



**UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA
"TOR VERGATA"**

FACOLTA' DI INGEGNERIA

DOTTORATO DI RICERCA IN
PROGETTAZIONE DEI SISTEMI MECCANICI

CICLO DEL CORSO DI DOTTORATO
XX

ANALISI DEI DATI DA EMISSIONE ACUSTICA PER LA
VALUTAZIONE DEL DANNEGGIAMENTO STRUTTURALE

Dottorando
Alessandro Zanini

Docente Guida/Tutor: **Prof. C. Brutti**
Coordinatore: **Prof. C. Brutti**

Indice

INTRODUZIONE **3**

CAPITOLO 1 LA TECNICA DI MISURA DELL'EMISSIONE ACUSTICA **6**

1.1	INTRODUZIONE	6
1.2	LINEAMENTI DI TEORIA	7
1.2.1	LE CLASSI DI DISTRIBUZIONE DI KAPTEYN E IL PROBIT DIAGRAM	9
1.3	PROCEDIMENTI SPERIMENTALI	12
1.4	L'EMISSIONE ACUSTICA COME ENERGIA IRRADIATA DA UNA DISLOCAZIONE IN MOTO	13
1.5	MECCANISMI DI DEFORMAZIONE PLASTICA	15
1.6	MECCANISMI DI FRATTURA	19
1.6.1	FRATTURA FRAGILE	19
1.6.2	FRATTURA DUTTILE	24
1.7	TECNICHE D'INDAGINE PER LA NUCLEAZIONE DI UNA CRICCA DI FATICA	28
1.8	L'EA E LA CRESCITA DI UNA CRICCA DI FATICA	33
1.9	ΔK_{TH} - DETERMINAZIONE MEDIANTE EA	36
1.10	CHIUSURA DI UNA CRICCA DI FATICA	38
1.11	RELAZIONE TRA IL NUMERO DI CONTEGGI E LA VELOCITÀ DI CRESCITA DELLA CRICCA	41
1.12	INFRAGILIMENTO DA IDROGENO	44

CAPITOLO 2 L'IMPIEGO DELLA DIMENSIONE FRATTALE NEL TRATTAMENTO DEI DATI DI EMISSIONE ACUSTICA **50**

2.1	INTRODUZIONE	50
2.2	AUTO-SOMIGLIANZA	50
2.3	CURVA DI KOCH	53
2.3.1	CONSTRUZIONE GEOMETRICA	54
2.3.2	LA LUNGHEZZA DELLA CURVA DI KOCH	55
2.4	LE SERIE GEOMETRICHE E LA CURVA DI KOCH	56
2.4.1	L'AUTO-SOMIGLIANZA NELLE SERIE GEOMETRICHE	60
2.5	PROPRIETÀ: LUNGHEZZA, AREA, DIMENSIONE	61
2.5.1	LA LUNGHEZZA DELLE CURVE FRATTALI	61
2.6	LA DIMENSIONE	64
2.6.1	SELF-SIMILARITY DIMENSION E COMPASS DIMENSION	65
2.6.2	BOX-COUNTING DIMENSION	68
2.6.3	LE DIMENSIONI FRATTALI E LE LORO LIMITAZIONI	71
2.7	LA SEZIONE AUREA LA SUCCESSIONE DI FIBONACCI	71

CAPITOLO 3 BOX COUNTING METHOD: IL CASO DELLE SOLLECITAZIONI STATICHE **75**

3.1	LA BARRA D'ACCIAIO VIRGO	75
3.1.1	INTRODUZIONE	75
3.1.2	LA PROCEDURA SPERIMENTALE	76
3.1.3	I RISULTATI SPERIMENTALI	78
3.1.4	ANALISI DEI DATI E RISULTATI	82
3.2	LA BARRA DI FIBRA DI CARBONIO	85
3.2.1	LA PROVA SPERIMENTALE E L'ANALISI DATI	85

3.3	CONCLUSIONI	88
<u>CAPITOLO 4 BOX COUNTING METHOD: IL CASO DEI SERBATOI IN PRESSIONE</u>		<u>89</u>
4.1	IL SERBATOIO IN PRESSIONE PER IL GPL	89
4.1.1	INTRODUZIONE	89
4.2	LA PROVA DI EA E I PARAMETRI CARATTERISTICI	89
4.2.1	INDICI DI VALUTAZIONE ICSE ED ISRE	94
4.2.2	INDICATORE SINTETICO γ	94
4.2.3	LA PROVA DI EMISSIONE ACUSTICA	94
4.3	APPLICAZIONE DELL'ANALISI FRATTALE	96
4.4	CONCLUSIONI	99
<u>CAPITOLO 5 BOX COUNTING METHOD: IL CASO DELLA PROVA DI FATICA</u>		<u>100</u>
5.1	LA PROVA DI FATICA	100
5.2	I RISULTATI DELLE PROVE	103
5.3	CONCLUSIONI	106
<u>CONCLUSIONI</u>		<u>108</u>

Introduzione

Nel presente lavoro di tesi di dottorato ci si pone l'obiettivo di studiare, mediante la tecnica delle Emissioni Acustiche (EA, in seguito) e applicando la tecnica frattale del Box Counting, la possibilità di individuare la condizione di incipiente collasso dovuto alla nucleazione e la propagazione di difetti in materiali caratteristici nella progettazione meccanica.

Invece di effettuare precise misure del livello energetico del segnale, del numero di *burst*, qualificandoli secondo caratteristiche energetiche o di frequenza, l'analisi frattale permette di rappresentare il segnale di EA da un punto di vista di ordine della sua distribuzione spaziale, mettendo in evidenza la correlazione o meno tra i differenti *burst* di EA, nella loro sequenza temporale (effetto memoria). La ricerca eseguita si inserisce nell'ambito dei lavori svolti dall'Istituto di Acustica "O.M. Corbino" del CNR di Roma (Tor Vergata), approfondendo risultati ottenuti dall'Ing. G.Paparo e dal Prof. G.P.Gregori nell'ambito della microfratturazione (microsismità).

Tale settore comprende, appunto, tutti quei fenomeni di crisi che si generano a livello atomico o molecolare in materiali solidi sottoposti a sforzi o deformazioni. Nel campo della meccanica della frattura la crisi è causata dal movimento di difetti del reticolo cristallino, quando il materiale è sottoposto ad uno sforzo. Tale movimento provoca cedimenti di legami, con conseguente rilascio di energia sotto forma di onda elastica, a frequenza ultrasonora, che si propaga all'interno del materiale.

L'importanza della tecnica dell'EA, per lo studio di tali fenomeni, risiede nel fatto che i meccanismi di rilascio di energia elastica, che concorrono a generare gli eventi di EA, costituiscono i segnali precursori dei fenomeni parossistici. Inoltre è una tecnica di tipo non invasiva e a modalità tanto attiva che passiva. Questo ha da sempre permesso di seguire il fenomeno nel suo svolgimento temporale, durante il funzionamento stesso della struttura.

Trattandosi di segnali ultrasonori, le cui ampiezze sono dell'ordine dei μvolts , la loro rilevazione viene effettuata tramite sensori piezoelettrici ad alta sensibilità, con frequenza fondamentale pari alla frequenza del segnale ultrasonoro che si vuole monitorare.

L'analisi frattale e, in particolar modo, il Box-Counting Method, analizzando in maniera opportuna i dati provenienti da un monitoraggio delle emissioni acustiche, permette di ottenere informazioni molto utili sulla fisica del sistema e sulla sua storia passata.

Durante una sollecitazione, in un solido ove sia già presente un difetto, è più probabile che nello stesso punto, o nelle sue prossimità, se ne creino altri, in quanto è la zona più debole del pezzo. Si ha, quindi, un'organizzazione nella sequenza temporale di emissione delle sorgenti di EA durante la nucleazione e propagazione della frattura.

L'analisi frattale è capace di evidenziare una condizione di caos, una distribuzione non ordinata e quindi spaziale (3D) delle sorgenti di EA. Questa condizione può essere associata ad una condizione di stabilità del materiale soggetto alla sollecitazione.

Dall'altro lato, una organizzazione delle sorgenti di emissione acustica implica una concentrazione di difetti, distribuiti lungo un piano determinato (2D), ad esempio, e una correlazione tra gli stessi. Quindi, la condizione di ordine può essere relazionata con quella di incipiente nucleazione e di collasso della struttura in esame.

Oltre questa introduzione e una parte conclusiva dei dati raccolti, la tesi è suddivisa in due parti principali:

1. Teorico introduttiva:

- (*Capitolo 1*) Una prima parte prende in esame un approfondimento teorico della matematica frattale, mostrando come può risultare un valido strumento di analisi. E' stata approfondita in particolare la tecnica del Box Counting, tecnica di analisi utilizzata in questo lavoro come strumento di analisi dati delle acquisizioni di EA;
- (*Capitolo 2*) E' stata realizzata una ricerca per mettere in evidenza lo stato dell'arte delle tecniche di emissione acustica e delle analisi realizzate in campo meccanico mediante tale tecnica, mostrando i risultati più significativi ottenuti e consolidati in letteratura;

2. Sperimentale:

- (*Capitolo 3*) Si riportano le prove statiche effettuate per lame di acciaio e di materiale composito. In particolare ci si posti l'obiettivo di identificare le prime caratteristiche nell'andamento della dimensione frattale delle acquisizioni di EA per questo tipo di prova statica;
- (*Capitolo 4*) Viene mostrato come la tecnica sia di interessante applicazione anche nel caso di strutture installate come i serbatoi per GPL interrati. Infatti utilizzando i dati provenienti dalle prove di EA per la riqualificazione decennale del serbatoio si è messo in evidenza come la analisi frattale possa dare risultati positivi al fine della individuazione di criticità locali. Questo lavoro è stato svolto in collaborazione con l'ISPESL – Laboratorio Controlli Non Distruttivi e l'ing. Carlo de Pretis in particolare;
- (*Capitolo 5*) Sono state eseguite prove anche di fatica. In questo capitolo viene mostrato come la dimensione frattale dei dati di EA rilevati durante la

prova possa essere messa in relazione con il numero di cicli di fatica, potendo rilevare un trend caratteristico di affaticamento.

Per concludere si vuole sottolineare che per identificare un difetto mediante metodi di diagnosi NDT si ha la necessità che esso sia già formato e, quando si esamina il collasso di una struttura, lo si fa a posteriori, quando la rottura è già avvenuta, o, comunque, quando la cricca che porta alla crisi si è già nucleata.

L'obiettivo che si vuole invece qui perseguire, è lo studio di una metodologia che consenta l'individuazione e il monitoraggio di segnali premonitori di un'eventuale crisi della struttura stessa, quando essa è sollecitata da un carico, andando ad esaminare il moto incipiente di nucleazione del difetto.

1.1 Introduzione

Con il termine ultrasuoni si definiscono onde elastiche la cui frequenza è maggiore del limite di udibilità per l'orecchio umano e la cui banda di frequenza, di conseguenza, varia tra i 20 *kHz* e il 1 *GHz*.

In genere, nei materiali in cui hanno luogo processi dinamici, come deformazioni, fratture o transizioni di fase, si verifica un rilascio di energia elastica sotto forma di onde elastiche impulsive, il cui spettro di frequenza è compreso tra 1 *kHz* e 10 *GHz*.

I processi dinamici all'origine delle Emissioni Acustiche sono ben evidenziati, per esempio, dai fenomeni acustici macroscopici che comunemente accompagnano la rottura o la deformazione di un materiale solido. Particolare interesse fisico per tali fenomeni riguarda, però, segnali ben lontani dai limiti di udibilità, sia in intensità, sia in frequenza, determinati in materiali solidi dal moto delle dislocazioni, dalla crescita delle microfratture dal moto del bordo di grano, processi che chiameremo sorgenti di emissione acustica (EA in seguito).

Un corpo, soggetto ad una sollecitazione che lo mette in vibrazione, subirà delle fratture a livello molecolare o atomico e verrà rilasciata una certa energia. Inoltre si svilupperà una distribuzione di tensione che dipenderà dal fenomeno nella sua interezza e che coinvolgerà tutto il sistema considerato. Non appena tale distribuzione di tensione attraversa una zona in cui si sono già verificate delle rotture è possibile che se ne verifichino di nuove, poiché è dove la struttura è più debole.

Ciò implica una vera e propria reazione a catena che favorirà il progredire di ciascuna frattura esistente, piuttosto che il formarsi di nuove.

Quindi, è possibile affermare che:

- Le emissioni acustiche si generano a livello microscopico a causa di rotture del legame chimico e si propagano a seguito di una vera e propria reazione a catena;
- Non si è in grado di cogliere gli effetti di una della rottura di un singolo legame chimico, però i fenomeni naturali possiedono memoria delle loro origini e degli eventi passati.

Le prime osservazioni di EA nei metalli furono effettuate da fabbri, i quali ascoltarono il "grido" dello stagno durante la sua deformazione. Generalmente, però, ad essere ritenuto il primo iniziatore della moderna metodologia della EA è J. Kaiser e i suoi collaboratori, in Germania intorno ai primi anni '50.

Kaiser fu il primo ad utilizzare una strumentazione elettronica per rivelare le emissioni sonore emesse dai metalli durante la deformazione. Egli trovò che tutti i

metalli investigati, inclusi lo zinco, l'acciaio, l'alluminio, il rame e il piombo, manifestavano attività acustica e che tale attività era irreversibile nel senso che essa scompariva durante un processo di ricarica del materiale, fin quando il livello dello sforzo non avesse superato il suo precedente valore. Tale fenomeno è ora noto come "effetto Kaiser" e si è rivelato di notevole utilità negli studi con l'EA.

Diversi anni dopo i lavori di Kaiser, altri ricercatori cominciarono a interessarsi attivamente al fenomeno. Schofield e Tatro iniziarono ricerche verso la metà degli anni '50 portando un notevolissimo contributo al perfezionamento dell'apparecchiatura strumentale e alla chiarificazione della genesi dell'EA.

Furono loro ad osservare, per primi, che l'emissione nei metalli era dovuta, prevalentemente, al moto delle dislocazioni che accompagna la deformazione plastica, piuttosto che essere interamente dovuta allo scorrimento reciproco dei grani, come inizialmente proposto da Kaiser. Durante gli anni '60, molti studiosi si sono occupati dell'EA, utilizzando tale tecnica in studi dei materiali, in caratterizzazione e valutazione di qualità, in prove non distruttive, in controlli di strutture.

Notevoli progressi nella strumentazione agli inizi degli anni '60, ne hanno reso possibile altri nella tecnologia dell'EA. I primi ricercatori trovarono, infatti, notevoli difficoltà nel rumore di fondo e di ambiente; Essi trovarono anche che molti di tali problemi potevano essere ridotti, se non eliminati del tutto, lavorando in un range di frequenza ben al di sopra dell'udibile. Tale innovazione eliminava la necessità di laboratori isolati acusticamente, e consentiva alla tecnica di pervenire al grado di perfezione e applicabilità che essa attualmente possiede.

1.2 Lineamenti di Teoria

Le tecniche di EA, nelle prime applicazioni, cioè fino ai primi anni '70, sono state usate senza una sufficiente conoscenza dei fondamenti fisici del fenomeno. In molti casi l'uso inappropriato di tali tecniche, sotto la spinta della commercializzazione, ha condotto ad applicazioni non pertinenti ed a criticabili interpretazioni dei dati ottenuti. Ne è derivato un iniziale insuccesso e le cause di ciò vanno ricercate nella mancanza di una sufficiente comprensione del problema fisico, insito nella generazione e proliferazione di tali segnali e, quindi, in una scarsa formulazione matematica, nonché nella qualità dei trasduttori che dessero segnali caratteristici e riproducibili, relativamente alle varie tipologie di sorgenti di EA. Infatti, è noto oggi che, nei trasduttori piezoelettrici usati all'inizio della sperimentazione, il segnale veniva modificato dalle risonanze del dispositivo stesso e dai modi normali di vibrazione che si instauravano nel campione in esame.

Intorno alla metà degli anni '70, è stata sviluppata una teoria fondamentale da Stephens e i suoi collaboratori, partendo da conoscenze ben consolidate sulla dinamica delle dislocazioni e delle fratture e sulla microsismicità. Inoltre, gli sviluppi sul rilevamento ed il riconoscimento di segnali, per esempio il radar, hanno permesso di isolare i segnali significativi, dalle interferenze e dal rumore di

fondo. In base a queste premesse, sono stati sviluppati trasduttori a capacità che danno, per gli spostamenti, una risposta molto fedele.

Sono possibili due approcci, uno diretto, dalla sorgente al segnale misurato (chiamato anche *foreward problem*), ed uno inverso, dal segnale misurato risalire alle proprietà della sorgente (chiamato anche *inversion problem*). Questi due tipi di problemi sono interconnessi tra di loro e di difficile risoluzione. Ancora oggi, teorie esatte e corrispettivi riscontri sperimentali si possono ottenere soltanto con strutture di geometria molto semplice.

In genere una sorgente di EA può essere rappresentata mediante uno sforzo localizzato in un punto r_0 , la cui intensità ad un certo istante varia improvvisamente: questo sforzo viene descritto matematicamente da un tensore $\sigma(r_0, t)$, dove t è il tempo. Si può ritenere con buona approssimazione che il problema sia lineare in quanto, di solito, la lunghezza d'onda del segnale elastico generato dalla variazione di σ è grande rispetto alle dimensioni della sorgente. Sotto tali condizioni lo spostamento $u(r_0, t)$ nel punto r all'istante t può essere espresso dall'integrale di convoluzione:

$$u(r_0, t) = \int_{-\infty}^t G(r, r_0, t - \tau) \sigma(r_0, \tau) d\tau$$

dove G è una grandezza che descrive la funzione di trasferimento del mezzo, chiamata *funzione di Green* e rappresenta lo spostamento nella struttura nel punto r all'istante t causato da uno sforzo impulsivo verificatosi nel punto r_0 all'istante τ ($\tau < t$). La determinazione di G costituisce un problema matematico piuttosto complesso, che è stato specificato da vari autori in diversi casi, come, ad esempio quando l'evento di EA viene descritto da una forza localizzata, da un centro di dilatazione ecc...

Infine possono essere utili alcune considerazioni quantitative sul segnale prodotto da una dislocazione in moto. E' possibile mostrare, usando la funzione di Green sotto condizioni estremamente semplificate, che lo spostamento u_{max} rilevato dal n trasduttore posto alla distanza h dalla sorgente è:

$$u_{max} = \frac{ka\nu}{h}$$

in cui il coefficiente k dipende dal materiale, ν è la velocità media della dislocazione ed a è la distanza da percorrere. Per dislocazioni in acciai si stima $k \approx 10^{-14} s$. Se il trasduttore ha una sensibilità per lo spostamento pari a x , il segnale può essere rilevato se ha $\nu > 10^{14} hx$. Misurazioni di rumore effettuate in laboratorio indicano per x un valore di 10^{-13} ; Per tanto, se h è 10 cm e la velocità di propagazione delle onde elastiche nell'acciaio è di 3000 m/s, si ottiene $a \approx 0.3 mm$.

Questo valore è molto maggiore di quello usualmente percorso da una dislocazione, quindi il moto di una singola dislocazione non può essere assunto come potenziale sorgente di EA. Tuttavia, essendo stati osservati segnali molto intensi durante le deformazioni di snervamento, tali segnali sono da attribuire al moto cooperativo di centinaia o migliaia di dislocazioni.

Analoghe considerazioni possono essere fatte a proposito della crescita di una microcricca; si trova che la variazione di $1 \mu\text{m}$ delle sue dimensioni può dar luogo ad EA.

1.2.1 Le Classi di Distribuzione di Kapteyn e il Probit Diagram

Un aspetto fisico importante riguarda la dipendenza della dimensione del difetto dalla frequenza della EA. Fintanto che la dimensione della cricca è sufficientemente piccola, le strutture vibranti saranno piccole e le EA saranno, di conseguenza, di alta frequenza. Non appena la dimensione del difetto aumenta, sia per allargamento del difetto precedente, che per coalescenza di difetti già esistenti, le EA diventeranno di frequenza progressivamente più bassa, mentre altri difetti continueranno a rilasciare alcune EA di frequenza ancora alta.

Come mostrato da Gregori *et al.* [Gregori 2003], ci si aspetta, quindi, come risultato che i segnali di EA registrati a certe frequenze decadranno lentamente, mentre il segnale a frequenze più basse aumenterà e raggiungerà il suo valore massimo. Questo è mostrato, qualitativamente, nella figura 1.1.

Un prima descrizione di ogni evento di EA può essere rappresentata in termini di una funzione δ di Dirac, assumendo che in un dato istante di tempo del processo tutto l'insieme di difetti o cricche condivida lo stesso andamento rispetto al tempo. Però una struttura fisica dovrebbe essere studiata andando a considerare il fatto che un difetto più grande rilascia energia ad una frequenza più bassa di un difetto più piccolo. Questo implica che alla funzione δ di Dirac si deve andare a sostituire una più realistica distribuzione di tipo lognormale.

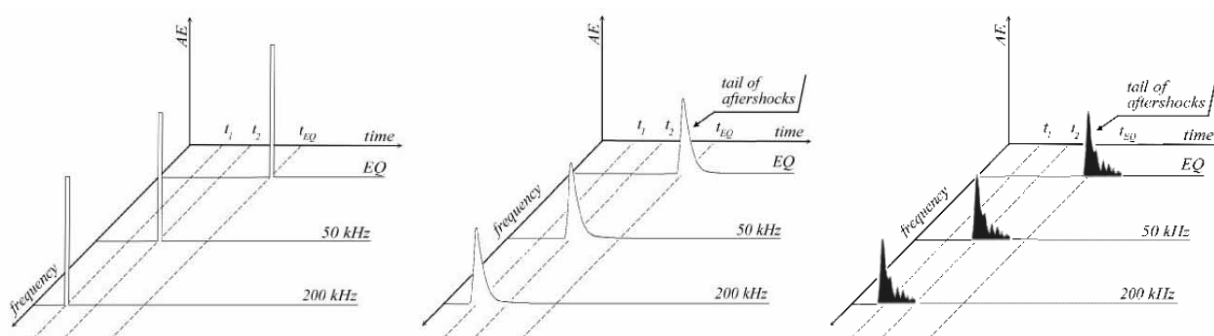


Figura 1.1: Emissione acustica nei solidi (approssimazione δ di Dirac, distribuzione lognormale, andamento reale).

Il fenomeno qui descritto equivale all'effetto "ora di punta", classico per ogni servizio pubblico¹, appartenente alle distribuzioni di Kapteyn. La distribuzione puramente lognormale si dimostra essere molto adatta per descrivere, ad ogni data frequenza, i principali aspetti della coda osservata nei rilevamenti di EA. Nella realtà della natura l'effetto di reazione a catena potrebbe deviare da tale semplice, intuitiva e apparentemente ragionevole supposizione.

Per mezzo dell'algoritmo delle classi di distribuzione di Kapteyn possiamo fornire una misura quantitativa dell'evoluzione temporale del sistema, in termini di una precisa descrizione del suo stato fisico, trattando la reazione a catena che implica EA di frequenza progressivamente più bassa.

Si intende di seguito fare un breve riferimento ai fondamenti della teoria statistica ed alla formulazione originale di Kapteyn e van Uven [Kapteyn 1916].

Definita una variabile aleatoria x mediante un insieme N di sue determinazioni x_j (con $j = 1, 2, \dots, N$) e, dato un intervallo definito Δx , se si chiama $N(x)$ il numero delle x_j che cadono all'interno dell'intervallo tra x e $x + \Delta x$, si può definire la frequenza associata a tale variabile come il rapporto $N(x)/N$.

Mediante il concetto di distribuzione continua è possibile il passaggio da una descrizione discreta, come quella della frequenza in termini di finiti incrementi di Δx , in una funzione continua $\phi(x)$, chiamata densità di probabilità, dove $\phi(x)dx$ è la probabilità che un dato x_j cada nell'intervallo x e $x + \Delta x$.

Si ricorda che:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \phi(x)dx = 1 \qquad \Phi(x) = \int_{-\infty}^x \phi(z)dz \qquad \Phi(+\infty) = 1$$

dove $\Phi(x)$ è la *distribuzione integrale*.

Chiamando $y = G(x)$ una funzione definita per $-\infty < y < +\infty$ e per $a < x < b$, con $-\infty < b < +\infty$, e supponendo che $G'(x)$ è definita per tutte le x nell'intervallo di definizione, si assume che y ha una distribuzione normale quando x ha una distribuzione:

$$d\Phi(x) = \phi(x)dx = d\Psi\left(\frac{G(x) - \mu}{\sigma}\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}(G(x) - \mu)^2\right] \left|\frac{dG(x)}{dx}\right| dx$$

e la media e la varianza di $G(x)$ sono, rispettivamente:

$$M\{G(x)\} = \mu \qquad \sigma\{G(x)\} = \sigma \qquad (1.1)$$

Kapteyn dedusse un'intera classe di distribuzioni da quella normale: si supponga che x non risulti dalla somma di un numero elevato di variabili, ma che dipenda,

¹ Ogni utente ha una probabilità di usare quel servizio ad un certo istante di tempo proporzionale al numero di utenti che già stanno usufruendo del servizio stesso nel medesimo istante di tempo.

piuttosto, da un elevato numero di cause, ognuna generante un successivo “impulso”, l’effetto del quale dipende in parte dall’intensità dell’“impulso” stesso ed in parte dall’ampiezza della x precedente a quella dell’evento associato a tale “impulso”.

Data $\{z_j\}$ ($j = 1, 2, \dots, N$) la serie temporale di impulsi statisticamente indipendenti tra di loro, originati da un numero C di cause e con x_i il risultato dei primi i impulsi di tale serie, si può assumere che x_{i+1} non dipenda da tutta la storia del sistema, ma solo dalla x_i , ossia dal risultato precedente.

Si può, allora, assumere che esista una funzione $g(x)$ tale che:

$$x_{i+1} = x_i + z_{i+1}g(x_i) \qquad g(x) \neq 0$$

Se il numero C di cause è grande e, perciò, il contributo fornito da ogni singolo impulso è piccolo, si ha:

$$\sum_{j=1}^C z_j = \sum_{i=0}^{C-1} \frac{x_{i+1} - x_i}{g(x_i)} \approx \int_{x_0}^x \frac{dx}{g(x)} = G(x)$$

Utilizzando il teorema del limite centrale, è ragionevole pensare che, avendo supposto che $G(x)$ è influenzata da un numero infinito di concause, indipendenti le une dalle altre, $G(x)$ abbia una distribuzione normale e, quindi, x ha la distribuzione (1.1). In particolare, quando $g(x) = x$, che corrisponde al caso della suddetta ora di punta nel servizio pubblico, essendo:

$$\int \frac{dx}{x} = \ln x$$

si ottiene una distribuzione lognormale:

$$d\Phi(x) = \phi(x)dx = d\Psi\left(\frac{\ln x - \mu}{\sigma}\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}(\ln x - \mu)^2\right] dx$$

$$0 \leq x < \infty$$

$$M\{\ln x\} = \mu$$

$$\sigma\{\ln x\} = \sigma$$

dove i simboli ψ e Ψ sono utilizzati al posto di ϕ e Φ , rispettivamente, quando si vuole sottolineare che la distribuzione è normalizzata in modo tale che sia $\mu = 0$ e $\sigma = 1$.

Riguardo alla classe delle distribuzioni di Kapteyn, consideriamo che la funzione $u = \Psi(t)$ con t definito nell’intervallo $-\infty < t < +\infty$ è monotona crescente. E’, quindi, possibile invertirla, definendo la funzione:

$$t = \Psi^{-1}(t)$$

Nel caso di una distribuzione normale, ciò equivale a:

$$u = \Psi\left(\frac{t - \mu}{\sigma}\right) \quad \Psi^{-1}(u) = \frac{t - \mu}{\sigma} = v_1(t) \quad v_2(t) = \Psi^{-1}(F(t)) \quad F(t) = \frac{N(t)}{N}$$

dove $v_1(t)$ e $v_2(t)$ si riferiscono, rispettivamente, alla curva teorica ed a quella osservata. Mentre il grafico sia di $v_1(t)$ che di $v_2(t)$ in funzione del tempo è detto *probit diagram*.

Nel caso di una distribuzione normale, tale grafico è rappresentato da una linea che passa per il punto $(\mu, 0)$, con pendenza $1/\sigma$ e può essere inteso, intuitivamente, come una procedura matematica che trasforma la sigmoide in una retta. Nel caso che sia $G(x)$, piuttosto che x , ad avere una distribuzione normale, le due quantità

$$v_1(t) = \frac{G(x) - \mu}{\sigma} = \quad v_2(t) = \Psi^{-1}(t)$$

devono essere molto vicine tra di loro. Quindi l'intero algoritmo è un modo di visualizzare il tasso di "Gaussianità" di una data distribuzione. Una caratteristica del probit diagram è quella che, confrontata con la linea retta $t = \mu$, le fluttuazioni statistiche diventano più forti in prossimità dei suoi estremi. Questo perché:

$$\sigma^2 \{\Psi^{-1}(F(t))\} \approx \frac{1}{\Psi^2(v)} \frac{\Psi(v)(1 - \Psi(v))}{n} \xrightarrow{|v| \rightarrow 0} \infty \quad v = \frac{t - \mu}{\sigma}$$

1.3 Procedimenti Sperimentali

Prima di indagare sulle informazioni che l'EA fornisce, conviene illustrare come si configurano gli impulsi emessi e quali parametri di essi sono misurabili.

In figura 1.2 sono riportati alcuni impulsi rivelati durante una prova di meccanica della frattura. Sono abbastanza evidenti il decadimento tipico del trasduttore meccanico-elettrico e l'incremento in prossimità della frattura del numero di impulsi emessi.

Da essa sono anche deducibili i parametri misurabili dell'EA:

- il numero totale di conteggi N_T ;
- la loro cadenza N'_T ;
- l'energia del singolo impulso;
- la sua distribuzione in frequenza.

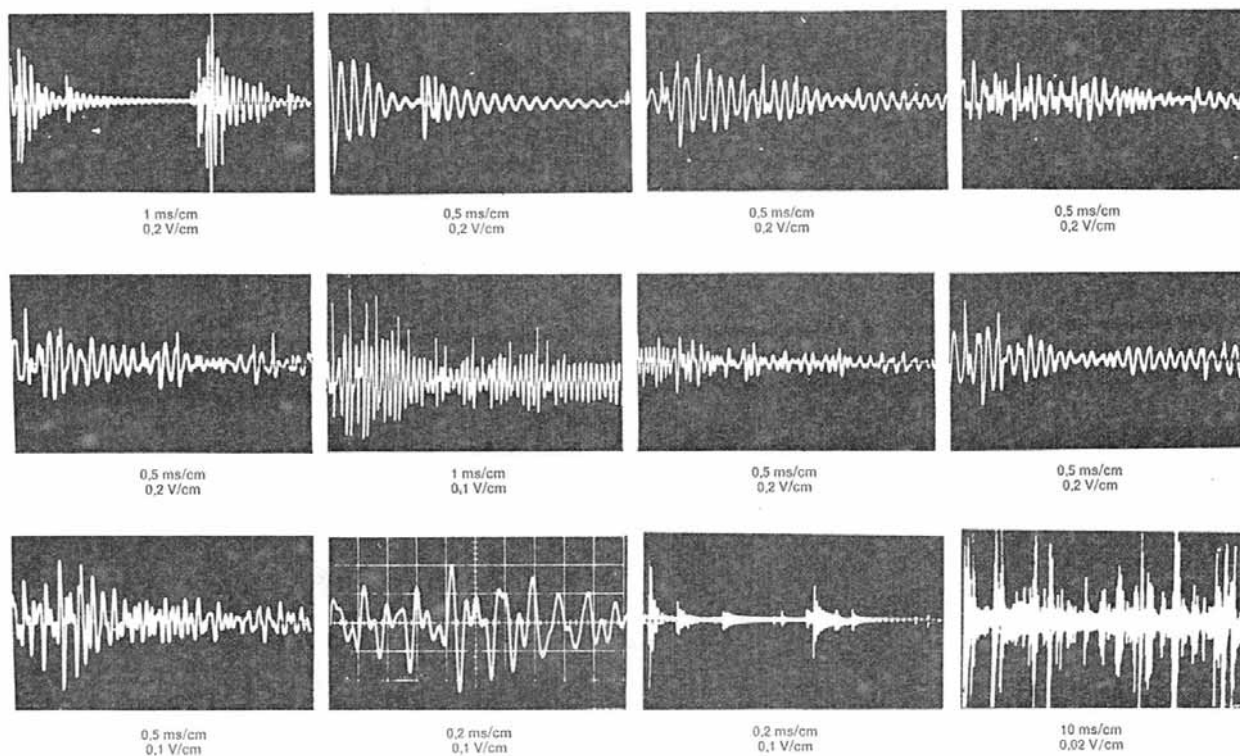


Figura 1.2: Tipiche forme d'impulsi rivelati durante una prova di meccanica della frattura.

Per tali parametri si possono assumere i seguenti ordini di grandezza:

- $N_T = 10 \div 10^3$
- $N'_T = 1 \div 10^2 \text{ impulsi/sec}$
- $\text{energia} = 10^{-5} \div 10^5 \text{ erg}$
- $\text{frequenza} = 10 \text{ kHz} \div 50 \text{ MHz}$

Relativamente alla sensibilità del trasduttore usato, i valori dell'energia detti corrispondono ai valori delle deformazioni e degli spostamenti seguenti:

- $\varepsilon = 10^{-11} \div 10^{-6}$
- $d = 10^{-2} \div 10^{+3} \text{ \AA}$

1.4 L'Emissione Acustica come Energia Irradiata da una Dislocazione in Moto

Per l'estrema varietà dei fenomeni che danno luogo all'EA, una teoria del tutto generale in grado di spiegare la sua comparsa in tutti i casi non è ancora stata elaborata. Nondimeno, per quanto concerne l'EA nei metalli, sembra ormai ben accertato il ruolo delle dislocazioni in moto nel fornire tale spiegazione.

In modo assolutamente generale si può mostrare che una dislocazione in moto con velocità arbitraria, irradia energia allo stesso modo di una carica elettrica accelerata. Così anche per una dislocazione si può definire *un vettore di Poynting*

analogo a quello introdotto nell'elettromagnetismo. Assumendo che la dislocazione si muova in un mezzo continuo e isotropo l'equazione del moto di ogni elemento diviene:

$$\rho \frac{\delta^2 u_i}{\delta t^2} = \sum_j^{1,3} \frac{\delta \sigma_{ij}}{\delta x_j} \quad (1.2)$$

dove ρ è la densità del mezzo, u_i la componente dello spostamento nella i -esima direzione ($i = 1, 2, 3$) e σ_{ij} l'elemento (i, j) del tensore degli sforzi. σ_{ij} è espresso in termini del modulo di Young E , coefficiente di Poisson ν e del tensore unitario δ_{ij} , come:

$$\sigma_{ij} = \frac{E}{1-\nu} \left[u_{ij} + \frac{\nu}{1-2\nu} \sum_k \frac{\delta u_k}{\delta x_k} \delta_{ij} \right] \quad (1.3)$$

con:

$$u_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\delta u_i}{\delta x_j} + \frac{\delta u_j}{\delta x_i} \right)$$

La variazione della densità W di energia totale (potenziale + cinetica):

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i,j} \sigma_{ij} u_{ij} + \frac{1}{2} \rho \sum_i \dot{u}_i^2$$

è associata con il flusso di energia, interpretabile come il flusso di un vettore equivalente al vettore di Poynting dell'elettromagnetismo. Difatti, dalle equazioni (1.2) e (1.3) risulta:

$$\frac{\delta W}{\delta t} = \sum_j \frac{\delta}{\delta x_j} \sum_i \sigma_{ij} \dot{u}_i$$

ovvero divergenza del vettore \mathbf{P} di componenti:

$$\mathbf{P}_j = - \sum_i \sigma_{ij} \dot{u}_i \quad (1.4)$$

La (1.4) può essere facilmente ottenuta trattando i casi $i = j$ e $i \neq j$ di eq. (1.3) separatamente.

E' comunque notevole osservare che \mathbf{P} è associato alla velocità dello spostamento e non alla accelerazione. E' il vettore Burger \mathbf{b} , infatti, l'equivalente meccanico della corrente elettrica nel caso elettromagnetico.

L'importanza della (1.4) risiede nel fatto che essa consente di prevedere una emissione di energia da parte di ogni processo che produca un moto di dislocazioni. Una versione semi-quantistica della (1.4) è stata discussa da Cortellazi *et al.* [Cortellazi 1973], sicché l'idea dell'irraggiamento di energia da parte di dislocazioni in moto può essere definitivamente accettata.

Se dunque si fosse in grado di valutare l'influenza di diverse variabili, quali il diametro dei grani, la microstruttura, la tensione di snervamento, sulla funzione di distribuzione della velocità delle dislocazioni, sarebbe possibile prevedere per il tramite della (1.4) la dipendenza degli spettri di EA da tali variabili.

1.5 Meccanismi di Deformazione Plastica

L'influenza sull'EA delle variabili metallurgiche cui si è fatto cenno, è stata studiata da diversi Autori. I risultati ottenuti possono essere sintetizzati come segue:

- in una prova di trazione si osserva una notevole attività acustica prima che sia raggiunta la tensione di snervamento (fig. 1.3);
- la cadenza dei conteggi N'_T possiede un massimo in prossimità della tensione di snervamento;
- dopo tale tensione, essa decade rapidamente;
- i segnali acustici emessi da materiali fragili, durante la deformazione plastica, appaiono in un numero minore di impulsi ma di energia più elevata, rispetto a quelli emessi da materiali più duttili;
- in un dato materiale, N'_T aumenta con la tensione di snervamento a parità di livello di deformazione (fig. 1.4);
- per quanto concerne l'effetto delle dimensioni del grano sulla EA, Tetelman [Tetelman 1972] e Dunegan [Dunegan 1972] parlano di un aumento dell'attività acustica col crescere del diametro del grano in tutti i materiali. Essi però non danno alcun riferimento di misure eseguite.

Essendo stati misurati, generalmente, soltanto il numero totale di conteggi N_T e la loro cadenza temporale N'_T , i diversi tentativi di interpretazione teorica dei risultati descritti sono stati volti a trovare una relazione tra N'_T e la densità delle dislocazioni mobili ρ_m . Dunegan ha suggerito una dipendenza di N'_T da ρ_m del tipo:

$$N'_T \approx \rho_m \approx (\rho_0 + \beta \varepsilon_p) \cdot e^{-O\varepsilon_p} \quad (1.5)$$

dove ρ_0 è il numero di dislocazioni inizialmente mobili, β è il fattore di moltiplicazione, ε_p la deformazione plastica e O un parametro che dipende dal coefficiente di incrudimento n .

In sostituzione della (1.5), essi assunsero nei monocristalli di NaCl e LiF una dipendenza di N'_T del tipo:

$$N'_T \approx \frac{d\rho_m}{dt} \quad (1.6)$$

cioè dalla velocità di moltiplicazione delle dislocazioni mobili, piuttosto che dalla semplice densità di tali dislocazioni.

L'equazione (1.6) porta ad una velocità delle dislocazioni di $10^{-2} \div 10^{-3} \text{ cm/sec}$, valore ritenuto accettabile da James *et al.* nei loro materiali in studio.

Anche tale modello, però, non è in grado di spiegare la diversa attività acustica nei materiali fragili e duttili, né l'effetto delle dimensioni del grano.

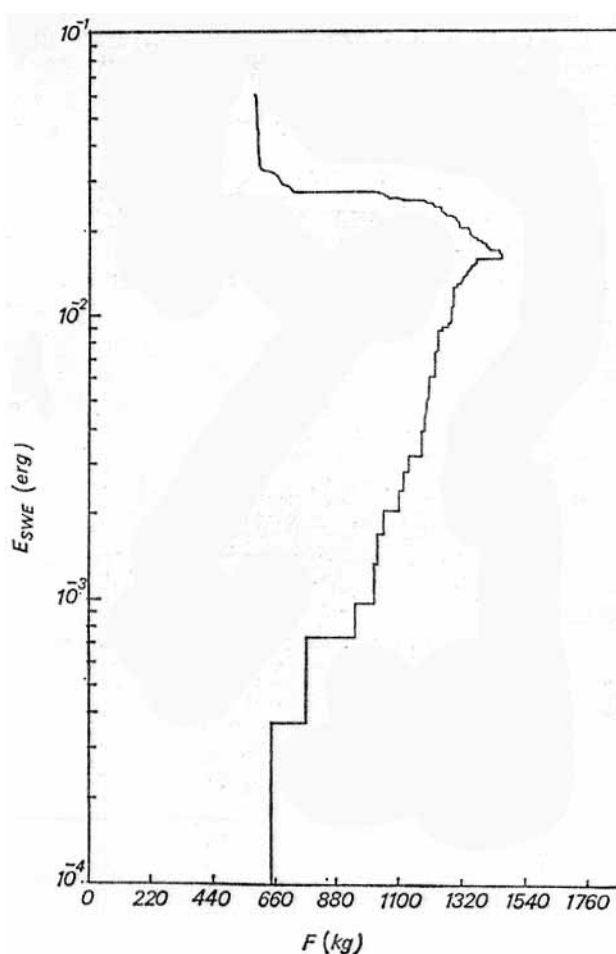


Figura 1.5: Energia emessa in funzione del carico durante una prova di trazione su un acciaio ferritico. Rappresentazione fino a rottura.

Per spiegare tali osservazioni, Tetelman suggeriva che gli impulsi acustici risultano dal disancoraggio di dislocazioni ancorate, (o la creazione e attivazione di nuove sorgenti) o dallo snervamento di un grano, dovuto all'impilaggio contro i suoi bordi di un numero n di dislocazioni di vettore di Burger b .

Partendo da alcuni risultati sperimentali ottenuti da Aldrovandi *et al.* [Aldrovandi 1973], si può mostrare che i due tipi di meccanismi ipotizzati sono accompagnati da una diversa quantità di energia emessa.

Assumendo la lunghezza l di una dislocazione ancorata essere data da:

$$l = \frac{4Gb}{\sigma_{AE}}$$

dove σ_{AE} è lo sforzo all'istante di inizio dell'attività acustica, l'energia di una tale dislocazione all'instabilità è:

$$E \cong \frac{Gb^2}{4\pi} \cdot l = \frac{G^2b^3}{\pi\sigma_{AE}}$$

Col valore sperimentale di $\sigma_{AE} = 200 \text{ Nmm}^{-2}$, tale energia risulta dell'ordine di 10^{-9} erg e la lunghezza $l \approx 4000 \text{ \AA}$.

Assumendo che circa l'1% di tale energia sia emessa, il valore sperimentale di $\sim 10^{-4} \text{ erg}$ (fig. 1.5) potrebbe spiegarsi come dovuto alla attivazione simultanea di 10^7 dislocazioni di lunghezza 4000 \AA . Essendo la densità di dislocazioni nel materiale circa 10^9 cm^{-2} , l'attivazione di 10^7 sorgenti di lunghezza 4000 \AA , corrisponde all'attivazione di un volume pari a:

$$V_a = \frac{10^7 \times 4000 \times 10^{-8} \text{ cm}}{10^9 \text{ cm}^{-2}} = 400 \times 10^{-9} \text{ cm}^3$$

ovvero al volume di un grano di circa 70μ di diametro.

Ciò, naturalmente, non vuol dire che tutte le dislocazioni attivate appartengano allo stesso grano; vuol soltanto dare un ordine di grandezza del volume interessato alla emissione.

Per poter ora valutare l'energia rilasciata all'atto dello snervamento di un grano, occorre dapprima valutare l'energia posseduta dalla macrodislocazione impilata al bordo del medesimo. Principi elementari della teoria della microplasticità consentono di scrivere tale energia come:

$$E = \frac{Gn^2b^2z\lambda}{4\pi(1-\nu)}$$

dove λ è la lunghezza dell'impilaggio e

$$nb = \frac{\tau - \tau_i}{G} \lambda$$

in cui τ_i è lo sforzo di taglio dovuto ad attrito al moto della dislocazione e τ lo sforzo di taglio applicato. Ponendo $\lambda = d = 50 \mu$, diametro medio del grano, e $\tau - \tau_i = \sigma_{AE} = 150 \text{ Nnm}^{-2}$, come per l'acciaio usato nello studio riportato, si trova $E \sim 10^{-2} \text{ erg}$, dello stesso ordine di grandezza di quanto osservato in figura 1.6.

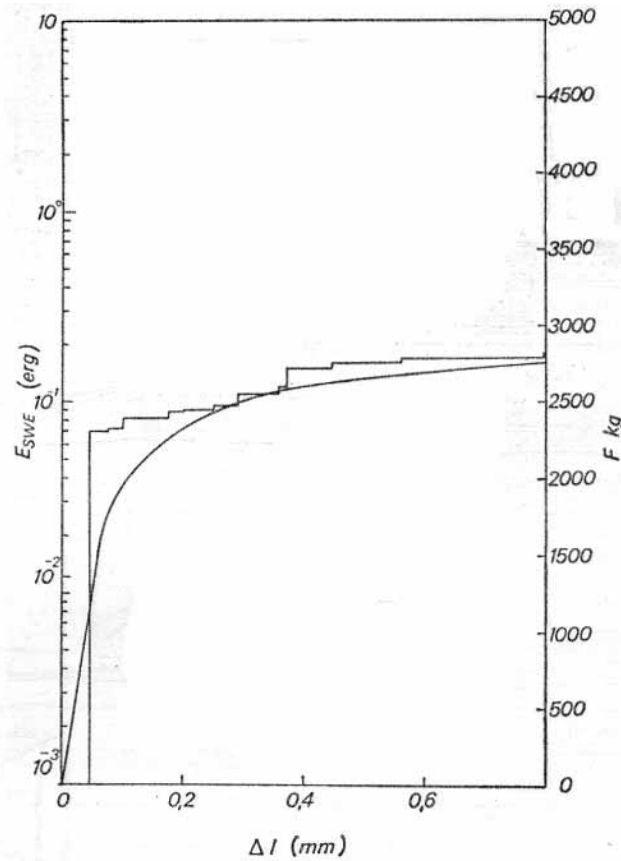


Figura 1.6: Energia emessa in funzione dell'allungamento durante una prova di trazione su un acciaio bainitico. Rappresentazione fino a carico massimo.

Tale stima mostra che, l'energia rilasciata all'istante dello snervamento di un singolo grano, dipende dallo sforzo di attrito τ_i : è proporzionale alle dimensioni del grano e al quadrato di n , numero di dislocazioni impilate. Ciò è a sua volta compatibile col fatto che materiali fragili, nei quali i processi di deformazione plastica avvengono con grandi impilaggi, i segnali acustici osservati sono meno frequenti ma più energetici di quelli emessi dai materiali duttili, nei quali la deformazione plastica avviene in modo omogeneo e con un basso numero n di dislocazioni per piano di slittamento.

1.6 Meccanismi di Frattura

1.6.1 Frattura Fragile

Riferendoci a provette tipiche della meccanica della frattura, una frattura è definita fragile, da un punto di vista ingegneristico, quando il raggio del volume

Per quanto in grado di spiegare talune delle osservazioni sperimentali riassunte al principio del paragrafo, questo modello fu fortemente criticato da James *et al.* [James 1971], i quali mostrano che la (1.5) lascia prevedere una velocità media delle dislocazioni superiore alle velocità del suono del materiale.

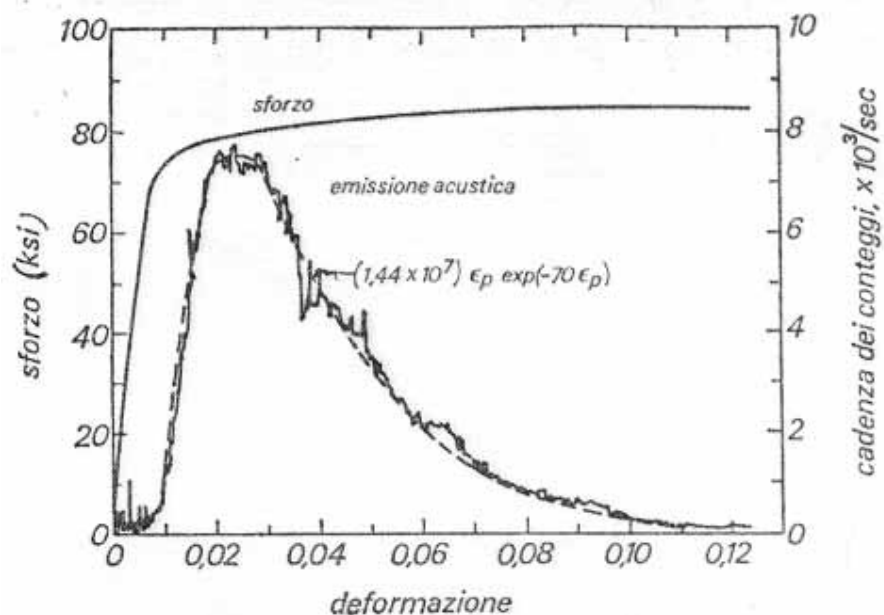


Figura 1.3: Emissione acustica e sforzo in funzione della deformazione per una provetta di trazione in alluminio 7075-T6.

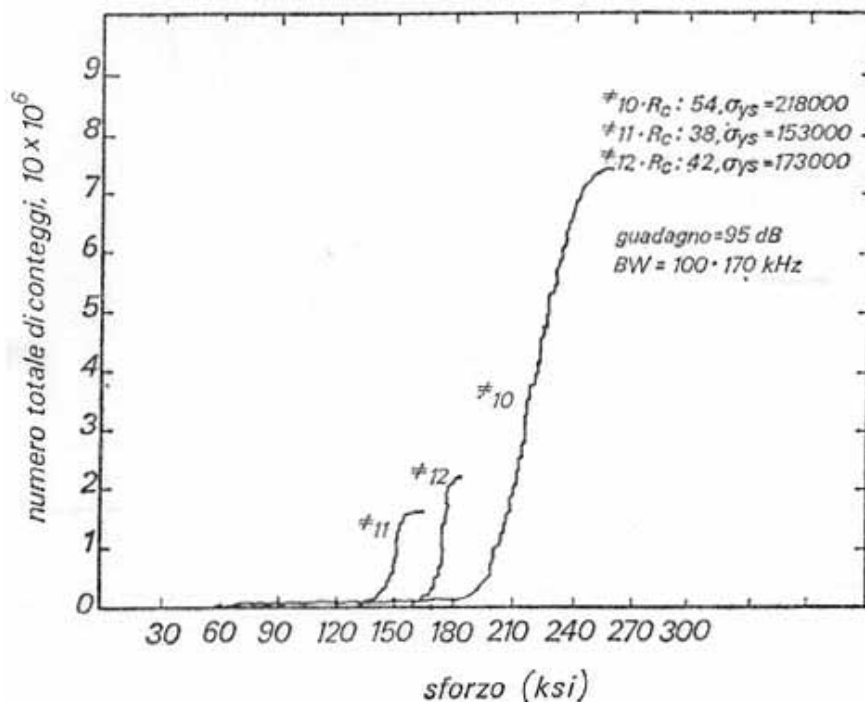


Figura 1.4: Numero totali di conteggi in funzione dello sforzo applicato per tre provette di acciaio 4340, trattate termicamente a tre livelli di resistenza.

plastico a fondo intaglio all'istante dell'innescò instabile della cricca è trascurabile, rispetto allo spessore della provetta. Se ciò non avviene, la frattura è detta duttile.

Tale definizione rende chiaro il fatto che, in nessun caso, sono esclusi processi di deformazione plastica a fondo intaglio prima dell'istante di instabilità. La natura di tali processi e gli intervalli di tempo in cui hanno luogo sono però, chiaramente, diversi: come diversi sono, in conseguenza, gli spettri di EA osservati.

In figura 1.7 e 1.8 sono riportati gli andamenti del numero totale di conteggi in funzione dello spostamento per una frattura fragile e duttile, rispettivamente.

Le figure 1.9 e 1.10 mostrano, invece, le differenti distribuzioni energetiche nei due casi e le figure 1.11 e 1.12 le differenti densità spettrali di potenza, sempre nei due casi.

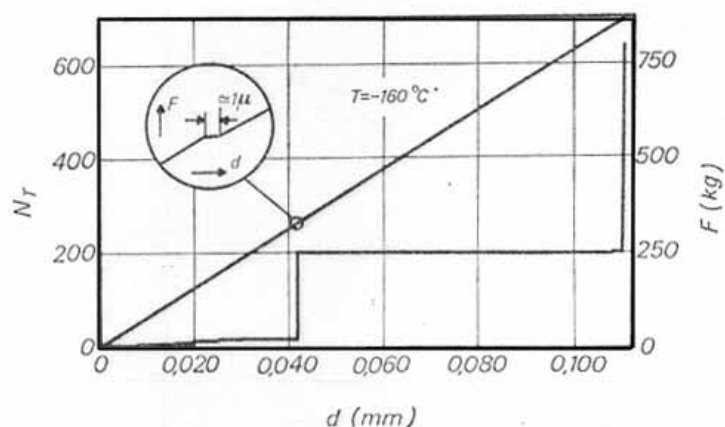


Figura 1.7: Numero totale di conteggi in funzione dello spostamento per una frattura fragile.

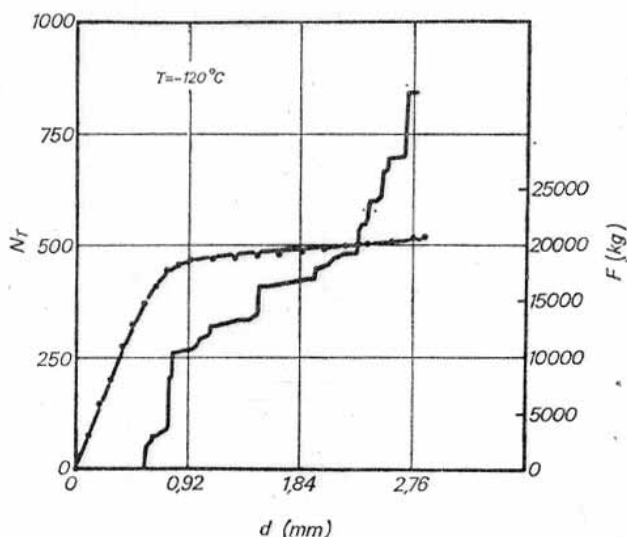


Figura 1.8: Numero totale di conteggi in funzione dello spostamento per una frattura duttile.

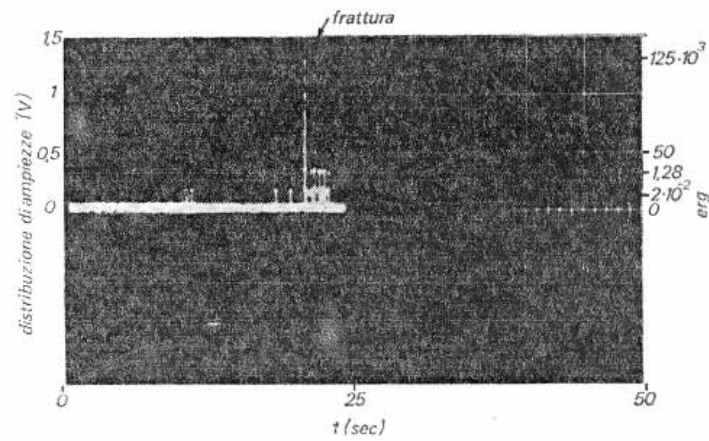


Figura 1.9: Distribuzione energetica degli impulsi emessi durante una frattura fragile.

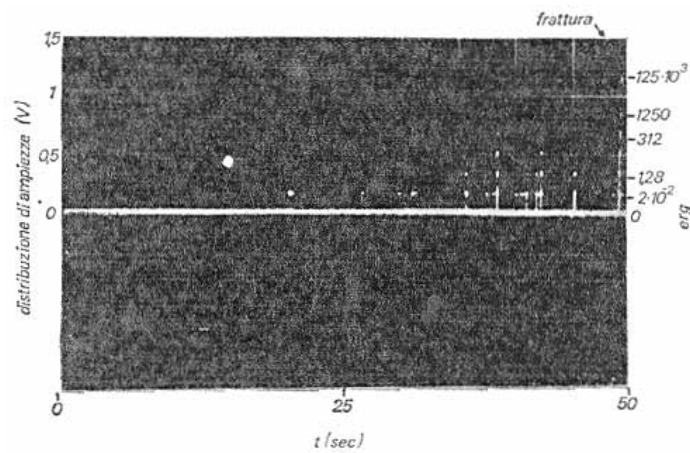


Figura 1.10: Distribuzione energetica degli impulsi emessi durante una frattura duttile.

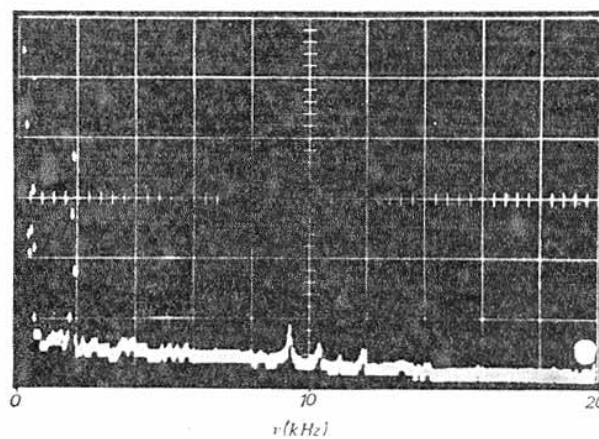


Figura 1.11: Densità spettrale da potenza per una frattura fragile (rilevatore: accelerometro di bassa frequenza).

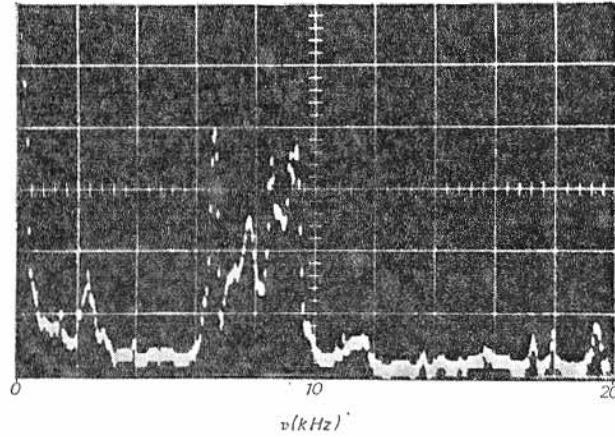


Figura 1.12: Densità spettrale da potenza per una frattura duttile (rilevatore: accelerometro di bassa frequenza).

Se la frattura fragile avviene con diversi salti e arresti della cricca, ogni salto è accompagnato da una forte emissione di energia. Per poter prevedere teoricamente l'emissione di così elevata energia, si può far uso del modello della frattura fragile proposto da Cottrell [Cottrell 1958].

Secondo tale modello, per l'estensione critica di una cricca preesistente in una struttura, quale quella prodotta dalla coalescenza di due sistemi di slittamento, occorre che sia $dW/da=0$, con a lunghezza della cricca e W essendo espressa da:

$$W = B \left[\frac{Gn^2b^2}{4\pi(1-\nu)} \ln \frac{4R}{a} + 2\gamma a - \frac{\pi(1-\nu)\sigma^2a^2}{8G} - \frac{\sigma nba}{2} \right]$$

Il primo termine è l'energia del campo di sforzi della macrodislocazione con vettore di Burger \mathbf{nb} ed R il raggio di azione di tale campo. Il secondo è l'energia associata alla formazione delle due labbra della cricca; il terzo è l'energia elastica della cricca nel campo di sforzo σ applicato; il quarto è il lavoro fatto da tale campo per effetto dell'aumento del volume della cricca quando questa si accresce. Nell'ipotesi in cui $\sigma nb = 2\gamma$ l'andamento di W in funzione di a è quello di figura 1.13; Esiste cioè un solo valore a_{cr} di a per cui $dW/da=0$. In a_{cr} W è pari a:

$$W = \frac{B\gamma}{2} a_{cr} \left[\frac{3}{2} + \ln \frac{4R}{a_{cr}} \right]$$

e rappresenta l'energia che può essere rilascata quando la cricca avanza di un segmento LA (fig. 1.13).

Assumendo $R=5 \times 10^{-2} \text{ cm}$, in accordo con talune considerazioni di Averbach [Averbach 1969], $a_{cr}=0.3\text{cm}$, $d=3 \times 10^{-4} \text{ cm}$ (d diametro medio dei grani, come valutato dallo stesso Cottrell) e $\gamma=1500 \text{ erg cm}^{-2}$, energia superficiale vera nel

ferro, allora $W(a_{cr})$ risulta essere di circa 10 erg. Poiché la nuova superficie è uguale a $Bd=10^{-3} \text{ cm}^2$, l'energia per unità di superficie fratturata è dell'ordine di:

$$\frac{W(a_{cr})}{Bd} \approx 10^4 \text{ erg/cm}^2$$

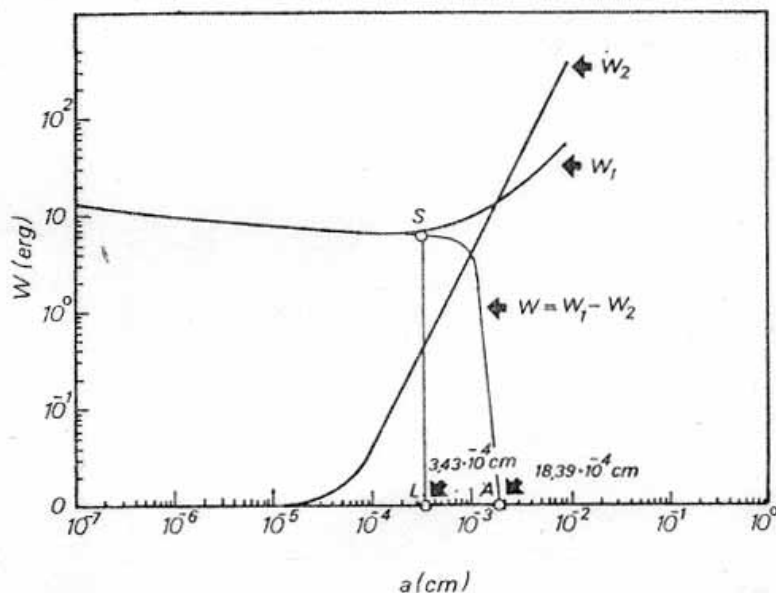


Figura 1.13: Probabile energia rilasciata (SL) all'atto dell'espansione critica di una cricca da L ad A nel modello di Cottrell.

Tale valore è all'incirca due ordini di grandezza minore di quella osservata sperimentalmente, forse in quanto il salto della cricca osservato in pratica è dell'ordine di 0.2 cm, ovvero 200 diametri di grano e non solo circa un grano come nel calcolo fatto. Se il modello di Cottrell è usato valutando il salto della cricca 200 grani, i valori teorici e sperimentali dell'energia emessa sono abbastanza bene in accordo.

Un'altra prerogativa del modello di Cottrell è che esso consente la previsione dell'emissione di un numero limitato di impulsi di bassa energia prima della rottura. Difatti per poter raggiungere il valore critico della cricca, è necessaria solamente una macrodislocazione con vettore di Burger nb dato da:

$$nb = \frac{2\gamma}{\sigma_{cf}} = 20b$$

se si assume per lo sforzo di clivaggio σ_{cf} nell'acciaio ferritico-perlitico usato, il valore sperimentale di 1400 Nmm^{-2} . Prima della instabilità è dunque necessaria una limitata deformazione plastica, che dà luogo solo ad una quasi impercettibile attività acustica.

1.6.2 Frattura Duttile

La figura 1.14 mostra l'andamento dell'energia emessa in funzione dello spostamento per un provino duttile di acciaio ferritico-perlitico rotto prima del carico massimo. La figura 1.15 mostra, invece, per le medesime condizioni, l'andamento del numero totale di conteggi.

Da tali andamenti, si deduce che la regione lineare della curva forza-spostamento è caratterizzata da una significativa attività acustica in termini di conteggi, ma da una modesta emissione di energia ($10^{-2} \div 10^{-1} \text{ erg}$).

La deviazione della linearità è accompagnata, però, da un gran numero di impulsi fortemente energetici (ca. 10^3 erg). Nella regione non lineare si osservano, infine, impulsi di elevata energia (ca. 10^4 erg), man mano che vengono create nuove superfici di frattura.

Tali spettri di EA sono ben diversi da quelli ottenuti nel caso di una frattura duttile dopo il carico massimo. Le figure 1.16 e 1.17 mostrano, in effetti, la diversità degli andamenti dell'energia emessa e del numero totale di conteggi per tale frattura. Impulsi di bassa energia sono presenti fin quasi al carico massimo dove, invece, è osservata una emissione d'energia considerevolmente maggiore di quella presente nella prima parte della curva forza-spostamento. Oltre il carico massimo, sono presenti impulsi molto frequenti, dei quali, però, solo alcuni posseggono un elevato contenuto energetico. Tali differenze negli spettri di EA lasciano presupporre differenti meccanismi di frattura duttile nei due casi.

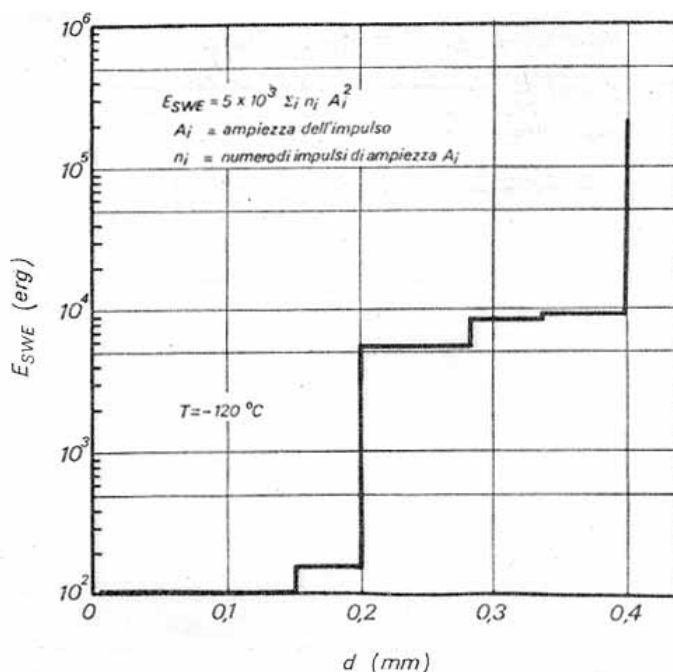


Figura 1.14: Energia emessa in funzione dello spostamento per un provino duttile e rottura prima del carico ultimo.

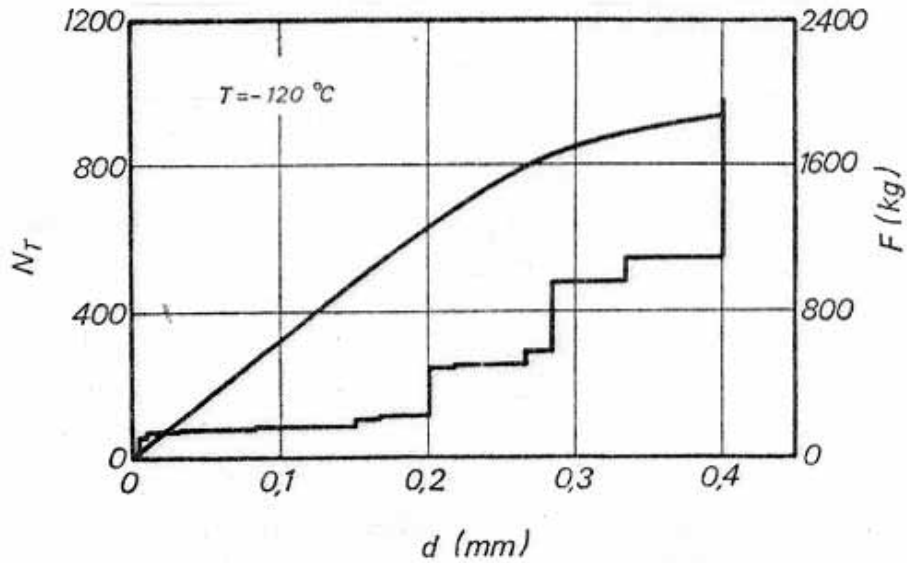


Figura 1.15: Numero totale di conteggi in funzione dello spostamento per un provino duttile e rottura prima del carico ultimo.

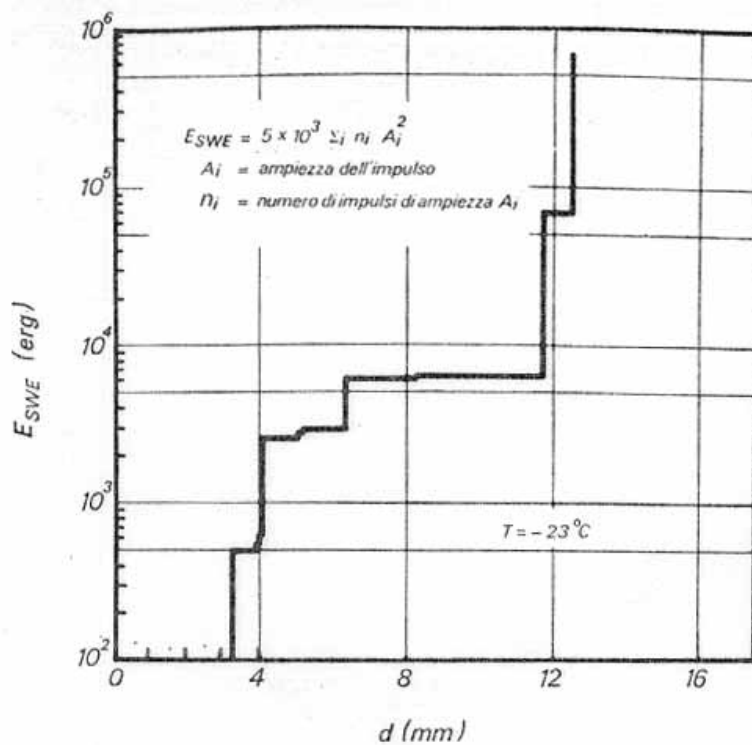


Figura 1.16: Energia emessa in funzione dello spostamento per un provino duttile e rottura dopo del carico ultimo.

L'attività acustica di bassa energia, che compare nella regione lineare del primo caso, deve essere associata a processi di deformazione plastica, che avvengono nel volume plastico a fondo intaglio, attivazione di sorgenti o moto di dislocazioni. Entrambi tali processi sono accompagnati, come già mostrato, da moderata emissione di energia. Conformemente a questo, la presenza di impulsi di bassa energia, nel secondo caso, fino al carico massimo, deve significare che,

fino a tale valore del carico, vi è soltanto deformazione plastica e non accrescimento sub-critico della cricca. A tale ultimo fenomeno deve essere invece attribuita la comparsa di forte energia in prossimità della deviazione dalla linearità del primo caso.

L'estensione della cricca deve essere spiegata a sua volta in termini di processi di decoesione matrice-inclusione e a tali processi occorre riferirsi per poter valutare teoricamente l'energia emessa.

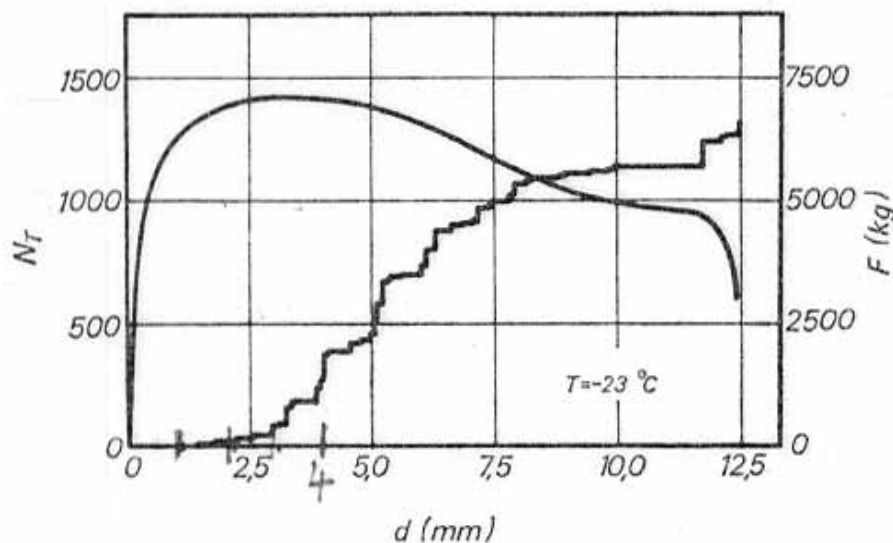


Figura 1.17: Numero totale di conteggi in funzione dello spostamento per un provino duttile e rottura dopo del carico ultimo.

Si assuma che l'estensione della cricca sia il risultato della simultanea nucleazione di N cavità attorno a N inclusioni contenute nel volume plastico V_p a fondo intaglio all'istante in cui è osservata l'emissione di energia; Sia $P\sigma_s$ il valore medio della tensione in tale volume, con σ_s tensione di snervamento e P fattore di costrizione plastico. L'energia rilasciata da ogni cavità che si nuclea può ipotizzarsi essere data da:

$$\Delta E = \frac{(P\sigma_s)^2}{2E} \cdot \pi d^2 (\delta - d)$$

dove d è il diametro medio delle inclusioni e δ la dimensione della cavità come risulta da osservazioni microfrattografiche (fig. 1.18).

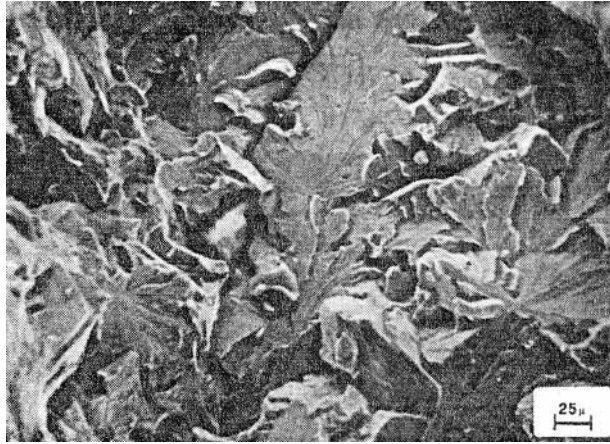


Figura 1.18: Cavità nucleata attorno ad un'inclusione.

Il numero N di inclusioni, contenute nel volume plastico V_p , è valutabile per mezzo della loro frazione volumetrica f e del loro diametro d :

$$N = \frac{6fV_p}{\pi d^3}$$

L'energia rilasciata all'istante della simultanea nucleazione delle N cavità è allora espressa mediante le relazioni precedenti, infatti:

$$E_{EA} = N\Delta E = 3 \frac{(P\sigma_s)^2}{E} \cdot f \cdot V_p \frac{(\delta - d)}{d} \quad (1.7)$$

Ponendo in (1.7) i valori sperimentale $P\sigma_s = 10^3 \text{ N/mm}^2$, $f = 10^{-4}$, $V_p = 10^2 \text{ mm}^3$, $d = 10^{-2}$, $\delta - d = 5 \times 10^{-3} \text{ mm}$, si ottiene $E_{EA} \sim 5 \times 10^3 \text{ erg}$, valore in accordo con quello sperimentale di figura (1.14).

Dalla equazione (1.7) è possibile prevedere comportamenti diversi del materiale a temperature diverse, essendo il prodotto $\sigma_s V_p$ funzione crescente della temperatura.

Diversa è, inoltre, nei due casi, la probabilità della nucleazione attorno ad una inclusione, per lo stesso campo di sforzi applicato. Ciò è a sua volta dovuto alla più omogenea deformazione plastica che si realizza a più alta temperatura, la quale fa sì che il numero di dislocazioni impilate contro un'inclusione sia così piccolo da rendere la nucleazione della cavità più difficile che non a temperatura più bassa.

Le considerazioni fin qui svolte aiutano a porre in luce il notevole contributo che l'EA può portare allo studio di meccanismi di deformazione plastica e frattura quale strumento di indagine fondamentale. In realtà l'EA ha avuto la sua massima applicazione anche a livello industriale come strumento di controllo non distruttivo. I paragrafi che seguono sono perciò dedicati ad illustrare alcune di tali applicazioni.

1.7 Tecniche d'Indagine per la Nucleazione di una Cricca di Fatica

Si vuole studiare il legame con l'EA dei fattori caratteristici della meccanica della frattura [Anderson 1995], quali fattore d'intensità degli sforzi K , fattore critico K_{IC} , forza per l'estensione della cricca G , forza critica G_c , energia superficiale γ , raggio r_p e volume plastico V_p a fondo intaglio [Biancolini 2003, Biancolini 2004]. In figura 1.19 sono riportati gli andamenti di N_T al variare del carico, per valori diversi della cricca iniziale a_0 , nel caso di quattro fratture fragili. Da tali andamenti è stato dedotto il grafico di figura 1.20, che illustra il modo di variare del numero totale di emissioni al variare di K .

E' interessante osservare come tutti i punti relativi alle curve di figura 1.19 si posizionano su di una sola curva se si assume come variabile indipendente il fattore K (figura 1.20). Ciò vuol dire che, per un materiale criccato, il parametro che governa l'entità dell'emissione acustica è il fattore di intensità degli sforzi K . Poiché dal punto di vista della meccanica della frattura è ancora il K che in tale materiale governa l'instabilità della cricca, ne consegue che l'EA fornisce un valido metodo di revisione dell'istante di frattura.

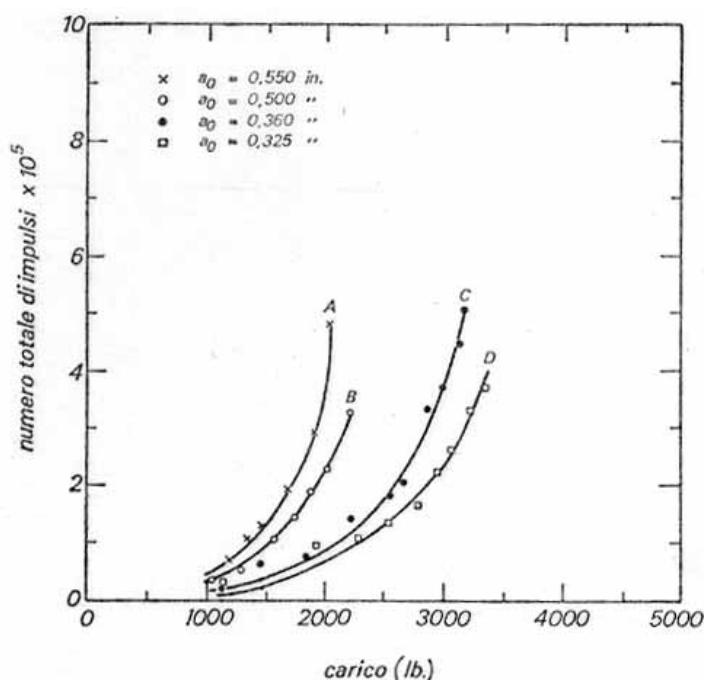


Figura 1.19: Numero totale di impulsi in funzione del carico per quattro provini di alluminio 7075-76 con differenti lunghezze della cricca iniziale a_0 .

Prima di illustrare, però, la dipendenza funzionale di N_T da K , occorre mostrare come si concilia l'effetto Kaiser con la previsione dell'istante di frattura mediante il conteggio degli impulsi. Se un materiale fosse sottoposto ad un certo K e poi scaricato senza che fossero contati gli impulsi durante la fase di carico, per il detto effetto, tornando a caricarlo non si avrebbero emissioni acustiche fino all'istante

in cui non si fosse raggiunto il K precedentemente applicato. Questo vorrebbe dire contare un numero di impulsi minore e potrebbe significare una misura di un K minore di quello vero. In realtà avviene che la cadenza di emissione nel caso di precarico o in assenza di questo è la medesima ad un dato valore di K . Infatti essendo la cadenza N'_T espressa da:

$$N'_T = \frac{dN_T}{dt} = \frac{dN_T}{dK} K'$$

risulta nulla quando $K' = 0$, ovvero quando il carico resta costante. Ma quando K cresce nuovamente, anche essa torna a crescere con un rapporto rispetto a K dato da dN_T/dK , cioè dalla tangente nel punto di ascisse K del grafico di figura 1.20. Questa è tanto maggiore quanto più grande è il valore del K attuale che comprende anche quello precedentemente applicato. Così, se si applica un K a gradini, quello che avviene è quanto illustrato in figura 1.21.

Al crescere di esso, N'_T cresce nel tempo; quando K rimane costante, N'_T decresce e tende a zero. Quando K torna a salire, N'_T torna anche a salire partendo da zero, ma con una inclinazione sull'asse dei tempi uguale a quella che avrebbe avuto nel punto I se il carico fosse ulteriormente cresciuto. Pertanto nei casi in cui non fosse possibile garantire l'assenza di un precario occorrerebbe valutare in una qualunque prova oltre che il numero totale di conteggi anche la loro cadenza.

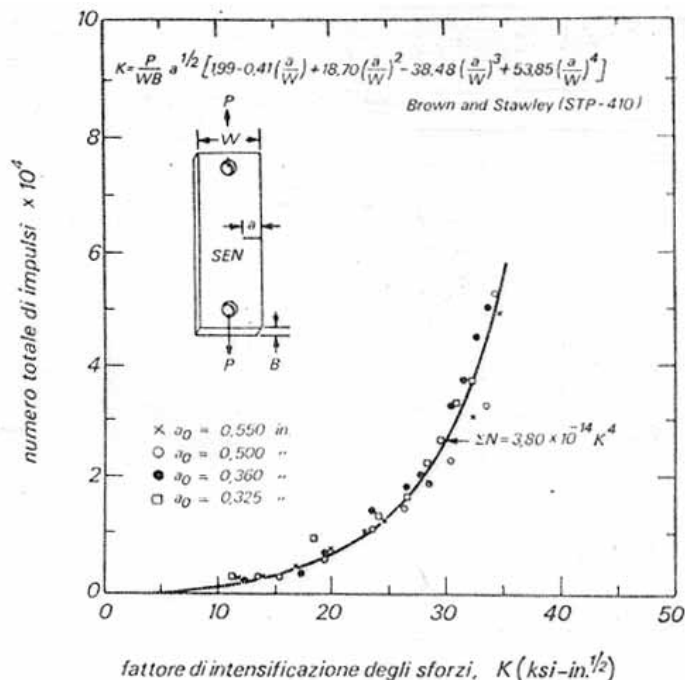


Figura 1.20: Numero totale di impulsi in funzione del fattore di intensità degli sforzi K per quattro provini di alluminio 7075-76 con differenti lunghezze della cricca iniziale a_0 .

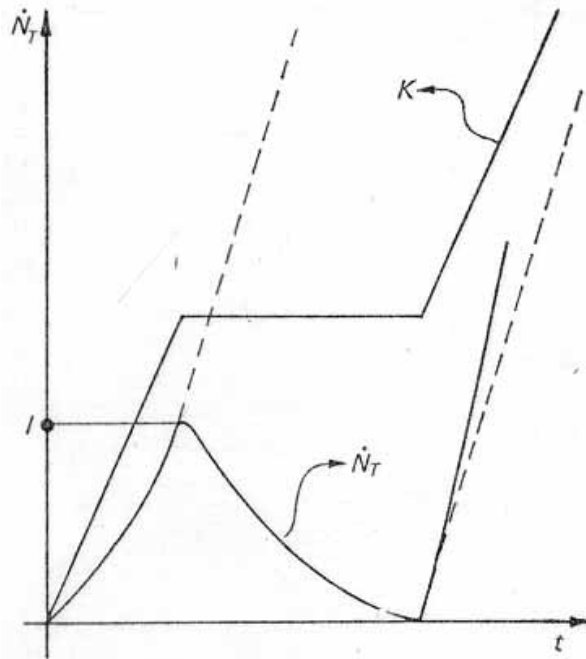


Figura 1.21: Variazione della cadenza degli impulsi \dot{N}_T in funzione del tempo, per un dato andamento del K applicato.

Per spiegare la dipendenza sperimentale di N_T da K si ipotizza [Dunegan 1968] che il numero totale di conteggi fino all'istante t sia proporzionale al volume plastico V_p che si ha a fondo intaglio allo stesso istante:

$$N_T \propto V_p$$

Poiché:

$$V_p = B\pi \cdot r_p^2 = B\pi \left(\frac{K^2}{2\pi\sigma_s^2} \right)$$

essendo:

- r_p il raggio plastico;
- σ_s la tensione di snervamento;
- B lo spessore provino.

L'ipotesi porta alla relazione:

$$N_T \propto K^4 \tag{1.8}$$

A priori non vi è alcuna ragione perché N_T sia proporzionale alla prima potenza di V_p e ad una qualunque potenza maggiore o minore di uno. In effetti la relazione

(1.8) non è corretta in ogni caso ed anzi è stato trovato che l'esponente in una relazione del tipo (1.8) è una funzione della temperatura (fig. 1.22). In generale si può pertanto solo asserire che tra N_T e K esiste una relazione del tipo $N_T \approx K^s$, con s dipendente anche dalla temperatura e compreso tra 4 e 8.

Qualunque sia, però, il valore di s è chiaro che in un materiale criccato, N'_T non ha un massimo, contrariamente a quanto avviene in uno non criccato. Tale affermazione, va ribadito, è valida solo per fratture fragili; mentre per fratture duttili si è osservato un massimo di N'_T a valori del carico dipendente dal particolare tipo di frattura duttile (fig. 1.23). Per tali fratture, d'altro canto, le condizioni di instabilità della cricca sono controllate dal COD, *crack opening displacement*, piuttosto che dal K .

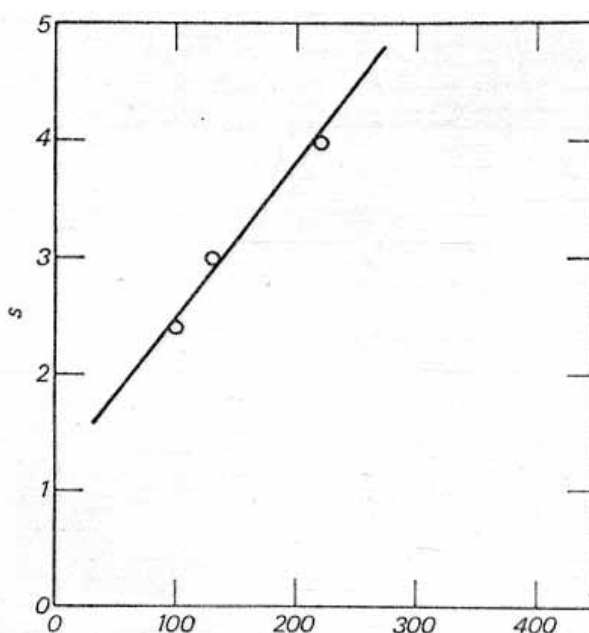


Figura 1.22: Dipendenza dell'esponente s di K dalla temperatura.

Aspetto comunque importante di una relazione tipo equazione (1.8) è che, attraverso la sola misura del numero di conteggi, sarebbe possibile dedurre l'entità di una cricca presente in una struttura. Nel semplicissimo caso di una lamiera infinita, caricata in tensione con uno sforzo σ_0 costante e contenente una cricca di lunghezza $2a$, la relazione (1.8) darebbe infatti:

$$a \propto \frac{N^{1/2}}{\pi \sigma_0^2} \quad \text{essendo:} \quad K = \sigma_0 \sqrt{\pi a}$$

Il confronto di tale valore attuale di a , col valore critico a_c , dedotto dal fattore critico d'intensità degli sforzi K_{IC} , potrebbe consentire anche la previsione del tempo a frattura. Sicché, almeno per quanto concerne fratture fragili, l'EA tramite la (1.8) parrebbe essere un notevole strumento per controlli non distruttivi di

strutture difettose sottoposte a carico crescente, oppure di strutture sottoposte a carico costante nelle quali, però, si ha nucleazione e accrescimento subcritico della cricca per effetto, per esempio, di interazione con l'ambiente.

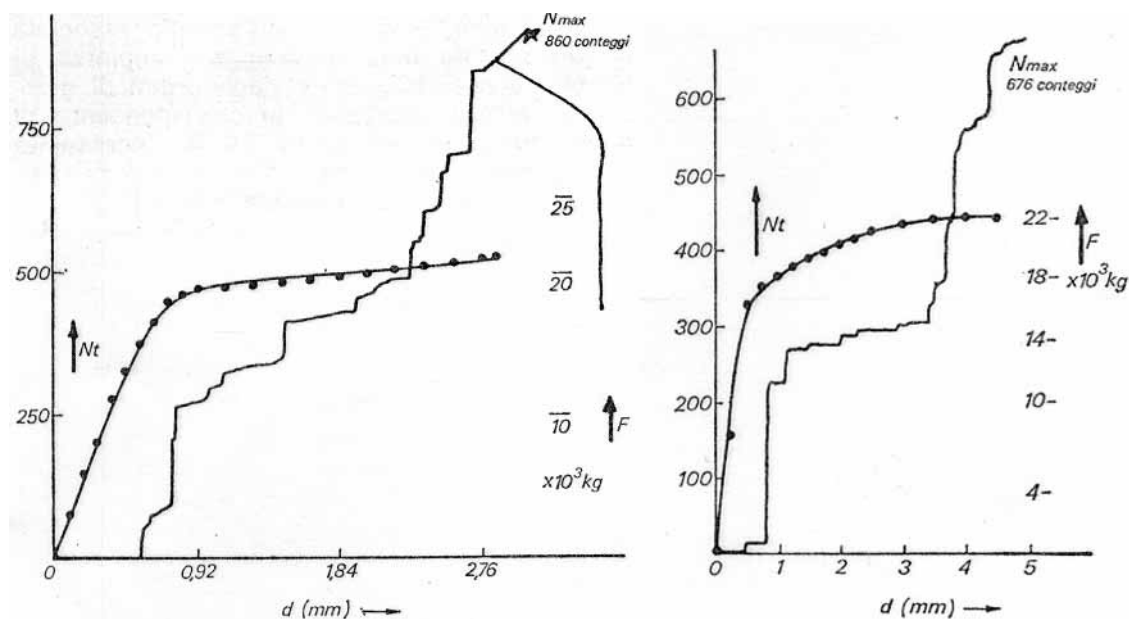


Figura 1.23: Andamento del numero totali di conteggi in funzione dello spostamento per due diverse fratture duttili.

Nelle prove di fatica il segnale di EA può essere dovuto a vari tipi di meccanismi, come il movimento delle dislocazioni, la nucleazione di una cricca, l'effetto della chiusura di un difetto e la rottura finale. Usando un grafico tridimensionale, riportando gli Eventi di EA, il Numero di Cicli e il Carico Applicato, è possibile discriminare [Berkovits 1995] i segnali di EA dovuti a semplice deformazione plastica, all'attività della cricca e alle chiusure in un provino *a piastra* soggetto a fatica, figura 1.24.

Per i primi cicli di carico, i segnali di EA nelle zone di elevato carico sono ovviamente correlate con la deformazione plastica. La nucleazione della cricca può essere determinata dalla prima apparizione di segnale di EA a livelli di basso carico. Dopo la nucleazione, i segnali delle EA intorno a valori di carico nulli possono essere dovuti allo sfregare dei lembi della cricca quando la stessa si richiude. Individuando i segnali delle EA dovuti all'effetto della cricca, è possibile individuare i tre stadi di danneggiamento del materiale durante la vita a fatica del pezzo. Il primo corrisponde ai primi pochi cicli di fatica. Il segnale dell'EA risulta essere prevalentemente quello dovuto al movimento delle dislocazioni. Il secondo, che è la fase di incubazione della cricca, è molto quieto dal punto di vista dell'attività di EA. Per effetto Kaiser tutte le sorgenti di EA si sono esaurite, per quei livelli di sollecitazione. Il terzo stadio è la fase di vera attività di EA. La cricca è oramai nucleata, quindi cresce e si propaga. La maggior parte delle sorgenti di EA sono relative alla deformazione plastica dell'apice della

cricca, coalescenze di micro-cricche, rotture transgranulari, e fratture lungo i bordi di grano.

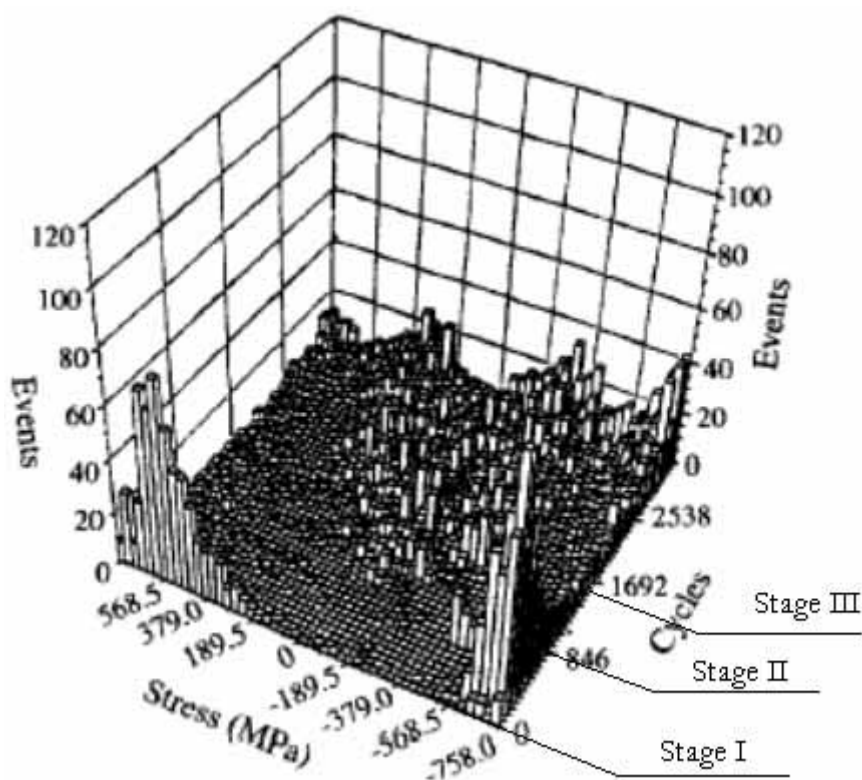


Figura 1.24: Eventi di EA in relazione con i cicli e il carico, per un provino soggetto a fatica.

In realtà, però, la sola misura del numero di conteggi non è in grado di stabilire se l'emissione sia dovuta a processi di microfrattura o di deformazione plastica, gli uni e gli altri potendo essere accompagnati dalla emissione di impulsi confrontabili in numero. Come osservato nei paragrafi precedenti occorre misurare anche l'energia, la quale sembra tuttavia essere legata direttamente alla superficie fratturata e non al K .

1.8 L'EA e la Crescita di una Cricca di Fatica

Il compito fondamentale del controllo non distruttivo delle strutture sottoposte a sollecitazioni cicliche è quello di prevedere la vita residua della struttura stessa. Sono stati svolti diversi lavori tendenti a questo scopo. In particolare diversi studi hanno mostrato come sia possibile pervenire alla determinazione della vita residua mediante il conteggio degli impulsi emessi.

Infatti, l'incremento della lunghezza della cricca a per n cicli di fatica cresce col fattore di intensità degli sforzi secondo un'espressione:

$$\frac{da}{dN} = C\Delta K^m \quad (1.9)$$

dove m ha valori sperimentali per i metalli tra 3 e 4, C è una costante che dipende dal materiale e $\Delta K = K_{max} - K_{min}$ è l'intervallo di variazione del fattore di intensità degli sforzi.

Tale fattore è legato alla lunghezza a della cricca e al carico applicato σ secondo una funzione $\beta a^{1/2}$, dipendente dalla geometria del provino:

$$K = \beta a^{1/2} \sigma \quad (1.10)$$

ed è legato al numero N_T di impulsi emessi mediante una relazione del tipo:

$$N_T = AK^s \quad (1.11)$$

dove s è una costante il cui valore è compreso tra 4 e 8 ed A una caratteristica del materiale.

A rigore nel caso di prova di fatica la (1.11) non dovrebbe potersi applicare, a causa dell'effetto Kaiser.

In conseguenza di esso, infatti, se una struttura è caricata ad un particolare valore di $K = K_I$ e quindi scaricata, non dovrebbe aversi emissione fino a quando in un ciclo successivo non si raggiunge un valore di $K > K_I$. Conseguentemente l'assenza di emissione durante la seconda fase di carico fino allo stesso valore di K_I dovrebbe lasciar pensare ad una struttura non difettosa; questo, ovviamente non corrisponde alla realtà.

Nelle prove di emissione acustica, per la misura dell'avanzamento della cricca da fatica, occorre procedere in un modo relativamente diverso che nei casi già visti. Se σ_w è lo stress cui la struttura è periodicamente sottoposta (chiamiamo σ_w stress di lavoro) e K_w il K corrispondente, occorre, dopo un certo numero di cicli, applicare uno stress di prova $\sigma_p \sim 1.5 \sigma_w$, il quale aumenti il K dal valore K_w a K_p . Ora, se per un certo numero di cicli dello stress σ_w la cricca è cresciuta, quando si applica lo stress σ_p il K_p che si ottiene è maggiore di quello che si otterrebbe nel caso di un non aumento della cricca. Dunque nel primo caso si ha emissione, mentre nel secondo caso no.

Il numero di queste emissioni è dovuto soltanto all'incremento di K da K_w a K_p ; pertanto la (1.11) va scritta tenendo conto del numero di impulsi non contati quando K è passato da 0 a K_w .

Cioè deve essere:

$$N_T = A(K_p^s - K_w^s)$$

Combinando questa relazione con quelle precedentemente scritte, è possibile risalire alla relazione $N = N(n)$ tra conteggi e numeri di cicli. Esprimendo, infatti, in (1.9) $K(a)$ come da (1.10) si ha una espressione del tipo:

$$\frac{da}{dn} = G(a)$$

e, integrando per parti, una relazione $a = a(n)$. Sostituendo questa in (1.10) si ha:

$$K_w = \beta a^{1/2}(n) \cdot \sigma_w$$

$$K_p = \beta a^{1/2}(n) \cdot \sigma_p$$

da cui:

$$N_T = A(K_p^s - K_w^s) = A[\beta a^{1/2}(n)]^s \cdot (\sigma_p^s - \sigma_w^s)$$

In definitiva si perviene ad una relazione tra N ed n , la quale consente di prevedere la vita residua della struttura una volta noto il suo K_{IC} . Per avere degli ordini di grandezza della vita residua n_f si può far uso del procedimento esposto, che consente di esprimere n_f come:

$$n_f = \int_0^{n_f} dn \cong \inf_{K_w}^{K_p} K_1 - q dK$$

ovvero

$$n_f = \frac{1}{y(a)(\sigma_p^{2-q} - \sigma_w^{2-q})}$$

dove $y(a)$ è una funzione crescente di a derivante dall'integrazione di dn .

Questa ultima relazione lascia chiaramente vedere come la previsione del numero di cicli a frattura è tanto migliore quanto più è piccolo $y(a)$ e quanto più σ_p è prossimo a σ_w .

E' stato dimostrato che, assumendo un rapporto $\sigma_w/\sigma_p=2/3$ ed un $K_w = 0.83K_{IC}$, [Dunegan 1968], al variare della forma della cricca e del valore $\sigma_p - \sigma_w$, n_f può variare da circa 2000 a circa 64000 cicli prima dei quali è possibile prevedere la frattura e quindi rimuovere la struttura dall'esercizio. Però, oltre a poter prevedere la vita residua, al controllo non distruttivo di strutture sottoposte a fatica si chiede anche di individuare l'istante di formazione di una microcricca e la velocità con cui essa si accresce.

Diversi autori, partendo sempre da un materiale precriccato, hanno eseguito misure di velocità di avanzamento di essa. In particolare *Hartbower et al.* [Hartbower 1968] hanno mostrato come sia possibile determinare tale velocità di avanzamento dall'energia emessa per ogni incremento Δa della cricca.

Una correlazione teorica e sperimentale (fig. 1.25) è stata infatti trovata tra detta velocità, valutata dalla curva di calibrazione del *COD*, e il quadrato della somma delle ampiezze dei segnali emessi. L'assunto è che l'energia emessa sia una frazione dell'energia elastica liberata quando la cricca avanza da a ad $a + \Delta a$.

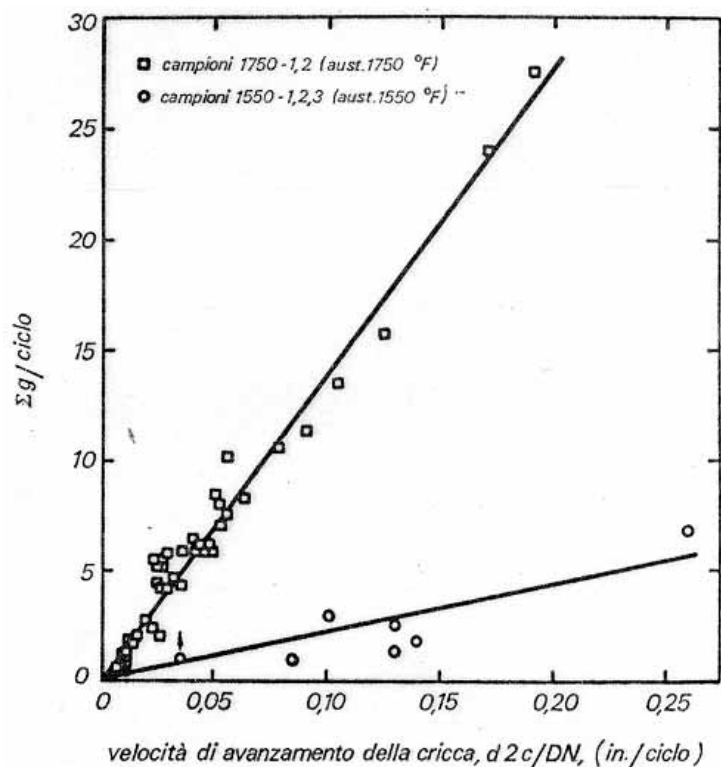


Figura 1.25: Relazione sperimentale tra la somma delle ampiezze dei segnali emessi e la velocità di avanzamento della cricca per fatica.

Con facili considerazioni, si può mostrare che, sulla base di questo assunto, l'area $B\Delta a$, coperta dall'avanzamento della cricca, è legata all'energia emessa $E_{EA} = \sum n_i \varepsilon_i$ da una relazione del tipo:

$$B\Delta a \approx \sum n_i \varepsilon_i \frac{E}{K^2}$$

dove B è lo spessore del provino, n_i il numero di impulsi di energia ε_i , E il modulo elastico e K il fattore di intensità degli sforzi. Per cui una misura di K , tramite il numero totale di conteggi, e, contemporaneamente dell'energia degli impulsi, può consentire la misura dell'estensione della cricca.

1.9 ΔK_{th} - Determinazione Mediante EA

I convenzionali test, basati su una prova di propagazione del difetto, non danno accurate misure del ΔK_{th} . Ciò è dovuto all'impossibilità di misurare in maniera adeguata la lunghezza del difetto iniziale, in modo diretto ed istantaneo,

richiedendo, invece, tempi di prova molto lunghi per aver una velocità di crescita del difetto molto lenta.

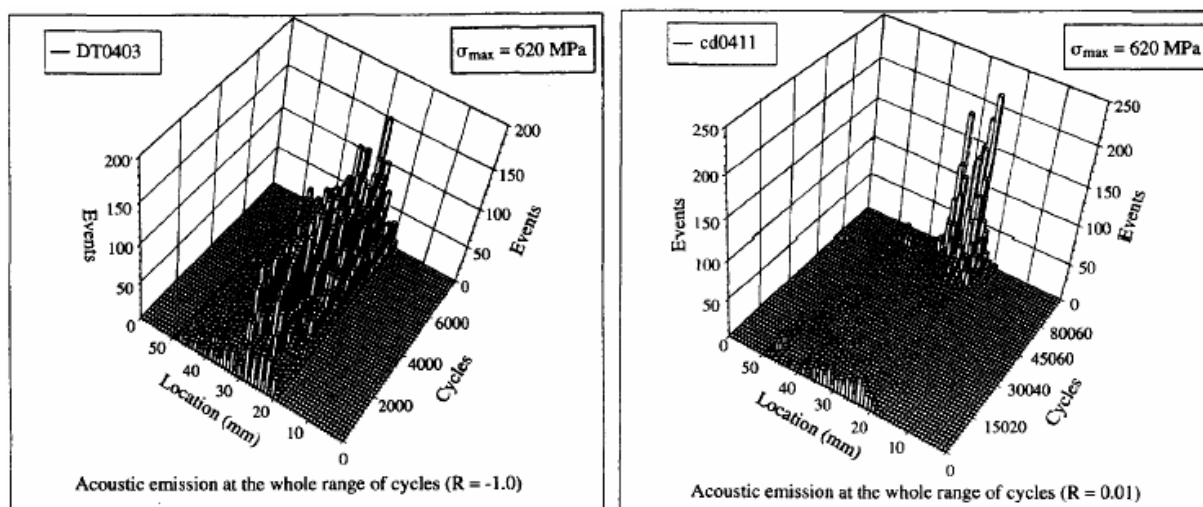


Figura 1.26: Istogramma di un evento di EA, basato sulla localizzazione e sul ciclo.

Come mostrato in figura 1.26, mediante l'EA è possibile rivelare quando e dove si genera una microcricca, fenomeno contraddistinto da un alto burst di EA. Un vantaggio, quindi, di un test mediante EA è che la prova può essere interrotta immediatamente, nel momento in cui l'EA mostra la generazione di una cricca per fatica ed è possibile andarla a individuare e misurare.

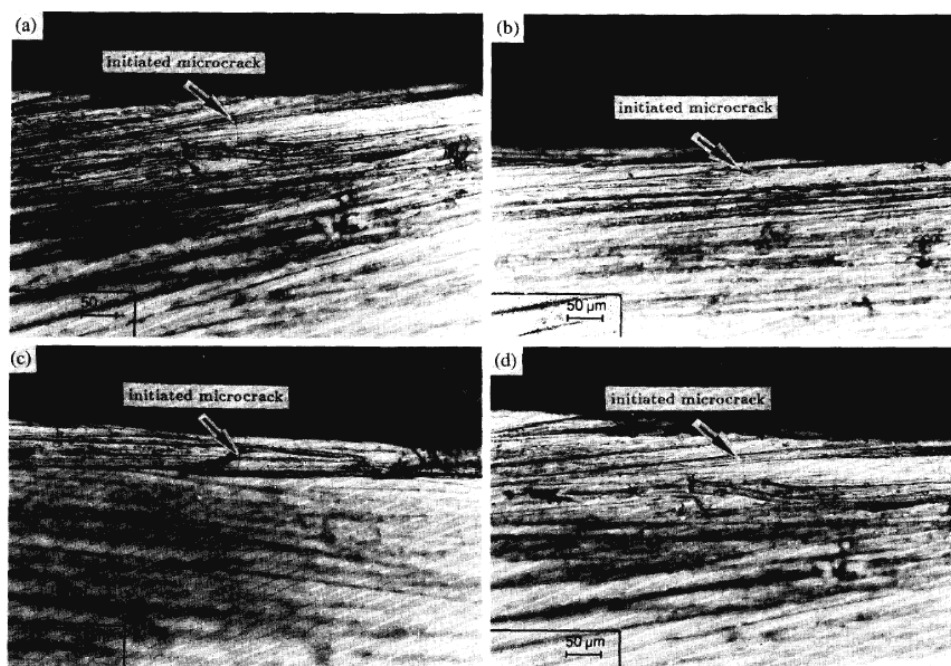


Figura 1.27: Micro-Cricca di fatica rivelata da un picco di EA.

In figura 1.27 vengono riportate tre prove su differenti provini, che mettono in relazione il numero di conteggi di burst di EA con il numero di cicli. Le prove sono eseguite ad un valore costante dell'ampiezza del ciclo e differenti rapporti di variazione degli sforzi. Al momento della generazione del burst, si è andato a misurare il valore della lunghezza iniziale del difetto, a_{th} , come riportato in figura 1.26. Quindi, il valore del ΔK_{th} , per ogni rapporto di variazione degli sforzi, può essere determinato dall'equazione:

$$\Delta K_{th} = Y(a_{th})\sigma\sqrt{\pi a_{th}}$$

dove, nel caso in esame riportato in [Berkovist 1995]:

$$Y\left(\frac{a_{th}}{W}\right) = 1.99 - 0.41\frac{a_{th}}{W} + 18.7\left(\frac{a_{th}}{W}\right)^2 - 38.48\left(\frac{a_{th}}{W}\right)^3 + 53.85\left(\frac{a_{th}}{W}\right)^4$$

$\Delta\sigma$ è l'ampiezza del ciclo e W è la larghezza del provino.

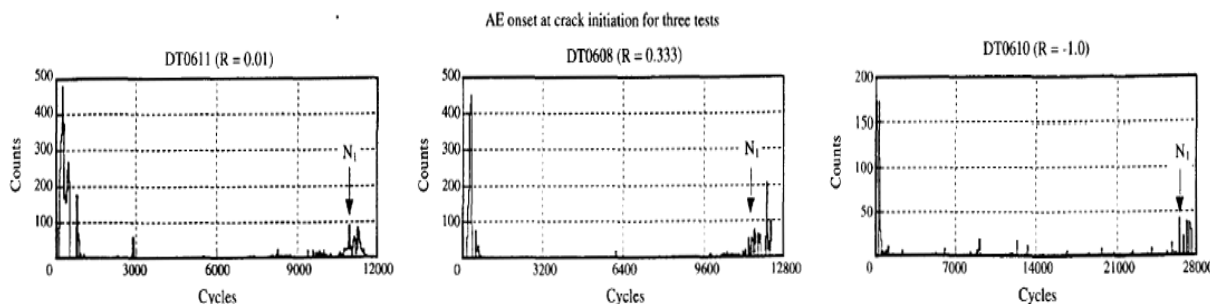


Figura 1.28: Conteggio dei picchi di EA in tre prove a $\sigma_a = 430$ MPa.

1.10 Chiusura di una Cricca di Fatica

In termini di risposta di EA, la natura della chiusura di una cricca può essere descritta come segue:

- La tensione residua di compressione nella regione dell'apice della cricca, risultante dalla deformazione plastica nella parte a trazione del ciclo, può essere la causa di una chiusura del difetto per un livello di tensione superiore allo zero. La figura 1.29 mostra che lo schiacciamento dell'interfaccia di cricca inizia per una tensione lontana da quella nulla. Si ottengono, quindi, eventi EA centrati per una tensione diversa da quella zero. Il valore della tensione alla quale inizia lo schiacciamento delle superficie del difetto, corrisponde alla chiusura o apertura della cricca. Si vuole far notare che da un evento EA non si può distinguere se si sta avendo l'apertura o la chiusura della cricca, ma si assume che si ha una sola tensione σ_{op} per i due fenomeni. Il limite inferiore indica la fine dello

shiacciamento, prima che la massima tensione di compressione viene raggiunta.

- La figura 1.29-b mostra, inoltre, che, dopo la generazione del difetto, la tensione di chiusura aumenta nello stesso modo in cui cresce in lunghezza una microcricca e diviene costante una volta che il piccolo difetto si è propagato fino ad una dimensione di “cricca lunga”.

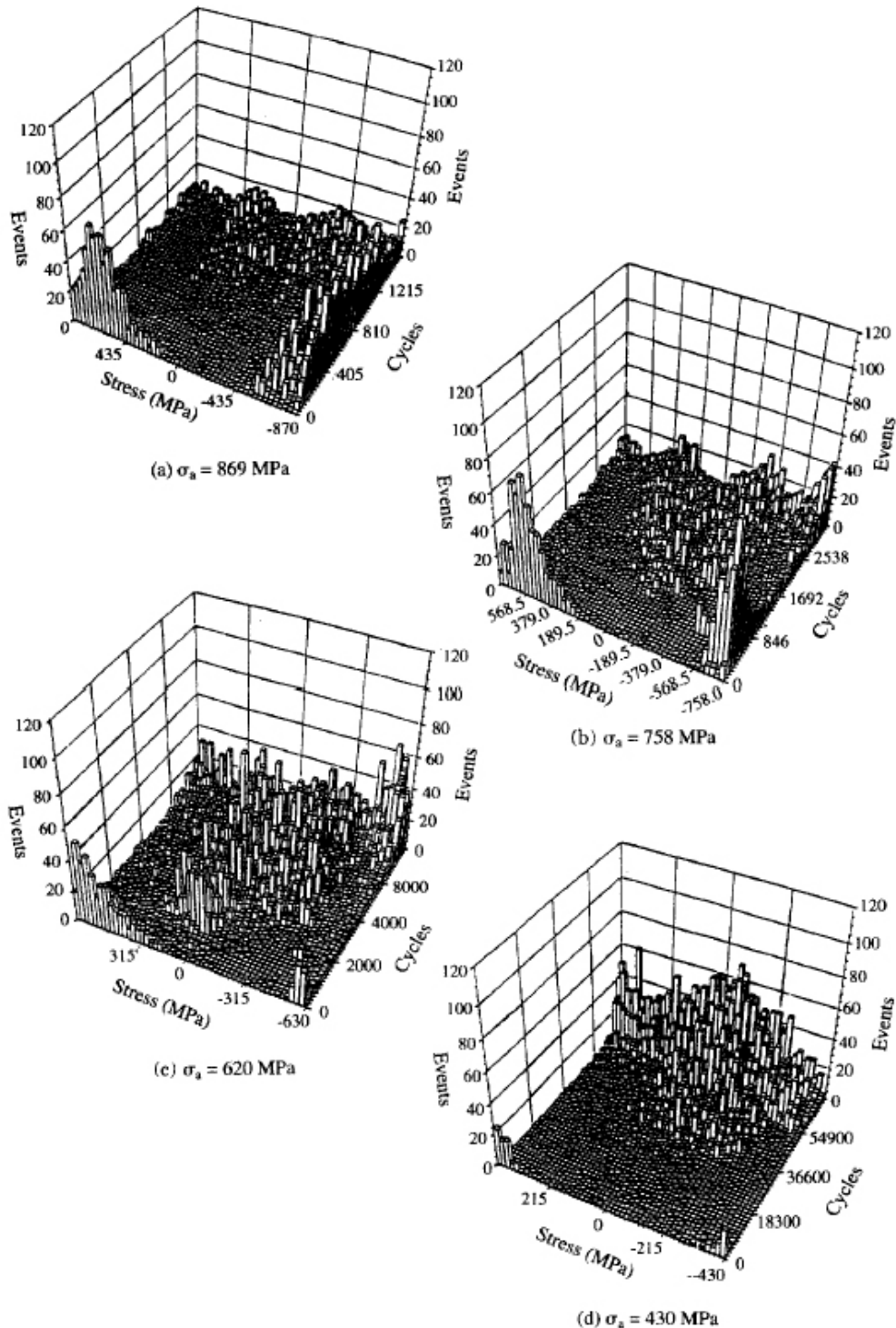


Figura 1.29: Istogramma di eventi di EA durante una prova a fatica a $R = -1$.

[Elber 1971] ha definito un effettivo rapporto tra le tensioni come:

$$U = \frac{\Delta\sigma_{eff}}{\Delta\sigma} = 0.5 + 0.4R$$

dove:

$$\Delta\sigma_{eff} = \sigma_{max} - \sigma_{op}$$

e $\Delta\sigma_{eff}$ è l'ampiezza effettiva del ciclo, R il rapporto di variazione degli sforzi. Si definisce, inoltre, il rapporto della tensione di apertura della cricca come:

$$\gamma = \frac{\sigma_{op}}{\sigma_{max}}$$

Allora l'equazione di Elber è esprimibile nel modo seguente:

$$\gamma = 0.5 + 0.1R + 0.4R^2 \quad (1.12)$$

Altre relazioni si possono trovare in letteratura:

Schijve [Schijve 1976]:

$$\gamma = 0.45 + 0.2R + 0.25R^2 + 0.1R^3$$

de Koning [de Koning 1981]:

$$\gamma = \begin{cases} 0.45 + 0.2R - 0.15R^2 + 0.9R^3 - 0.4R^4 & (R > 0) \\ 0.45 + 0.2R & (R \leq 0) \end{cases}$$

Ibrahim [Ibrahim 1989] (σ_y è la tensione di snervamento):

$$\gamma = \begin{cases} 0.5 \left[1 - \frac{\sigma_{max}}{\sigma_y} \right]^{\frac{1}{2}} \\ (\gamma)_{R=0} \cdot (1 - R^2) + R & R \geq 0 \\ (\gamma)_{R=0} \cdot \left[1 - R^2 \left(\frac{\sigma_{max}}{\sigma_y} \right)^2 \right]^2 & R \leq 0 \end{cases}$$

Kumar e Garg [Kumar 1989]:

$$\gamma = 1 - (1 - R) \cdot \left(0.5R + \frac{\sigma_y}{42} \right)$$

Maddox [Maddox 1978]:

$$\gamma = 0.25 + 0.5R + 0.25R^2$$

In [Berkovist 1995] si mostra, mediante un confronto tra i risultati ottenuti dalle precedenti formule, che i risultati migliori si ottengono con la relazione di Schijve, che può essere migliorata se espressa:

$$\gamma = 0.5 + 0.2R + 0.25R^2 + 0.1R^3$$

Studi mostrano che γ dovrebbe essere decrescente con R che tende a -1 . L'equazione di Elber, eq. (1.12), invece, aumenta per R che tende a -1 , il che è impossibile. Le relazioni che considerano anche la tensione di snervamento del materiale non mostrano miglioramenti apprezzabili della soluzione. Tuttavia, i risultati mostrano che l'EA è una tecnica efficace per lo studio del processo di chiusura di una cricca durante i fenomeni di fatica.

1.11 Relazione tra il Numero di Conteggi e la Velocità di Crescita della Cricca

Le prime relazioni tra emissione acustica osservata durante il propagarsi di una cricca per fatica e il fattore d'intensità degli sforzi ΔK furono nella forma [Morton 1973], [Hamel 1981]:

$$\frac{d\eta}{dN} = B\Delta K^\alpha \quad (1.13)$$

la quale è simile alla legge di Paris per la crescita di un difetto equazione (1.9)

$$\frac{da}{dN} = C\Delta K^m$$

dove η è il numero di conteggi, N il numero di cicli, a la lunghezza del difetto e B , C , α e m sono costanti empiriche dipendenti dal materiale. Morton *et al.* [Morton 1973] trovarono che α è pari a 5 per una lega d'alluminio 2024-T851, mentre Sinclair *et al.* [Sinclair 1981] trovarono che α , nell'equazione (1.13), è pari a m , nell'equazione (1.9) per tre acciai (A533B Steel, low carbon pipe steel e H1 weld metal), mentre Hamel *et al.* [Hamel 1981] assunsero α pari a $m+2$.

In [Berkovist 1995], per esaminare la relazione tra le equazioni (1.13) e (1.9), sono stati analizzati provini intagliati soggetti a due differenti rapporti di

variazione degli sforzi ($R = 0.01$ e $R = 0.2$), con l'ausilio delle misurazioni al microscopio per individuare la lunghezza critica a frattura a_c . Sostituendo la (1.9) nell'equazione (1.9), si può ottenere:

$$\frac{d\eta}{dN} = A \left(\frac{da}{dN} \right)^\Phi$$

dove:

$$\Phi = \frac{\alpha}{m}$$

$$A = \frac{B}{C^{\alpha/m}}$$

La figura 1.30 mostra la relazione tra il rapporto $d\eta/dn$ con la velocità di propagazione della cricca da/dn e mostra che c'è una dipendenza non lineare tra i due rapporti. In figura 1.31 viene mostrata la relazione tra la (1.13) e la (1.9). Solo in prossimità del valore di soglia vi è un discostarsi dal legame lineare.

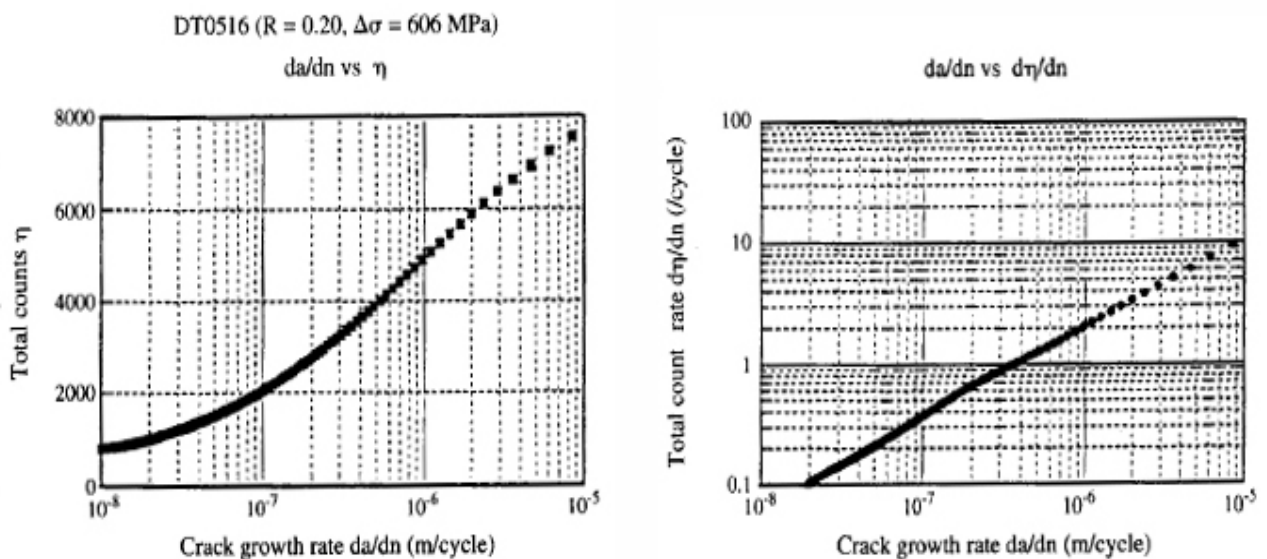


Figura 1.30: Relazione tra cadenza di conteggio di eventi EA e crescita del difetto.

Dopo la nucleazione del difetto l'EA aumenta uniformemente con l'avanzare della cricca fino alla rottura (figura 1.29 e figura 1.32). E' evidente che l'EA durante la propagazione della cricca è relazionata con la frattura stessa, e i parametri caratteristici dell'EA, come il numero di conteggi N_T e la loro cadenza N'_T , dipendono dalla stato "istantaneo" della cricca.

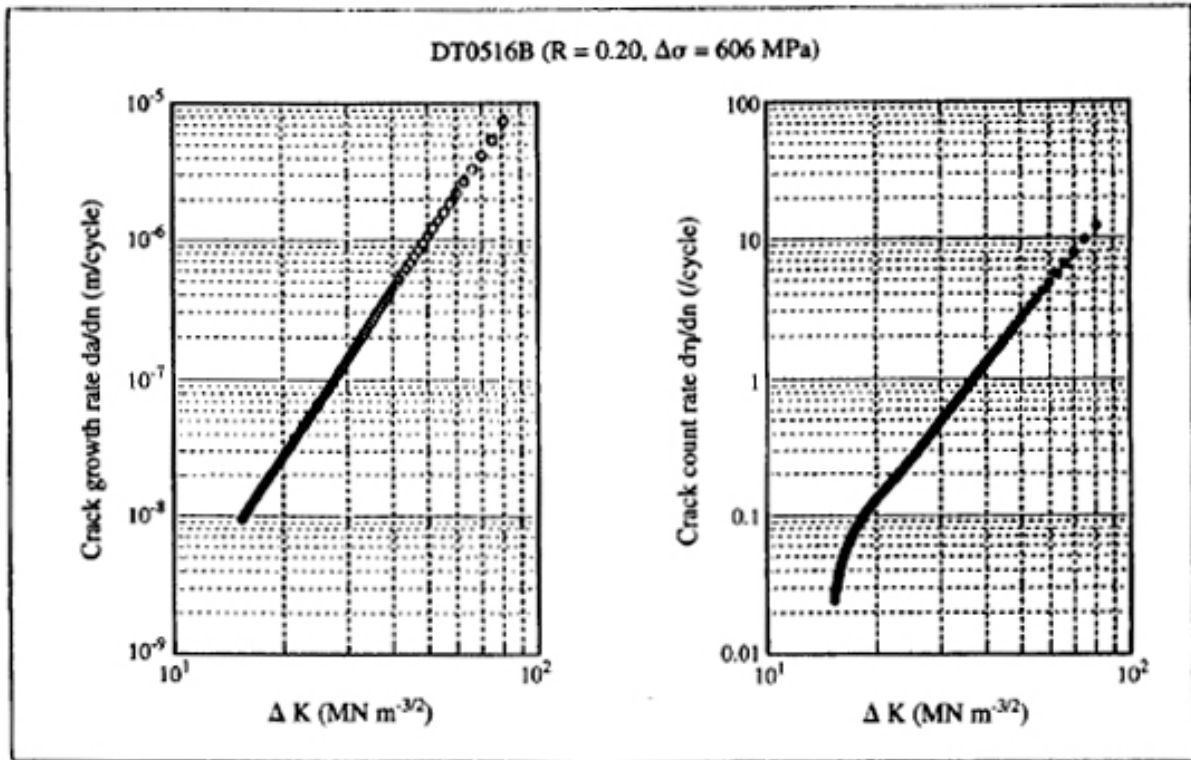


Figura 1.31: Relazione tra ΔK e cadenza di conteggio di eventi EA e crescita del difetto.

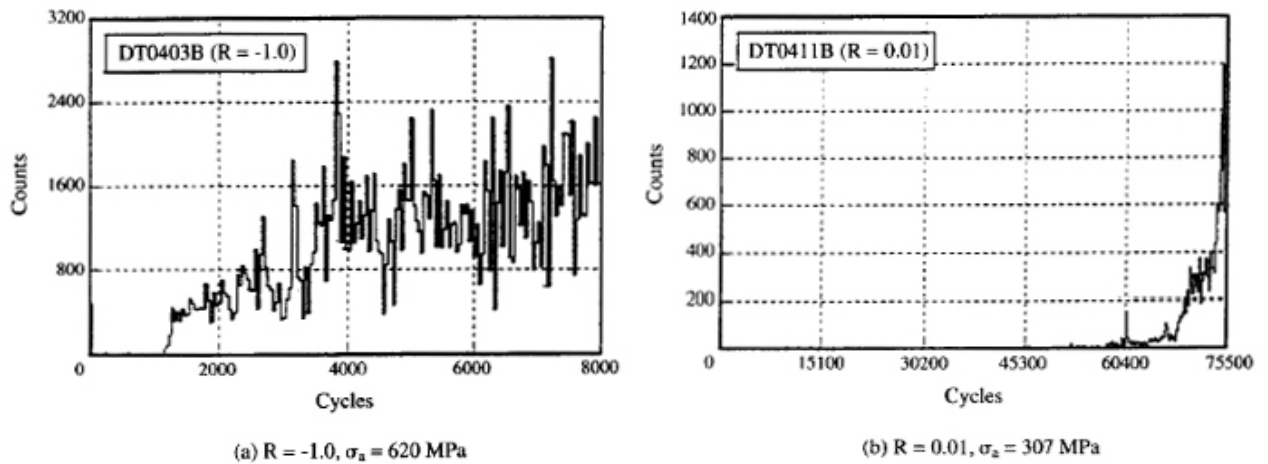


Figura 1.32: Cadenza di conteggi di EA durante una sollecitazione di fatica.

In [Berkovist 1995] si mostra che l'equazione (1.13) può, mediante manipolazione algebrica, essere espressa come:

$$\frac{d}{d\eta} [(\eta)^{1+\nu}] = k \frac{1+\nu}{\tau} \left[\frac{\Delta\sigma}{\sigma} \right]^\alpha$$

che, integrata, permette di ottenere:

$$\eta = \left\{ k \frac{1+\nu}{\tau} \left[\frac{\Delta\sigma}{\sigma} \right]^\alpha \cdot n \right\}^{1/(1+\nu)}$$

che può essere semplificata nella forma:

$$\eta = \lambda \Delta\sigma^\alpha \cdot n^\beta \quad (1.14)$$

con:

$$\beta = \frac{1}{1+\nu}$$

$$\lambda = \left[\frac{1+\nu}{\tau} \cdot \frac{k}{\bar{\sigma}^\theta} \right]^{1/(1+\nu)}$$

dove ν , τ , θ sono costanti, k e σ due parametri. L'esponente β ed il parametro λ sono determinabili mediante regressione lineare e risultano essere pari a:

$$\beta = 2.8 \cdot 10^3 \left[\frac{\sigma_{\max} \cdot \sigma_a}{\sigma_{uls}} \right]^{-1.54}$$

$$\lambda = 10^{(0.0039 \cdot \Delta\sigma - 71575)}$$

dove σ_a e σ_{uls} sono la tensione del ciclo e la tensione ultima, rispettivamente.

L'equazione (1.14) mostra che l'EA, durante la propagazione del difetto, dipende dalla tensione e dalla "vita" del provino. Durante la crescita della cricca, le sorgenti di emissione sono associate allo stato di propagazione della frattura. Fratture o decoesioni di inclusioni o particelle in fase γ' nella zona intorno all'apice della cricca di concentrazione di tensione, sono difetti che contribuiscono all'emissione.

Eventi dovuti all'attrito delle due facce della cricca possono essere definiti come "eventi secondari" che si generano durante il ciclo di fatica, senza influire sullo stato di avanzamento del difetto. Questo fenomeno, anche se secondario e ininfluenza ai fini dello studio della propagazione della frattura, causa, però, un rumore nell'EA, riscontrabile durante una rilevazione. Inoltre, gli eventi secondari hanno un interesse sperimentale in quanto, come si è visto, sono legati ai fenomeni di strisciamento dei due lembi della cricca durante le fasi di apertura e chiusura del difetto.

1.12 Infragilimento da Idrogeno

Anche in questo caso, il problema è quello d'individuare le informazioni che una misura del numero totale di impulsi N_T , o dell'energia ad essi associata, può

fornire sul meccanismo di infragilimento da idrogeno e sulla previsione e i tempi a frattura. La risposta è data in parte da alcuni lavori di Dunegan e Tetelman [Dunegan 1967] e in parte da altri di Hartbower e Gerberich [Gerberich 1967, Gerberich 1968].

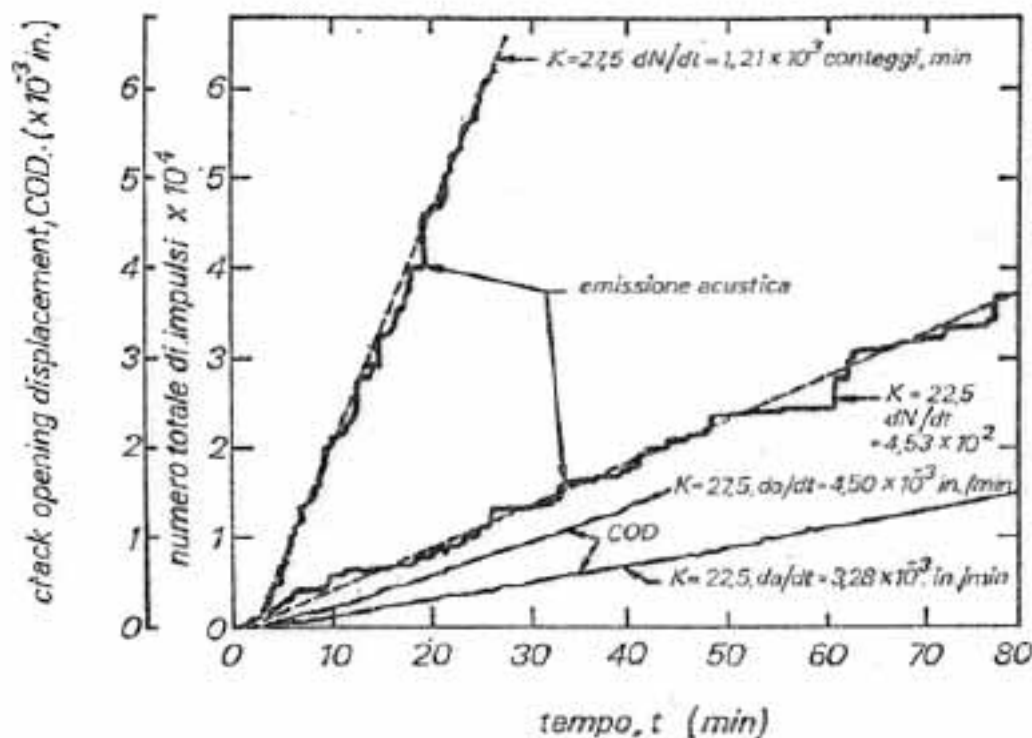


Figura 1.33: Andamento nel tempo del numero totale di impulsi e del COD per due diversi valori di K applicato. Provino carico d'idrogeno.

In figura 1.33 sono riportati i risultati ottenuti da Dunegan relativi ad un provino di acciaio 4340 precriccato caricato catodicamente da idrogeno con una densità di corrente di 20 mA/in^2 per 6 min . In essa si osservano gli andamenti col tempo e per due valori di K del numero totale di conteggi, e gli andamenti del COD , dalle cui inclinazioni è possibile risalire alla misura della velocità di avanzamento della cricca a , con i metodi tradizionali.

Risulta evidente la maggiore sensibilità della EA sia a porre in luce l'avanzamento sub-critico della cricca, sia la natura discontinua di questo. I piccoli salti che si possono vedere in figura, più evidenti in una scala più espansa, illuminano più distintamente la vera natura dell'infragilimento. I periodi di quiete nell'emissione sono forse da attribuirsi al tempo richiesto perché una sufficiente quantità di idrogeno diffonda nelle zone di alta triassialità a fondo intaglio e produca o la microcricca o la sua crescita.

Dalla figura 1.33, ricavando le dN_T/dt al variare di K , si ottiene la curva di figura 1.34 dalla quale è possibile dedurre una dipendenza di N'_T da K del tipo:

$$N'_T = C_1(K^5 - K_0^5) \quad (1.15)$$

dove K_0 è la soglia di intensificazione degli sforzi al di sotto della quale non vi è avanzamento della cricca né emissione.

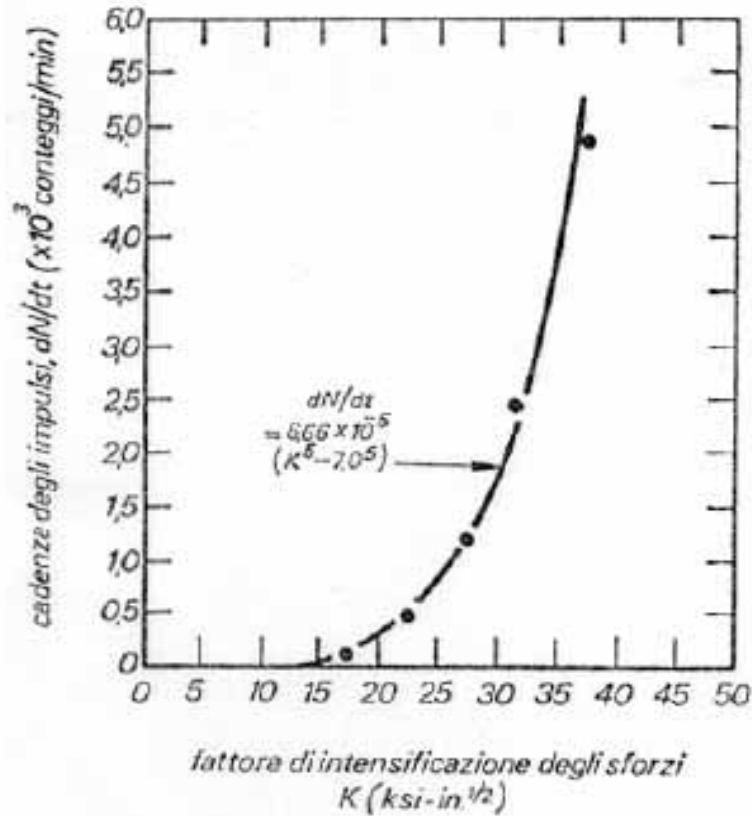


Figura 1.34: Dipendenza della cadenza degli impulsi dN/dt dal K applicato. Provino carico d'idrogeno.

Tale relazione risulta del tutto diversa dalla (1.8), ove si assumeva per N_T (e non N'_T) una dipendenza dalla quarta (e non quinta) potenza di K .

Tale diversità è dovuta al fatto che a proposito della meccanica della frattura si era correlata l'attività acustica solamente al volume plastico. In questo caso, invece, come osservano Dunegan e Tetelman, gli effetti di plasticità non hanno alcuna influenza, essendo essi rilevanti solo a valori di K molto maggiore di quelli a cui si osservava il processo di avanzamento dovuto all'idrogeno. La (1.15), pertanto, è da attribuirsi solo alla formazione di cricche da H e può essere assunta come l'equazione che consente una misura di K da una misura di N'_T . Una misura di K consente a sua volta una valutazione del salto effettuato dalla cricca.

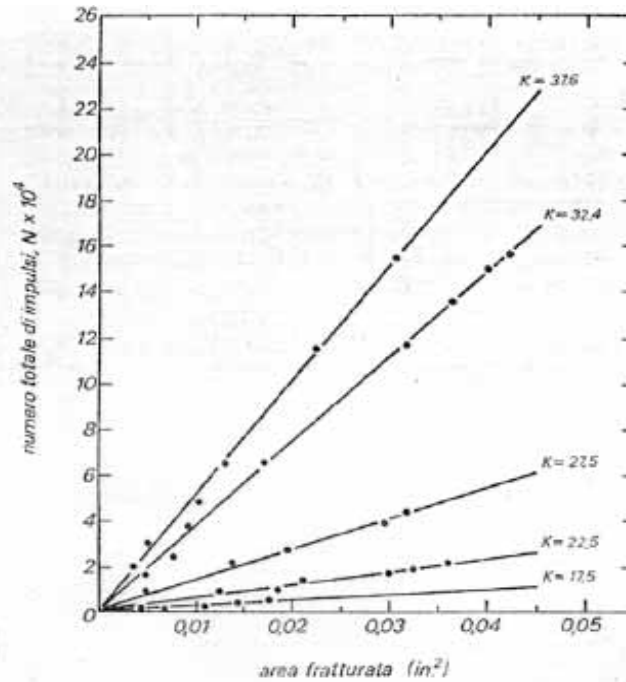


Figura 1.35: Numero totale di impulsi della superficie fratturata per diversi valori del K applicato. Provino carico di idrogeno.

Studi hanno mostrato infatti che è possibile assumere, infatti, una dipendenza del salto l^* della cricca dallo spostamento V_c a fondo intaglio del tipo [Gerberich 1968]:

$$l^* = \frac{2V_c}{\pi\varepsilon_f} = \frac{1}{\pi\varepsilon_f} \frac{K^2}{\sigma^2 E} \quad (1.16)$$

ove ε_f è la deformazione a frattura del materiale, σ_s ed E rispettivamente la tensione di snervamento e il modulo di elasticità. Assumendo $\varepsilon_f \sim 30\%$, $E = 2 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$, $\sigma_s = 500 \text{ MPa}$ e $K \sim 10^2 \text{ kgmm}^{3/2}$, il valore medio di figura 1.34 si ottiene per $l^* \sim 10\mu$.

Se oltre alla N'_T si misura l'energia associata ad un singolo impulso tramite l'ampiezza di questo, è possibile avere degli ordini di grandezza dell'area fratturata in corrispondenza di ogni emissione. Se infatti ΔA è l'incremento di area fratturata dovuta alla cricca e ΔU l'energia associata ad un impulso, allora [Gerberich 1968]:

$$\Delta A = \frac{\Delta U \cdot E}{K^2}$$

Assumendo per K ed E gli stessi valori di cui sopra e $\Delta U \sim 10 \text{ erg}$, si ha $\Delta A \sim 2 \cdot 10^{-6} \text{ cm}^2$.

La valutazione del salto l^* di una cricca e della superficie fratturata non dicono in sé nulla sulla velocità media di avanzamento, né sul tempo a rottura che da questa velocità dipende.

Essendo la velocità di avanzamento della cricca, a' , espressa da:

$$a' = \frac{1}{B} \frac{dA}{dt} = \frac{1}{B} \frac{dA}{dN_T} \frac{dN_T}{dt} = \frac{N_T'}{B} \left(\frac{dN_T}{dA} \right)^{-1}$$

(con B lo spessore del provino e A l'area fratturata), oltre alla eq. (1.15) che fornisce N_T , ne occorre un'altra che fornisca dN_T/dA .

Tale relazione è stato possibile stabilirla mediante misure di N_T in funzione dell'area della cricca, per diversi valori di K (fig. 1.35). Si è giunti alla relazione [Dunegan 1967]:

$$\frac{dN_T}{dA} = C_2 K^4 \tag{1.17}$$

riportata in figura 1.36.

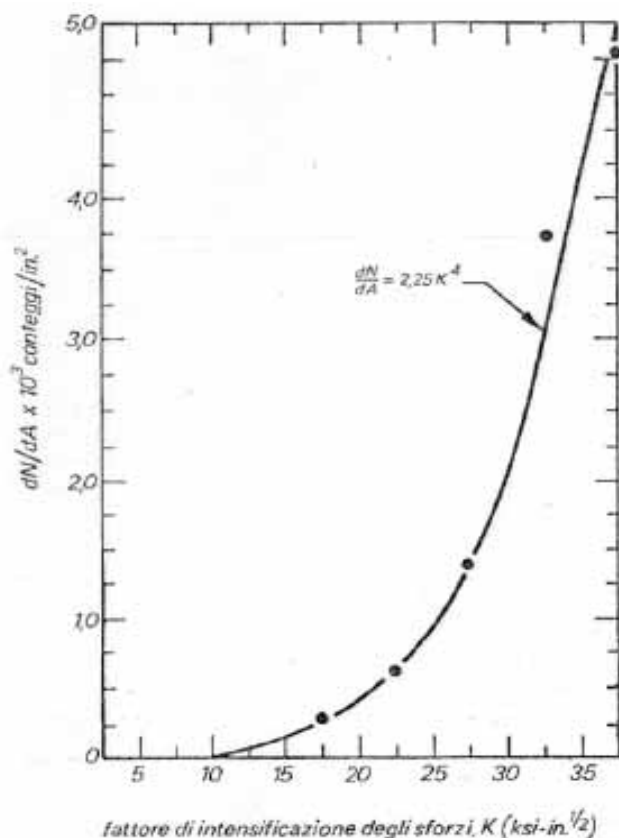


Figura 1.36: Numero di impulsi per unità di superficie fratturata in funzione del K applicato. Provino carico di idrogeno.

Dunque la misura di a' in un processo di infragilimento da idrogeno diventa possibile mediante la misura soltanto di N_T . Questo mediante la (1.15) dà il K e, tramite la (1.17), si ottiene dN_T/dA .

La conoscenza di a' permette, infine, la misura del tempo t_f a frattura.

Se a_0 è il valore iniziale della cricca e se

$$a_c = \frac{K_{IC}^2}{\sigma_0^2 \pi}$$

è il valore critico di essa (K_{IC} il fattore critico e σ_0 il carico applicato), t_f è espresso da:

$$a_c = a_0 + a' \cdot t_f$$

La conoscenza di a_c e di a_0 , assieme alla determinazione di a' , permettono quindi di poterlo valutare.

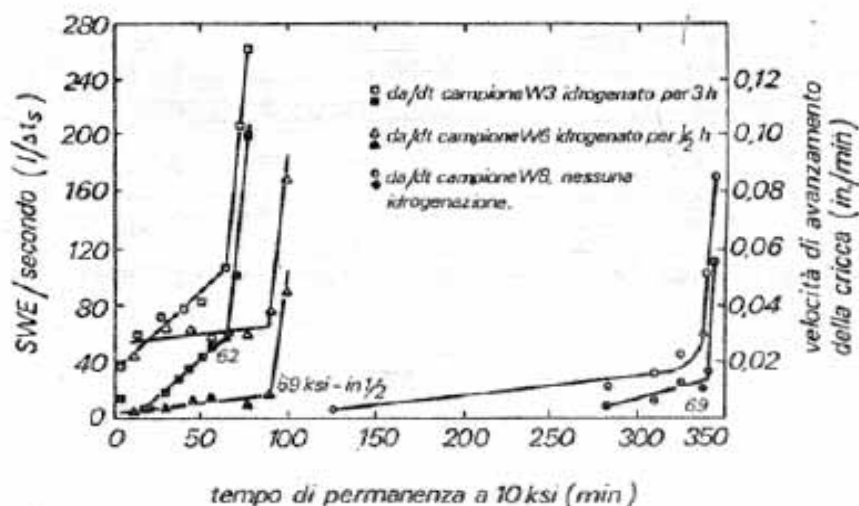


Figura 1.37: Cadenza degli impulsi e velocità di avanzamento della cricca al variare delle condizioni di idrogenazione.

Una tipica varietà di cadenza di conteggio al variare del contenuto di idrogeno è riportata in figura 1.37, da cui emerge chiaramente come, la comparsa a tempi brevi o lunghi di un numero elevato di emissioni al secondo, sia ricollegabile allo stato di idrogenazione del materiale.

Capitolo 2

L'Impiego della Dimensione Frattale nel Trattamento dei Dati di Emissione Acustica

2.1 Introduzione

Quando si parla di frattali, sia come immagini, che forme o strutture, si pensa ad oggetti statici. Alcune strutture naturali, come una foglia o una catena montuosa, possono essere ricondotte, con le dovute approssimazioni, proprio a questi oggetti. Ma un frattale è anche generazione ed evoluzione della struttura. Ad esempio, una catena montuosa è il risultato di antiche attività tettoniche, di processi di erosione e quanto altro, che hanno formato, e continuano in ogni istante a cambiare, quella forma che oggi si può identificare come *montagna*.

In altre parole, sarebbe assolutamente inadeguato parlare di frattali senza prendere in esame il processo dinamico che lo ha creato. Il problema è quello di identificare tutti i processi che hanno generato una forma, una struttura.

Vale, infatti, il seguente paradigma:

La complessità di una struttura è il risultato di complicati processi.

In alcuni casi è possibile che, anche in presenza di una struttura complessa, il processo che la ha generata è sufficientemente semplice. In altre parole, la semplicità di un processo non deve portare a concludere che sarà semplice giungere a comprendere le cause.

B.B. Mandelbrot è spesso considerato il padre della geometria frattale. Si deve comunque far notare che alcuni dei noti frattali e la loro descrizione è stata ottenuta direttamente dalla matematica classica e da matematici del passato, come George Cantor (1872), Giuseppe Peano(1890), Gaston Julia (1918), solo per nominarne alcuni. Ed è vero, inoltre, che le creazioni di questi matematici hanno giocato un ruolo fondamentale nella nuova geometria di Mandelbrot. Ma allo stesso tempo è anche vero che questi matematici non hanno mai considerato le loro creature come un passo per concepire una nuova geometria della natura. Inoltre quei frattali noti con i nomi di Cantor Set, Koch Curve, Peano Curve, sono da considerarsi come oggetti eccezionali, o, come sono stati definiti, “mostri matematici”. Invece Mandelbrot ha dimostrato che nei più recenti frattali matematici si hanno molte caratteristiche in comune con forme che si possono trovare in natura [Peitgen 1992].

2.2 Auto-Somiglianza

Una fondamentale caratteristica dei frattali è l'Auto-Somiglianza o Auto-Similarità. Mandelbrot introdusse il termine frattale per caratterizzare fenomeni e

strutture che mostrano invarianza di scala. In natura si possono trovare, con qualche limitazione, molti frattali. In una struttura di questo tipo, l'*auto-somiglianza* (traduzione del termine inglese Self-Similarity) significa che riducendo il frattale in parti più piccole, si ottiene come risultato l'emergere di strutture che a loro volta ne contengono altre e così via. Descrivere, quindi, queste strutture frattali è profondamente diverso dal descrivere oggetti euclidei. Se, per esempio, consideriamo il cerchio riportato in figura 2.1, andando a ingrandire ripetutamente una sua parte, il cerchio perde la propria struttura per degenerare in una retta. Il cerchio non è un oggetto auto-simile, non è, chiaramente, un frattale.

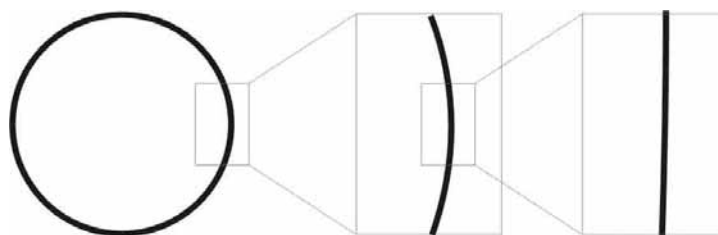


Figura 2.1: Esempio di oggetto non auto-simile: Il cerchio degenera in una retta

Consideriamo ora, invece, il caso del cavolfiore, figura 2.2. Non è un frattale matematico classico, ma è utile per mostrare il significato dell'*auto-somiglianza*. La testa del cavolfiore presenta delle parti e dei rametti che, quando vengono staccati, sono praticamente identici alla pianta intera, ma in scala ridotta. Questi, a loro volta, possono essere divisi in parti più piccole che, analogamente a prima, saranno simili a quelle le hanno generate.

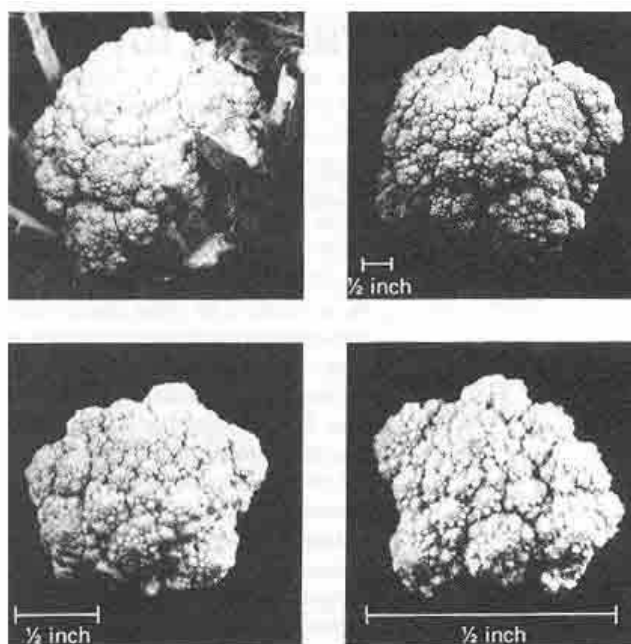


Figura 2.2: Il Cavolfiore

Nel caso in esame, questo processo può essere ripetuto un numero limitato di volte e ogni parte più piccola non potrà mai essere esattamente uguale alla pianta intera. Nel caso di un frattale e, di conseguenza, del concetto puro di auto-somiglianza, si può invece parlare di *infinito dettaglio*.

Per fare un esempio, si consideri la Curva di Koch. Si possono trovare similitudini in tale curva? La curva di Koch, riportata in figura 2.3, sembra essere composta di quattro parti identiche. Andando ad ingrandire di 3 volte una di queste parti, si può osservare che tale porzione di curva risulta essere esattamente identica alla curva completa. Inoltre, è ancora possibile dividerla in quattro parti, considerarne solo una, ingrandirla, nuovamente, 3 volte (9 volte più grande rispetto alla curva originale) e ottenere ancora una curva esattamente identica a quella iniziale. Questo procedimento lo si può ripetere all'infinito. Si è così mostrato un esempio della proprietà dell'auto-somiglianza, nella sua forma più pura.

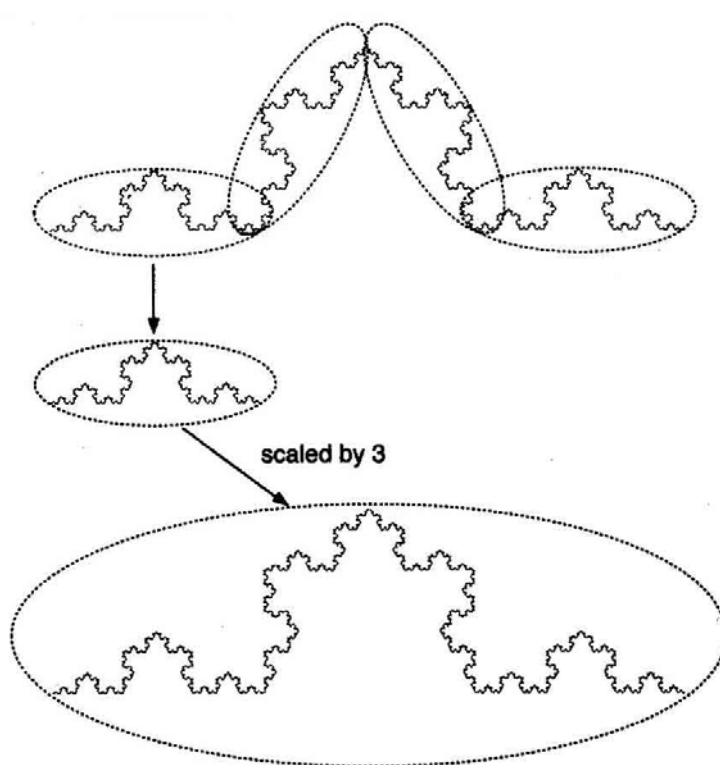


Figura 2.3: Curva di Koch

Nella geometria frattale però vi è la possibilità di diversi livelli (o gradi) di auto-somiglianza. Ad esempio si consideri la copertina di un libro, sulla quale è raffigurata una mano che tiene il libro stesso, in una posizione diversa. Si ottiene la ripetizione (idealmente) infinita dell'immagine della copertina del libro, ma ogni volta in una posizione diversa rispetto alla precedente.

Un'altro caso è il frattale chiamato studiato da Sierpinski, il "Sierpinski gasket", riportato in figura 2.4.

In questi due esempi si sono riportate strutture auto-somiglianti: esse contengono al loro interno delle perfette copie, più piccole, dell'immagine intera. Vi sono,

però delle sostanziali differenze. Nel caso del libro, le varie copie sono annidate una dentro l'altra, ed è chiaro che il limite a cui può tendere la serie è pari alla dimensione caratteristica della copia che tende a zero. L'immagine, in questo caso tende ad un particolare punto, quindi diciamo che la copertina del libro è auto-somigliante a questo punto.

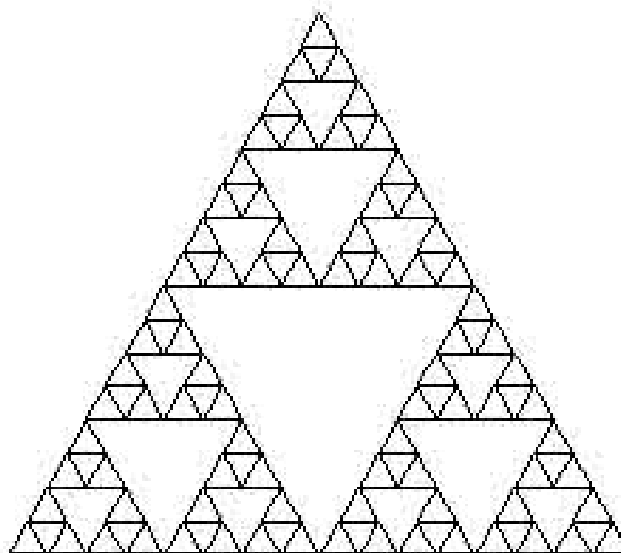


Figura 2.4: Sierpinski Gasket

La situazione è molto diversa nel caso del Sierpinski Gasket. In questo altro caso si possono trovare copie dell'immagine completa in ogni punto. Il Sierpinski Gasket è composto da piccole, ma perfette, copie dell'immagine originale. Quindi lo si può considerare, come la curva di Koch, *strettamente auto-somigliante*.

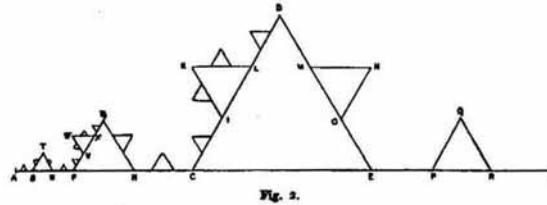
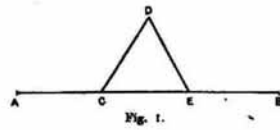
2.3 Curva di Koch

Helge von Koch fu un matematico Svedese che, nel 1904, introdusse quello che fu chiamato la curva di Koch². Riordinando e ruotando in maniera opportuna tre copie della curva di Koch, si ottiene una figura, che, per ovvi motivi, viene chiamata *curva a fiocco di neve* o, anche, *isola di Koch* (figura 2.6).

Poco si conosce su Von Koch, il cui contributo alla matematica non è stato certamente dello stesso livello di altri grandi matematici come Cantor, Peano o Sierpinski. Però la costruzione di Koch ha meritato il suo posto in questo capitolo sui frattali classici, principalmente perché ha portato a molte interessanti generalizzazioni e, sicuramente, ha ispirato fortemente Mandelbrot.

2 H. von Koch, sur une courbe continue sans tangente, obtenue par une construction géométrique élémentaire, Arkiv för Matematik 1 (1904) 681-704. Un altro articolo è H. Von Koch, Une méthode géométrique élémentaire pour l'étude de certaines questions de la théorie des courbes planes, Acta Mathematica 30 (1906) 145-174.

au moyen de laquelle on passe d'un segment rectiligne AB à la ligne polygonale $ACDEB$ déviant de AB vers le côté positif.



2. Partons maintenant d'une ligne droite déterminée AB , le sens de A vers B étant considéré comme positif (fig. 2). Par l'opération 1, AB est remplacé par la ligne brisée $ACDEB$, les segments AC, CD, DE, EB étant égaux entre eux et leur sens positif étant respectivement celui de A

Figura 2.5: L'Originale costruzione della Curva di Koch

La *curva di Koch* è di difficile comprensione, tanto quanto il *Cantor Set* o il *Sierpinski Gasket*, ma per Koch i problemi sono di altra natura. Prima di tutto, come già dice il nome, la curva di Koch è una curva, ma questo non è chiaro dalla sua costruzione. Secondo, questa curva contiene segmenti e linee rette che non sono “smussate” come si è abituati a vedere nelle normali curve. Piuttosto questa curva ha una complessità maggiore, più simile a quella che si può osservare lungo una linea costiera, insenatura dopo insenatura, piega dopo piega.

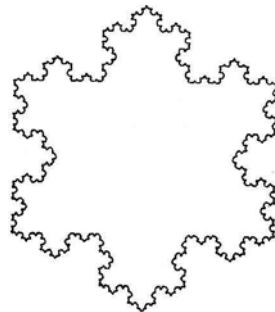


Figura 2.6: Curva a Fiocco di Neve o Isola di Koch

2.3.1 Costruzione Geometrica

Si consideri un semplice segmento di linea retta. Questo è l'oggetto iniziale, anche chiamato *initiator*. Si divide tale segmento in tre parti uguali, e si sostituisce all'elemento centrale un triangolo equilatero, al quale si toglie la base. E' stato così completato lo step fondamentale per la costruzione della curva. Questo elemento, composto di quattro segmenti aventi la stessa lunghezza, sarà utilizzato nei successivi step, ed è chiamato *generator*.

I passi successivi consistono nella suddivisione ulteriore in tre parti uguali di ogni singolo segmento e nella ripetizione del procedimento precedente. Nella figura

2.7 viene illustrato il processo mediante il quale si ottiene la curva. L'auto-somiglianza è ottenuta mediante lo stesso processo di generazione della forma. Infatti ognuna delle quattro parti al k_{esimo} passo della procedura di generazione è ancora la versione scalata di un fattore $1/3$ dell'intera curva nel precedente step. Da sottolineare che Koch ha così mostrato un altro esempio di una scoperta fatta in Germania nel 1872. In quell'anno il matematico Karl Weierstraß dimostrò che vi potevano essere curve non differenziabili, curve che non ammettono tangente in nessuno dei loro punti. Dalla proprietà di auto-somiglianza, propria della curva di Koch, e dalla sua caratteristica frastagliata, si comprende che risulta impossibile calcolare una tangente per alcuno dei suoi punti.

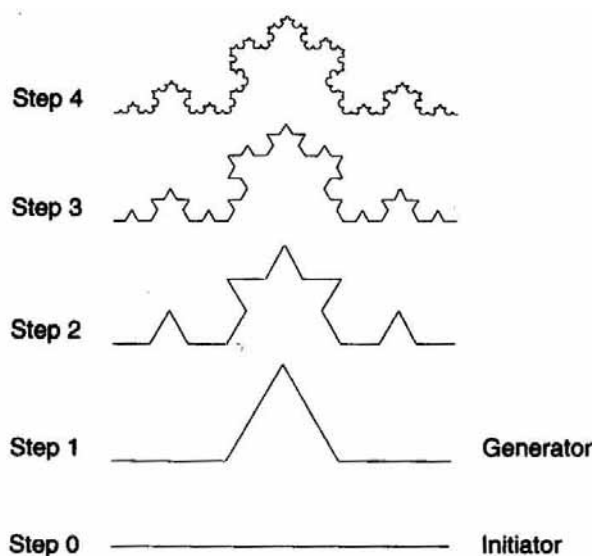


Figura 2.7: Costruzione geometrica della Curva di Koch

2.3.2 La Lunghezza della Curva di Koch

Si è quindi descritto il procedimento per passi per ottenere la curva di Koch. Al primo step si è ottenuto una curva di 4 segmenti di ugual lunghezza, al secondo una di 4×4 segmenti e $4 \times 4 \times 4$ al terzo step, e così via.

Se la lunghezza dell'*initiator* è L , dopo il primo step ogni segmento misura $L \times 1/3$, dopo il secondo la lunghezza di ogni segmento sarà $L \times 1/3^2$, $L \times 1/3^3$ al terzo step, e così via. Per il fatto che ogni passo della procedura genera una curva costituita da n elementi lineari, è facile calcolare la sua lunghezza totale.

Infatti la curva al primo step sarà lunga $4 \times L \times 1/3$, al secondo sarà $4^2 \times L \times 1/3^2$, mentre al k_{esimo} step sarà $4^k \times L \times 1/3^k$. Si può notare che, di step in step, la lunghezza della curva aumenta di un fattore $4/3$.

Vi è, comunque, un problema da sottolineare. La curva di Koch si ottiene solo se si ripete la costruzione infinite volte. Che significa questo? Nella figura 2.8, si possono vedere due curve che difficilmente sono distinguibili tra di loro. In realtà, vi è una sostanziale differenza: in alto è riportata la curva che è stata generata dopo 5 step, mentre, in basso, la curva è stata ottenuta dopo 20 step.

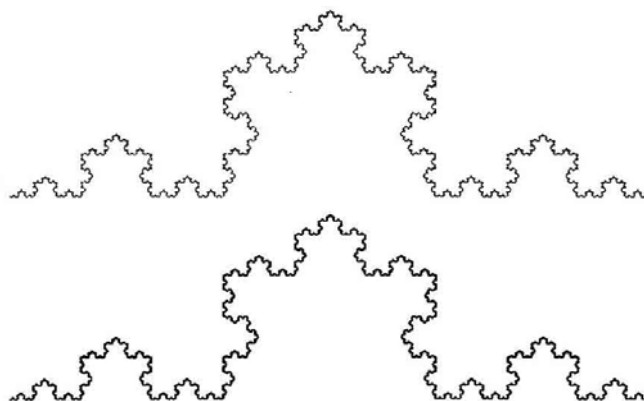


Figura 2.8: Confronto tra due Curve di Koch, costruite con un diverso numero di passi

Essendo la lunghezza di ogni segmento pari a $1/3^k$, con k il numero di step che ha portato alla generazione di quella curva, è ovvio che, oltre un certo numero di passi, il singolo segmento è individuabile solo al microscopio. Quindi nei problemi pratici, non ci si spinge oltre 10 step, ottenendo lunghezze dei segmenti così non visibili ad occhio nudo. Ma l'oggetto ottenuto non è una curva di Koch, infatti ha una lunghezza finita e mostrerebbe i segmenti rettilinei di costruzione, se si andasse ad effettuare un'opportuna analisi. Questo concetto è fondamentale per comprendere cosa si intende quando si parla di oggetto ad ogni singolo step e di struttura finale.

2.4 Le Serie Geometriche e La Curva di Koch

Si è mostrato come la curva di Koch è stata ottenuta mediante un procedura di costruzione per passi. Idealmente, però, tale evoluzione non dovrebbe mai aver termine. Ogni step, infatti, produce un oggetto, che via via ha una struttura sempre più fine, dipendente da quanto è radicato il processo di costruzione. In altre parole, si è ancora lontani dall'ottenere un vero frattale.

Il frattale esiste solo come idealizzazione.

Quindi i frattali sono oggetti limite, e la loro esistenza non è tanto naturale come si potrebbe pensare. Si vuole, allora, mettere in evidenza alcuni dei limiti dei frattali.

I limiti, infatti, spesso portano a nuove quantità, oggetti o proprietà. Questo è vero in particolare per i frattali. Da sottolineare che data una sequenza di oggetti, vi sono casi in cui i limiti non sono sempre immediatamente individuabili. Per esempio si considerino le due serie riportate di seguito:

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} = \frac{1}{1} + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \dots$$

Mentre la prima è divergente (quindi la somma è infinita), la seconda converge a $\pi^2/6$, come ha dimostrato Eulero.

Si vuole richiamare alcuni concetti delle serie geometriche. Per un dato numero $-1 < q < 1$, la serie

$$\sum_{k=0}^{\infty} q^k = 1 + q + q^2 + \dots$$

ha un limite, ma quanto vale? A questo fine si vada a definire:

$$S_n = 1 + q + q^2 + \dots + q^n$$

e si può scrivere $S_n - qS_n = 1 - q^{(n+1)}$ ed anche $S_n - qS_n = S_n(1 - q)$.

Uguagliando le due quantità si ottiene:

$$S_n = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} \quad (2.1)$$

Quindi, al crescere di n , q^{n+1} diminuisce, il che significa che S_n tende a $1/(1 - q)$. In breve è possibile dire che:

$$\sum_{k=0}^{\infty} q^k = \frac{1}{1 - q} \quad (2.2)$$

che è considerato uno dei limiti elementari più utile³. In teoria S_n è differente dal limite (2.2), differenza tanto minore quanto più grande si sceglie n .

Nella pratica, però, lavorando al calcolatore e considerando la precisione del computer, se n è sufficientemente grande i due termini diventano indistinguibili.

Le serie geometriche hanno un'analogia nella costruzione di base dei frattali.

Vi è un oggetto iniziale, in questo caso il numero 1, e un fattore di scala, il parametro q . La proprietà importante per il fattore di scala è che questo deve essere minore di 1 (riduzione delle dimensioni). Quindi il processo di costruzione sarà:

³ Da ricordare il problema di desumere un'approssimazione della forma a infinite cifre decimali di 0,154399999....

Infatti si può scrivere che $0,15439999\dots = 0,15430000\dots + 9 \cdot 10^{-5}(1+10^{-1}+10^{-2}+\dots)$. Allora applicando l'equazione (5.2) con $q = 10^{-1}$ si ottiene $(1+10^{-1}+10^{-2}+\dots) = 10/9$. Allora $9 \cdot 10^{-5}(1+10^{-1}+10^{-2}+\dots) = 9 \cdot 10^{-5} \cdot 10/9 = 10^{-4}$. Per concludere $0,1543999\dots = 0,154300\dots + 10^{-4} = 0,1544$.

- Step 1: Si inizia con I
- Step 2: Si scala di un fattore q e si somma a I
- Step 3: Si scala l'oggetto iniziale I del fattore di scala $q \times q$ e si somma al valore precedente.
- Step 4: ...

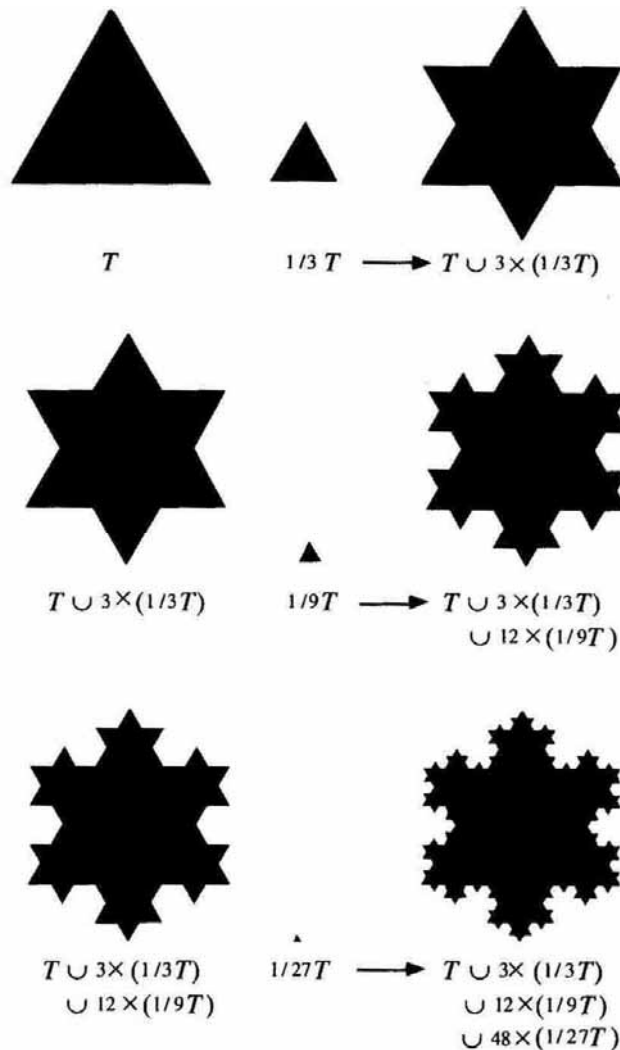


Figura 2.9: Costruzione dell'Isola di Koch

Il punto è che questa infinita costruzione porta a un nuovo numero, che rappresenta il processo completo, chiamato appunto limite della serie geometrica. Per quanto riguarda i frattali, come ad esempio l'isola di Koch, essi vengono ottenuti nella maniera analoga, soltanto che, invece di effettuare una somma infinita di numeri, si "aggiungono", indefinitivamente, oggetti geometrici.

La costruzione dell'isola di Koch la si può vedere in figura 2.9.

La sommatoria, in questo caso è sostituita dall'unione di una serie di elementi. Il punto importante, infatti, è che ad ogni step si aggiungono un certo numero di elementi, copie scalate della forma originale. Analogamente a prima, possiamo

andare a descrivere i passi principali necessari per la costruzione della curva di Koch.

- Step 1: Si consideri un triangolo T equilatero di lato pari ad a .
- Step 2: Si scali il triangolo di un fattore pari a $1/3$ e lo si copi 3 volte in maniera opportuna sopra il triangolo principale T . La figura ottenuta è caratterizzata da una linea di perimetro i $3 \cdot 4$ segmenti di linea retta, ognuno di lunghezza pari a $1/3 \cdot a$.
- Step 3: Si scali il triangolo T di un fattore $1/3 \cdot 1/3$, e lo si copi $3 \cdot 4$ volte, in maniera opportuna sopra la figura ottenuta precedente. Il perimetro della figura ottenuta è costituita da $3 \cdot 4 \cdot 4$ segmenti di linea retta, ognuno di lunghezza pari a $1/3 \cdot 1/3 \cdot a$.
- Step 4: ...

In questo caso la costruzione “infinita” porta ad un nuovo oggetto geometrico, l’isola di Koch, appunto. Ma le analogie tra i frattali e le serie geometriche possono andare oltre.

Si vuole calcolare l’area del frattale precedentemente ottenuto. All’inizio abbiamo solo un triangolo T , la cui area vale

$$A_1 = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot a^2$$

Allo step k , si aggiungono le aree di n_k piccoli triangoli equilateri di lato s_k . E’ facile intuire che il numero di triangoli sono per $n_1 = 3$, per $n_2 = 3 \cdot 4$, per $n_3 = 3 \cdot 4 \cdot 4$; Estrapolando quindi la relazione $n_k = 3 \cdot 4^{k-1}$. I lati s_k dei triangoli piccoli sono ottenuti per successive riduzioni del lato del triangolo originale con fattore di scala di un $1/3$. In altre parole, $s_k = (1/3)^k \cdot a$. Combinando questi risultati, si ottiene:

$$A_{k+1} = A_k + n_k \frac{\sqrt{3}}{4} s_k^2 = A_k + 3 \cdot 4^{k-1} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{1}{3^{2k}} \cdot a^2 = A_k + \frac{\sqrt{3}}{12} \left(\frac{4^{k-1}}{3^{k-1}} \right)$$

In altre parole, andando sviluppare passo passo i termini, si ottiene la serie:

$$A_{k+1} = A_1 + \frac{\sqrt{3}}{12} \left(1 + \frac{4}{9} + \frac{4^2}{9^2} + \dots + \frac{4^{k-1}}{9^{k-1}} \right) \cdot a^2$$

L’espressione tra parentesi è una somma parziale della somma geometrica $1 + 4/9 + (4/9)^2 + \dots$, che ha come limite $1/(1-4/9) = 9/5$, il che significa che l’isola di Koch, inteso come frattale “puro”, ha area:

$$A = A_1 + \frac{\sqrt{3}}{12} \cdot \frac{9}{5} \cdot a^2$$

ed essendo

$$A_1 = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot a^2$$

si ottiene alla fine:

$$A = \frac{2}{5} \sqrt{3} \cdot a^2$$

Questa è un'argomentazione perfettamente convincente che esiste un nuovo oggetto geometrico risultante da un processo infinito.

Quindi, possiamo dire che l'isola Koch possiede due importanti proprietà: è auto-somigliante, come visto nei paragrafi precedenti e, come mostrato sopra, l'area contenuta all'interno della curva è finita, questo a fronte di una lunghezza del perimetro infinita.

Da questa osservazione nasce il metaforico messaggio di Mandelbrot, apparso nel 1967 sulla rivista Science, intitolato *How long is the Coast of Britain?*

2.4.1 L'auto-somiglianza nelle serie geometriche

Osservando attentamente la serie geometrica esposta in precedenza, è possibile notare una forte corrispondenza con l'auto-somiglianza della curva di Koch. Se si considera ancora la serie geometrica

$$\sum_{k=0}^{\infty} q^k = 1 + q + q^2 + q^3 + \dots$$

e la si scala di un fattore q , si ottiene:

$$q \sum_{k=0}^{\infty} q^k = q + q^2 + q^3 + \dots$$

Quindi,

$$\sum_{k=0}^{\infty} q^k = 1 + q \sum_{k=0}^{\infty} q^k$$

è l'auto-somiglianza della serie geometrica. Il valore della serie infatti è 1 più il valore dell'intera serie scalata di un fattore q . Come nel caso della curva di Koch, l'auto-somiglianza va considerata per il limite e non per ogni step intermedio. Infatti, per esempio se $S_2 = 1 + q + q^2$, allora $1 + qS_2 = 1 + q + q^2 + q^3 \neq S_2$.

Quindi, si è voluto mostrare un legame tra la curva e l'isola di Koch con le serie geometriche, prova evidente per l'esistenza di questi frattali.

2.5 Proprietà: Lunghezza, Area, Dimensione

Normalmente, si è portati a pensare che tutto quello che si può osservare è anche misurabile. Mandelbrot fa notare che la costa tra Spagna e Portogallo ha due differenti lunghezze: nell'enciclopedia spagnola è riportata una lunghezza pari a 616 miglia, nell'enciclopedia portoghese, invece, è riportato la misura di 758 miglia. Analogamente se si andasse a cercare la lunghezza della costa della Gran Bretagna, si troverebbero valori tra le 4500 e le 5000 miglia. Come già accennato precedentemente, questo tema è stato trattato dallo stesso Mandelbrot nell'articolo del 1967, *How long is the coast of Britain?*⁴.

2.5.1 La Lunghezza delle Curve Frattali

Il calcolo della lunghezza delle varie forme geometriche "classiche", può essere effettuata mediante formule matematiche. Così anche per forme geometriche meno usuali, come le spirali, siano esse finite o infinite, le cui lunghezze sono computabili mediante le corrispondenti relazioni. Il risultato che abbiamo ottenuto nei paragrafi precedenti, ovvero che la curva di Koch, così come l'isola di Koch, ha lunghezza infinita, è una diretta conseguenza del preciso processo di costruzione utilizzato per generare questo frattale.

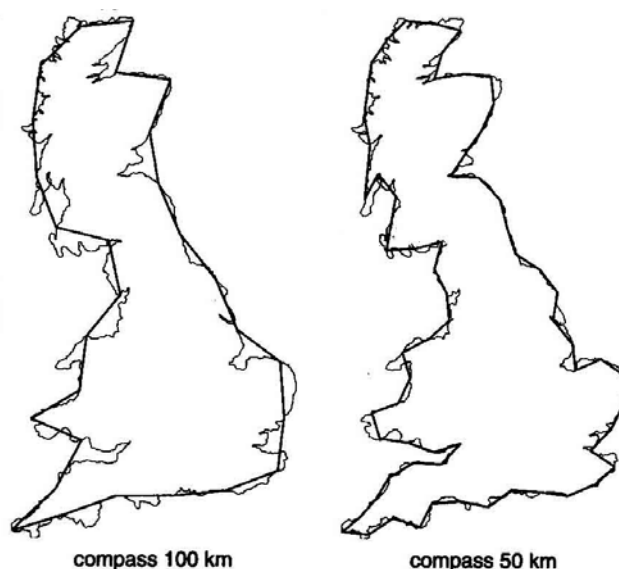


Figura 2.10: Approssimazione della Linea di Costa della Gran Bretagna

⁴ B.B. Mandelbrot, How long is the coast of Britain? Statistical Self-Similarity and fractional dimension, Science 155 (1967) 636-638

Questo sistema fallisce quando si cerca di interpretare la natura mediante la geometria frattale, potendo questa esserne solo un'astrazione; non vi è una formula per misurare la lunghezza della costa della Gran Bretagna, come non vi è un procedimento definito per ottenerla matematicamente. La forma della costa di un'isola è il risultato di migliaia di anni di attività tettonica della terra, da un lato, e di processi di erosione e sedimentazione, dall'altro.

Un modo per misurare la lunghezza della costa della Gran Bretagna potrebbe essere quello di prendere un compasso, aperto ad una lunghezza nota, ed andare a vedere sopra una mappa dell'isola, a scala nota, quanti passi si devono effettuare con il compasso per percorrere tutta la costa (figura 2.10).

Analogamente si può misurare la lunghezza di una circonferenza (nell'esempio la circonferenza ha diametro pari a 1000 km per rendere le due misurazioni confrontabili). Si può osservare, nel grafico seguente (figura 2.11, chiamato diagramma di Richardson), che se s è l'apertura del compasso e u la misurazione della lunghezza effettuata, andando a riportare i valori di $\log(1/s)$ e $\log(u)$, si ottiene una lunghezza maggiore per valori di s minori.

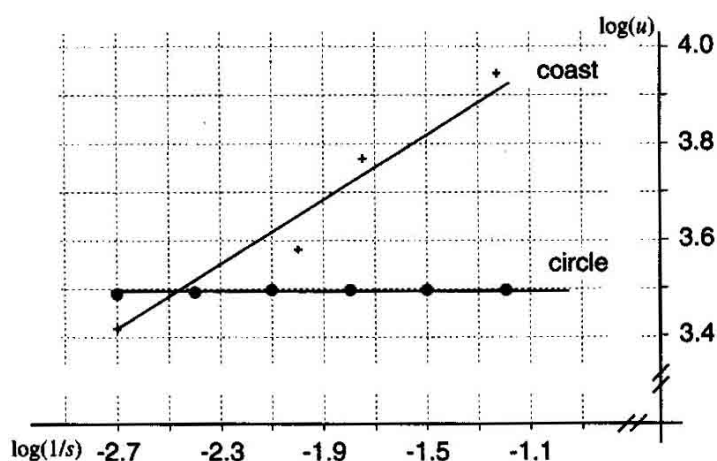


Figura 2.11: Diagramma Log/Log per la Costa della Gran Bretagna e per il Cerchio

Vi è da fare un'osservazione. I valori ottenuti, per l'approssimazione grossolana effettuata nella misurazione, non possono giacere esattamente su di una linea retta, ma se ne può trovare una interpolante. Per quanto riguarda il cerchio, tale retta è praticamente orizzontale, mentre per le misurazioni della costa, tale retta ha una pendenza positiva $d \sim 0,3$.

Si vada a diminuire più volte l'ampiezza di apertura del compasso. Si può notare che mentre per il cerchio la lunghezza resta costante, per la costa aumenta continuamente, per precisioni di misura sempre migliori.

Se chiamiamo b la quota, cioè l'intercetta della retta con l'asse verticale, allora b coincide con il logaritmo della misura della lunghezza quando si utilizza una precisione di misura $s = 1$. La relazione tra la lunghezza u e la dimensione s , utilizzata dal compasso, può essere espressa da

$$\log(u) = d \cdot \log \frac{1}{s} + b \quad (2.3)$$

che mostra come cambia la lunghezza misurata, andando a variare l'apertura del compasso, supponendo che in un diagramma \log/\log si possa avere una retta interpolante. Allora i due parametri d e b sono rappresentativi della legge di crescita. In particolare, come verrà discusso in seguito, la pendenza della retta d è la chiave della dimensione di un frattale.

La figura 2.11 mostra che esiste una legame tra u e s , relazione nota come *power law*; se si ottiene un andamento lineare nel diagramma di Richardson si dice che la quantità analizzata ha un andamento frattale. L'equazione precedente può anche essere riscritta nella forma:

$$u = c \cdot \left(\frac{1}{s}\right)^d \quad (2.4)$$

Si è già detto che per la costa della Gran Bretagna si è trovato un valore $d \sim 0,36$. Il risultato di questa analisi grafica è, di conseguenza, che la misura della lunghezza della costa u cresce proporzionalmente con la precisione $1/s$, elevato alla 0,36,

$$u \propto \frac{1}{s^{0.36}}$$

dove l'esponente d dell'equazione è caratteristico della misurazione effettuata, e sarà differente se si va a misurare la costa della Norvegia o della California; inoltre il valore u tende a infinito per s che tende a zero.

La curva a fiocco di neve è composta da tre identiche curve di Koch, che possono essere divise in quattro parti auto-somiglianti, identiche alla curva intera, mediante una trasformazione che le riduce di $1/3$.

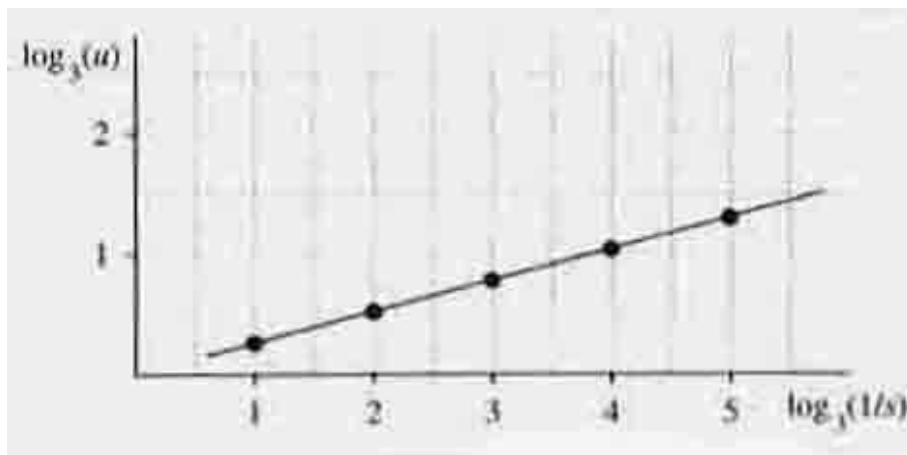


Figura 2.12: Diagramma Log/Log per la Curva di Koch

Quindi risulta ovvio scegliere una dimensione base per la misura (l'apertura del compasso) pari a $1/3$ la prima misurazione della lunghezza della curva, $1/3^2$ per la seconda misurazione, $1/3^3$ per la terza, ..., $1/3^k$. È da osservare che sarebbe impossibile utilizzare in maniera precisa il valore $1/3^4 = 0,012345679012... .$

Comunque è perfettamente nota la lunghezza della curva per ogni dimensione di riferimento, infatti per $s = 1/3$ si ha $u = 4/3$, per $s = 1/9$ si ha $u = 16/9$, per $s = 1/3^k$ si ha $u = (4/3)^k$.

Questo permette di rappresentare nel piano di Richardson (figura 2.12) la misura della lunghezza della curva in funzione della dimensione base. Quindi è possibile riscrivere l'equazione (2.3), considerando che:

$$\log_3 \frac{1}{s} = k \quad \text{e} \quad \log_3 u = k \log_3 \frac{4}{3}$$

Infatti combinando le due equazioni si ottiene:

$$\log_3 u = d \log_3 \frac{1}{s} \tag{2.5}$$

Con

$$d = \log_3 \frac{4}{3} \approx 0.2619$$

Questo valore è più piccolo di quello che è stato calcolato nel caso della costa della Gran Bretagna. In altre parole, la costa della Gran Bretagna ha un andamento più contorto e irregolare della curva a fiocco di neve di Koch.

2.6 La Dimensione

Dopo aver descritto la *power law*, si vuole introdurre *la dimensione*. I matematici, nel corso degli anni, sono arrivati a definirne decine, come la dimensione topologica, la dimensione di Hausdorff, la dimensione frattale, la dimensione box-counting, e altre. Ovviamente, sono tutte relazionate, alcune hanno senso in determinati campi, mentre altre risolvono problemi specifici.

Si va ora a focalizzare l'attenzione solo su tre di queste dimensioni:

- Self-Similarity Dimension,
- Compass Dimension,
- Box-Counting Dimension.

In particolare, tutte sono dimensioni frattali⁵ e sono trattate nell'opera principale di Hausdorff⁶ del 1919. Tra le tre dimensioni elencate, la Box-Counting Dimension è quella utilizzata maggiormente in molte applicazioni scientifiche.

2.6.1 Self-Similarity Dimension e Compass Dimension

Una struttura auto-somigliante può essere spezzata in più parti, ciascuna delle quali è esattamente la copia in piccolo della struttura originale. Il concetto che qui ora interessa sottolineare, è che la singola parte della struttura completa può essere ottenuta mediante una trasformazione di similitudine.

Il modo migliore per capire questo concetto è quello della macchina per fotocopie.

Prendendo un'immagine della curva di Koch e fotocopiandola quattro volte, con l'accortezza di ridurre la figura di un terzo, e rimontando insieme le quattro immagini, si ottiene esattamente la curva di Koch originale. Quindi, ripetendo il processo, facendo ancora 4 copie di ciascuna delle quattro precedenti, riducendole di $1/3$ (ottenendo quindi 16 figure ridotte di $1/9$ rispetto all'originale) e montando le 16 copie in maniera opportuna, si ottiene ancora la curva di Koch iniziale.

Idealmente, il processo può essere ripetuto indefinitivamente.

Il fatto importante è che le riduzioni sono una trasformazione di similitudine⁷.

Potrebbe sembrare casuale la scelta del fattore di scala pari a $1/3$, ma è proprio qui che risiede una caratteristica fondamentale delle strutture frattali.

Per esempio, la curva di Koch ammette solo fattori di riduzione pari a $1/3$, $1/9$, $1/27$,... Tale fattore, comunque, è comune a tutte le strutture auto-somiglianti, siano esse frattali o no, e influenza il numero di divisioni da effettuare durante la trasformazione.

Per una linea, un quadrato o un cubo, la *power law* che lega il numero di parti a con il fattore di riduzione s è abbastanza semplice:

$$a = \frac{1}{s^D}$$

dove $D=1$ per la linea, $D=2$ per il quadrato, $D=3$ per il cubo. In altre parole, l'esponente di questa legge è concorde con quei numeri a cui si è familiari, ovvero la dimensione topologica della linea, della superficie, del volume.

⁵ Fractal deriva dal latino frangere che vuol dire rompere.

⁶ Hausdorff (1868-1942) era un matematico dell'Universit`a di Bonn.

⁷ Osservazione: sarebbe un errore pensare che se una struttura è auto-somigliante allora è un frattale. Basti pensare a una linea, un quadrato o un cubo, sono tutte figure geometriche che possono essere "rotte" in piccole parti, ottenute mediante una trasformazione di similitudine. Comunque queste strutture non sono dei frattali.

Se osserviamo, in analogia, la curva di Koch, la relazione non è altrettanto ovvia. Ma se si ipotizza che l'equazione precedente sia ancora vera, allora, essendo per $s = 1/3$, $a = 4$ e per $s = 1/9$, $a = 16$, è possibile ottenere la relazione:

$$\log 4 = D \log 3$$

o, in maniera equivalente:

$$D = \frac{\log 4}{\log 3} \approx 1.2619$$

Ma tale risultato si ottiene anche per riduzioni in parti più piccole, con una riduzione di $1/9$ o di $1/16$? La risposta è affermativa. Infatti, per la generica riduzione è possibile scrivere:

$$D = \frac{\log 4^k}{\log 3^k} = \frac{k \log 4}{k \log 3} \approx 1.2619$$

Quindi la legge utilizzata, la relazione tra il numero di parti e il fattore di riduzione, dà sempre lo stesso valore D , indipendentemente dalla scala che stiamo utilizzando.

Generalizzando, per una struttura auto-somigliante vi è una relazione tra il fattore di riduzione s e il numero di pezzi a nella quale la struttura può essere divisa e questa relazione è:

$$a = \frac{1}{s^D}$$

o, in maniera equivalente:

$$D = \frac{\log a}{\log \frac{1}{s}} \quad (2.7)$$

dove D è chiamato *Self-Similarity Dimension*, che verrà indicata, dove si possa fare confusione con altri tipi di dimensione, con D_s . Osserviamo, inoltre, che la dimensione della curva di Koch è pari a $D \sim 1.2619$ la cui parte decimale 0.2619... è esattamente pari all'esponente della *power law* descritta nel paragrafo precedente per il calcolo della misura della lunghezza in termini di unità di compasso.

Ma quale è la relazione tra l'esponente della *power law* e la *Self-Similarity Dimension* di un frattale? Si consideri l'equazione (2.4), dove si è scelta una appropriata unità di lunghezza, in modo che il fattore c sia pari all'unità,

$$u = \frac{1}{s^d} \quad (2.8)$$

dove d è la pendenza nel diagramma \log/\log di Richardson, u la lunghezza misurata e $1/s$ la precisione. Passando ai logaritmi si ottiene:

$$\log u = d \log \frac{1}{s} \quad (2.9)$$

Successivamente, si è scritta la relazione $a = 1/s^{D_s}$, dove a sono i numeri di pezzi e s il fattore di scala. Ancora, passando ai logaritmi, è possibile scrivere:

$$\log a = D_s \log \frac{1}{s} \quad (2.10)$$

Se s è il fattore di riduzione, significa che una lunghezza u sarà composta dalla lunghezza a della singola piccola copia moltiplicata s volte, $u = a \cdot s$. Passando ancora una volta ai logaritmi, si ottiene

$$\log u = \log a + \log s$$

In questa equazione è possibile sostituire il $\log a$ e il $\log u$ con le equazioni precedenti ((2.9) e (2.10)):

$$d \log \frac{1}{s} = D_s \log \frac{1}{s} + \log s$$

Ma, osservando che $\log 1/s = -\log s$, si può scrivere che:

$$-d \log s = -D_s \log s + \log s$$

e, andando a dividere entrambi i membri per $\log s$ e riordinando i termini:

$$D_s = 1 + d$$

Questo risultato ci permette di dire che la *Self-Similarity Dimension* può essere ottenuta mediante due strade:

1. basandosi sull'auto-somiglianza di una forma geometrica e cercando la sua *power law* che lega il numero di copie a con il fattore di scala s ;
2. basandosi sull'interpolazione dei dati ottenuti mediante il metodo "del compasso".

Questa seconda metodologia può essere applicata anche a forme non autosomiglianti, come la linea della costa della Gran Bretagna. Il che significa che

è possibile trovare una dimensione che è diversa dalla *Self-Similarity Dimension*, chiamata *Compass Dimension* e definita come:

$$D_C = 1 + d$$

dove d è la pendenza nel diagramma \log/\log della lunghezza u in funzione della precisione $1/s$. Ad esempio, precedentemente si era calcolato $d \sim 0.36$ per la costa della Gran Bretagna, allora la (*Compass Dimension*) sarà circa $D_C \sim 1.36$.

2.6.2 Box-Counting Dimension

In questa sezione si riporta la terza e ultima versione della dimensione frattale di Mandelbrot: la *Box-Counting Dimension*. Questo concetto è, ovviamente, relazionato con la *Self-Similarity Dimension*, anche se i risultati ottenuti talvolta sono differenti.

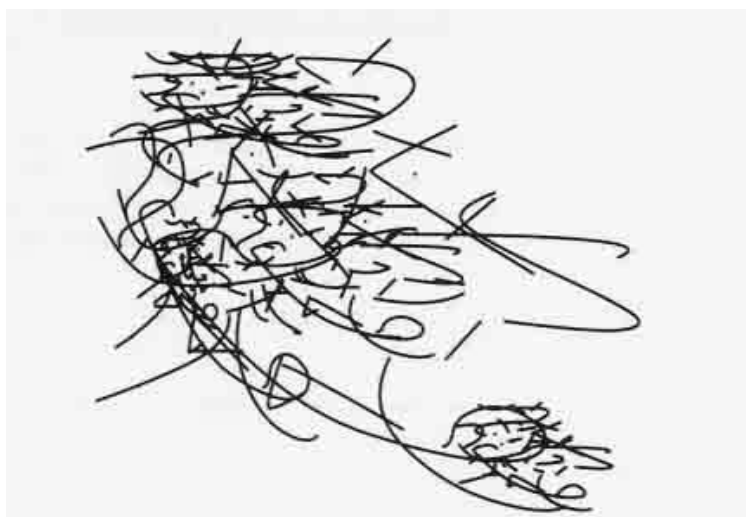


Figura 2.13: Frattale “Turbolento”

Nel paragrafo precedente è stato mostrato come sia possibile ricavare la dimensione per un tratto di costa (*Compass Dimension*) o per una struttura auto-somigliante (*Self-Similarity Dimension*). Mandelbrot però ha calcolato anche la dimensione per una figura “turbolenta”, che presenta però proprietà di similitudine, come ad esempio per la figura 2.13, dove la piccola “nuvola” in basso a destra presenta caratteristiche analoghe alla porzione di “nuvola” in alto a sinistra.

Il *Box-Counting Method* permette una misurazione sistematica, applicabile ad una qualsiasi struttura nel piano, ma può anche essere adattata per strutture nello spazio.

La struttura viene posta all’interno di una griglia regolare di dimensione caratteristica s e, semplicemente, si contano il numero N di celle nella quale è presente una qualche parte della struttura. Naturalmente questo numero dipende

dalla scelta fatta per l'infittimento s della maglia. In figura 2.14 viene applicato tale metodo per $s = 1/6$ e per $s = 1/12$, riportando il diagramma di Richardson ($\log N(s) / \log 1/s$).

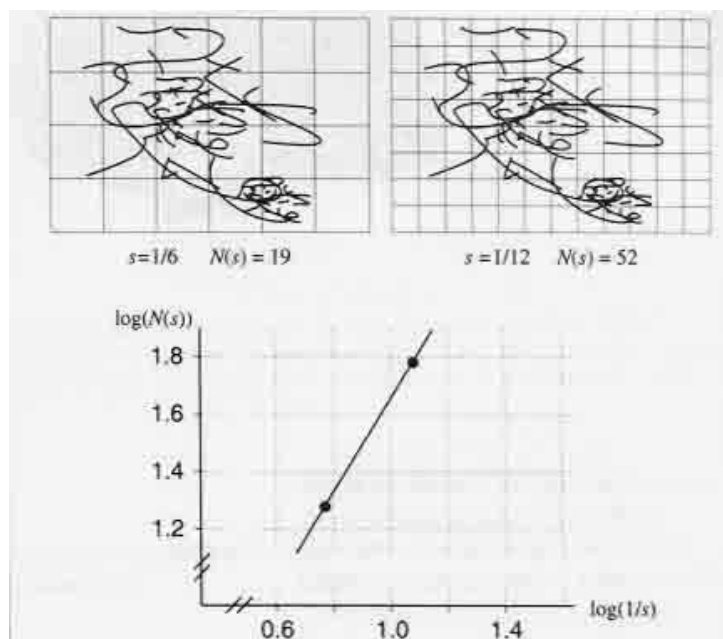


Figura 2.14: Box-Count

Andando ad interpolare i punti ottenuti dalla precedente analisi, la pendenza della retta che si ottiene verrà chiamata D_b , la *Box-Counting Dimension*, un'altra speciale forma della dimensione frattale pensata da Mandebrot.

Nell'esempio riportato, la pendenza della retta interpolante è pari a $D_b = 1.45$.

Nelle applicazioni pratiche è più conveniente considerare una sequenza di griglie, il cui infittimento viene ridotto di un fattore di $1/2$ passando da una griglia a quella successiva. In questo modo, ogni cella viene divisa ad ogni passo in quattro celle più piccole, ognuna con la dimensione dimezzata rispetto a quella precedente. Usando il Box-Counting su di un frattale, si adotta la convenzione che la sequenza del conteggio sia $N(2^{-k})$, con $k = 0, 1, 2, \dots$, quindi al primo passo, la griglia più grezza sarà costruita con $s = 2^0 = 1$.

La pendenza di una linea tra un dato e quello successivo nel corrispondente piano \log / \log è:

$$\frac{\log N(2^{-(k+1)}) - \log N(2^{-k})}{\log 2^{-(k+1)} - \log 2^{-k}} = \log_2 \frac{N(2^{-(k+1)})}{N(2^{-k})}$$

La pendenza è una stima della dimensione del frattale. In altre parole, se il numero di celle aumenta ad ogni passo di un fattore di 2^D , quando la dimensione della cella dimezza, allora la dimensione del frattale è pari a D .

Da notare che la *Box-Counting Dimension* non può mai superare il valore di 2, mentre la *Self-Similarity Dimension* talvolta, per curve nel piano, può anche

essere leggermente più grande di questo valore. L'esempio in figura 2.15 descrive una curva che presenta $s = 1/3$ e $a > 9$, in questo caso si ha

$$D = \frac{\log a}{\log 1/s} > 2$$

Questa discrepanza sulla dimensione frattale è dovuta al fatto che la curva in figura ha delle auto-intersezioni, che con il Box-Counting non verrebbero computate (vd. figura 2.15).

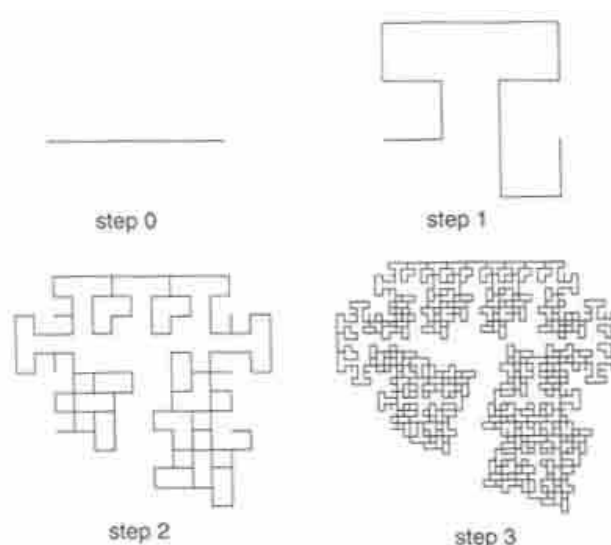


Figura 2.15: Auto-Intersezione

La *Box-Counting Dimension* è molto utilizzata in tutte le scienze, questo perché è facile automatizzarne il calcolo su di un calcolatore. Inoltre, può essere implementato per forme sia auto-somiglianti che non e può essere applicato a forme nello spazio, con una griglia anche nel senso della profondità, ma anche per forme in spazi a più dimensioni.

Come esempio viene riportato il caso classico della costa della Gran Bretagna.

La figura 2.16 mostra la costa dell'isola sovrapposta con due griglie di differente ingrandimento. Normalizzando la lunghezza dell'intera griglia all'unità, le dimensioni delle celle sono $1/24$ e $1/32$. Si possono contare 194 e 283 celle che contengono parte della linea della costa. Allora il conto della *Box-Counting Dimension* è facilmente eseguibile notando che la pendenza della retta interpolante nel piano \log / \log risulta essere:

$$\frac{\log 283 - \log 194}{\log 32 - \log 24} \approx \frac{2.45 - 2.29}{1.51 - 1.38} \approx 1.31$$

Risultato in accordo con quanto calcolato mediante la *Compass Dimension*.

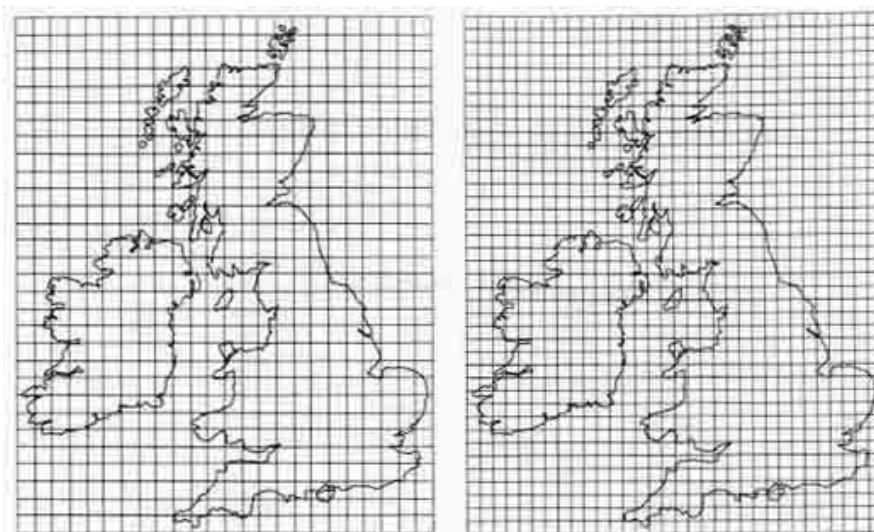


Figura 2.16: Box-Count applicato alla Costa della Gran Bretagna

2.6.3 Le Dimensioni Frattali e le loro Limitazioni

Il concetto di Dimensione Frattale ha ispirato gli scienziati, portando il loro interesse verso nuovi campi di lavoro ed affascinanti speculazioni. Infatti, è sembrato che la dimensione frattale consentisse di analizzare un nuovo ordine di complessità dei fenomeni e delle strutture. Questa speranza, però, è stata attenuata da restringenti limitazioni. Ad esempio, vi sono alcune dimensioni che danno differenti risposte. Si può immaginare che una struttura complessa sia costituita da un insieme di frattali, ognuno con un differente valore della *Box-Counting Dimension*. In questi casi, la struttura completa avrà dimensione pari a quella del componente con dimensione maggiore. Questo valore, ovviamente, non può essere caratteristico della struttura completa.

La ricerca di un campo che sia caratteristico per le strutture complesse è tema della disciplina denominata Multi-Frattale⁸.

Le radici del concetto della dimensione frattale risiedono nel lavoro di Hausdorff del 1918⁹, ove viene definita quella che successivamente verrà chiamata la *Hausdorff Dimension*. Spesso, però, computare tale dimensione è molto facile negli esempi semplici, e praticamente impossibile nelle applicazioni pratiche.

2.7 La Sezione Aurea la Successione di Fibonacci

In geometria si chiama sezione aurea quella parte di un segmento che è media proporzionale tra l'intero segmento e la parte restante ($AB : AX = AX : XB$).

⁸ B.B. Mandelbrot, An introduction to multifractal distribution functions, in: Fluctuations and Pattern Formation, H. E. Stanley e N. Ostrowsky (eds.), Kluwer Academic, Dordrecht, 1988.

⁹ F. Hausdorff, Dimension und "äußeres Maß, Math. Ann. 79 (1918) 157-179

L'espressione è stata adottata per la prima volta nel 1853 da M. Ohm¹⁰, che, nel definirla, fece riferimento al valore estetico che si attribuiva a tale divisione nel Rinascimento.

Studiosi più recenti l'hanno definita come il lato del decagono regolare che ha come raggio il segmento dato [Portoghesi 1962].

Nel corso della storia, al concetto della sezione aurea si sono associati, nell'ambito delle arti figurative e in relazione alla teoria della proporzione, una serie di significati psicologici, estetici e più direttamente formali, usati di volta in volta sia come strumenti di lettura delle opere sia in chiave direttamente compositiva.

Già nella Grecia classica, con le teorie di Pitagora e nell'ambito delle scuole pitagoriche, ebbe particolare sviluppo la discussione sulle proporzioni più gradevoli in relazione all'esigenza di creare una realtà estetica ideale, uno strumento della mimesi capace di raffigurare la vita apparente, l'immagine della funzione organica dell'uomo vivo; successivamente Euclide enunciava nella terza delle definizioni del VI libro degli Elementi, il concetto di media ed estrema ragione.

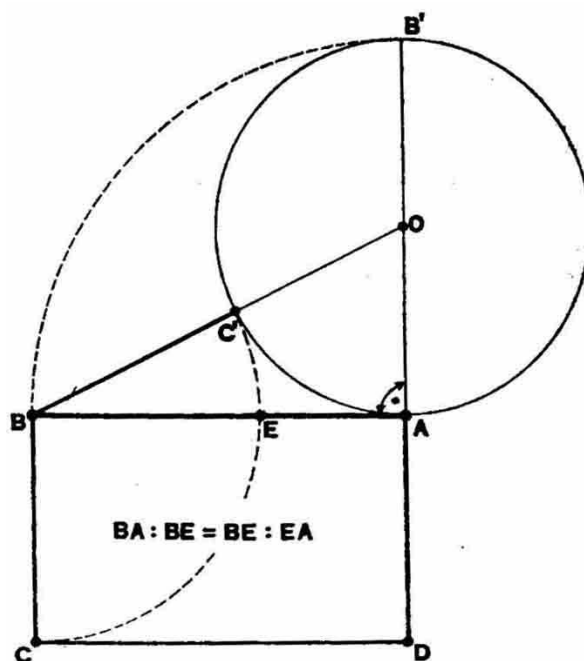


Figura 2.17: Schema della costruzione geometrica del Rettangolo Aureo

Durante il Rinascimento, quando le arti figurative si qualificano come scienza del visibile, gli studiosi e gli architetti riferiscono il fondamento formale dell'arte alla matematica, che offre un'ideale estetico che razionalizza il reale, transcendendone le limitazioni oggettive. Così nella ricerca del segreto delle perfette proporzioni degli antichi, L. Pacioli stabilisce, nel *De Divina Proportione*, i diretti rapporti fra

¹⁰ M. Ohm, *Reine Elementarmathematik*, 1853

architettura e figura umana ed enuncia il principio secondo cui l'uomo è misura di tutte le cose, e la sezione aurea è la proporzione secondo cui la figura umana si rapporta alla realtà naturale.

L'importanza di questa sua affermazione è notevole, soprattutto per le applicazioni che su di essa si fondano (il Pacioli riflette la cultura l'ambiente in cui si sono formati Leonardo da Vinci o Donato Bramante) e per il fatto che la sezione aurea si configura come rapporto perfetto di proporzionalità, quello cioè che meglio rappresenta il concetto di unità nella diversità.

Nei secoli successivi al periodo rinascimentale, con la reazione alla teoria delle proporzioni, il concetto della sezione aurea perde il suo valore di strumento fondamentale dell'indagine compositiva; soltanto le correnti formalistiche dell'arte moderna, nel loro tentativo di definire le leggi metriche universalmente valide, ne hanno recuperato il valore. Sarà qui sufficiente citare, a titolo d'esempio, l'importanza che la "section d'or", come strumento di lettura dei rapporti dimensionali caratteristici delle opere architettoniche più significative, abbia avuto per Le Corbusier¹¹ nella precisazione della sua teoria proporzionale del "modulor".

Leonardo Pisano, noto come Fibonacci¹², è stato uno dei matematici più importanti del medioevo. Nel 1202 pubblicò il suo libro *Liber Abaci*, che cambiò l'Europa. Infatti, fece conoscere all'Europa i numerici Arabi. Inoltre propose il problema dei conigli:

Vi sono due conigli nati al tempo 0 ; dopo un mese diventano adulti e il mese successivo danno alla luce altri 2 conigli. La crescita della popolazione continua in modo tale da ogni coppia adulta nasca una coppia di conigli ogni mese. Il problema sarà quello di calcolare il numero di conigli dopo n mesi, supponendo che nessun animale muoia.

Se si assume che J_n e A_n sono il numero di paia di conigli giovani e adulti al mese n , allora si può scrivere:

$$\begin{aligned} J_n &= A_{n-1} \\ A_{n+1} &= A_n + J_n \end{aligned}$$

con condizioni iniziali $A_0 = 0$ e $J_0 = 1$. Sostituendo la prima equazione nella seconda, si può scrivere:

$$A_{n+1} = A_n + A_{n-1}$$

Usando questa equazione di ottiene la successione:

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233,...

¹¹ Le Corbusier, *Vers une architecture*, Paris, 1958

¹² *Filius* di Bonacci

n	An	An+1/An	in decimali
0	1	1/1	1
1	1	2/1	2
2	2	3/2	1.5
3	3	5/3	1.666666
4	5	8/5	1.6
5	8	13/8	1.625
6	13	21/13	1.615385
7	21	34/21	1.619048
8	34	55/34	1.617647
9	55	89/55	1.618182
10	89	144/89	1.617978
11	144	233/144	1.618056
12	233	377/233	1.618026

Tabella 2.1: Successione di Fibonacci

Ogni numero della sequenza è pari alla somma dei due precedenti ed è chiamata *Successione di Fibonacci*.

Si è già fatto notare che il procedimento per la creazione di frattali è un procedimento a *step*, in cui ciascun passo dipende da quello precedente. Sono quindi sistemi dinamici chiamati *one-step loops*. Nel caso della successione di Fibonacci, invece, il passo $n + 1$ non dipende solo dal passo n , ma anche da quello $n - 1$. Questi sistemi sono chiamati *two-steps loops*.

La semplice successione di Fibonacci ha molte ed interessanti proprietà. Se ne vuole sottolineare una in particolare, che ha avuto, nel corso dei secoli, importanti applicazioni in molti campi, dalla biologia, all'architettura.

Apparentemente la successione di Fibonacci non ha alcuna limitazione, la crescita della popolazione di conigli potrebbe non arrestarsi mai. Si vuole, però, mettere in luce quanto aumenta la popolazione in relazione alla generazione precedente. Infatti, considerando il rapporto tra due numeri successivi della successione di Fibonacci, si può notare che la successione $An+1/An$ tende a:

$$1.61803398... = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

che è proprio il valore della *sezione aurea*, il numero che ha ispirato matematici, filosofi e astronomi.

3.1 La Barra d'Acciaio VIRGO

3.1.1 Introduzione

VIRGO è un interferometro di onde gravitazionali di 3 km di lunghezza [Caron 1997]. Il sistema è concepito come un'antenna a larga banda tra i 4 Hz ai 7 kHz, capace di ricevere i piccoli burst mediante la deformazione dei bracci dell'interferometro dell'ordine di $\Delta L/L \sim 10^{-21}$.

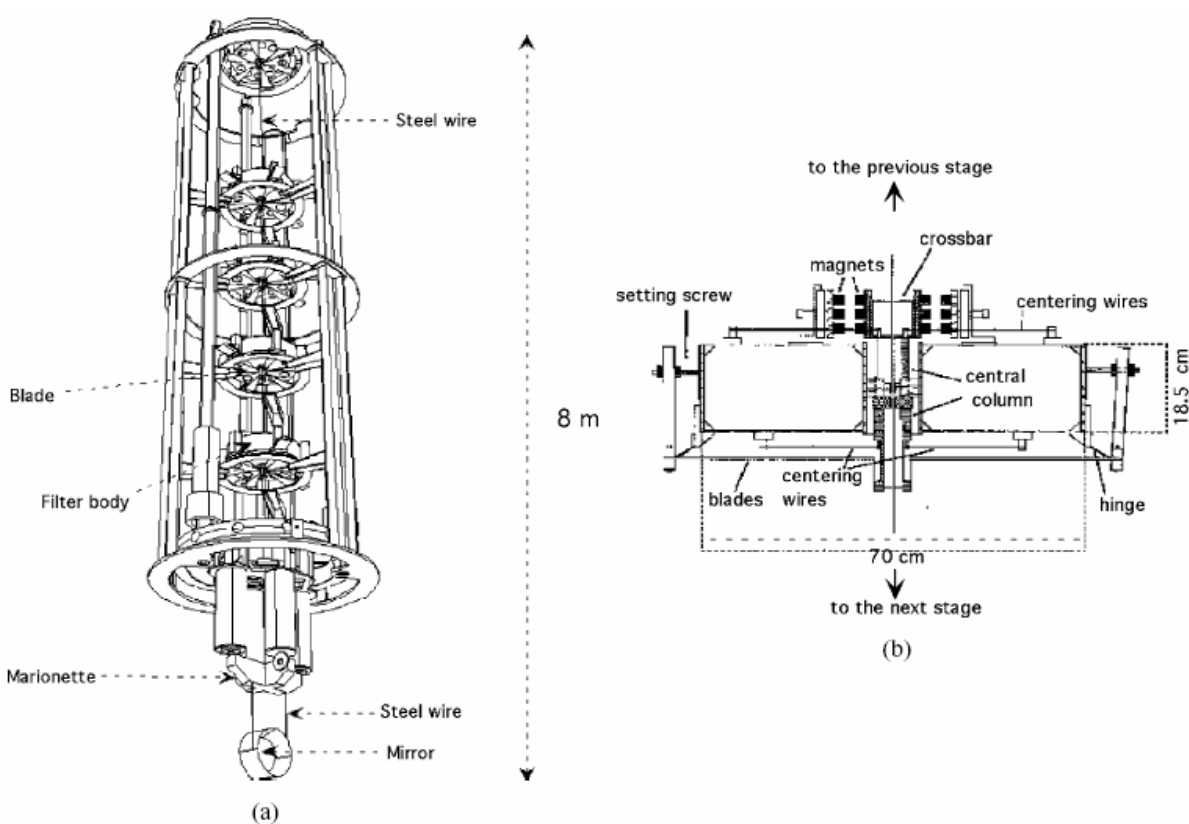


Figura 3.1 (a): La struttura del Super Attenuatore sismico VIRGO.

Figura 3.1 (b): Disegno tecnico del filtro meccanico di VIRGO. Le lame sono vincolate alla circonferenza esterna della parte bassa del filtro.

Alcune sorgenti di rumore stazionario contribuiscono a definire la sensibilità di *target* del sistema: infatti, nel campo delle basse frequenze, il maggior contributo al rumore è dato da quello sismico e termico. Un complesso sistema a sospensione, chiamato *Super Attenuator*, ha il compito di isolare il rumore dovuto alle vibrazioni sismiche, quelle dell'ordine di pochi Hz [Braccini 1997]. Il Super Attenuatore Sismico è costituito da uno specchio collegato al termine di una

catena di sistemi a pendolo [Bernardini 1999]. L'intero sistema (figura 3.1(a)) è montato all'interno di una torre di circa 10 m di altezza, mantenuta in condizione di alto vuoto. L'alta attenuazione in direzione verticale, in modo da ridurre il rumore sismico, è ottenuta collegando ogni massa del pendolo ad una struttura a membrana metallica dove sono accomodate delle molle triangolari a lama, montate a sbalzo (figura 3.1(b)). Infatti, la base di ogni lama è vincolata alla circonferenza esterna della torre, mentre il *tip* è caricato dalla massa del pendolo. Per ottimizzare l'attenuazione verticale, le lame devono sopportare un grande carico con una molla di modesta rigidità. Questo implica l'uso di lame di piccolo spessore, che, in condizioni di lavoro, sostengono un carico dell'ordine del 50-60% del loro carico ultimo. Sfortunatamente questo livello di carico è causa del manifestarsi di cambiamenti microscopici, ma su larga scala temporale, della struttura del materiale. Questo processo, chiamato "microcreep", è principalmente dovuto a una serie di microscopici e discreti processi di rilassamento del materiale, che prendono luogo a livello di reticolo cristallino. Un evento di creep rilascia una quantità di energia nel sistema a sospensione dell'antenna che può "simulare" un burst di onda gravitazionale.

3.1.2 La Procedura Sperimentale

Nella tabella 3.1 viene riassunta la composizione del Marval 18 (259) C-250, l'acciaio invecchiato (maraging) usato per le lame VIRGO.

Come precedentemente detto, il materiale è stato scelto come compromesso di una serie di caratteristiche necessarie all'antenna VIRGO. La lega di maraging è stata scelta per una sua caratteristica: il rateo di creep è almeno due ordini di grandezza più basso di una normale altra lega di acciaio [Beccarla 1998, Cagnoli 1997]. La sua struttura è stata indurita da un processo di invecchiamento, al fine di ridurre il movimento delle dislocazioni [Braccini 2000].

Componente	Percentuale	Componente	Percentuale
C	<0.03	Mo	5.00
Co	8.00	Ni	18.00
Fe	>68.45	Ti	0.5

Tabella 3.1: Composizione chimica della lega Marval 18 (250)

Ogni lama è triangolare di 385.5 mm di lunghezza, 110 mm di larghezza e 3.5 mm di spessore (figura 3.2). Mentre in condizioni di riposo la lama è curvata verso l'alto, assume una posizione completamente piatta una volta caricata in punta, applicando un carico di 500 N , lavorando così come una molla a sbalzo.

Un'analisi agli elementi finiti mostra che, data la sua geometria triangolare, la tensione varia da pochi MPa alla base, fino a $\sim 230\text{ MPa}$ al *tip* della barra.

Nelle prove sperimentali in laboratorio, al fine di limitare il rumore di fondo, le lame sono state incastrate dalla base a un pesante telaio di metallo, inserendo degli elementi di legno tra le lame e il telaio. Come interfacce, inoltre, sono stati utilizzati degli elementi di gomma.

Il telaio metallico è stato equipaggiato da un sistema di trazione automatica che permette di caricare progressivamente la punta della molla triangolare. Sono stati quindi monitorati gli andamenti del carico e della deformazione in punta. Delle prove preliminari hanno mostrato che il sistema di vincolo della lama non generava alcun evento di EA.

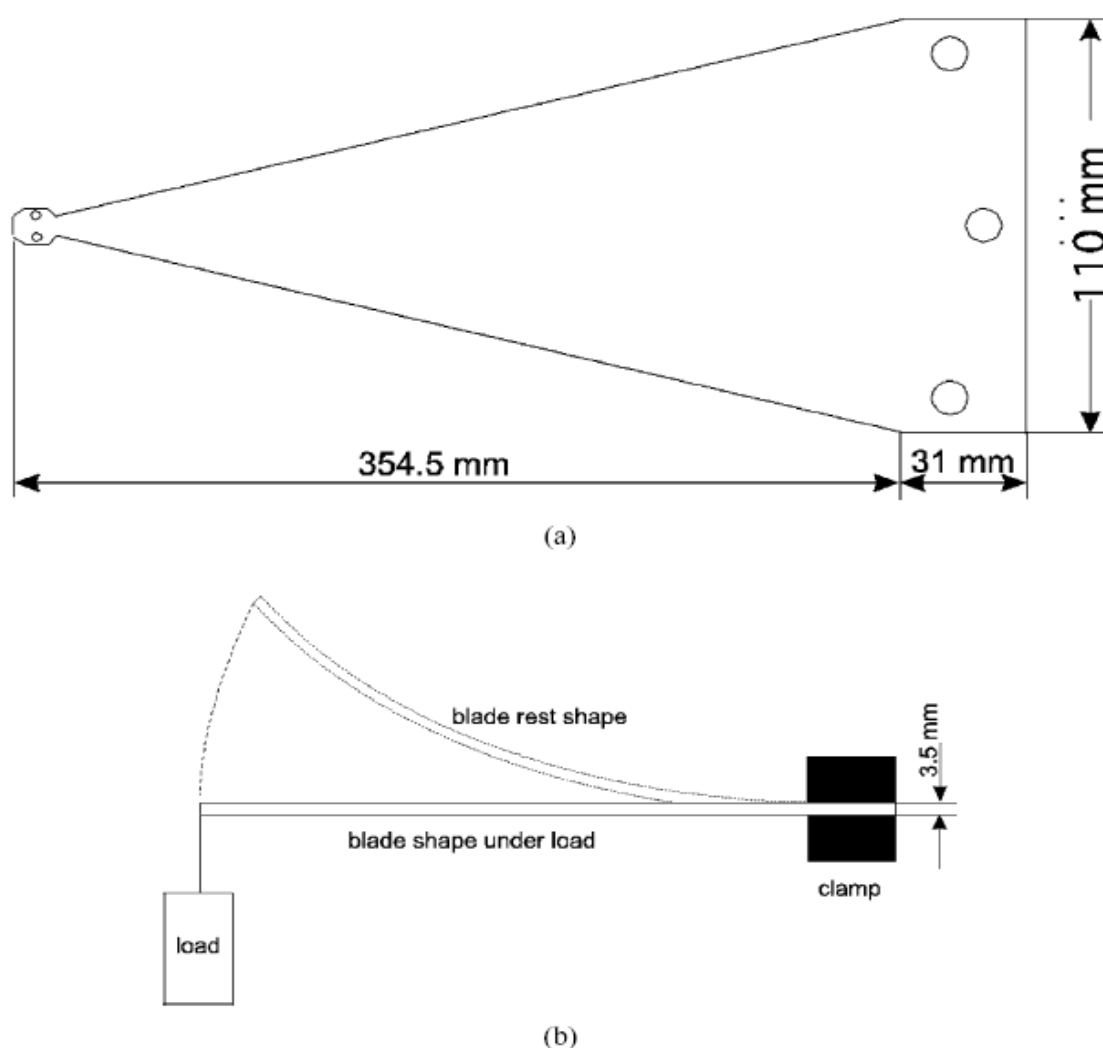


Figura 3.2: Disegno della lama di VIRGO

Il sistema di misura era basato su sensori piezoelettrici, con un picchi di risonanza a 200 kHz e a 25 kHz. I due sensori sono stati posizionati in contatto diretto con la lama, usando un gel siliconico come accoppiatore, e il più vicino possibile tra di loro.

I segnali provenienti dai sensori sono stati, quindi, amplificati mediante un guadagno di 40 dB, e quindi integrati, con un tempo di integrazione di circa 10 ms

e un *rise time* più piccolo di 1 ms. Quindi l'output così ottenuto è stato inviato ad un acquisitore e memorizzato come funzione del tempo. La frequenza di campionamento è stata settata a soli 5 Hz. Chiaramente, questo non permette la ricostruzione della fine sequenza temporale del singolo evento di EA, ma certamente ha permesso di ridurre l'ammontare dei dati e ha facilitato l'analisi.

3.1.3 I Risultati Sperimentali

Uno studio preliminare è stato condotto su una lama di acciaio AISI 1070 (definito *10 C*), di geometria come quella descritta precedentemente, sottoposto ad un carico fino a 600N.

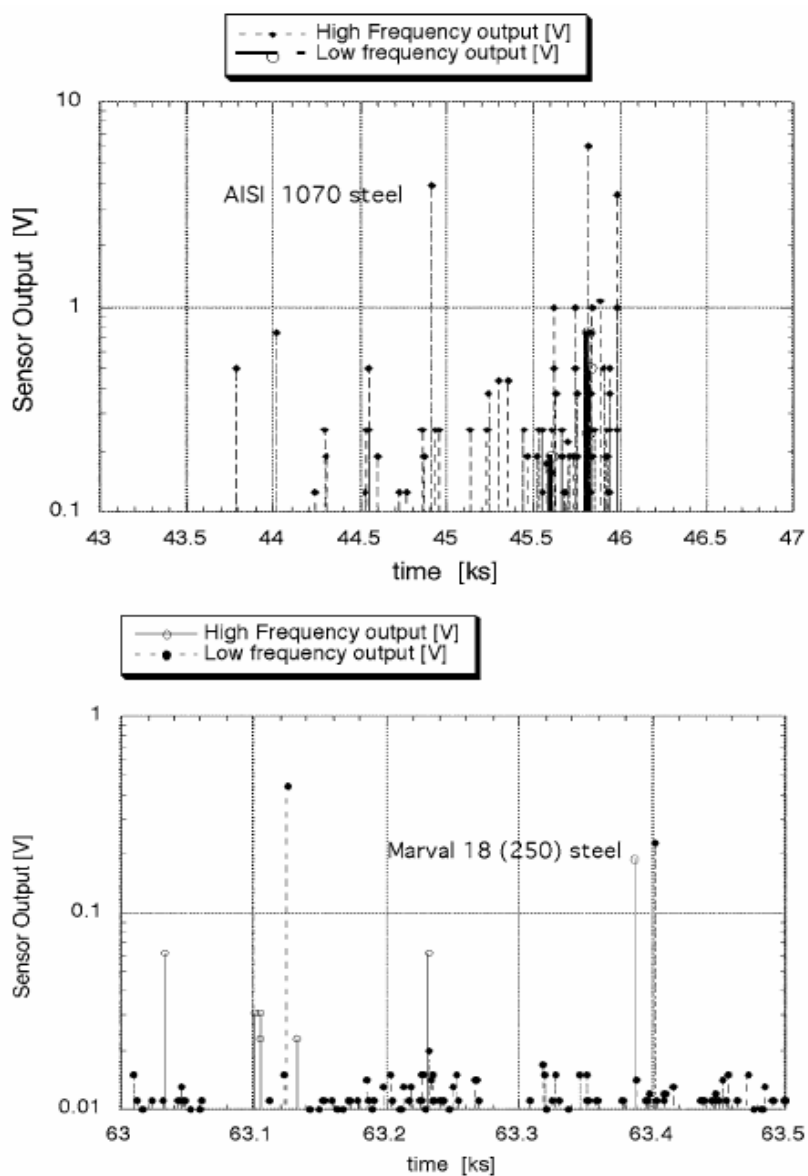


Figura 3.3: Attività di EA in funzione del tempo per una lama in C79 e una in acciaio Marval 18

In queste prime prove è stata monitorata l'attività mediante due sensori, uno a 25 kHz e uno a 200 kHz, investigando al meglio il processo fisico che è responsabile del segnale di EA.

In figura 3.3 viene mostrato l'andamento dell'attività di EA in funzione del tempo, per la lama in AISI 1070. E' possibile notare che gli eventi più rilevanti sono a 200 kHz piuttosto che a 25 kHz e sembra esserci un certo ritardo di tempo tra i segnali rilevati dall'attività di EA alle due frequenze.

Lo stesso fenomeno, dove un evento ad alta frequenza anticipa quello a bassa frequenza, è stato rilevato anche in strutture completamente differenti (in geofisica) [Ohnaka 1982]. In analogia quindi, è possibile ipotizzare che sotto stress il movimento di alcune dislocazioni attivano prima le sorgenti di EA ad alta frequenza.

Con il set-up sperimentale descritto, il secondo sensore, a bassa frequenza, è molto vicino al primo, ma è possibile comunque seguire l'evoluzione temporale del meccanismo che origina i segnali di EA.

Quando alla lama viene applicato il carico massimo di 500 N in punta, viene generato un processo di movimento delle dislocazioni *a valanga* e si rileva un rilascio di segnale di EA ad alta frequenza. Al momento in cui le dislocazioni incontrano un *pinning-point*, il loro movimento viene bloccato e, in condizioni stazionarie di carico, abbiamo un incremento di densità di dislocazioni, come anche un ri-arrangiamento (la formazione di un difetto più grande) relativo ad un burst di EA di frequenza più bassa [McMahon 1968, Hull 1983].

Risultati analoghi, ma con minore evidenze, sono stati ottenuti anche mediante le prove sulle lame di maraging, riportati nella parte bassa della figura 3.3. Anche in questo caso è possibile individuare l'anticipo che ha un evento di EA ad alta frequenza rispetto a quello a bassa frequenza.

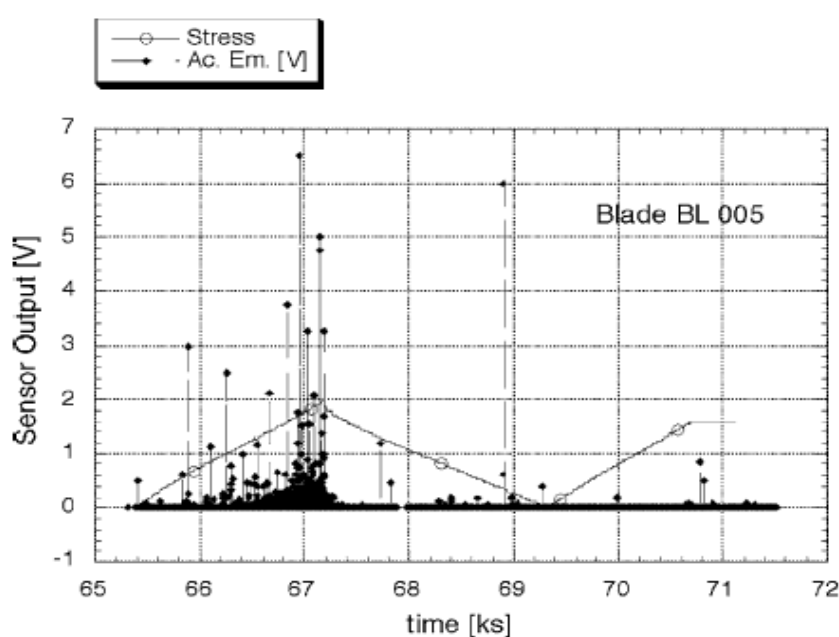


Figura 3.4: BL005, attività di EA rilevata dal sensore a 200 kHz, carico ciclico

Sono state eseguite anche prove con carichi ciclici, applicando il carico massimo di 500 N ad una velocità costante di 2 N/s, sia durante la fase di carico che di scarico.

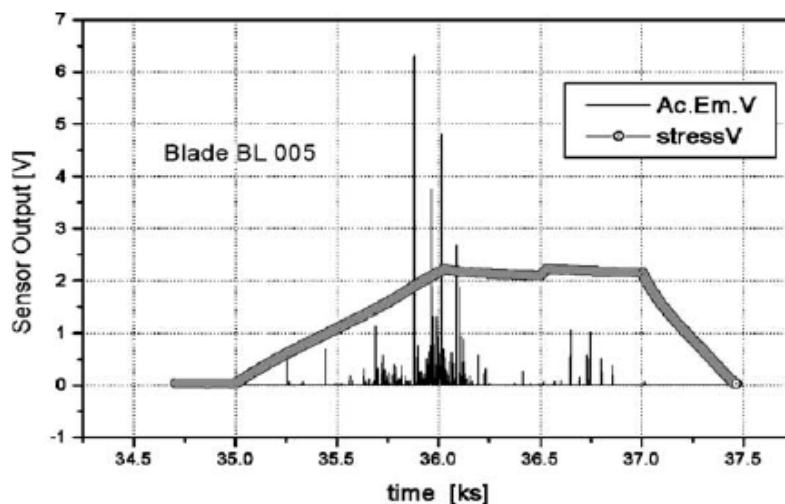


Figura 3.5: BL005, attività di EA durante la una prova di carico step-by-step.

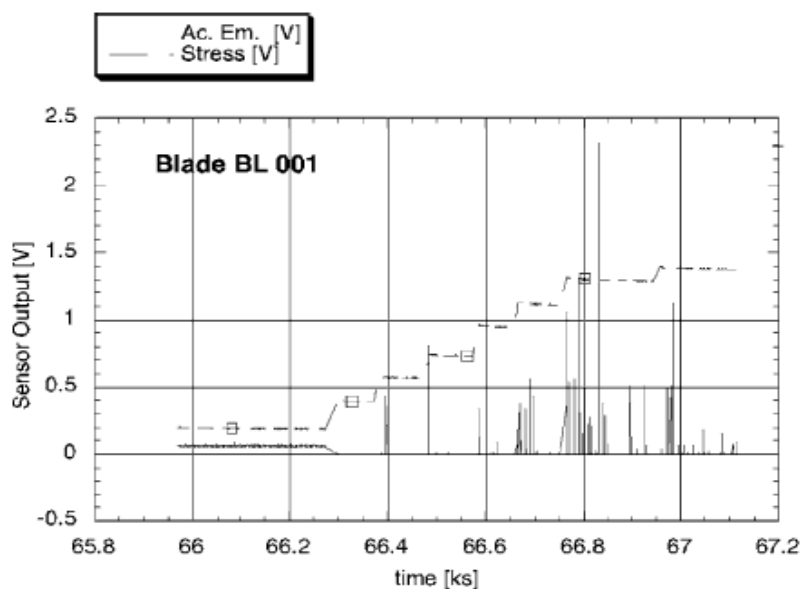
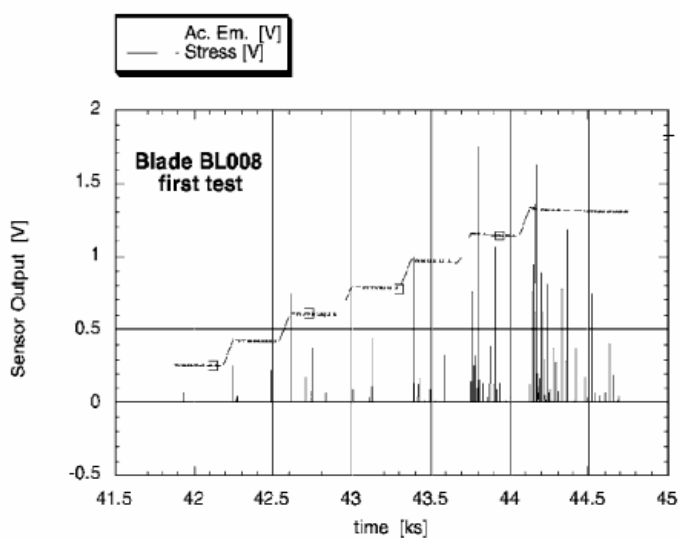


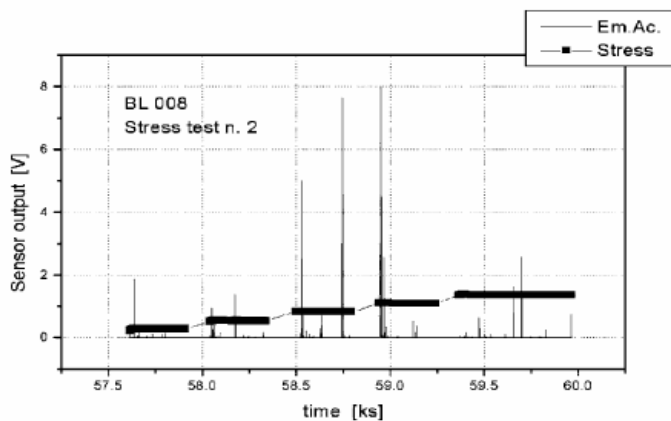
Figura 3.6: Segnale di EA per la lama BL001, caricata step-by-step fino a 500 N

La figura 3.4 mostra l'andamento del segnale di EA rilevato per il sensore a 200 KHz per una lama (lama BL005) caricata e scaricata con due cicli applicati in sequenza. E' possibile notare che durante la seconda fase di carico l'attività di EA è notevolmente inferiore rispetto alla prima fase. Per eventi maggiori di 50 mV la riduzione di attività di EA risulta essere di un ordine di grandezza (da $\sim 4 \times 10^{-2}$ conut/s a $\sim 4 \times 10^{-3}$ count/s). Essendo il principale fenomeno di burst di EA, questo

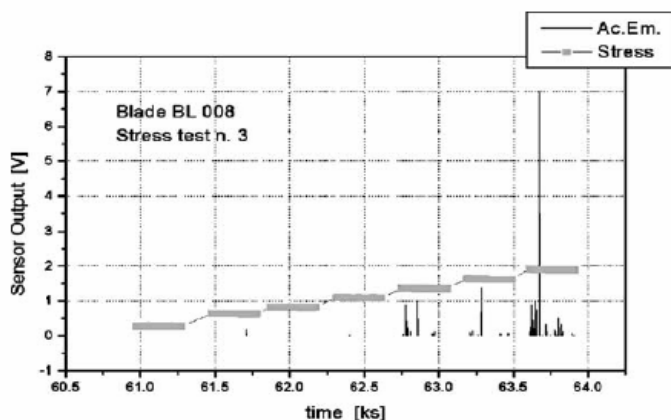
aspetto dovrebbe essere legato al movimento delle dislocazioni, bloccate intono ai *pinning point*.



(a)



(b)



(c)

Figura 3.7: Attività di EA della lama BL008 durante tre cicli successivi. Durante il terzo ciclo il carico è stato portato a 700 N anziché 500 N.

Un'altra prova eseguita è stata quella di caricare la lama fino a 500 N a velocità costante di 2 N/s. Quindi è stata mantenuta questa condizione di carico per 30 min e poi la lama è stata scaricata con un reteo di -5 N/s. In figura 3.5 si riporta il segnale di EA rilevato in questa prova.

In figura 3.6 viene mostrato, invece, l'andamento del segnale di EA in funzione del tempo di una nuova lama (denominata BL001), caricata *step by step* fino a 500 N, e i cui dati sono stati registrati lungo una finestra temporale di 5 min dopo il termine di ciascun *step* di carico, durante la quale il carico viene mantenuto costante. In questa prova si può notare la riduzione del valore principale statistico dell'ampiezza dell'evento di EA.

Risultati analoghi sono stati ottenuti su una nuova lama (BL008). In questo caso i dati sono stati registrati durante tre cicli di carico, eseguiti con una velocità di carico di 3 N/s, fino ad un carico massimo di 500 N, per i primi due cicli, e fino a 700 N per il terzo. I grafici riportati in figura 3.7 mostrano il trend in funzione del tempo dell'EA e il carico applicato.

Comparando questi dati, si può notare una riduzione del movimento delle dislocazioni durante il terzo ciclo, almeno nel campo di bassi livelli di tensione. Invece nell'intervallo di carico tra i 500 N e i 700 N si osserva un incremento dell'attività delle dislocazioni e quindi dell'EA.

3.1.4 Analisi dei Dati e Risultati

Aumentando il numero di cicli di carico e scarico, diminuisce l'attività di EA che è possibile rilevare. Il fenomeno rifletterebbe un intrinseco effetto memoria che possiede il meccanismo di movimento delle dislocazioni.

Quando un materiale è sottoposto ad un carico esterno, al suo interno avvengono cambiamenti su scala microscopica, portando il materiale verso una struttura meglio organizzata. Appare quindi evidente che gli eventi di EA e le loro rispettive sorgenti non potrebbe essere indipendenti le une dalle altre, e devono, invece, succedersi, sempre su scala microscopica, lungo i piani di frattura.

Questa caratteristica può essere mostrata mediante l'analisi frattale. Una prima ipotesi è che la sequenza temporale dei burst di EA dovrebbe dipendere dal principale meccanismo di trigger, trascurando quindi l'intensità dell'evento di EA, e interessandosi della sua relazione temporale con il resto dell'attività.

Per questo scopo, è stato applicato il *box counting method* alle serie temporali degli eventi di EA registrati durante le prove.

Si consideri un segnale tempo-discreto, ad esempio un segnale di emissione acustica. Si definisca un intervallo di tempo μ chiamato *ruler*, tale che l'intera finestra temporale sia suddivisa da un numero intero e non sovrapposto di ruler. Facendo riferimento alla figura 3.8(a), si somma il valore +1 all'interno di un contatore $G(\mu)$ ogni volta che un intervallo di tempo contiene almeno un dato. Quindi, è possibile riportare $G(\mu)$ in funzione di μ in un grafico doppio logaritmico, chiamato diagramma di Richardson (figura 3.8(b)).

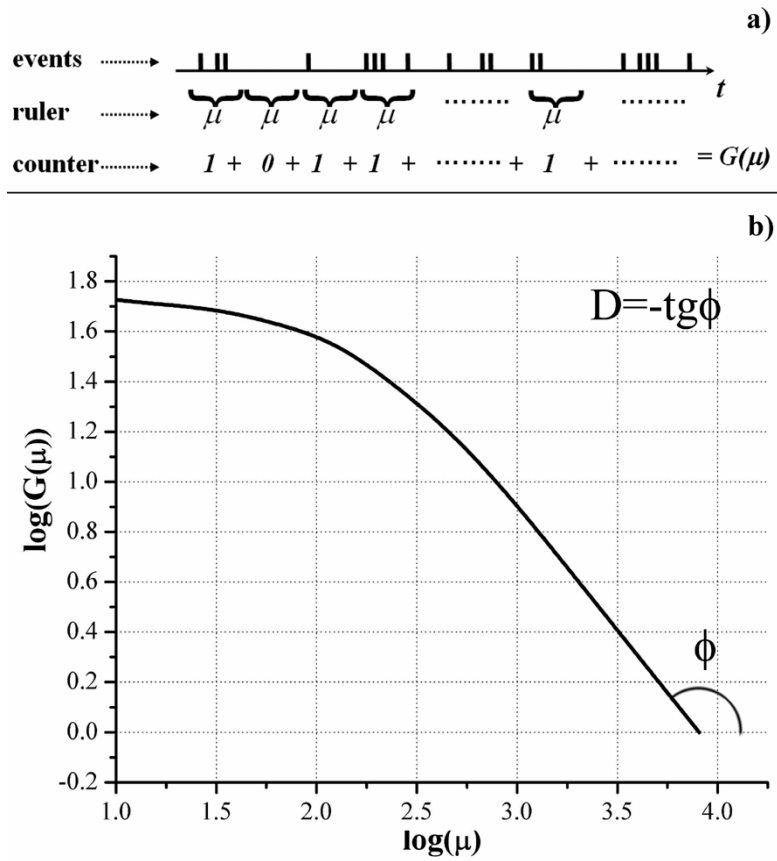


Figure 3.8 – Box Counting – (a) Diagramma Schematico – (b) Diagramma di Richardson.

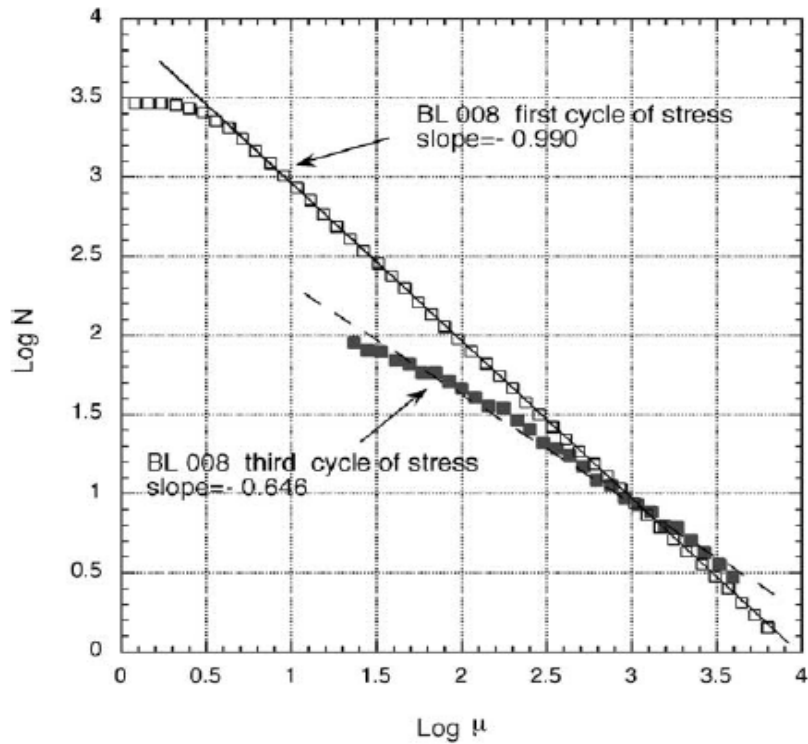


Figura 3.9: Diagramma di Richardson, applicazione del Box Counting Method alla lama BL008, al primo ciclo di carico e al terzo ciclo.

La pendenza H della retta interpolante dei dati in questo grafico è pari alla dimensione frattale cambiata di segno, $D_t = -H$.

E' possibile dimostrare che [Gregori 1999] per una serie temporale uniforme di eventi risulta essere $H=-1$ mentre, in generale, vale la relazione: $D=|H|\leq 1$.

Per esempio, quando qualche fluido caldo penetra ad alta pressione nei pori di un solido e causa la rottura del reticolo cristallino, gli eventi EA appaiono senza correlazione gli uni con gli altri, perché la causa prima della tensione, cioè la diffusione del fluido all'interno dei pori, è *randomica* e nessun poro può tener memoria di quali altri pori hanno già raggiunto una condizione di criticità. Quindi dovrebbe risultare $D\sim 1$.

D'altra parte, ci si può aspettare una distribuzione temporale di eventi "ordinata" quando si ha una rottura lungo un piano di frattura ben definito, lungo il quale la sequenza temporale di eventi di EA sono controllati da una specifica legge. In questo caso, la legge implicita che governa l'evento di EA dovrebbe essere manifesta mediante una minore pendenza, quindi $D < 1$, consistente con le osservazioni sperimentali riportate di seguito.

Il box counting method è stato applicato ai dati di EA relativi alle sei lame di maraging caricate per la prima volta. Nel grafico di figura 3.9 è riportato un esempio di analisi frattale relativo alla lama BL008. I risultati dell'analisi sono riassunti nelle due tabelle seguenti.

<i>Id Lama</i>	D_t
BL004	0.996
BL005	0.927
BL006	0.922
BL007	0.802
BL008	0.990
BL009	0.994

Tabella 3.2 - Dimensione frattale per le lame VIRGO soggette al primo ciclo di sollecitazione

<i>Id Lama</i>	<i>Cicli</i>	D_t
BL001	2	0.821
BL005	2	0.724
BL008	2	0.910
BL008	3	0.646
BLC70	10	0.678

Tabella 3.3 - Variazione della dimensione frattale per le lame VIRGO soggette a più cicli di sollecitazione

Nella tabella 3.2 sono riportate le stime della dimensione frattale derivate dai dati ottenuti quando le lame sono state caricate per la prima volta.

Analogamente, in tabella 3.3 vengono riassunti i dati ottenuti per le lame caricate con un secondo o terzo ciclo. Viene anche riportato il valore ottenuto durante la prova della lama in AISI 1070, caricata più volte.

E' evidente che un decremento del valore di D_t si ottiene quando il numero delle prove di carico aumenta. Una possibile interpretazione può essere che, all'aumentare del numero di cicli, la configurazione dei difetti interni al materiale tende a essere più ordinata, e il ri-arrangiamento della struttura microscopica del materiale causi una definizione del piano dei piani di frattura.

Quindi, mediante questa analisi, è possibile definire se la distribuzione delle sorgenti di EA è uniforme nello spazio, o piuttosto riflette qualche ordine.

Dal comportamento della dimensione frattale in funzione del numero di cicli applicati alle barre di maraging, è possibile concludere che sotto stress ciclico, la struttura microcristallina tende, progressivamente, a evolversi e a generare piani di frattura preferenziali. Infatti essendo più probabile una frattura in prossimità di una zona già precedentemente fratturata, si è visto che vi può essere una correlazione tra gli eventi EA durante il danneggiamento. In questo caso, inoltre, ogni evento tiene memoria del fatto che i legami più vicini hanno già raggiunto il collasso lungo un piano preferenziale di frattura (cioè lungo un piano dove i legami sono più deboli).

3.2 La Barra di Fibra di Carbonio

3.2.1 La Prova Sperimentale e l'Analisi Dati

E' stata effettuata una successiva prova, applicando la stessa procedura descritta nei paragrafi precedenti, su delle barre in materiale di fibra di carbonio. Ogni piastra è rettangolare di 25 mm di larghezza, 90 mm lunghezza e 4 mm di spessore, e, analogamente al caso precedente, sono state incastrate a un telaio metallico attraverso degli elementi di legno. All'interfaccia sono stati inseriti anche degli strati di gomma. Il tutto al fine di evitare che la configurazione di prova generasse dei rumori non desiderati di EA. Una prova preliminare ha mostrato che il sistema era sufficientemente isolato [Zanini 2007].

L'apparato di misura, analogamente al caso precedentemente descritto, consisteva in due sensori a 200 kHz e 25 kHz, preamplificati di 40 dB. E' stato acquisito il segnale RMS. La frequenza di campionamento è stata settata a 5 Hz.

La singola piastra è stata caricata e scaricata tre volte, in modo che fosse possibile osservare l'effetto del carico ciclico sul materiale. Il carico è stato applicato di punta, con una velocità di carico di 10 N/min.

La figura 3.10 mostra l'attività acustica in funzione del carico applicato, per il primo e per il terzo test. E' possibile osservare che la cadenza degli eventi sembra essersi notevolmente ridotta durante la terza fase di carico rispetto alla prima.

Questo fenomeno è accaduto anche nel caso delle lame metalliche, e, come è già stato detto, è dovuto all'esaurirsi di quella sorgente di emissione acustica per quel livello di carico, ed è quindi strettamente legato con la difettosità del materiale.

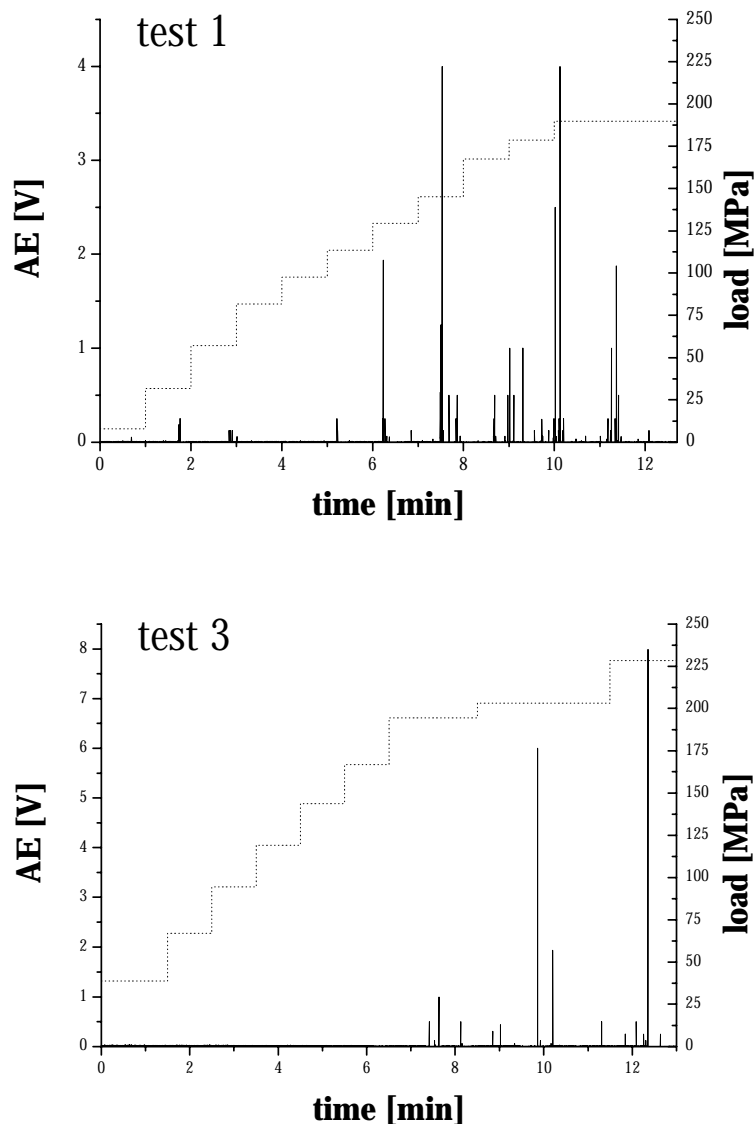


Figura 3.10: Attività acustica (linea continua) in funzione del tempo e del carico applicato (linea a punti)

Quando la barra è caricata per la prima volta la dimensione frattale dell'intero record-set del segnale di EA è stata di $D_f=0.9$. Analogamente a quanto accaduto per la barra di metallo, il secondo e il terzo ciclo di sollecitazione hanno portato ad una diminuzione del valore minore di dimensione frattale, rispettivamente a $D_f=0.5$ e $D_f=0.3$. Quindi, incrementando il numero di cicli, il materiale tende ad una ri-organizzazione interna, microscopica, che porta ad una configurazione più ordinata dei difetti interni, rilevabile mediante l'emissione acustica e l'analisi frattale.

La figura 3.11 mostra l'andamento in funzione del tempo della dimensione frattale calcolata in sequenza all'interno di un intervallo di tempo di 1 min. Durante il primo e il secondo test, si è mantenuto il carico inferiore a quello ultimo del materiale. L'andamento della dimensione frattale D_t ha seguito quindi l'andamento del carico. In base alle osservazioni fatte precedentemente è possibile dire che il materiale sta rispondendo alla sollecitazione in maniera "completa". Nel terzo caso, invece, dopo una prima parte della prova, la dimensione frattale diminuisce, anche in condizioni di carico crescente, fino a che si verifica la rottura del pezzo.

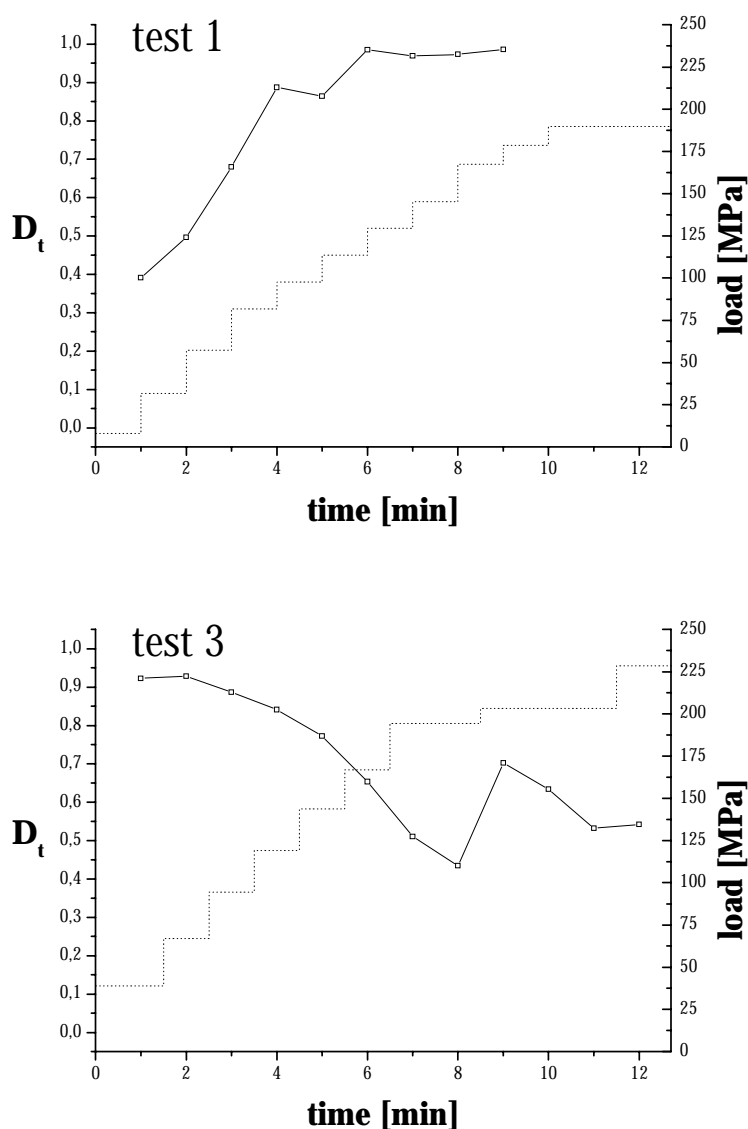


Figura 3.11: Dimensione frattale (linea continua) in funzione del tempo e del carico applicato (linea a punti)

3.3 Conclusioni

In questo capitolo si è trovata evidenza dell'*effetto memoria* del materiale, legato al movimento delle dislocazioni e ai difetti del materiale, in generale, essendo sorgenti di emissione acustica quando sottoposto a carico. Nella letteratura è noto come *effetto Kaiser*. Infatti, quando un materiale è caricato fino ad un livello determinato, quindi scaricato e successivamente caricato nuovamente, si ha nuova emissione acustica nel momento in cui si raggiunge almeno lo stesso livello di tensione raggiunto al ciclo precedente. Comunque, per molte cause, questa condizione ideale è solo parzialmente verificata: per esempio la ri-organizzazione del materiale dovuto al movimento delle dislocazioni durante il primo ciclo di sollecitazione, può condurre ad una nuova microstruttura e quindi nuove significative sorgenti di EA.

E' stata applicata alla serie temporale del segnale di EA un ben noto algoritmo di analisi frattale, il *box counting method*. Da questa analisi è stato possibile rivelare in modo evidente tale fenomeno. Quindi è stato altresì possibile capire se le sorgenti risultino distribuite in modo uniforme, oppure, viceversa avessero un qualche ordine nella loro sequenza temporale.

Dal comportamento della dimensione frattale, in funzione del numero di cicli applicato al materiale, è stato possibile concludere che la struttura microcristallina del materiale si è progressivamente evoluta verso una configurazione maggiormente ordinata, correlata con i piani di frattura del pezzo in esame, lungo i quali si sono addensati i micro-processi individuabili mediante questa tecnica.

Tale condizione di organizzazione delle sorgenti è stata quindi correlata con l'evoluzione verso la condizione di crisi del pezzo.

Analogamente è stato possibile mettere in evidenza come l'andamento temporale dell'EA e della dimensione frattale possono mettere in allarme riguardo ad una condizione di incipiente criticità del materiale.

4.1 Il Serbatoio in Pressione per il GPL

4.1.1 Introduzione

In Italia l'installazione di serbatoi interrati di GPL inizia nel 1994. Secondo la normativa vigente il controllo e la riqualificazione dei piccoli serbatoi di GPL ha cadenza decennale.

Il metodo di collaudo tradizionale prevede lo sterramento del recipiente, lo svuotamento, la bonifica e l'esecuzione di una prova idraulica o spessimetrica. Tale procedura implica notevoli disagi e costi alle utenze, in quanto il serbatoio è solitamente ubicato in zone limitrofe alle abitazioni, quali giardini e/o viali, che sarebbero sicuramente rovinati dalla stessa.

La metodologia di collaudo che utilizza la tecnica dell'Emissione Acustica (EA), regolamentata dalla "Procedura per il controllo di serbatoi interrati per GPL con tecnica basata sul metodo di EA ai fini della verifica decennale" dell'ISPESL, permette di eseguire il collaudo del serbatoio interrato con capacità geometrica non superiore a 13 m³ senza procedere allo sterramento e alla messa fuori servizio dello stesso.

L'obiettivo principale dell'utilizzo di tale tecnica, attraverso idonee attrezzature opportunamente progettate e tarate, è quello di localizzare e monitorare, nel serbatoio oggetto di indagine, le sorgenti di EA causate dalle discontinuità superficiali e interne della parete, delle saldature e dei componenti fabbricati.

In questo capitolo viene eseguita una prova comparativa tra l'analisi dei dati di EA mediante la procedura consolidata ISPESL e l'analisi frattale, come descritta nei capitoli precedenti.

4.2 La Prova di EA e i Parametri Caratteristici

La metodologia utilizzata per l'applicazione della procedura per il controllo di serbatoi interrati per GPL ai fini della verifica decennale, è basata sul metodo EA ed è schematicamente illustrata in figura 4.1.

Essa è finalizzata al rilevamento dell'attività acustica prodotta dall'applicazione di una sollecitazione meccanica imposta alle membrature del serbatoio interrato mediante pressurizzazione [ISPESL 2004].

In ragione del condizionato accesso alle membrature, i sensori EA vengono generalmente installati all'interno del vano (pozzetto) contenente i dispositivi di prelievo/riempimento del GPL e di controllo e sicurezza del serbatoio. La tecnica prevede l'installazione di due canali EA. I segnali EA acquisiti devono essere caratterizzati da alcuni parametri descrittivi più significativi ed opportunamente elaborati ed interpretati, per essere successivamente impiegati per il calcolo di due

indici di valutazione ICSE ed ISRE e quindi per la determinazione di un indicatore sintetico γ , i cui significati vengono illustrati più avanti. Il valore massimo dell'indicatore sintetico γ , registrato nel corso della prova, viene, infine, utilizzato per la definitiva classificazione del serbatoio.

La sequenza delle fasi operative della prova EA per l'applicazione della procedura EA è quella di seguito indicata e schematicamente rappresentata in figura 4.2:

1. connessione del serbatoio all'impianto di pressurizzazione,
2. verifica di funzionalità iniziale (con sorgente Hsu – Nielsen e con pulsatore elettronico);
3. registrazione del rumore di fondo iniziale;
4. pressurizzazione del serbatoio,
5. registrazione dell'attività di fondo finale;
6. verifica di funzionalità finale (pulsatore elettronico);
7. sconnessione del serbatoio dall'impianto di pressurizzazione.

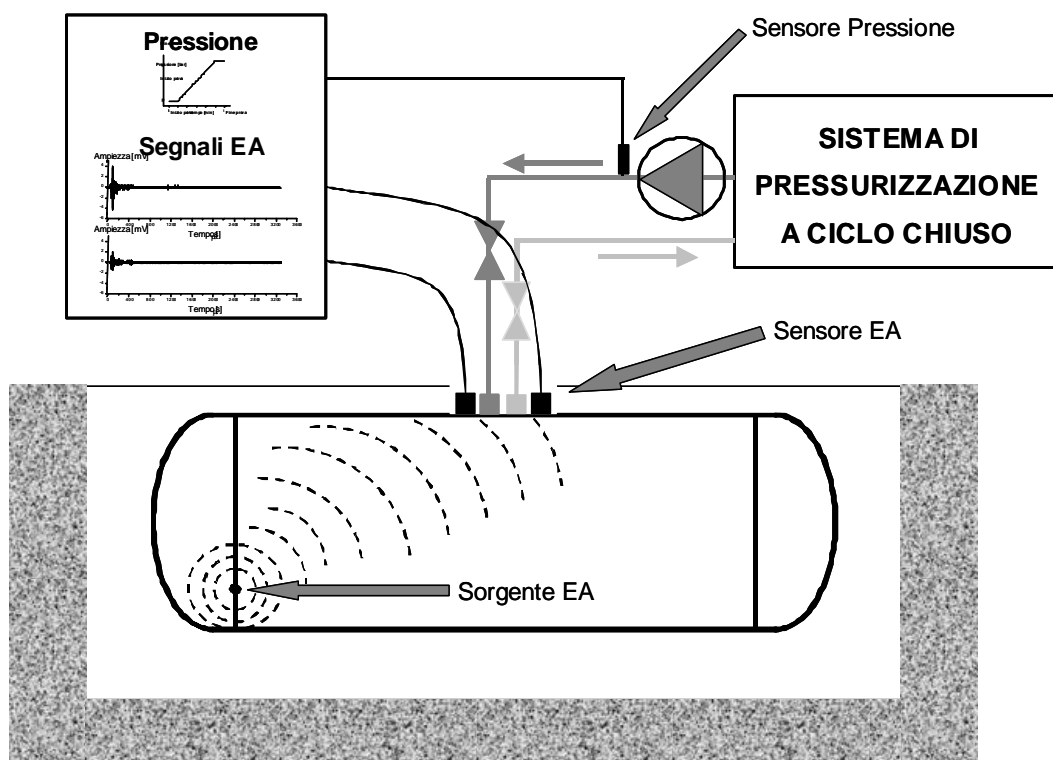


Figura 4.1 – Schema della prova di EA per serbatoi GPL interrati

Successivamente alla verifica funzionale, alla registrazione del rumore di fondo ed alla equalizzazione delle pressioni del serbatoio e del sistema di pressurizzazione, si attiva l'acquisizione e la registrazione dei segnali EA utili ai fini interpretativi, contestualmente all'avvio della pressurizzazione del serbatoio. Tale pressurizzazione del serbatoio deve avvenire con legge lineare con gradiente $0.2 \pm 0.05 \text{ bar/min}$ fino al raggiungimento di 16 bar in corrispondenza della quale la prova verrà conclusa. I segnali registrati dalla coppia di canali devono essere

elaborati in modo da estrarre le informazioni che consentano di valutare l'integrità strutturale del serbatoio esaminato, quindi il calcolo dell'indicatore sintetico chiamato γ .

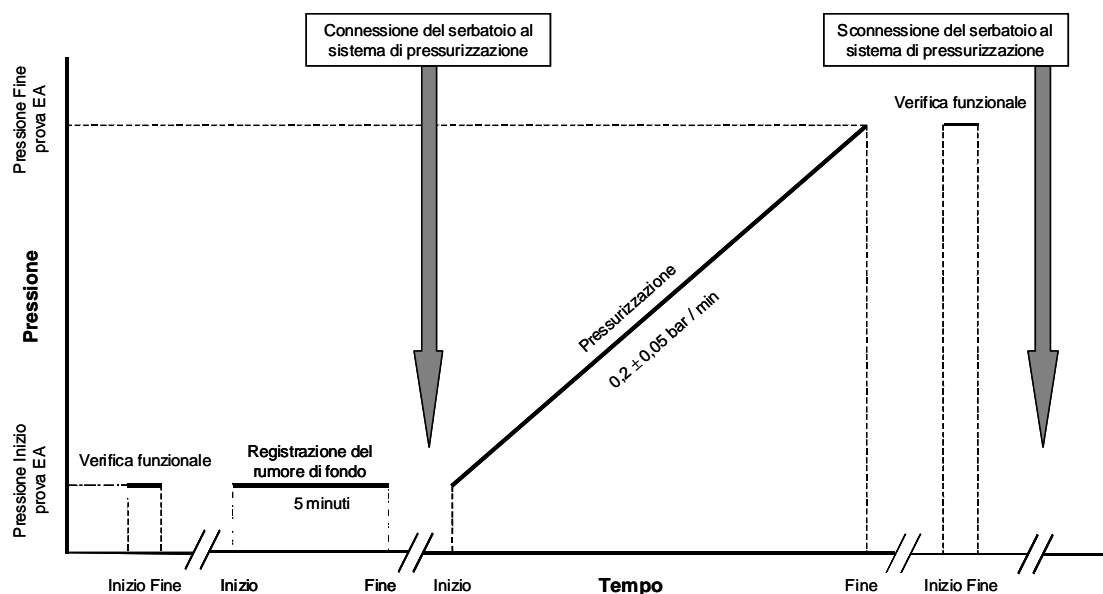


Figura 4.2 – Schema della sequenza delle fasi operative

Il procedimento di calcolo di tale indicatore deriva sia da parametri:

- di tipo “quantitativo” che forniscono una stima della intensità complessivamente sviluppata sotto forma di EA. Una prima scelta naturale per quantità di questo tipo è il numero complessivo di hit rilevati dai sensori (nel seguito indicata con il simbolo $HC = \text{Hit Cumulati}$). Di importanza non minore è una seconda quantità, ovvero l’energia complessivamente rilevata dai sensori ($EC = \text{Energia Cumulata}$). Questa ultima rappresenta la quantità tradizionalmente utilizzata per la quantificazione della rilevanza (magnitudine) di un fenomeno fisico nel quale viene rilasciata energia in una sequenza ravvicinata di eventi. Poiché, inoltre, l’attività EA è tanto più significativa quanto più ampio è l’intervallo di pressione Δp sul quale essa viene registrata, al fine di rendere congruente il confronto tra diversi serbatoi, anche questa quantità viene inclusa nell’algoritmo di calcolo. Sembra perciò intuitivo ritenere che un maggior numero di hit e di energia ad essi associata siano indicativi di situazioni a maggior criticità. Dunque, la proporzionalità fra i parametri HC ed EC da un lato e la criticità strutturale dall’altro è di tipo diretto. Diversamente, una stessa quantità di energia complessivamente rilasciata su un intervallo di pressione più ampio implica condizioni di minor criticità. Ne consegue che la proporzionalità fra Δp e la criticità strutturale è di tipo inverso.
- di tipo “qualitativo” che forniscono, invece, una valutazione delle modalità di evoluzione dell’attività acustica. Per comprenderne la natura, è sufficiente

osservare che, a parità di energia complessivamente rivelata, un ipotetico rilascio mediante una sequenza di impulsi di pari energia generati nel tempo ad intervalli regolari costituisce certamente una condizione, per certi versi, “stazionaria” e quindi di bassa criticità. Nel limite opposto, una condizione di alta criticità risulta associata al manifestarsi di una o più delle seguenti situazioni:

- a) un rilascio di energia fortemente disomogeneo, ossia concentrato in un numero relativamente modesto di eventi di notevole intensità;
- b) brusche variazioni della quantità *EC*, a loro volta legate ad eventi *EA* ravvicinati di particolare intensità;
- c) un aumento della frequenza degli eventi al procedere della prova, con conseguente concentrazione della energia nelle fasi finali di questa.

Le condizioni di stabilità di un generico serbatoio sono graficamente illustrate nella figura 4.3 dove le curve A, B, C e D rappresentano condizioni di criticità crescente.

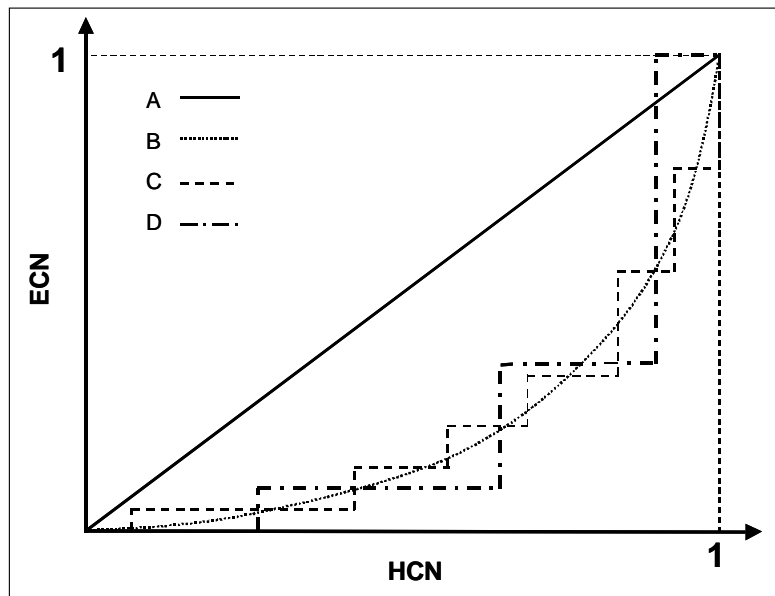


Figura 4.3 - Le condizioni di stabilità di un generico serbatoio.

Più in particolare, si va da una condizione di bassa criticità, rappresentata dalla curva A caratterizzata, in coerenza a quanto sopra detto, da un profilo rettilineo e localmente regolare, fino ad una condizione di alta criticità rappresentata dalla curva D, caratterizzata da un profilo concavo e localmente fortemente irregolare. Si osservi che le curve sono riportate su scale normalizzate *HCN* per la variabile *HC* (Hit Cumulati) ed *ECN* per la relativa *EC* (Energia Cumulata), al fine di rendere oggettivo un confronto tra fenomenologie di *EA* tra loro anche notevolmente disomogenee.

In sintesi, ritenendo di particolare importanza includere una grandezza in grado di descrivere, sotto il profilo qualitativo, condizioni tra loro molto differenziate, si è introdotta una quantità *AC* (Area Cumulata), definita come l'area sottesa dalla

curva dell'Energia Cumulata Normalizzata (ECN) in funzione degli Hit Cumulati Normalizzati (HCN). Più convenientemente, tale descrittore compare nella forma $|AC-0.5|$, che quantifica le deviazioni dalla condizione $AC = 0.5$ corrispondente a quella di minima criticità (curva A).

Inoltre, tenendo conto, delle incertezze che inevitabilmente accompagnano tutte le determinazioni sperimentali, si è ritenuto fondamentale disporre di un set di descrittori dotati di una buona sensibilità all'effetto fisico al quale si riferiscono, possibilmente caratterizzati da una ragionevole linearità con la magnitudine di tale effetto. Per questo è stato ulteriormente assunto il parametro k che rappresenta il minimo numero di hit (quindi il numero di hit a maggior energia) tale che la loro energia totale superi il 50 % dell'Energia Cumulata EC . Tale soluzione è stata introdotta al fine di considerare la disomogeneità della distribuzione dell'energia fra diversi eventi, ovvero la concentrazione dell'energia in singoli eventi di grande peso.

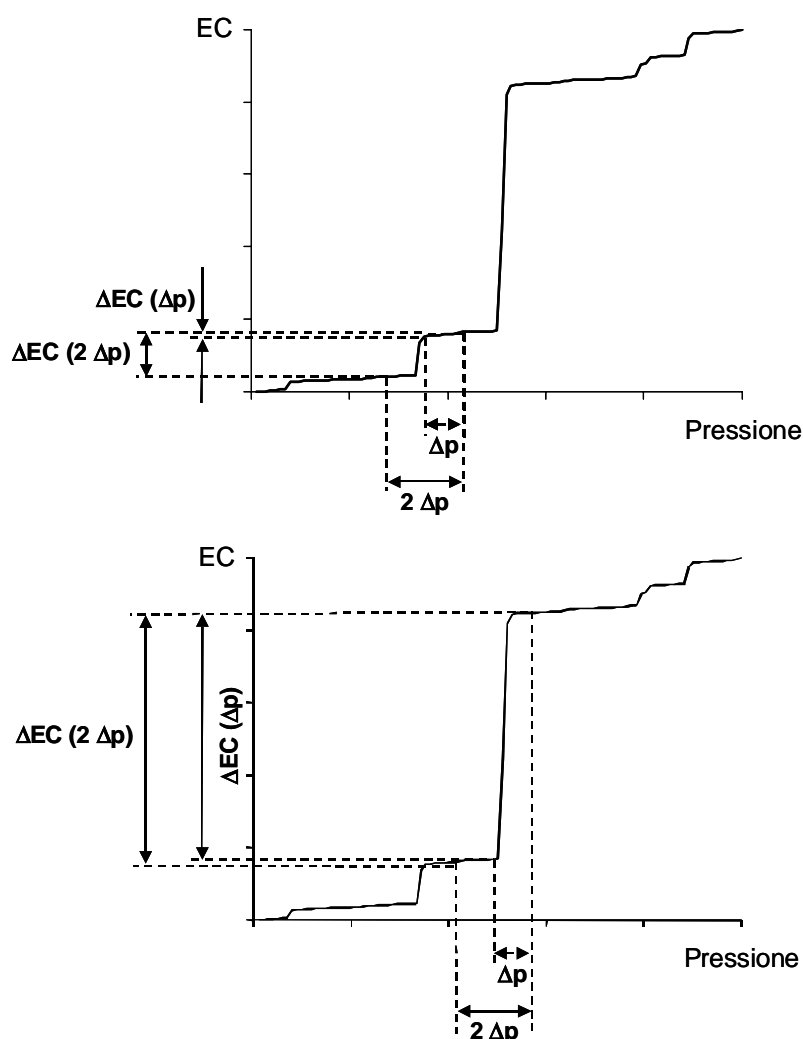


Figura 4.4 – Definizione del parametro $ISRE$ – $ISRE \approx 0$ nella figura a sinistra, $ISRE \approx 1$ nella figura a destra.

4.2.1 Indici di valutazione ICSE ed ISRE

In ultimo, al fine di valutare le eventuali brusche variazioni di EC durante la pressurizzazione del serbatoio, si è ritenuto opportuno introdurre un ulteriore descrittore calcolato come il rapporto fra l'energia rilevata in corrispondenza di un certo intervallo di pressione e quella rilevata in corrispondenza di un intervallo di pressione di ampiezza doppia (vedi figura 4.4).

Sulla base di quanto detto finora, sono stati sviluppati due indici sintetici:

- $ICSE$ (Indice di Criticità per la Stabilità all'Esercizio), che viene definito come: $ICSE=f(HC,k,EC,\Delta p,AC)$
- $ISRE$ (Indice Storico del Rilascio di Energia), che viene definito come: $ISRE=g(\Delta EC,\Delta p_{isre})$, dove Δp_{isre} viene definito in [ISPESL 2004]

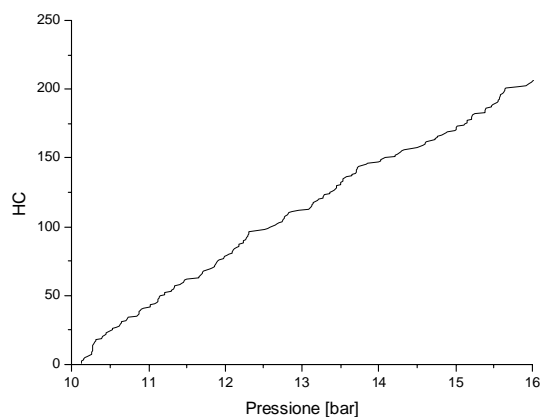
I valori di questi due indici vengono costantemente aggiornati nel corso della prova in corrispondenza della rilevazione di ogni segnale EA (hit) da parte di almeno uno dei due sensori (operazione nota come "attualizzazione").

4.2.2 Indicatore Sintetico γ

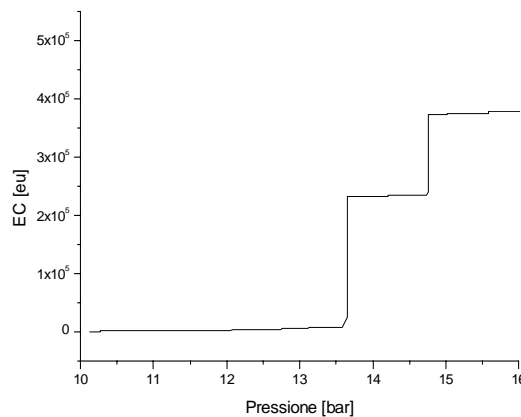
La decisione di operare una ulteriore sintesi nella quale i due indici $ICSE$ ed $ISRE$ concorrono a costituire un indicatore sintetico γ è stata presa riconoscendo la maggior praticità e semplicità di un criterio decisionale basato su un unico parametro. Il calcolo dell'indicatore sintetico è di fatto basato su una legge funzionale continua che correla in modo ponderale il contributo dei due indici: $\gamma=h(ICSE,ISRE)$. Anche il suo valore deve essere attualizzato nel corso della prova.

4.2.3 La prova di Emissione Acustica

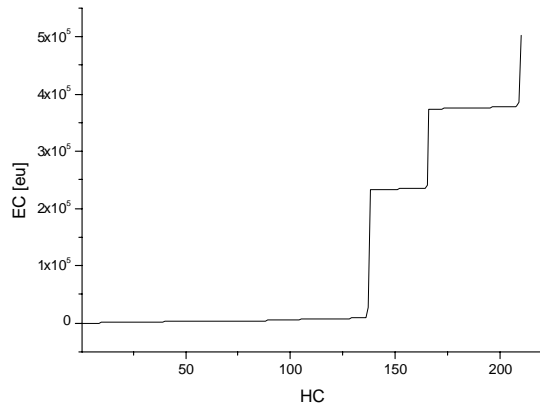
Nella figura 4.5 vengono riportati gli andamenti grafici dei parametri descrittivi più significativi, degli indici di valutazione $ICSE$ ed $ISRE$, e dell'indicatore sintetico γ per un tipico caso applicativo.



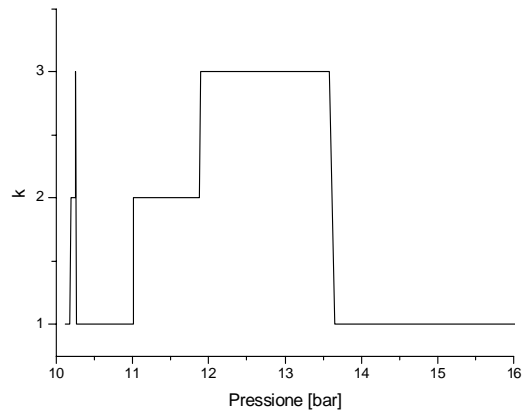
Hit Cumulati vs. Pressione



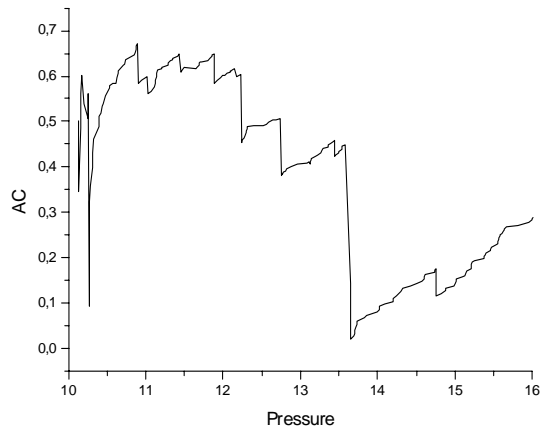
Energia Cumulata vs. Pressione



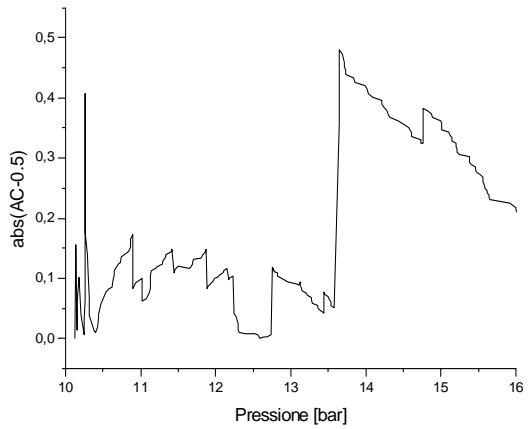
Energia Cumulata vs. Hit Cumulati



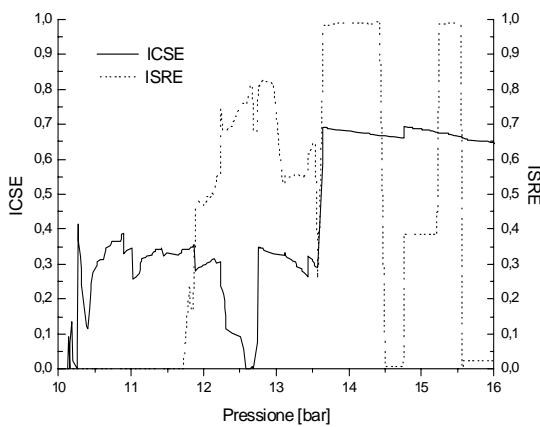
Numero di hit più energetici vs. Pressione



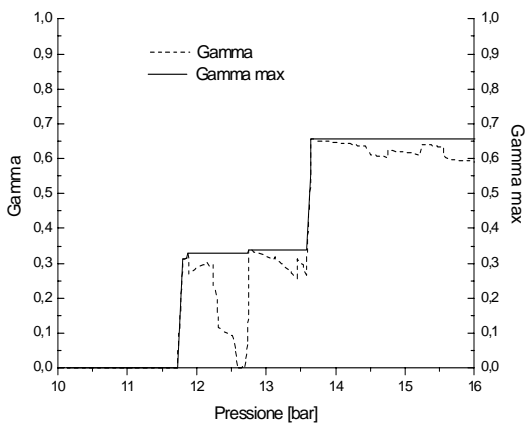
Area sottesa rispetto all'asse orizzontale della curva ECN – HCN vs. Pressione



Deviazione di AC rispetto a 0,5 (condizione ideale) vs. Pressione



Indici di valutazione ICSE ed ISRE vs. Pressione



Indicatore sintetico γ vs. Pressione

Figura 4.5 - andamenti grafici dei parametri descrittivi più significativi, degli indici di valutazione ICSE ed ISRE, e dell'indicatore sintetico γ per un tipico caso applicativo.

La classificazione della prova EA è determinata in coerenza ai criteri mostrati in tabella 4.1.

Classe	Diagnosi	Condizione
0	Prova non eseguita	da specificare nel Rapporto di prova
1	Positiva - il serbatoio manifesta un'attività acustica nei limiti di accettabilità	$\gamma_{max} < \gamma_{lim}$
2	Negativa - il serbatoio manifesta un'attività acustica oltre i limiti di accettabilità	$\gamma_{max} > \gamma_{lim}$
3	Interruzione precauzionale – la rilevazione dell'attività acustica ha determinato una condizione di attenzione	Condizioni oltre i limiti di accettabilità
4	Prova con difformità	Difformità dalla procedura - da specificare nel Rapporto di prova EA

Tabella 4.1 – Classificazione della prova di Emissione Acustica

La prova EA non deve essere eseguita, e quindi classificata con “0”, nel caso in cui il controllo integrativo svolto sul serbatoio prima di effettuare la prova stessa desse esito negativo. Invece la prova EA deve essere ritenuta con difformità, e quindi attribuita alla classe “4”, qualora si determinino diversità alla corretta applicazione della procedura tra le cui cause rientrano:

- Pressione di Inizio prova EA superiore a 9 bar;
- Pressione di Fine prova EA inferiore a p_{max} , con esclusione del caso di interruzione precauzionale;
- mancato conseguimento delle condizioni di idoneità della verifica di funzionalità iniziale;
- mancato conseguimento delle condizioni di idoneità della verifica di funzionalità finale;
- superamento della soglia limite prevista per il parametro RMS durante la registrazione del rumore di fondo iniziale;
- accertato trafilamento o fuga di GPL dal serbatoio o da qualsiasi elemento d'impianto ad esso connesso;
- accertato malfunzionamento del sistema EA;
- accertato malfunzionamento del sistema di pressurizzazione.

Il raggiungimento del valore limite di γ comporta invece una classe di prova “2”, ovvero ad esito negativo.

4.3 Applicazione dell'Analisi Frattale

E' stata eseguita un'analisi comparativa tra la prova consolidata nella procedura descritta nel paragrafo precedente e la tecnica frattale. Applicando la tecnica frattale, il box-counting method in particolare, come descritto nel capitolo precedente, ai risultati delle prove di EA eseguite sui serbatoi di GPL, è ancora

possibile individuare a quale pressione il serbatoio inizi a trovarsi in una condizione di incipiente criticità [Zanini 2006].

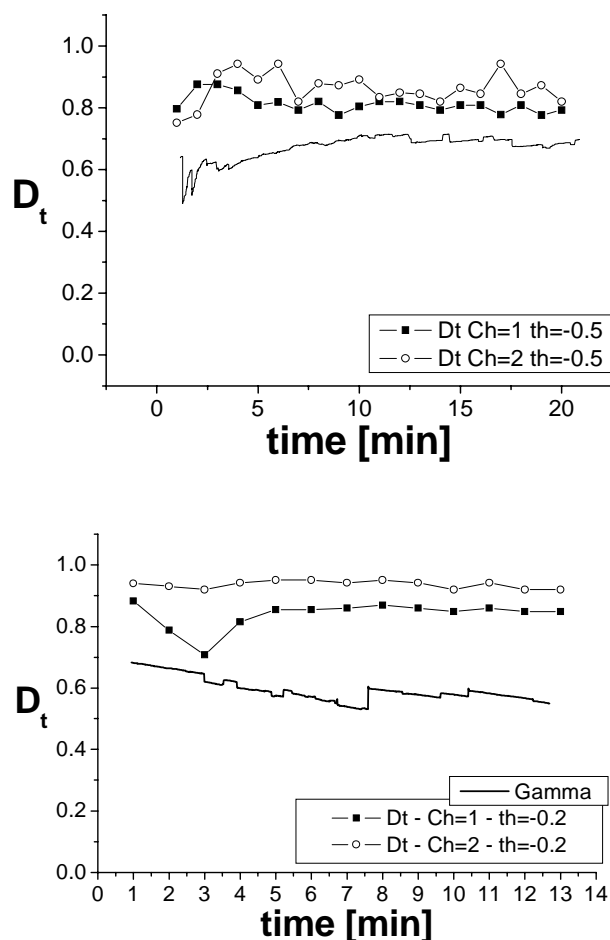


Figura 4.6 – Andamento della $D_t(t)$ per due serbatoi che presentano un $\gamma < \gamma_{max}$

Sono state scelte dalla banca dati alcune prove significative, dalle quali è stato estratto ed analizzato il segnale RMS. A tale segnale si è applicato l'algoritmo frattale in modo da confrontare i risultati ottenuti con l'indicatore sintetico γ . In figura 4.6 vengono mostrate due prove e vengono riportati gli andamenti del parametro unico γ , calcolato secondo la procedura descritta nel paragrafo precedente, e l'andamento della dimensione frattale D_t delle serie temporali del segnale di EA rilevato durante la prova stessa. Nel caso in esame, i due serbatoi presentano un valore del gamma tale che $\gamma < \gamma_{max}$. Sono quindi delle strutture che non hanno raggiunto, all'aumentare della pressione fino al valore massimo, una situazione di criticità. Sono serbatoi classificabili (tab. 4.1) di classe "1". I risultati che si possono ottenere dall'analisi dell'andamento della dimensione frattale, secondo le conclusioni già viste nel capitolo precedente, sono in ottimo accordo con quanto è descritto dall'indicatore unico della prova. Infatti una condizione in cui D_t è prossima all'unità e si mantiene costante permette di avere due

informazioni: la prima è che le sorgenti sono distribuite in maniera non organizzata all'interno della struttura, condizione che, come già analizzato, è indice di stabilità della struttura; la seconda è che l'aumentare della pressione, della sollecitazione, non produce effetti di "ordinamento" delle sorgenti stesse; la condizione di stabilità persiste nel tempo, cambiando le condizioni di sollecitazione della struttura. E' possibile quindi evidenziare che, anche in questo caso, si riesce a mettere in evidenza che gli eventi di EA non sono correlati gli uni con gli altri (*effetto memoria*). Questo risultato, ai fini dell'individuazione di situazioni critiche del componente è molto utile. In particolare se messo in relazione con la figura 4.7, dove si è applicata la stessa tecnica ad un serbatoio che presenta un $\gamma > \gamma_{max}$, ovvero un serbatoio che, secondo la procedura, è di classe "2" e non ha superato l'ispezione decennale.

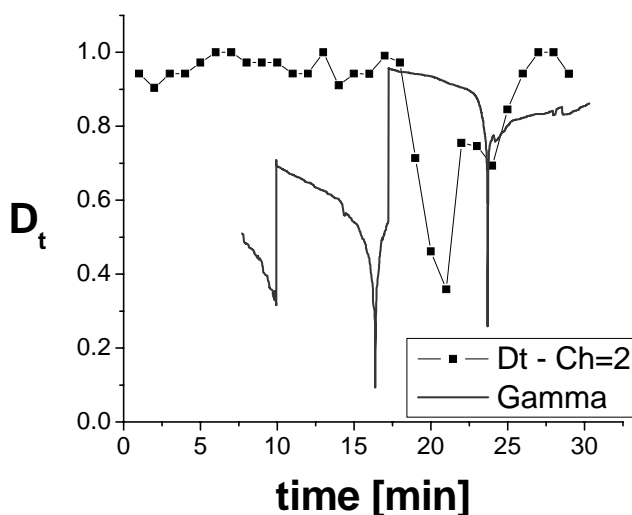


Figura 4.7 – Andamento della $D_t(t)$ per un serbatoio che presentano un $\gamma > \gamma_{max}$

In questo caso, si può notare, mediante l'analisi dell'andamento del γ , come vi sia una sorgente che causa l'incremento improvviso del parametro in esame, fino a raggiungere una condizione di criticità con $\gamma > \gamma_{max}$.

Dall'analisi dell'andamento della dimensione frattale è possibile notare che, nel momento in cui il gamma cresce improvvisamente, il D_t diminuisce rapidamente, da valori prossimi all'unità verso valori pari a ~ 0.3 . Considerando però che non vi è l'esplosione del serbatoio (rottura macroscopica) e non si sono rilevate neanche fuoriuscite di gas durante la prova, dalla dimensione frattale è possibile osservare che, analogamente ai risultati degli studi riportati precedentemente, dopo l'iniziale e improvvisa riduzione del parametro frattale D_t , in un secondo istante lo stesso incrementa nuovamente, riportandosi a valori prossimi all'unità. E' questa una risposta del materiale, ad una situazioni di incipiente criticità, in modo da poter reagire alla pressione applicata.

4.4 Conclusioni

In queste prove ai segnali di EA è stato applicato l'algoritmo di analisi frattale *box counting*, in analogia a quanto studiato e analizzato nel capitolo precedente. Il parametro di dimensione frattale è stato confrontato con l'indicatore unico γ , parametro di valutazione per l'ispezione decennale e la relativa classificazione dei serbatoi interrati di GPL. È stato già discusso come l'analisi frattale possa mostrare se le sorgenti di EA risultino distribuite nello spazio in modo uniforme e quindi non presentare una relazione tra di loro, oppure, viceversa, hanno un qualche ordine e relazione nella loro sequenza temporale.

Dal comportamento della dimensione frattale è possibile concludere se la struttura micro-cristallina del materiale progressivamente si evolve verso una configurazione maggiormente ordinata, condizione in diretta connessione con i piani di frattura della struttura in esame, lungo i quali si addensano i micro-processi individuabili mediante questa tecnica.

Infatti si è mostrato come un serbatoio di classe "1", esito della prova positiva e azione acustica nei limiti d'accettabilità, è caratterizzato da un andamento frattale di tipo "caotico", o come è stato detto finora, ha una distribuzione non ordinata e spaziale delle sorgenti di emissione acustica generate dal carico applicato. Si è visto infatti che, nel caso in esame, la dimensione frattale oltre che essere costante durante la prova, presenta valori prossimi all'unità (~ 0.9). Un andamento di maggior ordine è stato messo in luce, invece, nel caso di un serbatoio di classe "2", che presenta, quindi, una condizione di instabilità della struttura. In questo caso l'andamento verso valori prossimi allo zero della dimensione frattale può essere considerato un allarme di incipiente criticità della struttura.

La tecnica, quindi, sembra poter mettere in evidenza come l'andamento temporale della distribuzione delle sorgenti di EA e della dimensione frattale possono mettere in allarme riguardo ad una condizione di incipiente criticità del materiale.

Il danneggiamento per fatica è stato ottenuto mediante macchina di flessione rotante, il cui schema è riportato in figura 5.2. La velocità di rotazione è stata impostata pari a 2500 RPM, mentre il rapporto delle tensioni è $R = -1$.

La fase di acquisizione dati di segnali di EA è stata effettuata sollecitando il provino a trazione in campo elastico. Affaticato il provino per un numero N definito di cicli di fatica, è stato smontato dalla macchina di fatica e montato in una macchina di trazione e quindi sollecitato a trazione. Tale procedimento è stato ripetuto fino alla rottura per fatica del pezzo.

Simbolo	Unità di Misura	Proprietà Meccanica
E	[GPa]	Modulo di Young
ν		Coefficiente di Poisson
G	[GPa]	Modulo Elastico di Taglio
ρ	[kg/m ³]	Densità
σ_s	[MPa]	Carico di Snervamento
σ_r	[MPa]	Carico di Rottura
σ_{LA}	[MPa]	Resistenza Limite a Fatica

Materiale	E	ν	G	ρ	σ_s	σ_r	σ_{LA}
Acciaio	208	0,3	80,77	7800	1006	1150	440

Tabella 5.1 Caratteristiche del Materiale

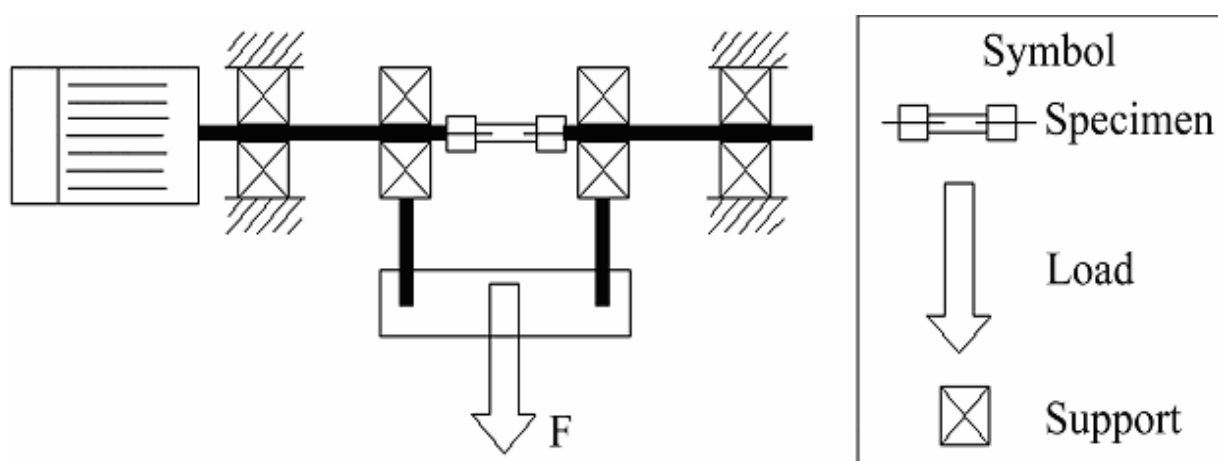


Figura 5.2 - Schema Macchina di Fatica a Flessione Rotante

Nella prova di trazione, è stato applicato un carico a gradino, intervallando fasi di carico del provino, fino a 4500 N, con fasi in cui si è mantenuta la condizione di sollecitazione per un periodo di 2 minuti. Tali intervalli sono risultati importanti per garantire, ad un dato livello di tensione, l'esaurirsi della sorgente di EA ed evitare il concentrarsi e il sovrapporsi di *burst* di EA in un tempo troppo breve.

Per generalizzare maggiormente i risultati ottenuti sono state eseguite due prove di fatica con differenti carichi. Un primo gruppo di provini è stato sollecitato con un carico pari a 3.5 kg (48 N), corrispondente ad un momento flettente pari a $M_f=3.35 Nm$, e la vita a fatica, quindi, è stata stimata pari a 700.000 *cicli*, mentre un secondo gruppo di provini è stato affaticato con un carico di 5 kg (63 N), $M_f=4.4 Nm$ e la vita a fatica è di circa 100.000 *cicli*.

L'equazione di Paris-Erdogan, equazione (5.1), rappresenta la velocità di crescita della cricca in funzione del fattore di intensità degli sforzi, il primo fattore di controllo nella propagazione del difetto.

$$\frac{da}{dN} = C\Delta K^n \quad (5.1)$$

L'equazione seguente, invece, mostra che il fattore di intensità degli sforzi è relazionata con la dimensione del difetto a , il carico applicato σ e la geometria dell'elemento Y .

$$\Delta K = Y(a) \cdot \Delta \sigma \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \quad (5.2)$$

In [Guo 2003], gli autori mostrano come calcolare il fattore di intensità degli sforzi per barre circolare. E' possibile quindi estrarre una relazione del tipo $Y=Y(a)$ per il fattore di intensità degli sforzi adimensionalizzato, usando la relazione suggerita. Assumendo che il fronte della cricca sia di forma semi-ellittica e costante durante la propagazione, è stato possibile integrare la legge di Paris e calcolare il numero di cicli da ΔK_{th} a ΔK_c (sistema a un grado di libertà):

$$\int_{a_i}^{a_f} \frac{da}{f(a)} = \int_{N_i}^{N_f} dN$$

Analogamente è stato costruito anche un sistema a 2 gradi di libertà (2-dof). In questo caso la relazione di partenza è del tipo $Y=Y(a,c)$, dove a e c sono i semi-asso del fronte semi-ellittico della cricca. La propagazione, in questo caso è stata ottenuta così come descritto in [Lin 1998] e [Biancolini 2002].

Nella tabella seguente si riassumono i risultati ottenuti e si può notare che, rispetto alla totalità della vita utile dell'elemento in esame, la fase di propagazione del difetto è abbastanza breve, tra il 10% e il 20% della vita totale.

	1 gdl	2gdl	Vita a Fatica
3,5 kg	30.000 cicli	19.500 cicli	700.000 cicli
5 kg	40.000 cicli	26.000 cicli	200.000 cicli

5.2 I Risultati delle Prove

La figura 5.3 riporta l'andamento dell'EA in funzione del tempo e del carico, per il segnale a 200 kHz (alta frequenza) e per quello a 25 kHz, durante una delle prove eseguite. Dal grafico in figura segue che all'aumentare del carico applicato, l'energia del segnale di EA cresce, per entrambe le frequenze monitorate. In particolare, una grande emissione di EA, in termini di burst e di intensità di energia emessa, si rileva all'approssimarsi al carico massimo applicato di 4500 N.

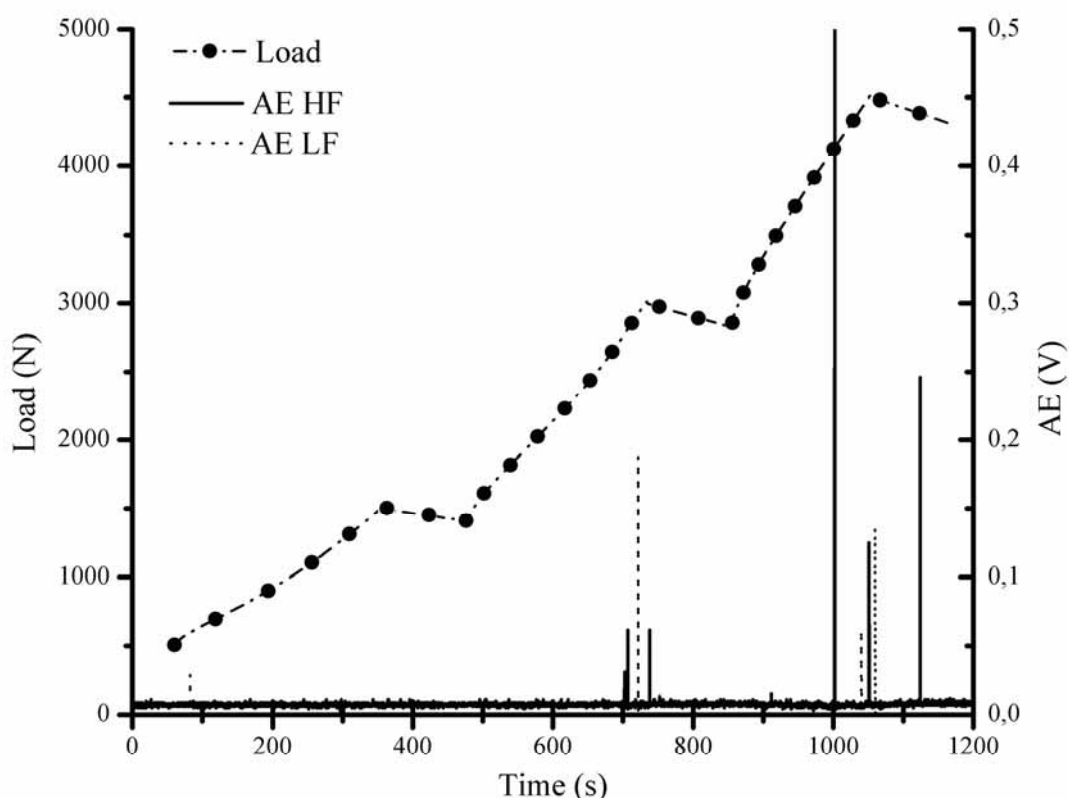


Figura 5.3 – Esempio di Prova: Carico-Emissione Acustica-Tempo

Tali segnali di EA sono stati analizzati mediante tecnica frattale, è stato applicato il *box counting method*, come descritto ed eseguito nei capitoli precedenti. I grafici in figura 5.4 e 5.5 mostrano la relazione che intercorre tra la dimensione frattale D_f e il numero di cicli di fatica N_f , per il primo gruppo di prove e per il secondo, rispettivamente. L'analisi è stata eseguita sui dati di EA alla frequenza di 200 kHz, in quanto il sensore di bassa frequenza utilizzato, 25 kHz, è risultato più adatto per un monitoraggio in altri campi, come quello della sismologia, che in quello della meccanica della frattura di materiali metallici, in cui il processo di frattura è ancora a livello atomico o di reticolo cristallino e quindi è un processo che interessa alte frequenze.

Dai grafici riportati è possibile mostrare come ci sia una relazione ripetuta tra la dimensione frattale e il danneggiamento del materiale per fatica. Tale relazione risulta riprodotta, con caratteristiche simili, per tutte le prove eseguite.

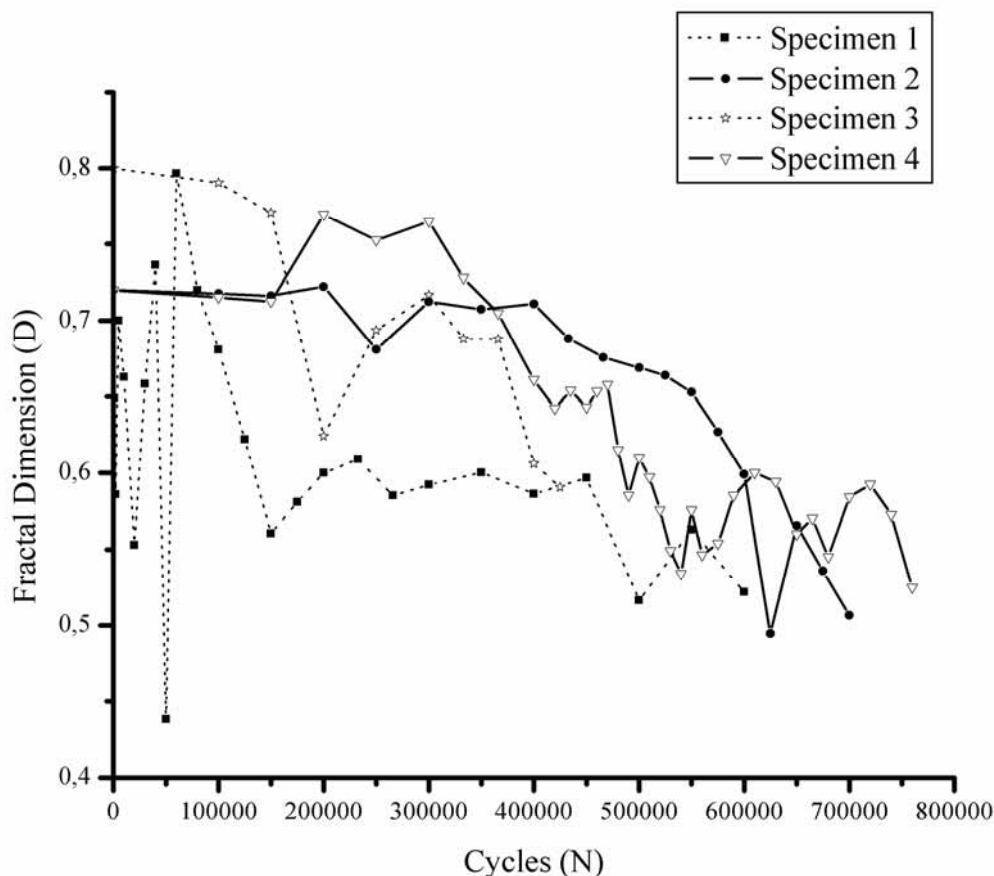


Figure 5.4 – Dimensione Frattale in funzione del Numero di Cicli di Fatica (Gruppo 1)

In particolare, durante la prima parte della vita utile del pezzo la dimensione frattale si mantiene a livelli alti, su valori dell'ordine di 0.7-0.8. Questo implica che durante la fase iniziale del danneggiamento del pezzo non vi sia una organizzazione spaziale delle sorgenti di emissione acustica, rilevabile alla frequenze del sensore scelto. E' quindi possibile dire che non vi è una organizzazione del difetto o una nucleazione della cricca di fatica in questa prima parte di affaticamento del materiale. Questa condizione è caratteristica quando si è di fronte ad una assenza di relazione tra gli eventi in esame, una distribuzione "caotica" delle sorgenti di EA implica una condizione "caotica" del processo di danneggiamento. Il materiale reagisce attraverso tutta la sua struttura, tutto il suo volume, il che non permette che si nuclei alcuna cricca.

Dopo la prima metà della vita a fatica stimata del pezzo, la dimensione frattale inizia a diminuire. L'andamento di questo parametro cambia, da un andamento

praticamente costante a uno decrescente. Il processo procede fino alla rottura, quando la dimensione frattale raggiunge il valore di circa 0.5-0.55.

Da quanto proposto sembra poter essere possibile correlare il danneggiamento a fatica con la distribuzione delle sorgenti di EA, mostrando che la nucleazione e le propagazione del difetto iniziano dopo la prima metà della vita del provino stesso. La diminuzione della dimensione frattale implica che le sorgenti di emissione acustica mostrano una qualche organizzazione nella loro distribuzione, una distribuzione 2D, su un piano. Questo è il piano di frattura.

In questa analisi la frequenza in esame assume un ruolo importante. Infatti in [Gregori 2003] è messo in evidenza come un sensore di più alta frequenza caratteristica possa rivelare difetti di più piccole dimensioni.

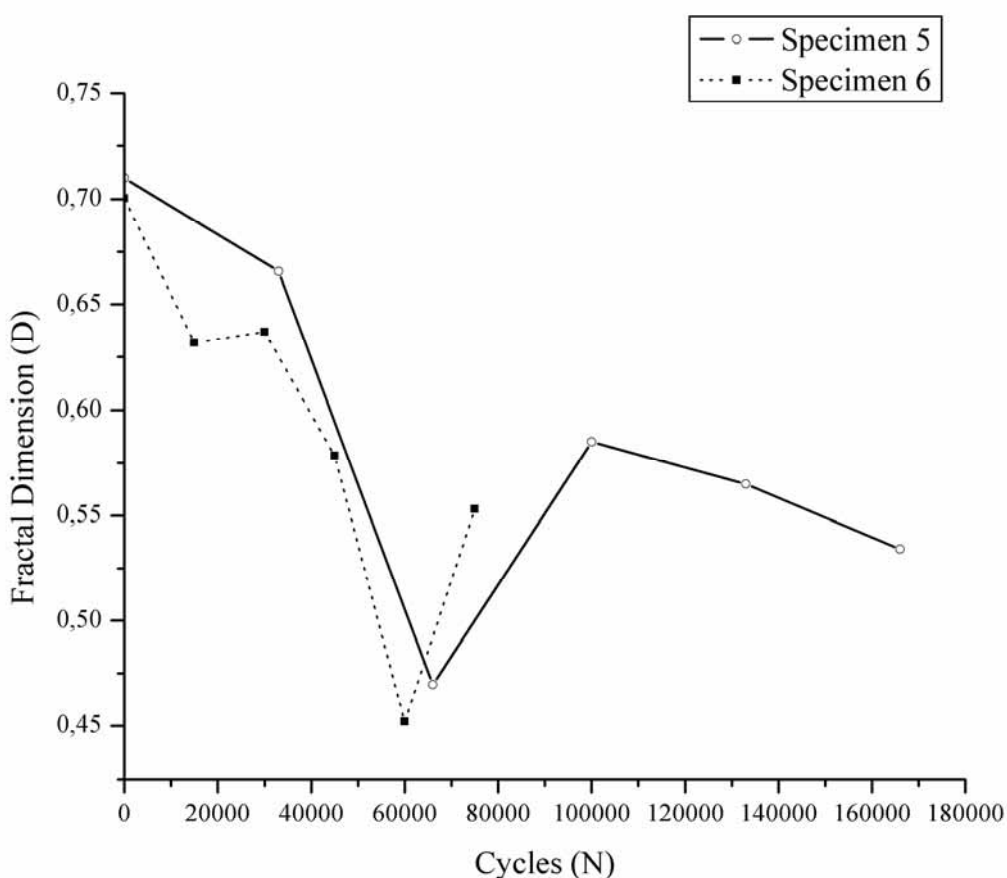


Figure 5.5 – Dimensione Frattale in funzione del Numero di Cicli di Fatica (Gruppo 2)

La figura 5.5 riassume i risultati ottenuti per la seconda serie di prove, quella eseguita con un carico maggiore durante il test a fatica (63 N, corrispondente a $M_f = 4.4 Nm$). All'inizio della prova la dimensione frattale ha un valore elevato, dell'ordine di quello rilevato per la prima serie di prove. Tale valore diminuisce immediatamente già dalla seconda misurazione. Rispetto a quanto visto nel caso precedente, in questa prova non rileviamo la (prima) fase in cui la dimensione

frattale rimane costante, anche se il suo valore, al momento della rottura del pezzo, ricade sempre del range 0.5-0.55, come nel caso precedente.

5.3 Conclusioni

In questo capitolo si è mostrato come l'EA, analizzata mediante analisi frattale, possa divenire un utile ed efficace strumento di diagnostica per la rilevazione e la previsione della nucleazione e propagazione di un difetto durante la vita a fatica di una struttura.

Le prove eseguite hanno messo in evidenza che vi è una stretta relazione tra il danneggiamento a fatica dell'elemento e la dimensione frattale dell'EA rilevata.

Si è riscontrata, inoltre, una ripetibilità dei risultati ottenuti dalle varie prove effettuate, anche andando a variare i parametri della prova stessa.

In tutti i casi in esame, a fronte di un valore caratteristico di $D_f=0.8-0.7$, quando il provino era vergine, la crisi del pezzo è avvenuta quando la dimensione frattale è diminuita fino a raggiungere valori all'interno sempre di uno stesso range di valori dell'ordine di $D_f=0,5-0,55$.

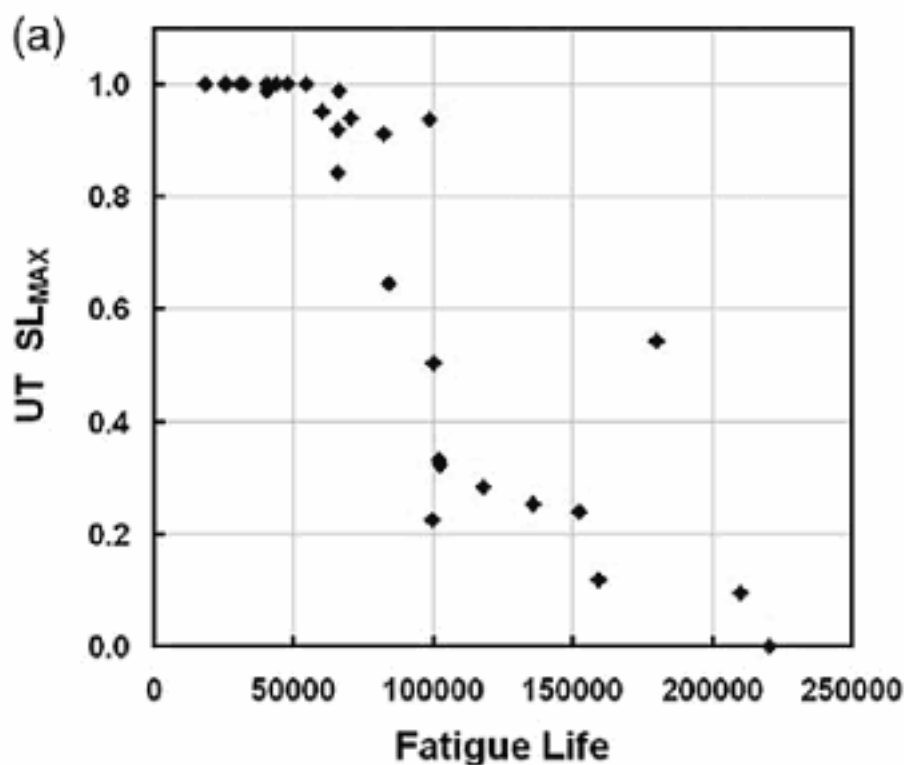


Figura 5.6 - SL_{MAX} rispetto alla vita a fatica residua

(1.0 rappresenta il segnale non riflesso; 0.0 rappresenta un segnale perfettamente riflesso).

Il risultato ottenuto è da mettere in relazione con lo studio svolto da Shell *et al.* [Shell 2005], i quali, hanno confrontato varie tecniche di controllo non distruttivo, tra cui il test agli ultrasuoni (Ultrasound Test - UT), in uno studio sulla vita a

fatica. In particolare è stato possibile mostrare, mediante UT, che, quando il segnale acustico penetra nel materiale, il difetto intergranulare disperde ed attenua l'onda sonora, rilevabile mediante la misura del decremento del segnale riflesso dalle due superfici opposte del materiale. La figura 5.6 mostra la vita residua a fatica in funzione del massimo segnale acustico disperso SL_{MAX} . Si può osservare chiaramente che vi è un decremento del valore monitorato SL_{MAX} come si supera il valore del 50% della vita utile stimata. Affaticando un campione d'acciaio oltre la metà della vita utile si ottiene un risultato analogo con la tecnica frattale. E' stato messo in evidenza, infatti, che si ha un decremento della dimensione frattale. I due risultati mettono in luce come l'EA, sia applicata come tecnica passiva che come tecnica attiva, riesce ad essere di importante aiuto nello studio della nucleazione di cricche di fatica.

Conclusioni

Nel presente lavoro di tesi di dottorato ci si è posti l'obiettivo di studiare mediante la tecnica delle Emissioni Acustiche (EA) e applicando la tecnica di analisi frattale del Box Counting, la possibilità di individuare la condizione di incipiente collasso dovuto alla nucleazione e la propagazione di difetti in materiali caratteristici nella progettazione meccanica.

L'importanza dell'EA, per lo studio di tali fenomeni, risiede nel fatto che i meccanismi di rilascio di energia elastica, che concorrono a generare gli eventi di *burst*, costituiscono i segnali precursori dei fenomeni di frattura del materiale. Inoltre è una tecnica di tipo non invasiva e a modalità tanto attiva che passiva. Questo ha da sempre permesso di seguire il fenomeno nel suo svolgimento temporale, durante il funzionamento stesso della struttura.

In questo lavoro si è voluto mostrare come l'emissione acustica sia un utile ed efficace strumento per la rilevazione e la previsione della nucleazione e propagazione di un difetto durante la vita operativa di una struttura.

Il monitoraggio dell'emissione acustica permette di rilevare rotture di legami atomici o molecolari e, analizzando i dati in maniera opportuna, con tecniche quali l'analisi frattale e il Box-Counting Method, permette di memorizzare informazioni molto utili sulla fisica del sistema e sulla sua storia passata e futura (*effetto memoria*).

Dopo aver studiato lo stato dell'arte della tecnica dell'emissione acustica come prova non distruttiva applicata all'ambito della meccanica della frattura, si è voluto investigare il comportamento delle emissioni acustiche durante l'esecuzione di una serie di prove statiche e a fatica su materiali utilizzati in meccanica. L'analisi frattale ha permesso di individuare ed evidenziare il danneggiamento delle strutture, in tutte le prove eseguite.

In una prima analisi sono state realizzate delle prove partendo da studi eseguiti su piastre di acciaio sollecitate a flessione, che hanno fornito indicazioni importanti ed interessanti sullo stato di frattura dei pezzi. Le prove, in analogia, sono state eseguite su piastre di materiale composito, anch'esse sollecitate a flessione. I risultati ottenuti hanno evidenziato da una parte la possibilità di individuare dei trend caratteristici legati al danneggiamento del pezzo, dall'altro delle similitudini con le prove sugli acciai.

Una prima serie di prove ha previsto di sollecitare a flessione i provini in esame, con serie di carico e scarico. Una diretta relazione tra il numero di sollecitazioni sottoposte al pezzo e la dimensione frattale evidenza "*l'effetto memoria*" propria del materiale ed evidenziata dalle emissioni acustiche.

Una seconda prova, su questi provini, è stata quella di caricare sempre a flessione il pezzo fino a raggiungere la rottura. La prova ha mostrato che l'evoluzione della dimensione frattale ha un andamento con una caratteristica propria in particolare quando il pezzo si approssima a raggiungere il collasso.

Una seconda analisi è stata effettuata sui dati provenienti da alcune prove di emissione acustica eseguite sui serbatoi interrati per GPL. Queste misure sono state eseguite per la prova di riqualificazione decennale dei serbatoi. In tale prova si relaziona lo stato strutturale del serbatoio con un parametro unico che “riassume” tutte le caratteristiche del segnale.

La prova prevede di pressurizzare il serbatoio con carico controllato fino ad un livello prossimo all’apertura della valvola di sicurezza. Durante la pressurizzazione viene acquisito il segnale, filtrato ed elaborato in termini energetici, di cadenza e frequenza.

L’analisi che è stata eseguita, invece, è stata quella di analizzare le stesse misure con tecnica frattale. Si è messo in relazione il parametro unico e la dimensione frattale ed è stato possibile individuare una affinità tra la caratteristica del parametro unico e quella della tecnica frattale. Infatti analogie nell’andamento dei due parametri sono state individuate tanto per serbatoi che hanno passato positivamente la prova, quindi strutturalmente ancora in buone condizioni, tanto per serbatoi che erano in un cattivo stato di conservazione, condizione messa in evidenza prima dal parametro unico della prova, quindi dalla dimensione frattale. Questa analisi sembra permettere di individuare la condizione sullo stato di salute e di collasso della struttura sottoposta a pressurizzazione senza eseguire complicate indagini ed elaborazioni del segnale.

Una terza analisi è stata svolta attraverso prove a fatica. E’ stato previsto un danneggiamento a fatica dei campioni in esame per un determinato numero di cicli, mediante macchina a flessione rotante e, successivamente, l’acquisizione di serie di dati di emissione acustica durante una prova di trazione. Queste prove hanno messo in evidenza che vi è una stretta relazione tra il danneggiamento a fatica dell’elemento, il numero di cicli di fatica e la dimensione frattale dell’emissione acustica rilevata.

Per generalizzare il problema, si sono eseguite prove di fatica con differenti carichi, per avere una relazione tra la velocità di danneggiamento, la rottura a differente numero di cicli, e la dimensione frattale.

Un primo importante dato da sottolineare, è che i risultati ottenuti mostrano una ripetibilità nelle varie serie di prove effettuate, anche andando a variare i parametri della prova stessa. In particolare, in tutti i casi in esame la crisi del pezzo è avvenuta per valori di dimensione frattale che ricadono in uno stesso range. Anche lo sviluppo dell’andamento durante la prova mostra una certa invarianza ed è possibile individuare un punto in cui la dimensione frattale cambia il suo trend. Questo punto, di particolare interesse, evidenzia il momento in cui si ha la nucleazione della cricca. Il danneggiamento del pezzo può essere inteso come organizzazione o, meglio, come accumulo di difetti in maniera “organizzata” e, in questo caso, è stato evidenziato che avviene dopo circa la metà della sua vita utile prevista del pezzo. L’anticipo con cui è possibile prevedere la crisi del pezzo, individuando un momento in cui la cricca è ancora microscopica, risulta essere di grande interesse se paragonato a quanto è possibile ottenere

mediante i classici controlli non distruttivi, in quando in questo caso deve generarsi una cricca macroscopica.

Sebbene si tratta di analisi statistiche sul comportamento della emissione acustica, resta incoraggiante il fatto di poter correlare stati di sollecitazioni e danneggiamento con la dimensione frattale. Le analisi finora condotte, infatti, per quanto su un numero limitato campioni di laboratorio e di prove su strutture reali, hanno evidenziato potenzialità per future applicazioni su strutture in scala reale.

Un possibile sviluppo è, quindi, l'approfondimento della sperimentazione. Ricontrata, infatti, la fattibilità dell'esperimento, si può procedere con una nuova campagna di prove di maggiore validità statistica.

Un ulteriore sviluppo, di tale lavoro, può essere quello di eseguire la rilevazione in maniera diretta, mentre il processo di danneggiamento, a fatica ad esempio, sta avvenendo. Potrebbe essere, ad esempio, possibile correlare la dimensione frattale con parametri caratteristici della meccanica della frattura, oltre che studiare *real time* il progredire del difetto.

Un monitoraggio in tempo reale dell'emissione acustica durante il danneggiamento permetterebbe, inoltre, di utilizzare le tecniche di localizzazione delle sorgenti di emissione acustica all'interno di materiali, per poter individuare la posizione del difetto e, qualora possibile, andare a monitorarlo anche con altre tecniche non distruttive, per ottenere un'ulteriore verifica dell'attendibilità dell'analisi.

Bibliografia

- [Aldrovandi 1973] A. Aldrovandi, G. Buzzichelli, M. Castagna, A. Mascanzoni, M. Mirabile, Rapporto CSM n.1734 R, (Nov.1973)
- [Anderson 1995] T.L. Anderson: Fracture Mechanism - Fundamentals and Applications, CRC Press, Boca Raton, (1995).
- [Averbach 1969] B.L. Averbach, Fracture, Ed. H. Liebowitz, vol. I, Academic Press, New York (1969).
- [Beccarla 1998] M. Beccaria, et al., Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A 404 (1998) 467.
- [Berkovist 1995] A. Berkovist e D. Fang: Study of Fatigue Crack Characteristics by Acoustic Emission, Engng Fracture Mech., Vol.51, No. 3, (1995).
- [Bernardini 1999] A. Bernardini, et al., Rev. Sci. Instrum. 70 (1999) 3463.
- [Biancolini 2002] M.E. Biancolini, C. Brutti: A numerical technique to study arbitrary shaped cracks growing in notched elements, Int. J. Of Computer Applications in Technology, Vol 15, Nos 4/5, pp. 176-185, (2002).
- [Biancolini 2003] M.E. Biancolini, C. Brutti, "Studio della propagazione di cricche di fatica di forma qualsiasi in campo elastoplastico. Attivita' di analisi e modellazione" ISPESL contratto di ricerca b/92/dts/02, Rapporto scientifico della 1° annualità, 2003.
- [Biancolini 2004] M.E. Biancolini, C. Brutti, "Studio della propagazione di cricche di fatica di forma qualsiasi in campo elastoplastico. Attivita' di analisi e modellazione" ISPESL contratto di ricerca b/92/dts/02, Rapporto scientifico della 2^ annualità, 2004.
- [Braccini 1997] S. Braccini, et al., Rev. Sci. Instrum. 68 (1997) 3904.
- [Braccini 2000] S. Braccini, et al., Meas. Sci. Technol. 11 (2000) 467.
- [Braccini 2002] S. Braccini, C. Casciano, F. Cordero, F. Frasconi, G.P. Gregori, E. Majorana, G. Paparo, R. Passaquieti, P. Puppo, P. Rapagnani, F. Ricci, R. Valentini: "Monitoring the acoustic emission of the blades of the mirror suspension for a gravitational wave interferometer", Physics Letters A 301, 2002, pp.389-397.
- [Cagnoli 1997] G. Cagnoli, et al., Phys. Lett. A 237 (1997) 21.
- [Caron 1997] B. Caron, et al., Class. Quantum Grav. 14 (1997) 1491.
- [Cortellazi 1973] G. Cortellazi, S. Boffi, G. Caglioti, F. Rossitto, J. Appl. Phys. 44, 4, 1518 (1973).
- [Cottrell 1958] A.H. Cottrel, Trans AIME 212, 192 (1958).
- [Dunegan 1967] H. Dunegan, A. Tetelman, Nondestructive Characterization of Hydrogen Embrittlement Cracking by SWE Techniques, UCRL-71654 Rep. Lawrence Rad. Lab. (1967).
- [Dunegan 1968] H.L. Dunegan, D.O. Harris, C.A. Tatro, Eng. Fract. Mech. 1, 105-122 (1968).

- [Dunegan 1972] H.L. Dunegan, A.T. Green, Acoustic Emission, ASTM STP 505, 100 (1972).
- [Elber 1971] W. Elber, Significance of fatigue crack closure in Damage Tolerance in Aircraft Structures, ASTM STP 486 (1971).
- [Emura 1989] Emura H., Asami K., Fatigue strength characteristics of high strength steel. Trans Jpn Soc Mech Eng 1989; A55:45-50.
- [Fuchs 1980] H.O. Fuchs, R.I. Stephens, Metal Fatigue in Engineering, J. Wiley, New York, 1980
- [Gerberich 1967] W. Gerberich, C. Hartbower, Proc. of Conf. on Fundamental Aspects of Stress Corrosion Cracking, Ohio State Unit. (1967).
- [Gerberich 1968] C. Hartbower, W. Gerberich, P. Crimmins, Weld Research Suppl. 1-s (1968).
- [Gregori 1999] G.M. Gregori, Annali di Geofisica 41 (1999) 767.
- [Gregori 2002] G.P. Gregori, G. Paparo, U. Coppa, R. De Ritis, A. Taloni: Acoustic Emission (AE) as a diagnostic tool in geophysics, Annls Geophys., 45, (2), 401-416, (2002).
- [Gregori 2003] G.P. Gregori, G. Paparo: Multifrequency Acoustic Emission (AE) for Monitoring the Time Evolution of Microprocesses within Solids, Reviews of Quantitative Nondestructive Evaluation, 22, (AIP Conference Proceedings, edited by Thompson, D. O. and Chimenti, D. E.), 1423–1430, (2003).
- [Guo 2003] W. Guo, H. Shen, H. Li: Stress Intensity Factors for elliptical surface cracks in round bars with different stress concentration coefficient, Internation Journal of Fatigue 25, pp. 733-741, (2003).
- [Hamel 1981] F. Hamel, J.P. Bailon e M.N. Bassim: Acoustic Emission Mechanism During High-Cycle Fatigue, Engng Fracture Mech. 14, (1981).
- [Hartbower 1968] C. Hartbower, W. Gerberich, H. Liebowitz, Eng. Fract. Mech. 1, 291 (1968).
- [Huang 1998] M. Huang, L. Jiang, P.K. Liaw, C.R. Brooks, R. Seeley, D.L. Klastrom, Using Acoustic Emission in Fatigue and Fracture Research; JOM vol. 5 n. 11, (1998).
- [Hull 1983] D. Hull, D.J. Bacon, Introduction to Dislocations, 3rd edn., Pergamon Press, 1983.
- [Ibrahim 1989] F.K. Ibrahim, Effects of Stress Ratio, Compressive Peak Stress and Maximum Stress Level on Fatigue Behavior of 2024-T3 aluminum alloy; Fatigue Fracture Engng. Mat. Struct., 12, (1989)
- [ISPESL 2004] Procedura per il controllo di serbatoi interrati per GPL con tecnica basata sul metodo di AE ai fini della verifica decennale, Revisione 0, 2004.
- [Itoga 2003] H. Itoga, K. Tokaji, M. Nakajima, H.N. Ko, Effect of surface roughness on step-wise S–N characteristics in high strength steel, Int J Fatigue 25 (2003) 379–385
- [James 1971] D.R. James, S.H. Carpenter, Rev. Sci. Instrum. 42, 1131 (1971).

- [Kaptein 1916] J.C. Kapteyn, M.J. van Uven, Skew frequency-curves in biology and statistics, Groningen, p.69 (1916).
- [Koning 1981] A.U. de Koning, A Simple Crack Closure Model for Prediction of Fatigue Crack Growth Rates under Variable-Amplitude Loading, in Fracture Mechanism; Thirteenth Conf., ASTM STP 743 (1981)
- [Kumar 1989] R. Kumar, S.B.L. Garg, Influence of Stress Ratio and Material Properties on Effective Stress Range Ratio and Crack Growth; Engng. Fracture. Mech. 32, (1989)
- [Lin 1998] X.B. Lin, R.A. Smith: Fatigue Crack Simulation for Cracks in Notched and Unnotched Round Bar, Int. J. Mech. Sci. Vol. 40, No. 5, pp. 405-419, (1998).
- [Maddox 1978] S.J. Maddox, An Investigation of the of Applied Stress Ratio on Fatigue Crack Propagation in Structural Steels; The welding Institute, September (1978)
- [McMahon 1968] C.J. McMahon Jr., Microplasticity, Vol. 2, Interscience, New York, 1968.
- [Morton 1973] T.M. Morton, R.M. Harrington e J.G. Bjeletich: Acoustic Emission of Fatigue Crack Growth, Engng Fracture Mech. 5, (1973).
- [Murakami 1994] Murakami Y, Endo M. Effects of defects, inclusions and inhomogeneities on fatigue strength. Int J Fatigue 1994;16:163–82.
- [Murakami 1997] Murakami Y, Takahashi K, Yamashita A. Quantitative evaluation of the effect of surface roughness on fatigue strength (Effect of depth and pitch of roughness). Trans Jpn Soc Mech Eng 1997;A63:1612–9.
- [Nakajima 2001] Nakajima M, Tokaji K, Itoga H, Ko HN. Effects of work-hardened layer and humidity on step-wise S–N curve in a high strength steel. In: Proceedings of International Conference on Fatigue in the Very High Cycle Regime, Vienna, Austria. 2001. p. 181–8.
- [Naito 1984] Naito T., Ueda H., Kikuchi M., Fatigue Behavior of carburized steel with internal oxides and nonmartensitic microstructure near the surface. Metal Trans 1984; 15A:1431-6.
- [Ohnaka 1982] M. Ohnaka, K. Mogi, J. Geophys. Res. 87 (B5) (1982) 3873.
- [Peitgen 1992] H.O. Peitgen, H. Jurgens, D. Saupe: Chaos and Fractal, new frontiers of science, Springer, New York, (1992).
- [Pighini 1980] U. Pighini, Elementi Costruttivi delle Macchine, ESA, Roma, 1980
- [Schijve 1976] J. Schijve, The Stress Ratio Effect on Fatigue Crack Growth in 2024-T3 Alclad and the Relation to Crack Closure, Delft University of Technology, Memorandum M-336 (1976).
- [Shell 2005] E.B. Shell, R.G. Buchheit, B. Zoofan: Correlation of residual fatigue life with quantified NDE measurements, International Journal of Fatigue 27 (2005) 105–112
- [Sinclair 1981] A.C.E. Sinclair, D.C. Connors, C.F. Formby: Acoustic Emission Analysis During Fatigue Crack Growth in Steel, Mat. Sci. Engng 28, (1981).

[Tetelman 1972] A. Tetelman - 21.S, Japan Symposium on Acoustic Emission, Rep. No. 7, Tokyo (1972).

[Uni 7670] Normativa Italiana UNI 7670 : 1988: Meccanismi per apparecchi di sollevamento. Istruzioni per il calcolo.

[Zanini 2004] M.E. Biancolini, C. Brutti, G. Paparo, A. Zanini, Fatigue Cracks Nucleation on Steel, Acoustic Emission and Fractal Analysis, International Journal of Fatigue 28, Issue 12, Pg 1820-1825 (2006).

[Zanini 2006] G. Augugliaro, M.E. Biancolini, C. De Pretis, A. Zanini, Valutazione del danneggiamento di serbatoi per GPL interrati mediante analisi con tecnica frattale dei dati risultati da prove di EA, Convegno Nazionale SAFAP, Roma (2006).

[Zanini 2007] M.E. Biancolini, C. Brutti, G. Paparo, A. Zanini, Acoustic emission monitoring of damage evolution in mechanical materials, Convegno E-GLEA Oberà, Argentina (2007).