

Capitolo 5

Misure e analisi

La fase di ottimizzazione dei parametri dell'analisi fotogrammetrica, di cui in questo capitolo si forniscono solo alcuni elementi più rappresentativi e meno tecnici, è la più complessa dell'intero procedimento sperimentale: dalla realizzazione del provino, all'analisi dei dati. Se ne discute nel Paragrafo 5.2, dopo aver introdotto il software di fotogrammetria digitale utilizzato.

Si conclude questo lavoro illustrando e commentando le possibilità offerte da questo sistema sperimentale (cioè dall'accoppiamento della tecnica di fotogrammetria PIV, e di un apparato che opera su materiale analogico bidimensionale), tramite l'illustrazione di alcune *misure* relative alle diverse fasi delle prove presentate nel capitolo precedente.

5.1 Il software *DaVis*

L'algoritmo di fotogrammetria illustrato nel Capitolo 3 è implementato nel software *DaVis* (*La Vision*, 2001) utilizzato in questo lavoro. Nel trattamento digitale delle immagini in bianco e nero, i toni di grigio sono tradotti in

un valore numerico (intero) da 0 a 255 (risp. da nero a bianco) associato alla posizione di ogni pixel nel piano dell'immagine. La distribuzione d'intensità d'immagine (vedi Par. 3.4) è *campionata*, cioè tradotta in una funzione di coordinate intere, ed a valori interi. Il procedimento di calcolo della correlazione descritto nel Capitolo 3, nella sua forma più semplice (vedi Par. 3.4) o nella variante che fa uso del teorema di convoluzione (Par. 3.5), può essere ripetuto adattandolo a quantità discrete, a patto di utilizzare le definizioni opportune e le rispettive strutture matematiche. Ad esempio, gli integrali nelle (3.8) e (3.9) possono essere sostituiti con sommatorie sui pixel di un'area di selezione, e la correlazione può ancora essere calcolata con la (3.10).

In alternativa, facendo uso dei metodi dell'analisi di segnale (vedi Par. 3.5), la correlazione tra due aree di selezione può essere calcolata facendo uso del teorema di convoluzione e della trasformata di Fourier, nelle rispettive varianti discrete. A questo scopo, è estremamente utile, e di larghissimo impiego, l'utilizzo dell'algoritmo denominato *fast Fourier transform* (FFT; *Cooley e Tukey*, 1965), con il quale è possibile ridurre l'ordine di grandezza del numero di operazioni per il calcolo del valore di correlazione, da $(N_{sel})^2$, dove N_{sel} indica qui il numero totale di pixel per area di selezione, a $N_{sel} \log_2(N_{sel})$.

In virtù dei vantaggi computazionali offerti dall'algoritmo FFT, e per dati di dimensioni usuali (cioè per N sufficientemente grandi), il calcolo della superficie di correlazione¹ *via* trasformata di Fourier e teorema di convoluzione è più efficiente del metodo diretto, al quale, in genere, è preferito. Inoltre, la rappresentazione dell'informazione nello spazio delle frequenze consente di filtrare il segnale, ovvero riconoscere ed attenuare il *rumore* che si annida nell'immagine. Si migliora così, talvolta in maniera considerevole, la qualità delle misurazioni.

¹Vedi Par. 3.4 e Fig. 3.18.

L'equivalente discreto della superficie di correlazione è un grafico che associa valori interi di correlazione (tra aree di selezione) a valori interi (in pixel) di spostamento incrementale; nel caso continuo, in un'intorno del picco di correlazione, essa è “ragionevolmente” approssimabile ad una superficie di Gauss (*Bolinder*, 1999; *Raffel*, 1998): questa osservazione giustifica la procedura implementata nel software *DaVis*, secondo la quale il grafico discreto è interpolato, negli intorni dei valori di massimo, con superfici di Gauss; i picchi di correlazione sono identificati con le posizioni dei punti di massimo di queste superfici (gli apici delle campane di Gauss).

La posizione del picco di correlazione, secondo i realizzatori del software, con l'utilizzo di questa tecnica, può essere determinata con una precisione inferiore al pixel (*sub-pixel accuracy*). Valori di precisione dell'ordine di $0.05 \text{ pix} - 0.1 \text{ pix}$ sono realistici, se sono favorevoli le condizioni di acquisizione del dato (le immagini) e se è opportuna la scelta dei parametri per la taratura del procedimento al caso in esame (*La Vision*, 2001). Ad ogni modo — almeno secondo chi scrive — la precisione del procedimento non può essere conosciuta a priori, sebbene sia possibile verificare il comportamento nei confronti di immagini artificiali, ovvero di immagini simulate di campi di moto. Nella sostanza, però, il numero dei fattori che rientra nella determinazione della precisione della misura, nei casi reali, è talmente elevato, e variabile da fenomeno a fenomeno, da fotogramma a fotogramma, che l'unico valido criterio di apprezzamento delle misure resta il confronto con dati ottenuti con altri metodi.

Per migliorare l'efficienza del procedimento, ed aumentare la probabilità di associare correttamente aree di selezione omologhe in fotogrammi differenti, il software *DaVis* è dotato della procedura *adaptive multi-pass*. Con questo metodo, l'analisi si svolge per livelli successivi: ad ogni passo è determinato

un campo di spostamenti incrementali; questo è utilizzato come dato di partenza per la determinazione al passo successivo, nel quale saranno adottate aree di selezione di dimensioni minori, sino ad ottenere la risoluzione spaziale desiderata. Tra i numerosi parametri che è necessario specificare nell'utilizzo di questa procedura, i più rilevanti sono le dimensioni delle aree di selezione al passo iniziale ed al passo finale. Si è fatto notare, al Par. 3.4, che possedere un dato di partenza, seppure grossolano, circa il campo di spostamenti incrementali, consente di limitare la ricerca del picco di correlazione ad una regione di dimensioni opportune, in genere estremamente più piccola del dominio d'interesse. Ciò è utile all'efficienza dell'algoritmo in termini di tempo computazionale e di probabilità di ottenere determinazioni corrette.

Esiste infatti una concreta possibilità che la determinazione del picco di correlazione sia non solo “imprecisa”, ma “errata”: la superficie di correlazione, per una data area di selezione, non ha un unico massimo ma presenta in genere una *collezione* di punti di massimo, seppure d'entità differente (vedi Fig. 3.18); questi sono interpolati con curve di Gauss, al pari del picco “autentico”; si elegge poi a misura il vettore spostamento corrispondente al picco di correlazione più alto tra questi, il che non corrisponde alla garanzia di un riconoscimento esatto. Per ovviare a questa, e ad altre sorgenti di errore, il software *DaVis* è dotato di funzioni di *post-processing* che consentono di filtrare, ed eventualmente sostituire, i dati giudicati non attendibili in base a criteri prevalentemente statistici.

L'insieme delle sequenze di immagini acquisite per questo lavoro, costituisce una base di dati estremamente consistente. Su di esse sono state eseguite numerose analisi di tentativo, prima giungere alle misurazioni giudicate sufficientemente attendibili. La gestione (ed il riordino) di dati ed operazioni in numero così grande ha richiesto un lungo lavoro di programmazione informa-

tica; il software *DaVis*, infatti, consente l'elaborazione di sotto-programmi (detti “*macro*” nel gergo informatico) per mezzo delle quali l'utente può gestire operazioni complesse, o semplicemente ripetitive.

5.2 Ottimizzazione dei parametri

L'efficacia del procedimento descritto al Capitolo 3 dipende fortemente dalla scelta e dall'ottimizzazione dei suoi parametri; in questo lavoro, si sono seguite le indicazioni in *Keane e Adrian* (1990, 1992), *LaVision* (2001) e *Westerwell* (1998); le più significative tra queste, in sintesi estrema, sono riportate qui di seguito.

In Figura 5.1 appare un dettaglio del prospetto di uno dei provini; in esso è evidenziata, a livello dei pixel, l'immagine delle facce bianche di alcuni cilindri utilizzate in questo lavoro come particelle traccianti. Il diametro in pixel dell'immagine di ciascuna particella tracciante non è arbitrario: al contrario è uno dei parametri più rilevanti per la precisione della misura. Con l'aiu-

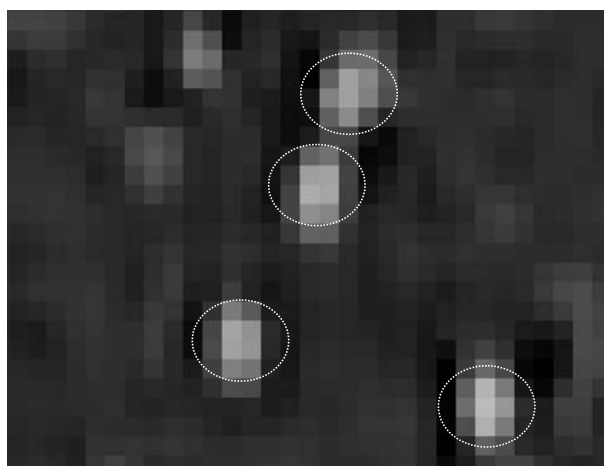


Figura 5.1: Dettaglio dell'immagine di un prospetto dei provini; diametro dell'immagine delle particelle (cilindri) traccianti.

to delle rappresentazioni in Figura 5.2, il concetto può essere esposto come segue: il criterio di ricerca del picco di correlazione utilizzato dal software *DaVis*, si basa sull'ipotesi che le immagini delle particelle traccianti siano ben approssimabili con superfici di Gauss (vedi Par. 3.3); se i diametri delle particelle, nell'immagine digitale, sono eccessivamente piccoli, queste vengono approssimate con superfici di Gauss il cui centro cade pregiudizievole in corrispondenza di coordinate intere, precludendo la possibilità di ottenere livelli di precisione al di sotto del pixel. Una misura opportuna per il diametro dell'immagine delle particelle traccianti (per il metodo di correlazione incrociata) è di poco superiore a 2 pix. Nel presente lavoro, ci si è occupati di verificare il rispetto di questa prescrizione (vedi Fig. 5.1).

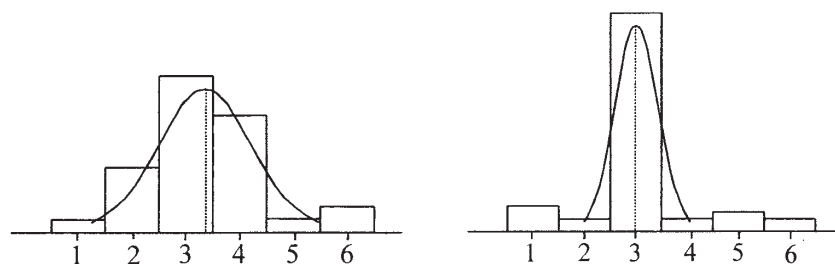


Figura 5.2: (Da *Raffel et al.*, 1998) Interpolazione gaussiana dell'immagine di particelle traccianti al variare del diametro in pixels. Esempio monodimensionale.

Un altro parametro importante per l'ottimizzazione della procedura di misurazione è la *densità d'immagine*². In particolare, va tenuto presente che:

²Vedi Par. 3.1; esprime il numero medio di particelle traccianti che appaiono nell'immagine di un'area di selezione.

- all'aumentare della densità d'immagine aumenta la potenza del segnale per ogni area di selezione, dunque la probabilità che ad essa venga correttamente associata la sua omologa nel fotogramma successivo;
- valori di densità d'immagine elevati consentono l'utilizzo di aree di selezione di piccole dimensioni, a vantaggio della risoluzione spaziale della misurazione (consentendo di indagare fenomeni caratteristici di scale più ridotte);
- è opportuno garantire la presenza di almeno 3 particelle traccianti in ogni area di selezione;
- esiste tuttavia un limite alla densità d'immagine, dettato dalla necessità di ottenere un contrasto soddisfacente nell'immagine acquisita.³

Per un dato fenomeno, gli spostamenti che intercorrono tra due fotogrammi, nel piano dell'immagine, dipendono dal lasso temporale tra di essi e dal fattore di amplificazione M dell'immagine (o dal suo inverso C_{pix} , vedi Cap. 4). Quest'ultimo è un valore fissato, non alterabile a valle dell'acquisizione delle immagini; è invece possibile, solitamente, selezionare delle *sotto-sequenze* dalle sequenze originali di immagini, allo scopo di scegliere il distanziamento temporale opportuno. È possibile a questo modo ottimizzare l'entità degli spostamenti incrementali da misurare, di modo che essi siano:

- sufficientemente grandi, rispetto alla precisione consentita dal procedimento;

³Inoltre, va tenuto presente che in molte situazioni sperimentali, sebbene non in quella di cui si discute in questo lavoro, non è possibile aumentare a piacimento il numero di queste particelle senza influenzare in misura rilevante il fenomeno che si osserva.

- sufficientemente piccoli rispetto alle dimensioni delle aree di selezione impiegate nel primo passo della procedura *adaptive multi-pass* (vedi Par 5.1).⁴

In termini pratici si richiede che sia

$$0.1 \text{ pix} < s_x < \frac{1}{4} l, \quad 0.1 \text{ pix} < s_y < \frac{1}{4} l.$$

dove s_x , s_y ed l , come nel Capitolo 3, sono (rispettivamente) le due componenti del generico vettore spostamento incrementale ed il lato delle aree di selezione.

Nella Prova 1, come discusso nei Paragrafi 4.3 e 4.4, coesistono (o meglio si alternano) due diversi scenari: la continuità di una prima fase, in cui gli spostamenti nel provino sono controllati dagli spostamenti sul bordo, è interrotta da un fenomeno di instabilità che innesci un flusso di materiale granulare (vedi Parr. 4.3 e 4.4). Una volta esaurito il flusso, si osserva il ripristino delle condizioni precedenti (di deformazione controllata). Con riferimento alle Figg. 4.4 e 4.8a, la componente orizzontale della velocità dei grani in sommità al provino (posizionati nei pressi del vertice in alto a destra), a contatto con la traversa verticale destra di confinamento, è stimabile con il valore

$$5.1 \cdot 10^{-4} \text{ rad/s} \cdot 390 \text{ mm} \simeq 0.20 \text{ mm/s},$$

pari al prodotto della velocità angolare della traversa e della distanza, dalla cerniera in basso a destra, dei grani in sommità. Il valore ottenuto è scelto come valore di *velocità rappresentativa* (v_{rap}) ed è riportato in Tabella 5.1,

⁴Nella procedura *adaptive multi-pass*, la ricerca dei valori di spostamento incrementale, al primo passo, è limitata a vettori con componenti pari ad una frazione del lato delle aree di selezione. Questo è vero a meno di altre scelte specifiche espresse dall'utente del software, sulla base di informazioni che si possiedono sul campo di spostamento incrementale.

assieme al corrispondente *spostamento incrementale rappresentativo* (s_{rap}), al quale è legato dalla relazione

$$s_{rap} = \frac{v_{rap}}{C_{pix}} (t' - t)$$

C_{pix} è il fattore di conversione introdotto nel Paragrafo 4.4 e $(t' - t)$ è il lasso temporale che intercorre tra due fotogrammi successivi; lo spostamento incrementale rappresentativo ha il significato di valore in pixel dello spostamento intercorso tra due fotogrammi successivi per un cilindro che si muove con velocità v_{rap} nello spazio fisico.

Per la fase di flusso granulare, sempre nella Prova 1, non è possibile determinare velocità o spostamento incrementali rappresentativi in base alle velocità al contorno, poiché viene meno il controllo sugli spostamenti nel volume. Per determinare una quantità rappresentativa si è scelto di procedere “emulando” il procedimento di fotogrammetria: in corrispondenza di tre diverse fasi del flusso (la fase d’innescio, la fase parossistica, e la fase di arresto) sono stati scelti tre rispettivi contesti campione di particelle traccianti (dove, con “contesto campione di particelle traccianti”, ci si riferisce ad un insieme di cilindri a facce bianche, quindi “traccianti”, selezionati da un’ipotetica area di selezione, situati nella porzione del provino interessata dal flusso); per ognuna di queste fasi è stato scelto come valore rappresentativo di spostamento incrementale il valore dello spostamento orizzontale, medio, calcolato con riferimento al singolo contesto ed a due coppie successive di fotogrammi della sequenza, a cavallo dell’istante prescelto. Sono stati ottenuti, con questa procedura, i valori di velocità rappresentativa riportati in Tabella 5.1 assieme a quelli di spostamento incrementale (ed alla stima precedente relativa alla fase di deformazione controllata).

La seconda prova si è svolta in condizioni di deformazione controllata, a

parte alcuni fenomeni trascurabili, ai quali non ci si è interessati. Si è potuto procedere in questo caso, di nuovo, stimando la velocità rappresentativa in base ai valori al contorno; si è scelto, in particolare, il valore della velocità di discesa della piastra in sommità al pendio: $2.6 \cdot 10^{-2}$ mm/s, circa pari a 0.09 mm/s, corrispondente ad uno spostamento incrementale rappresentativo di 0.09 pix/ftg (vedi Tab. 5.1).

prova	fase	sequenza	v_{rap}	C_{pix}	s_{rap}
1	def. controllata	essai1####.tif	0.20 mm/s	1.26 mm/pix	0.16 pix/ftg
1	innesco del flusso	3mn57####.tif	15.9 mm/s	1.26 mm/pix	0.5 pix/ftg
1	fase parossistica del flusso	3mn57####.tif	139.8 mm/s	1.26 mm/pix	4.4 pix/ftg
1	arresto del flusso	3mn57####.tif	15.9 mm/s	1.26 mm/pix	0.5 pix/ftg
2	def. controllata	essai2####.tif	0.09 mm/s	1.08 mm/pix	0.09 pix/ftg

Tabella 5.1: Velocità e spostamenti incrementali, rappresentativi, per la Prova 1 e 2, nelle diverse fasi del processo di deformazione.

In base ai criteri di ottimizzazione enunciati sopra, è stato scelto un ambito di parametri opportuno; per diversi valori in questo ambito sono state definite le sequenze elencate in Tabella 4.2; le più rappresentative tra queste (cioè quelle con il minor numero di misure palesemente errate e la maggiore coerenza, dal punto di vista qualitativo, con i montaggi delle sequenze dettagliati in tabella 4.3), sono descritte in Tabella 5.2.

prova	fase	analisi
1	intera prova	1A, 1AP1A, 1AP1B, 1AP1C, 1B
1	fenomeno di collasso	2A, 2B
2	intera prova	3A, 3B, 3C

Tabella 5.2: Sequenze di analisi fotogrammetrica

prova	fase	analisi	da	a	ogni	l_{in}	l_{fin}
1	intera prova	1A	essai1_001.tif	essai1_196.tif	5	16 pix	32 pix
1	fenomeno di collasso	2B	3mn57_275.tif	3mn57_340.tif	1	12 pix	32 pix
2	intera prova	3B	essai2_001.tif	essai1_971.tif	10	16 pix	32 pix

Tabella 5.3: Dettaglio di alcune sequenze di analisi fotogrammetrica.

5.3 Misure

A valle dell'analisi fotogrammetrica, i dati ottenuti sono stati rappresentati in forma grafica per mezzo di un software dedicato.

Con riferimento alla prima prova, ed alla fase di deformazione controllata che ha preceduto il primo fenomeno di instabilità superficiale, è riportato, in Figura 5.4, il campo di velocità istantanee, riferito al dominio d'interesse evidenziato in Figura 5.3. Le misure sono qualitativamente coerenti con il fenomeno osservato, e quantitativamente in accordo con la stima effettuata nel paragrafo precedente. Il modulo dei vettori (pressoché orizzontali), cresce linearmente, o quasi, con l'altezza dalla base del provino. In Figura 5.5 è riportata una rappresentazione dei valori di velocità di deformazione deviatorica, rappresentata con il valore dell'invariante di velocità di deformazione deviatorica

$$D := \sqrt{\frac{1}{2}(\dot{\varepsilon}_{xx} - \dot{\varepsilon}_{zz})^2 + 2\dot{\varepsilon}_{xz}^2}$$

(ottenuto per differenziazione del campo di spostamenti continuo rappresentativo che interpola i valori misurati in corrispondenza delle aree di selezione). Con un procedimento analogo è ottenuto, e rappresentato in Figura 5.6, un campo di velocità di deformazione volumetrica:

$$\dot{\varepsilon}_v = \dot{\varepsilon}_{xx} + \dot{\varepsilon}_{yy} + \dot{\varepsilon}_{zz}.$$

Entrambi questi grafici, mostrano elevati valori di velocità di deformazio-

ne (risp. deviatorica e volumetrica) in corrispondenza del lato inclinato del provino. Si tratta ovviamente di un effetto apparente; la misurazione è riferita necessariamente all'intero dominio d'interesse, quindi anche alla regione quadrettata di fondo (Fig. 5.3), nella quale il risultato della misurazione restituisce soltanto l'ordine di grandezza della precisione delle misure (in questo caso, dell'ordine di $10^{-2}mm/s$). La differenza tra queste velocità, e quelle nel provino, immediatamente al di quà del suo bordo, genera questo effetto di (velocità di) deformazione apparente. Nel resto del volume del provino, le velocità di deformazione misurate sono distribuite in maniera omogenea, e rendono conto di un comportamento leggermente dilatante.

Il campo di spostamenti misurato in corrispondenza della fase d'innesco del principale movimento di collasso, è rappresentata in Figura 5.8: una decisa variazione dell'ordine di grandezza delle velocità, ed una loro localizzazione in una regione superficiale in sommità al pendio, ne sono la chiara manifestazione. L'ordine di grandezza delle velocità è coerente con la stima preventivamente effettuata (vedi Tab. 5.1). Sembra essere percettibile un andamento ondulato per il campo di velocità nella regione superficiale interessata dal moto: ciò lascia intuire un'attivazione del flusso secondo una catena di scivolamenti su superfici di scorrimento curvilinee. Al di fuori di questa ristretta regione, gli ordini di grandezza delle velocità sono prossimi ai valori di precisione delle misure (in questo caso, dell'ordine di $10^{-2}mm/s$). Il comportamento dilatante che appare dalla rappresentazione in Figura 5.9 è difficilmente interpretabile, poiché il numero di vettori significativi, su cui è basata l'interpolazione del campo di velocità continuo, è estremamente ridotto, e perché la regione che si indaga è situata a ridosso del bordo del provino (quindi, come illustrato sopra, in una zona soggetta ad errori che inficiano le misure). Osservazioni in parte simili, potrebbero essere ripetute per la

rappresentazione in Figura 5.10; ciononostante, l'analisi delle deformazioni volumetriche sembra fornire alcuni elementi *qualitativi* marcati ed interessanti: in Figura 5.11, sopprimendo la colorazione delle regioni a deformazione estremamente ridotta o nulla, appare ben osservabile un ritmo costante di regioni in compressione e regioni in dilatazione che si alternano lungo il pendio, nella zona di attivazione, a possibile conferma del meccanismo ipotizzato sopra sulla base all'osservazione del campo di velocità.

Ancora in accordo qualitativo con le stime in tabella 5.1, sono le misure relative alla fase parossistica del flusso (Figg. 5.12-5.16) ed alla fase di arresto (Figg. 5.17-5.21). È ancora osservabile, in queste fasi, il comportamento qualitativo accennato sopra: cioè l'alternanza di regioni in compressione e regioni in dilatazione, in successione ritmica regolare lungo il pendio; questo è vero in particolare nella fase di arresto, in cui le velocità significative sono dello stesso ordine di quelle misurate nella fase d'innesco.

Le misurazioni nella fase iniziale della seconda prova (Figg. 5.22-5.24) testimoniano una deformazione sostanzialmente distribuita nel dominio, con enfasi nella zona di appoggio della piastra, ed un comportamento di tipo leggermente dilatante. È necessario tenere conto, anche in questo caso, dell'effetto di deformazione apparente che si ha in corrispondenza del lato inclinato del provino. L'ordine di grandezza dell'errore, misurato sullo sfondo quadrettato (statico), è di 10^{-3} mm/s. Al progredire della prova, è ben osservabile il progressivo instaurarsi di una banda di taglio (Figg. 5.26-5.28) che limita la regione superiore, in scorrimento sulla restante porzione del provino. La banda ha spessore di circa 50 - 70 mm (corrispondenti a 16.7 - 23.3 d_{50} , dove $d_{50} \cong 3mm$ è il diametro del passante al 50% in peso per il materiale utilizzato, vedi Fig. 4.2). Le velocità di deformazione volumetrica non variano in corrispondenza della banda di taglio, il che lascia intuire il raggiungi-

to della condizione di *stato critico*. Questo tipo di comportamento persiste e si stabilizza sino al termine della prova (Figg. 5.30-5.32), disegnando, in maniera evidente, le geometrie tipiche del meccanismo di collasso plastico di una fondazione superficiale, o di un pendio caricato in sommità.

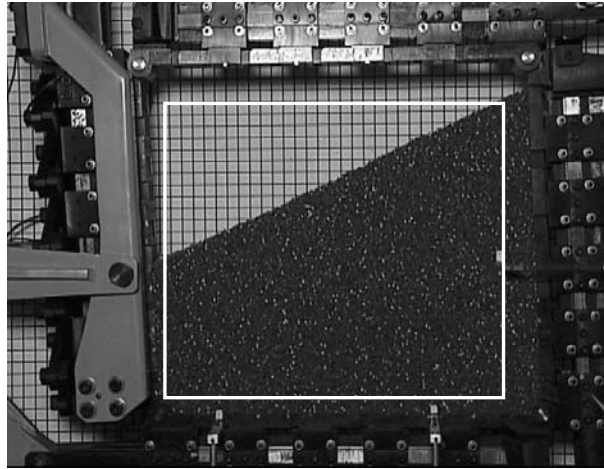


Figura 5.3: Fotogramma Essai_116.tif. Dominio d'interesse per l'analisi 1A.

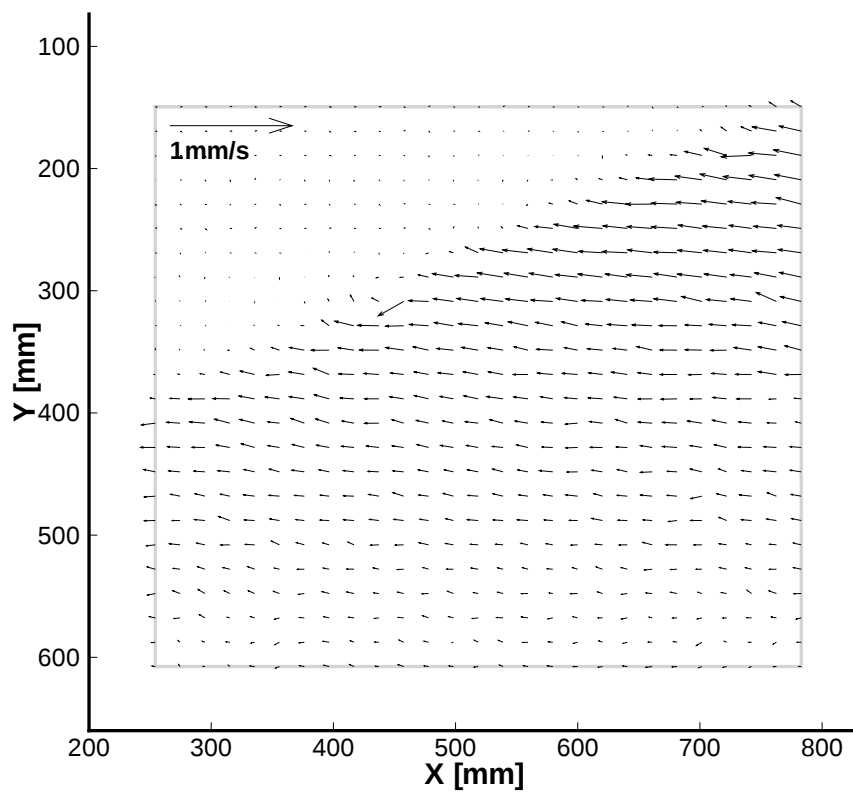


Figura 5.4: Campo di velocità istantanea in base all'analisi 1A sulla coppia di fotogrammi Essai1_116.tif -126.tif.

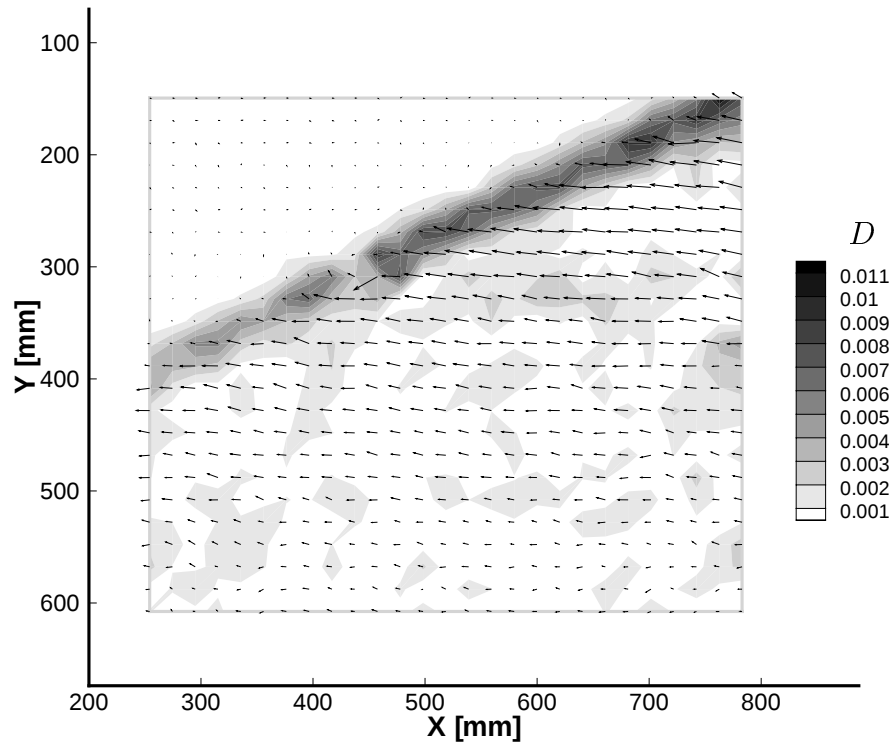


Figura 5.5: Campo di deformazione deviatorica in base all'analisi 1A sulla coppia di fotogrammi Essai1_116.tif -126.tif.

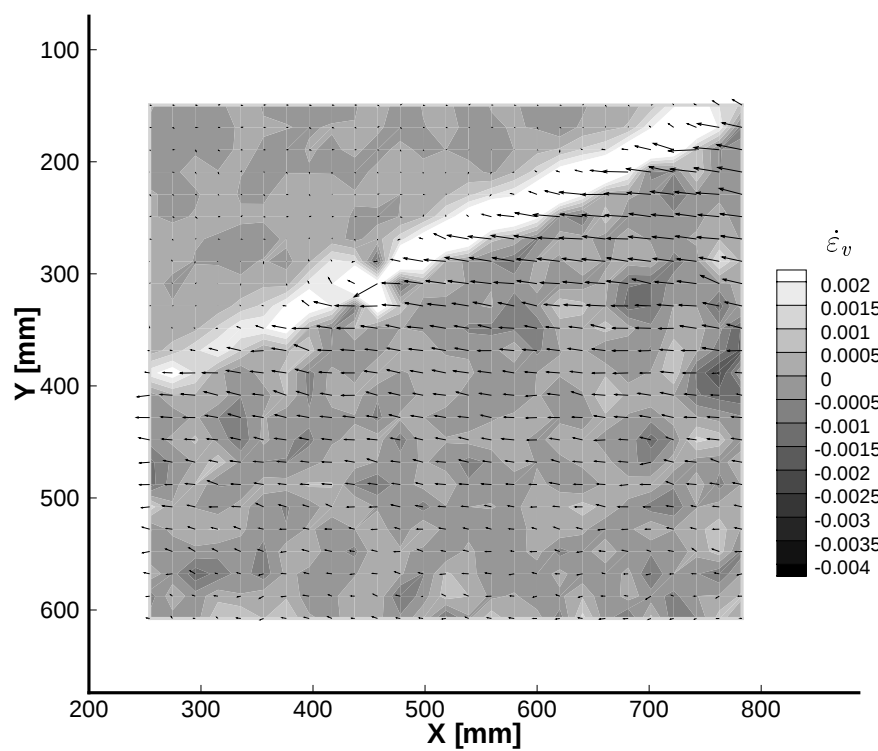


Figura 5.6: Campo di deformazione volumetrica in base all'analisi 1A sulla coppia di fotogrammi Essai1_116.tif -126.tif. I valori negativi sono di compressione.

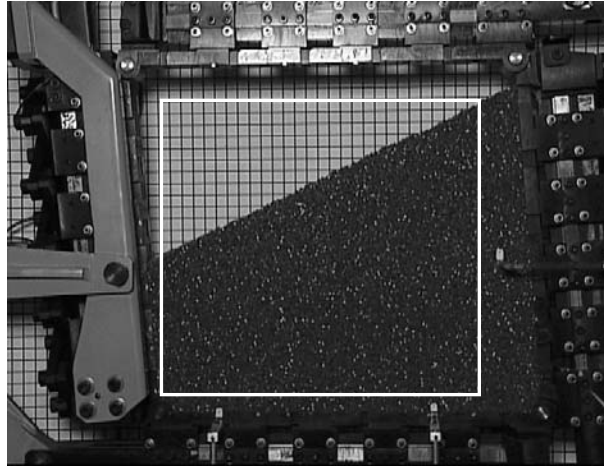


Figura 5.7: Fotogramma 3mn57_278.tif. Dominio d'interesse per l'analisi 2A.

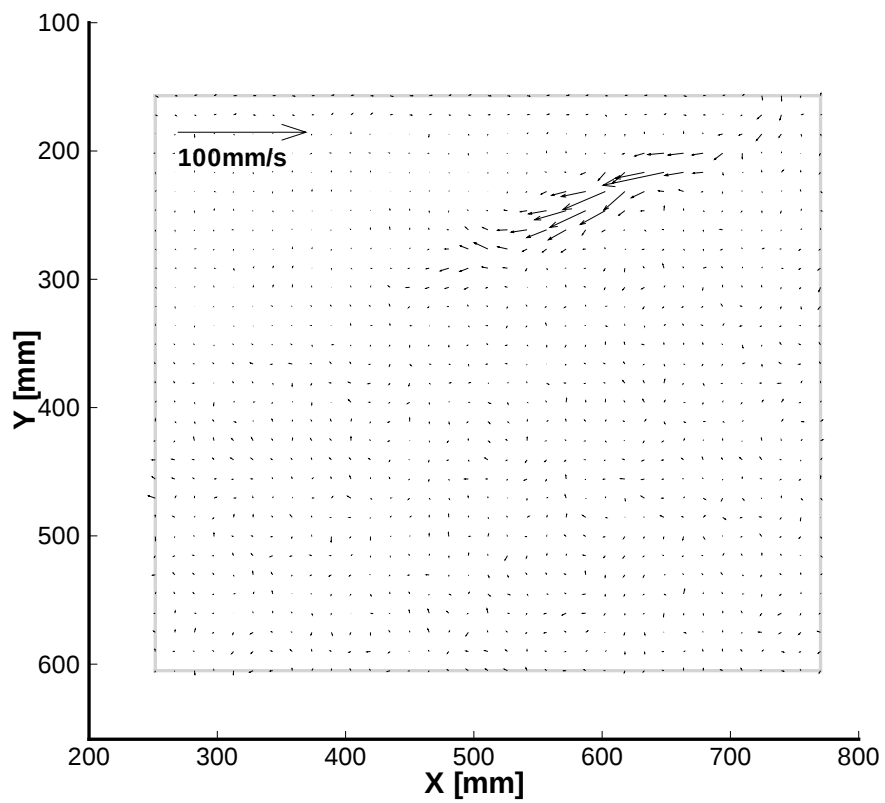


Figura 5.8: Campo di velocità istantanea in base all'analisi 2A sulla coppia di fotogrammi 3mn57_278.tif -279.tif.

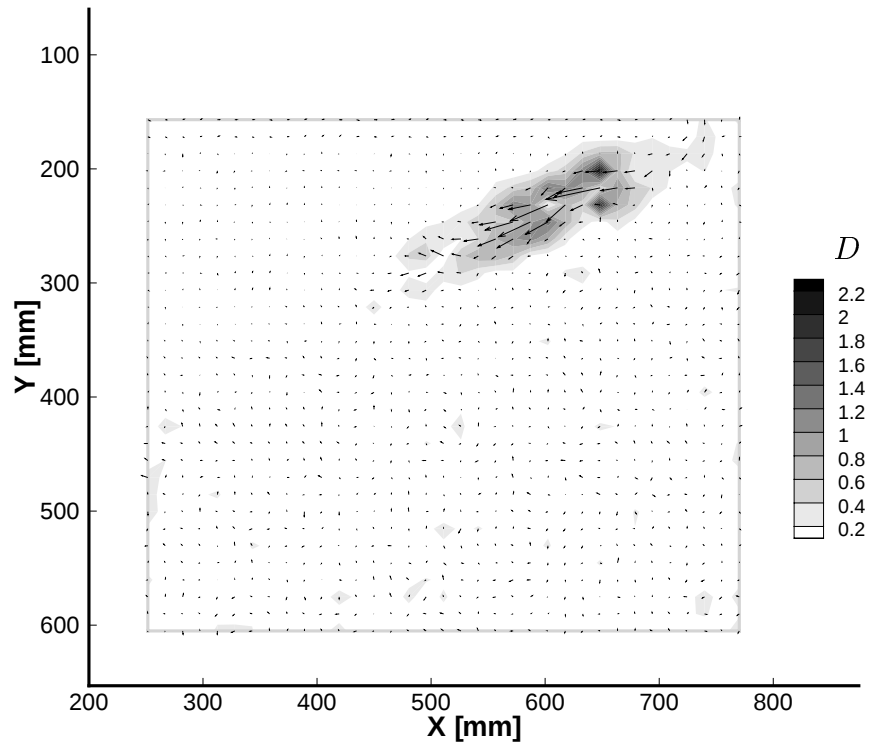


Figura 5.9: Campo di deformazione deviatorica in base all'analisi 2A sulla coppia di fotogrammi 3mn57_278.tif.tif -279.tif.

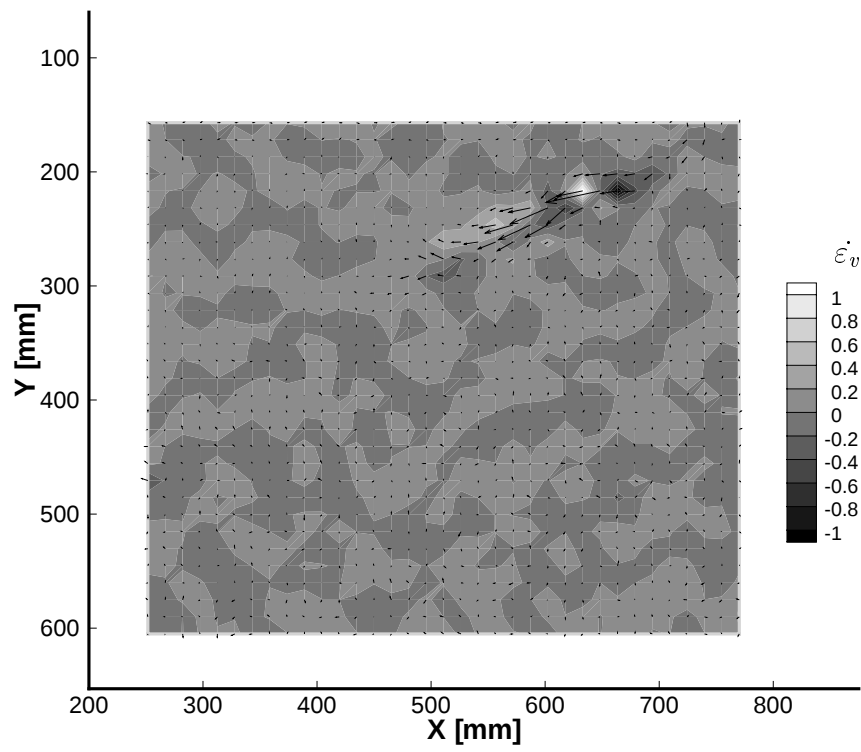


Figura 5.10: Campo di deformazione volumetrica in base all'analisi 2A sulla coppia di fotogrammi 3mn57_278.tif -279.tif.

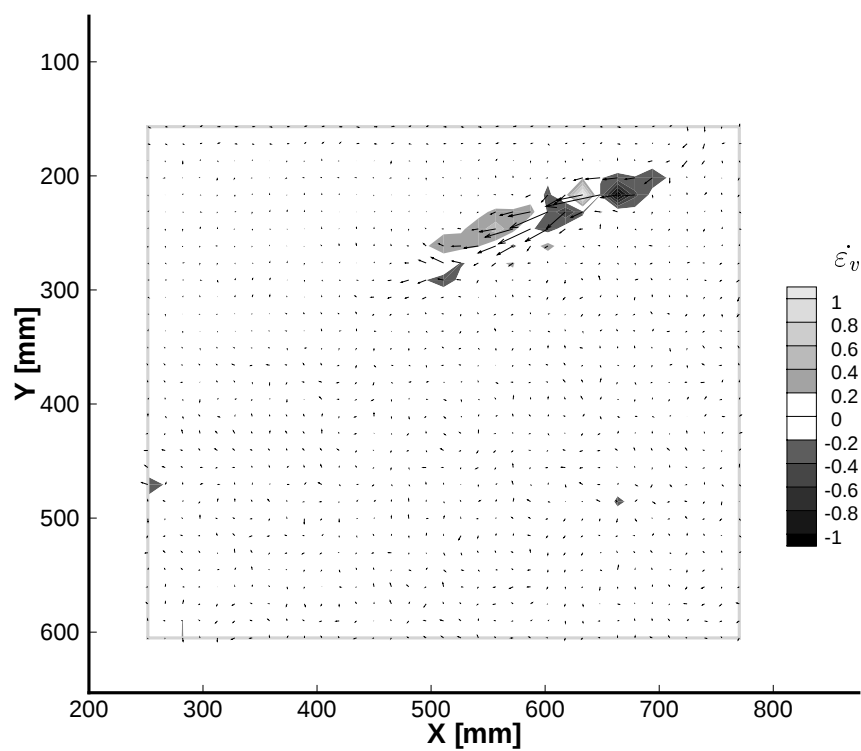


Figura 5.11: Campo di deformazione volumetrica (per $|\dot{\epsilon}_v| \geq 0.2 \text{ s}^{-1}$) in base all'analisi 2A sulla coppia di fotogrammi 3mn57_278.tif -279.tif.

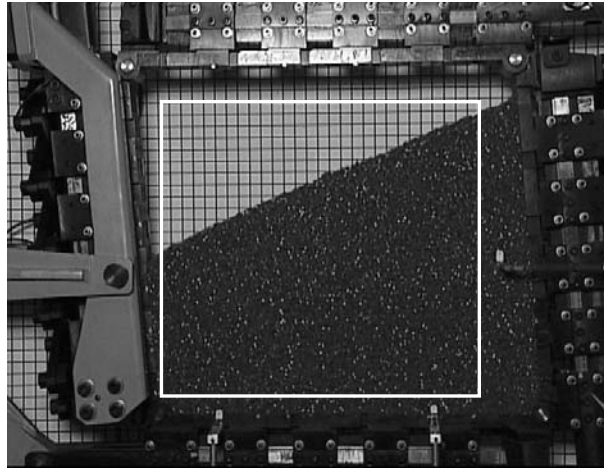


Figura 5.12: Fotogramma 3mn57_306.tif. Dominio d'interesse per l'analisi 2A.

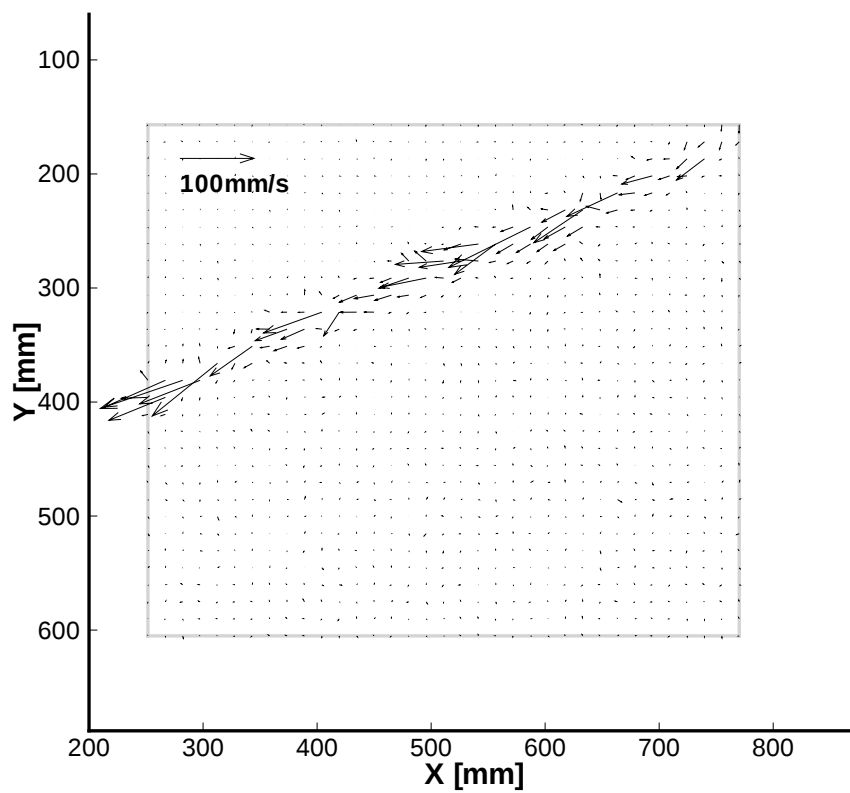


Figura 5.13: Campo di velocità istantanea in base all'analisi 2A sulla coppia di fotogrammi 3mn57_306.tif -307.tif.

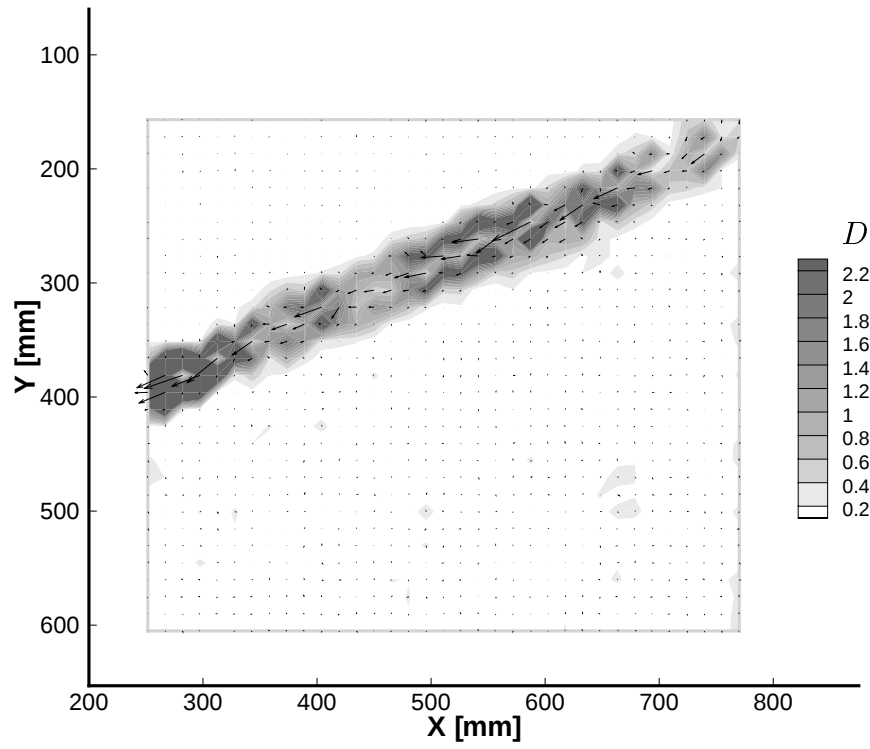


Figura 5.14: Campo di deformazione deviatorica in base all'analisi 2A sulla coppia di fotogrammi 3mn57_306.tif -307.tif.

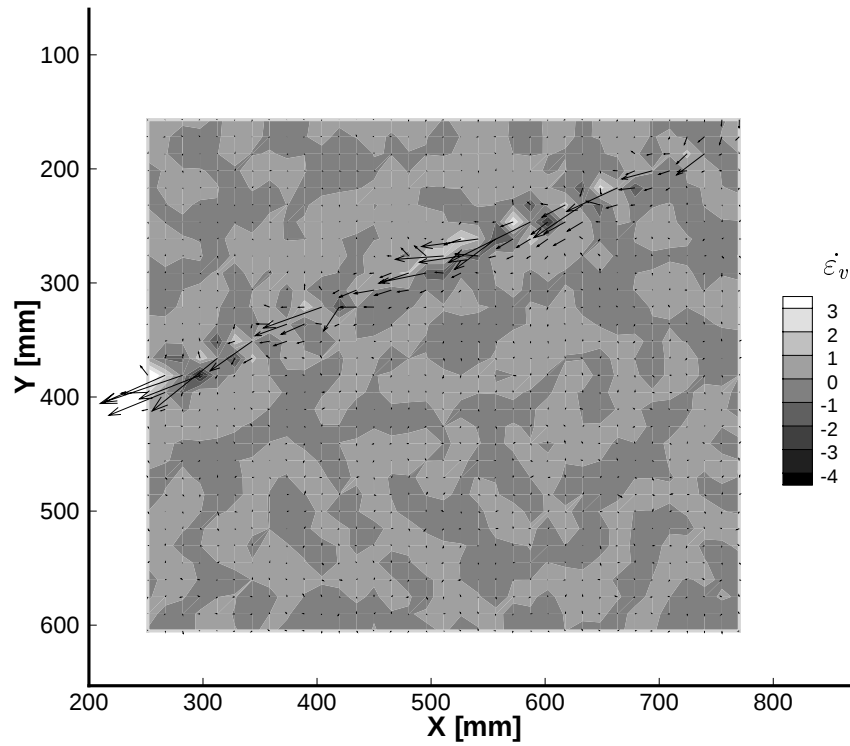


Figura 5.15: Campo di deformazione volumetrica in base all'analisi 2A sulla coppia di fotogrammi 3mn57_306.tif -307.tif. I valori negativi sono di compressione.

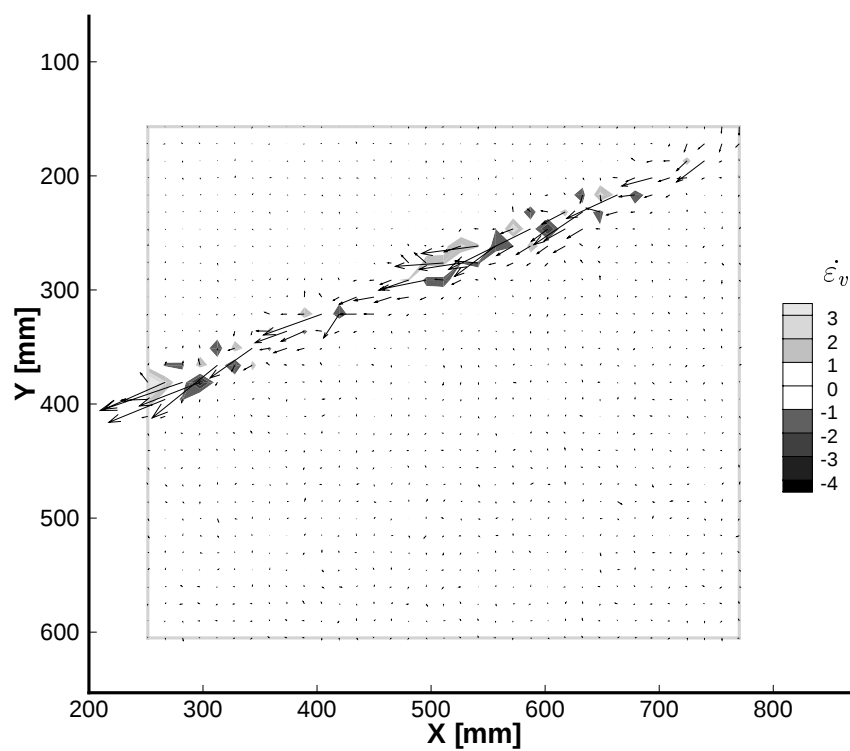


Figura 5.16: Campo di deformazione volumetrica (per $|\dot{\epsilon}_v| \geq 0.1 \text{ s}^{-1}$) in base all'analisi 2A sulla coppia di fotogrammi 3mn57_306.tif -307.tif.

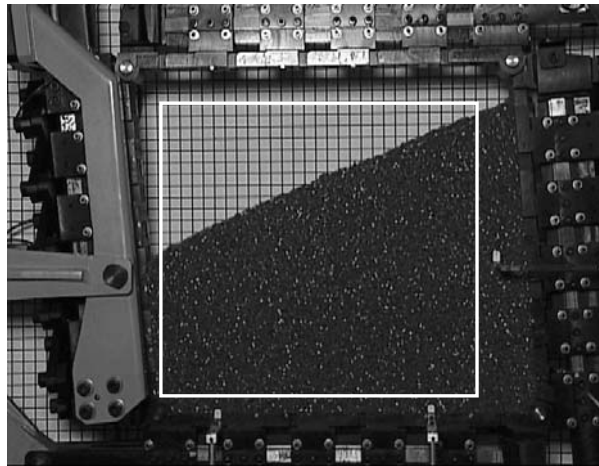


Figura 5.17: Fotogramma 3mn57_323.tif. Dominio d'interesse per l'analisi 2A.

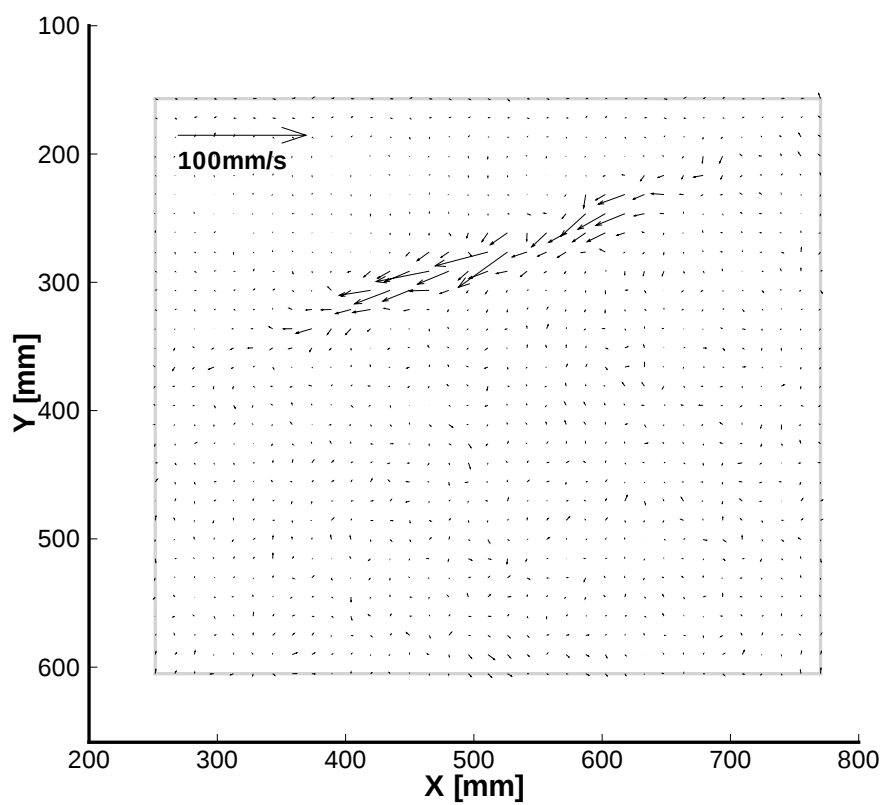


Figura 5.18: Campo di velocità istantanea in base all'analisi 2A sulla coppia di fotogrammi 3mn57_323.tif -3mn57_324.tif.

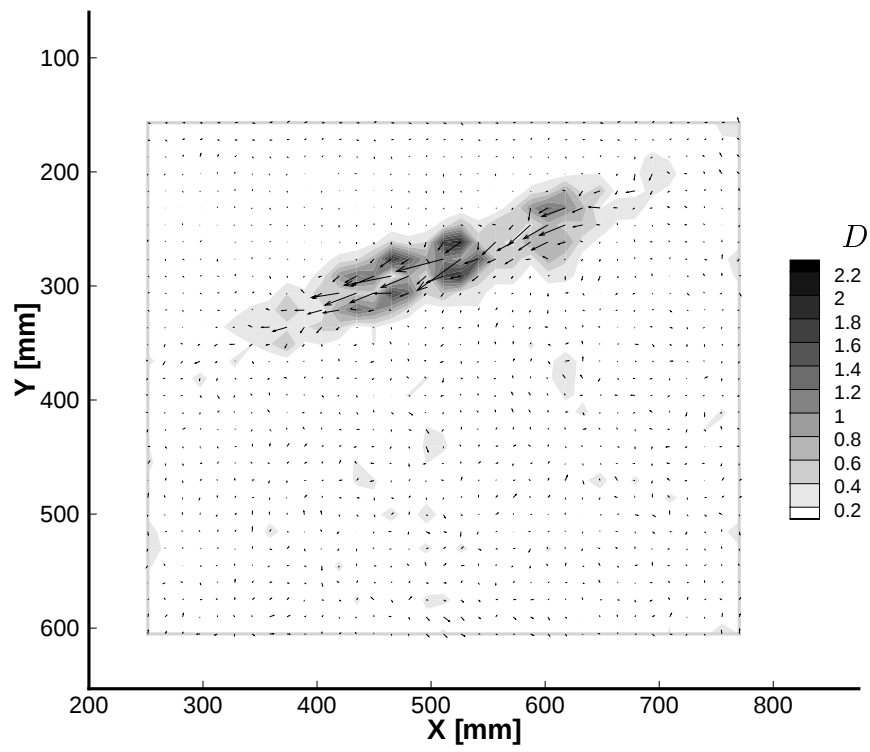


Figura 5.19: Campo di deformazione deviatorica in base all'analisi 2A sulla coppia di fotogrammi 3mn57_323.tif -3mn57_324.tif.

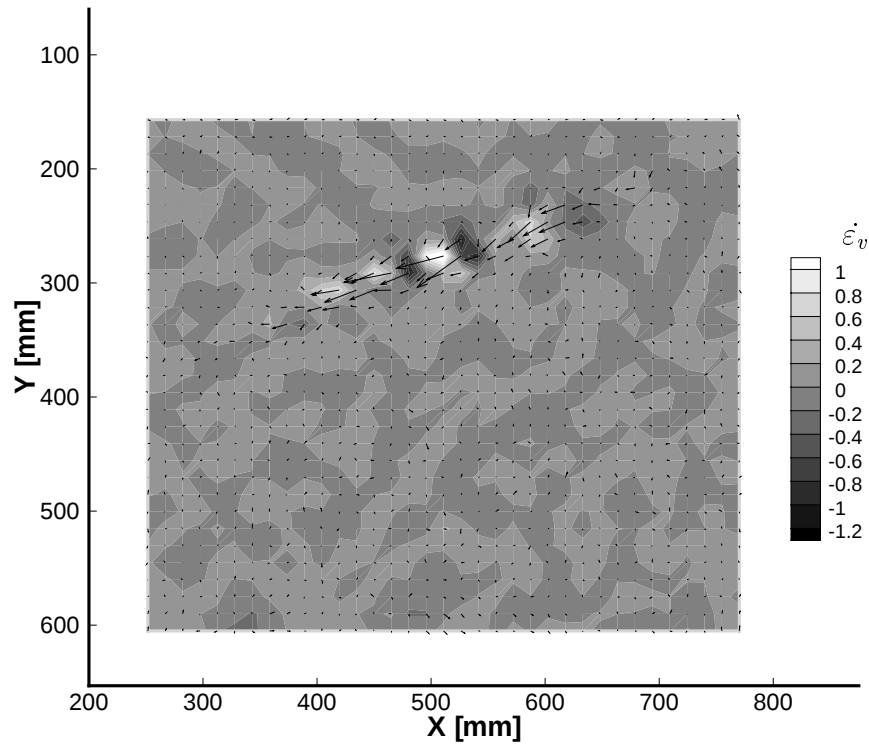


Figura 5.20: Campo di deformazione volumetrica in base all'analisi 2A sulla coppia di fotogrammi 3mn57_323.tif -3mn57_324.tif.

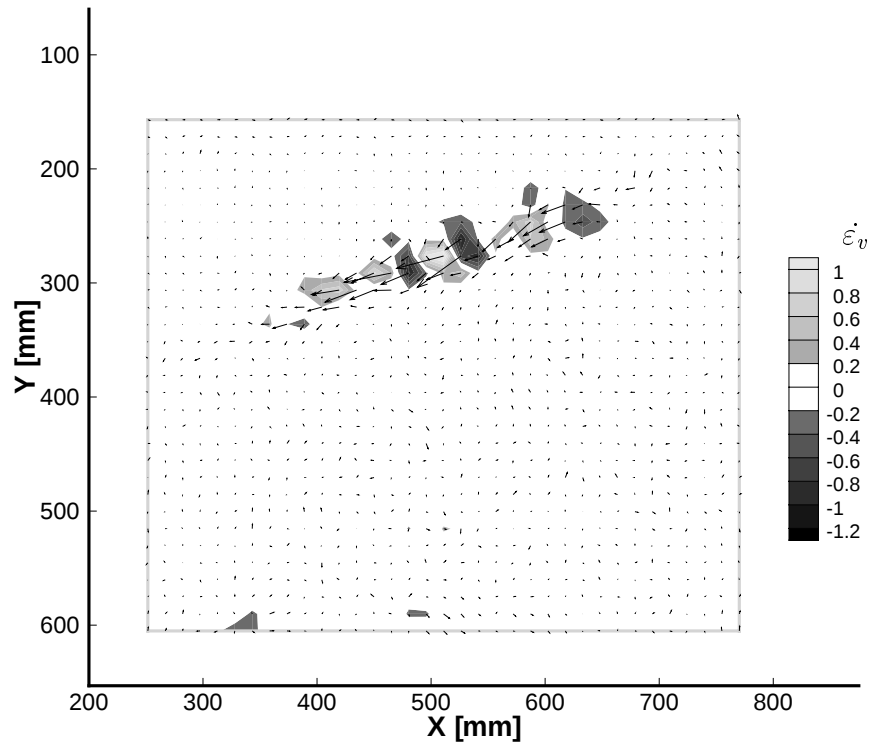


Figura 5.21: Campo di deformazione volumetrica (per $|\dot{\epsilon}_v| \geq 0.2 \text{ s}^{-2}$) in base all'analisi 2A sulla coppia di fotogrammi 3mn57_323.tif -3mn57_324.tif.

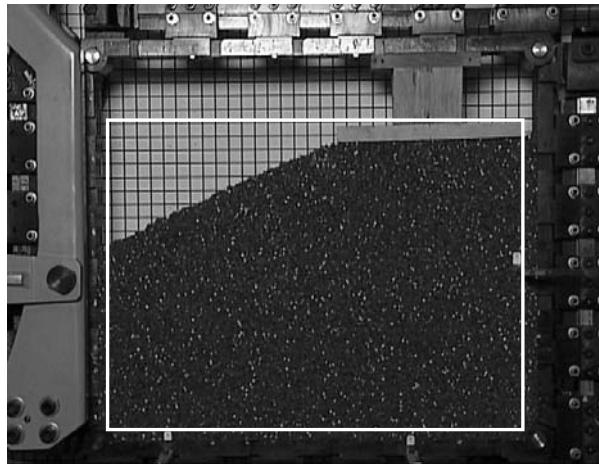


Figura 5.22: Fotogramma Essai2_021.tif. Dominio d'interesse per l'analisi 3B.

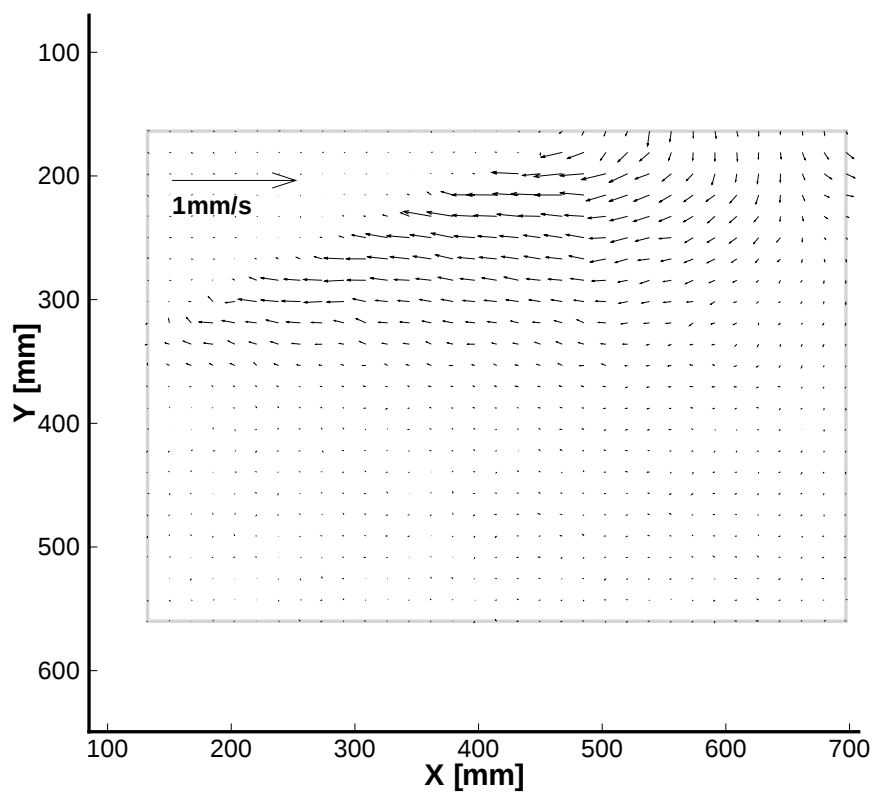


Figura 5.23: Campo di velocità istantanea in base all'analisi 3B sulla coppia di fotogrammi Essai2_021.tif -031.tif.

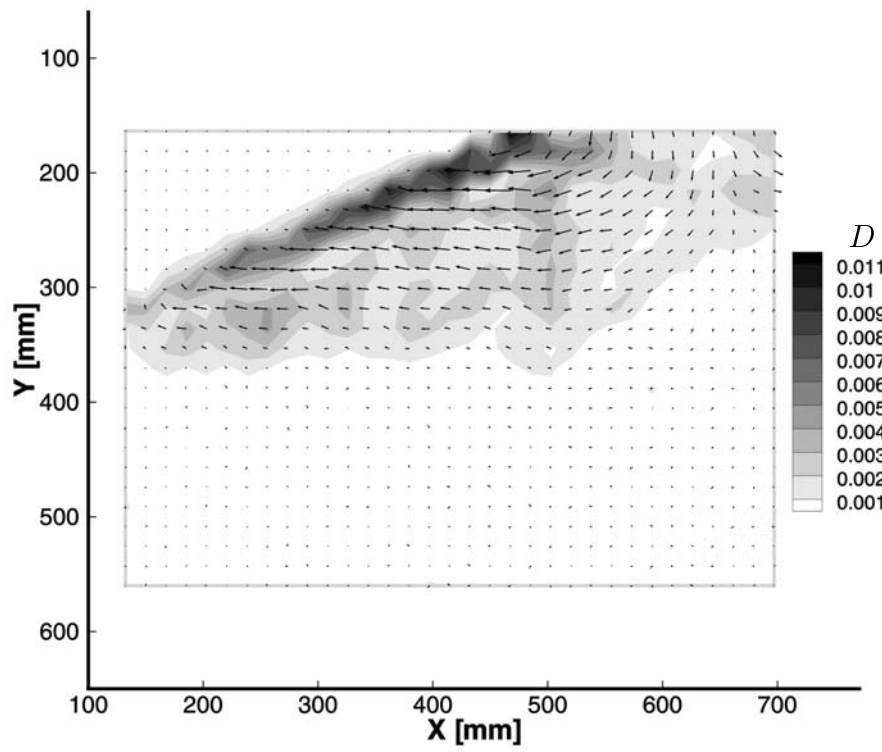


Figura 5.24: Campo di deformazione deviatorica in base all'analisi 3B sulla coppia di fotogrammi Essai2_021.tif -031.tif.

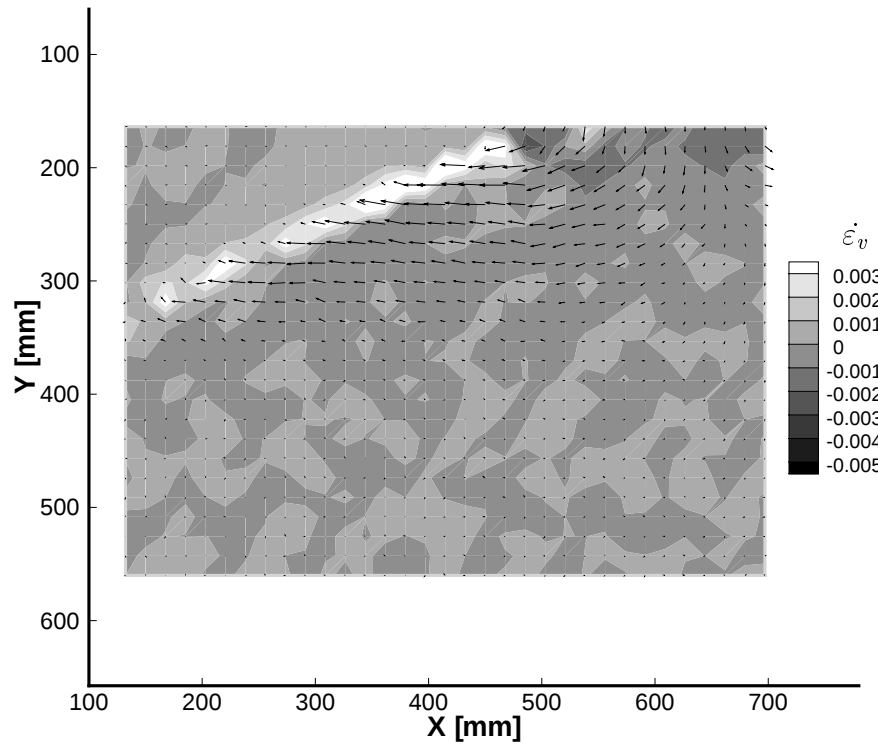


Figura 5.25: Campo di deformazione volumetrica in base all'analisi 3B sulla coppia di fotogrammi Essai2_021.tif -031.tif.

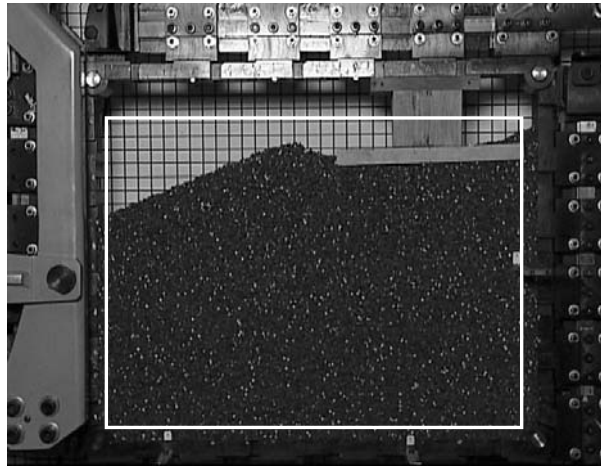


Figura 5.26: Fotogramma Essai2_401.tif. Dominio d'interesse per l'analisi 3B.

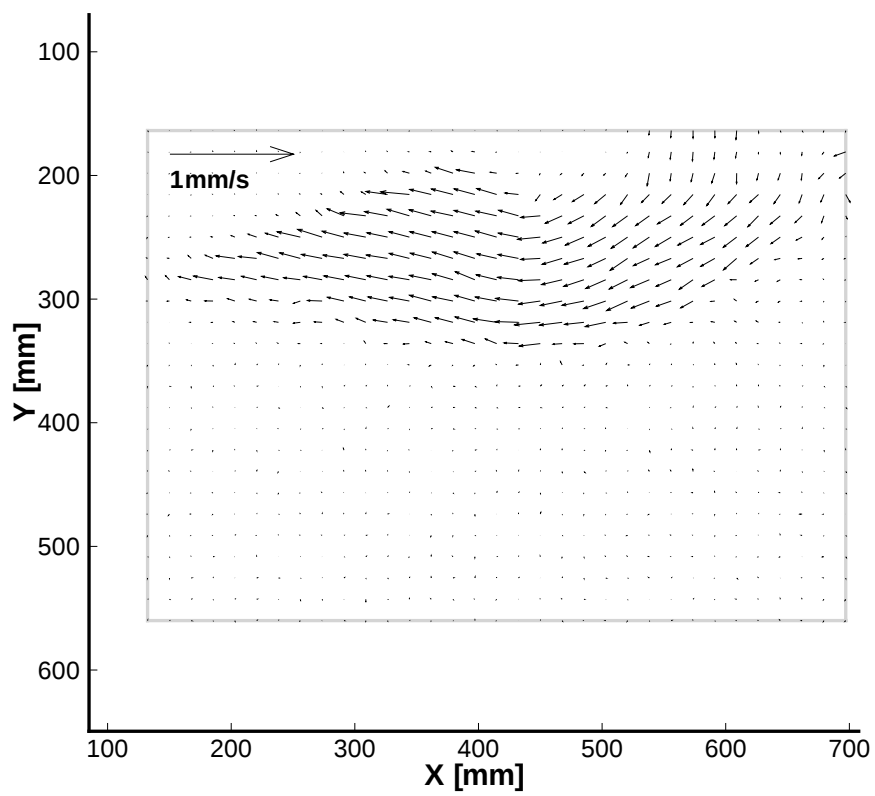


Figura 5.27: Campo di velocità istantanea in base all'analisi 3B sulla coppia di fotogrammi Essai2_401.tif -411.tif.

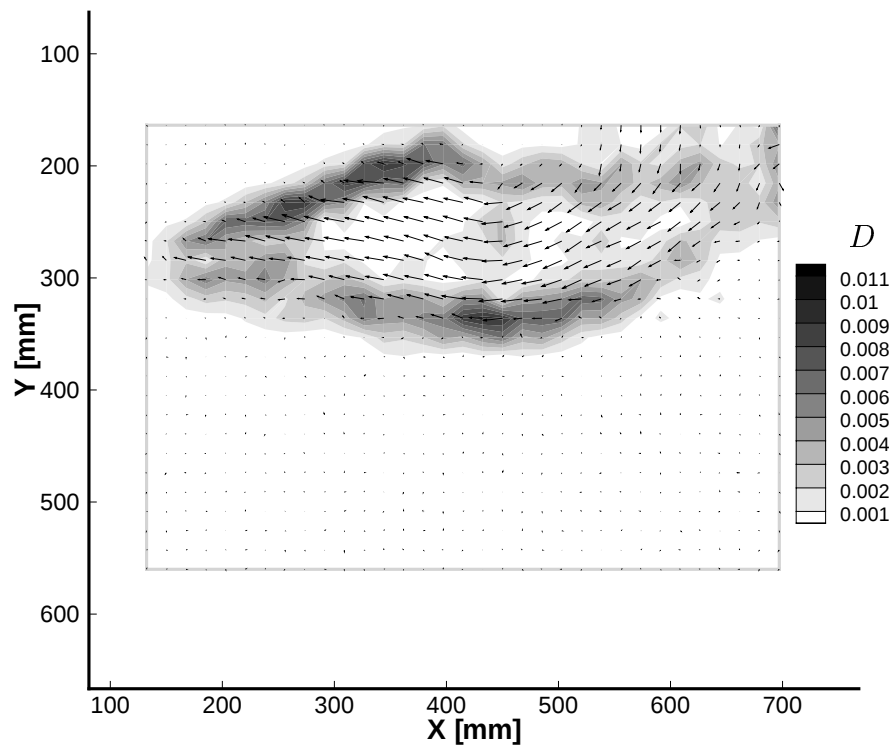


Figura 5.28: Campo di deformazione deviatorica in base all'analisi 3B sulla coppia di fotogrammi Essai2_401.tif -411.tif.

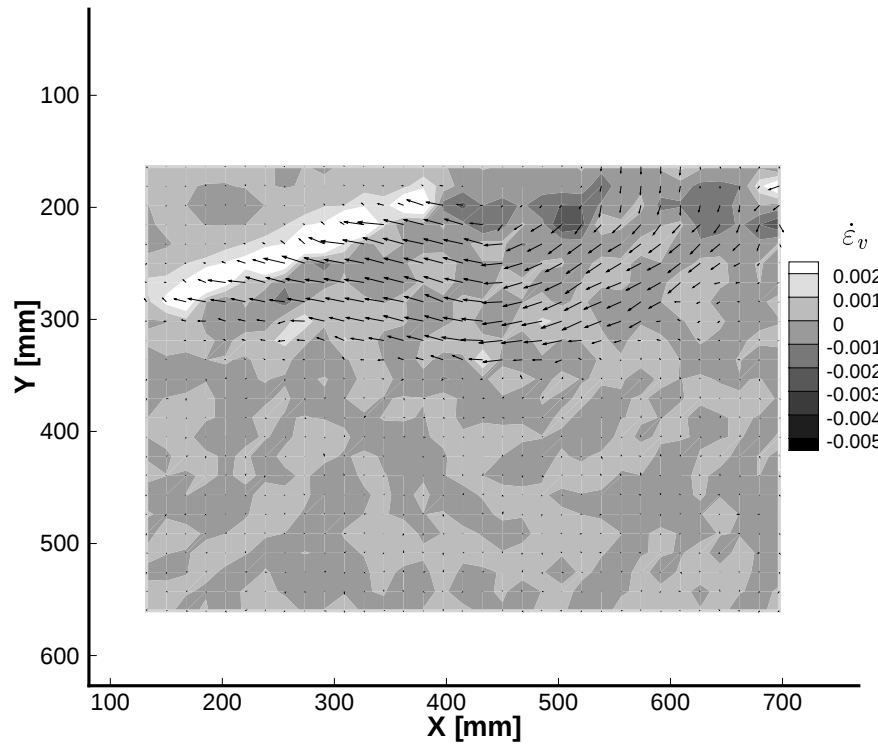


Figura 5.29: Campo di deformazione volumetrica in base all'analisi 3B sulla coppia di fotogrammi Essai2_401.tif -411.tif.

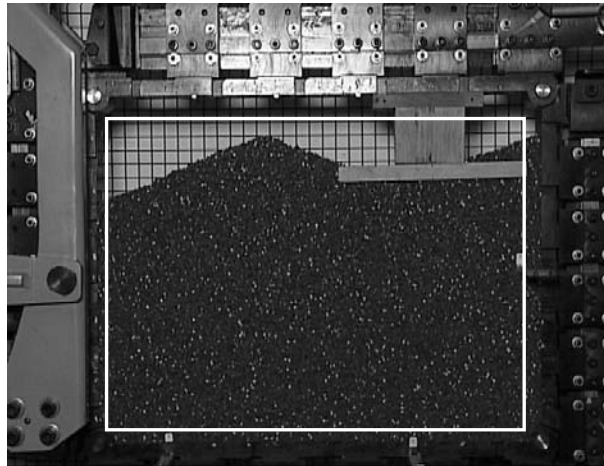


Figura 5.30: Fotogramma Essai2_661.tif. Dominio d'interesse per l'analisi 3B.

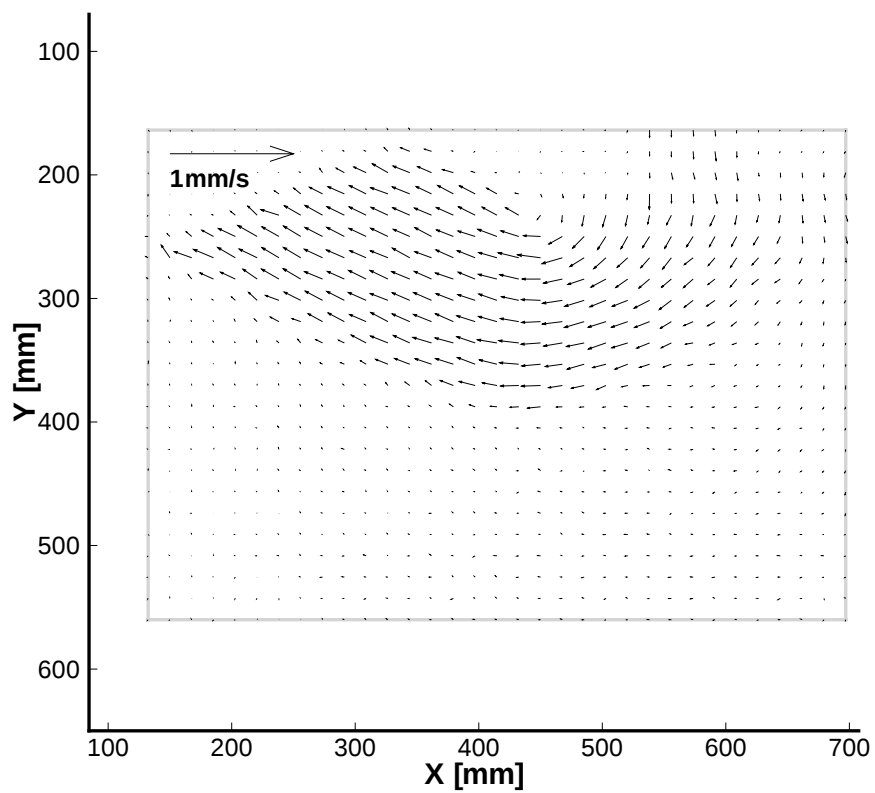


Figura 5.31: Campo di velocità istantanea in base all'analisi 3B sulla coppia di fotogrammi Essai2_661.tif -671.tif.

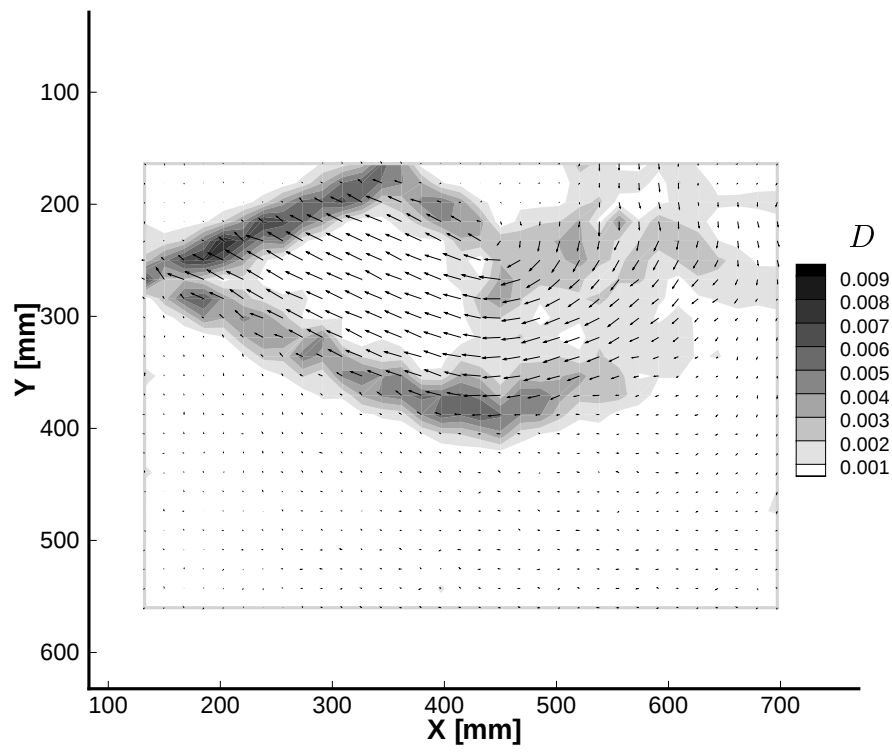


Figura 5.32: Campo di deformazione deviatorica in base all'analisi 3B sulla coppia di fotogrammi Essai2_661.tif -671.tif.

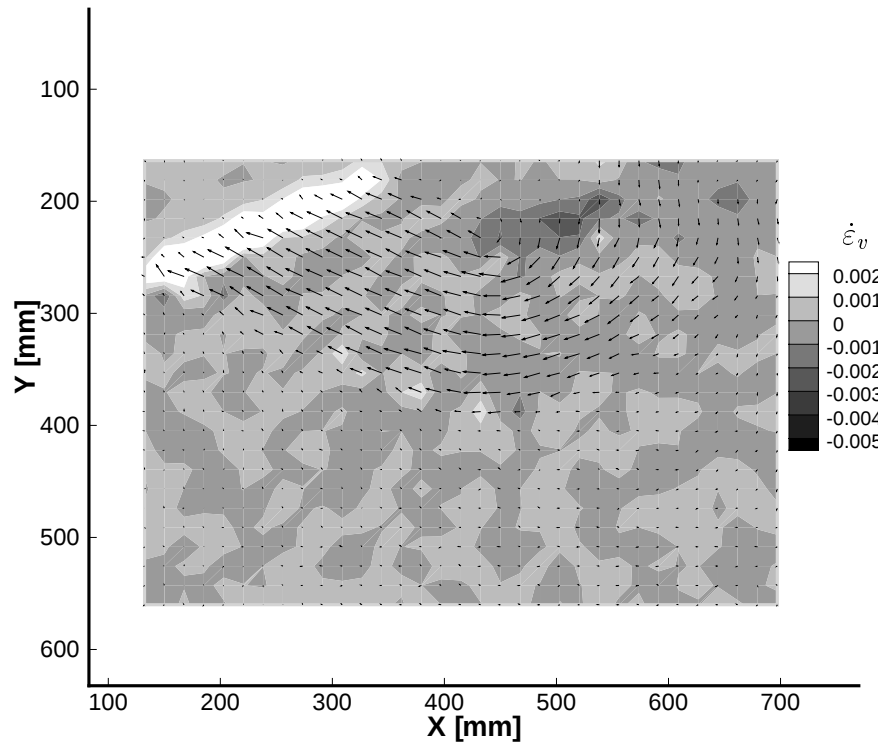


Figura 5.33: Campo di deformazione volumetrica in base all'analisi 3B sulla coppia di fotogrammi Essai2_661.tif -671.tif.