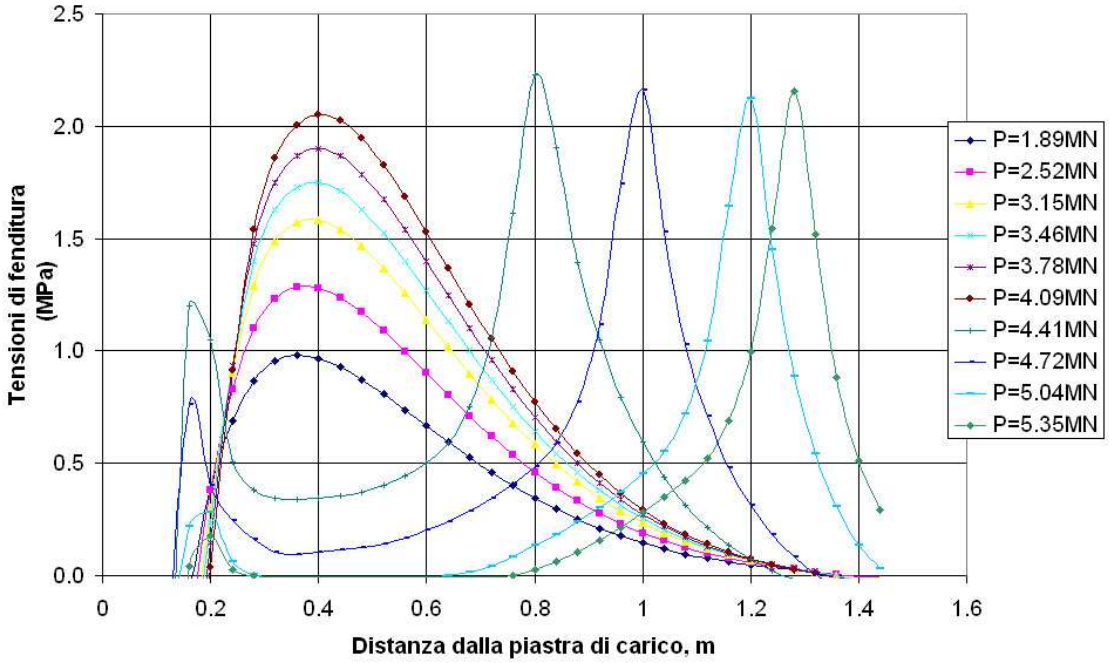


Figura 4.39: Andamento delle tensioni di fenditura nel calcestruzzo al crescere del carico e della fessurazione in corrispondenza dell'asse della trave C03/100