

Capitolo 4

Analisi micromeccanica del FRC

Per poter estendere la procedura numerica per continui fessurati, sviluppata nel capitolo precedente, allo studio del calcestruzzo fibrorinforzato si deve modellare l'azione delle fibre. E' necessario perciò studiare l'interazione tra il processo di fessurazione della matrice ed il processo di distacco e sfilamento della fibra dalla matrice stessa. A tal fine in questo capitolo si sviluppa un'analisi parametrica bidimensionale di una cella unitaria di FRC costituita da una singola fibra immersa nella matrice. L'analisi effettuata permette anche di individuare i parametri geometrici e del materiale che influenzano maggiormente i due processi di danneggiamento che caratterizzano la risposta non lineare del materiale composito.

4.1 Introduzione

La risposta a trazione del composito a base cementizia rinforzato con fibre corte dipende dal processo di distacco e sfilamento della fibra dalla matrice e dalla fessurazione della matrice stessa. In un materiale fibrorinforzato la fessurazione della matrice può avvenire solo con il progressivo distacco delle fibre, quindi per descrivere il comportamento meccanico del materiale composito è necessario studiare le caratteristiche dell'interfaccia fibra-matrice, in modo da determinare come ed in quale misura le fibre sono in grado di rallentare il processo di fessurazione. In particolare, l'aderenza fibra-matrice influenza le caratteristiche meccaniche del composito in modo più significativo rispetto alla resistenza delle fibre stesse. Infatti la dissipazione che si verifica per attrito tra fibra e matrice rappresenta uno dei maggiori contributi all'incremento di durezza del materiale. Lo studio delle caratteristiche dell'interfaccia fibra-matrice nei compositi cementizi ha quindi lo scopo di comprendere l'influenza dell'aderenza fibra-matrice sulle caratteristiche meccaniche del FRC; in tal modo è possibile migliorare le proprietà del composito modificando opportunamente le proprietà dell'interfaccia fibra-matrice. Durante gli ultimi anni molti sforzi sono stati fatti in questa direzione, per esempio utilizzando fibre uncinato o

fibre caratterizzate da superfici ruvide proprio per migliorare l'ancoraggio della fibra stessa alla matrice. Nel seguito si descriveranno brevemente i principali modelli interfaccia fibra-matrice disponibili in letteratura.

Vari studi sono stati effettuati sull'interazione tra il processo di distacco e sfilamento della fibra e la fessurazione della matrice, principalmente nel caso di fibre continue in una matrice fragile. In particolare Aveston, Cooper e Kelly nel 1971 [1] hanno sviluppato uno studio analitico del processo di fessurazione, assumendo che l'interazione fibra-matrice sia esclusivamente dovuta all'attrito. Altri studi sono stati sviluppati da Budiansky et al. nel 1986 [2], sempre nel caso di fibre continue inizialmente incollate alla matrice capaci di scollarsi, durante il processo di propagazione a causa della concentrazione di tensioni presenti all'estremità della fessura stessa. Più recentemente Stang e Krenchel [14] e Stang, Li e Krenchel [15] hanno proposto un modello micromeccanico per determinare la relazione tra le tensioni coesive e l'apertura della fessura per FRC, tenendo in conto l'azione di richiusura esercitata dagli aggregati e dalle fibre.

In questo capitolo si sviluppa un'analisi parametrica del comportamento globale del composito a trazione considerando l'interazione tra il processo di fessurazione della matrice e di scollamento e distacco della fibra dalla matrice stessa [6, 7]. L'analisi parametrica permette di verificare l'influenza dei dati sulla risposta del FRC. Ciò consente da una parte di valutare l'effetto generato da un possibile errore sui dati e dall'altra di progettare il composito scegliendo opportunamente i materiali componenti per ottenere le caratteristiche desiderate.

Lo studio è condotto tramite un'analisi in cui sia la matrice che la fibra hanno un comportamento elastico lineare, mentre le interfacce fibra-matrice e matrice-matrice sono caratterizzate da risposte non lineari. In particolare, l'interfaccia fibra-matrice è modellata tramite un legame elasto-plastico con tensione tangenziale limite [16], mentre l'interfaccia matrice-matrice tramite una legge di danno dipendente dall'energia di frattura del calcestruzzo [3].

Si studia allora l'influenza di alcuni parametri legati alle caratteristiche geometriche e meccaniche della fibra e della matrice sullo sviluppo e l'interazione del distacco della fibra dalla matrice e sulla propagazione della microfessura. In particolare i parametri considerati sono il rapporto di forma, la rigidità e la concentrazione in volume delle fibre, la resistenza a trazione e l'energia di frattura della matrice. Sulla base dei risultati ottenuti si deducono alcune considerazioni sul comportamento globale del materiale composito e sul ruolo svolto dalle fibre.

4.2 Modellazione micromeccanica del FRC

Il comportamento globale del calcestruzzo fibrorinforzato a trazione è non lineare, a causa del progressivo danneggiamento del materiale. La risposta non lineare del

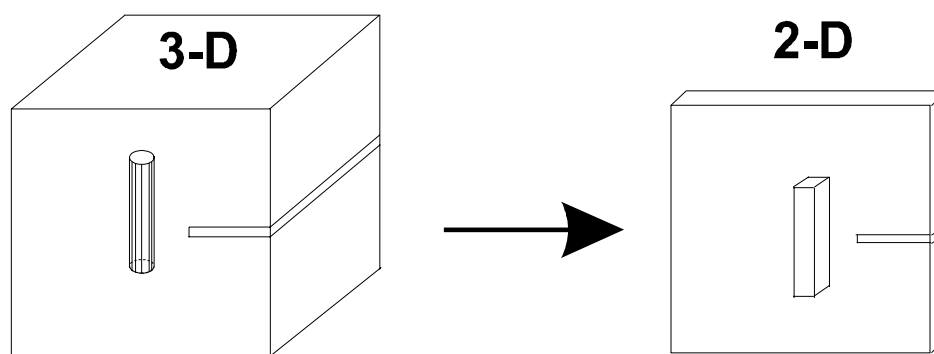


Figura 4.1: Passaggio dall'analisi 3-D a quella 2-D.

materiale è dovuta al fenomeno di scollamento e distacco delle fibre dalla matrice e di fessurazione della matrice stessa.

Il calcestruzzo fibrorinforzato è caratterizzato da una distribuzione casuale di fibre, sia per distanza che per inclinazione; ciò nonostante, per semplificare l'analisi in oggetto, si considerano solo fibre lungo la direzione di sollecitazione. L'analisi è condotta riducendo il problema tridimensionale ad un problema bidimensionale equivalente. Inoltre si suppone che le microfessure, presenti nel materiale a causa del progressivo danneggiamento del calcestruzzo, siano ortogonali alla direzione della sollecitazione.

In figura 4.1 è rappresentata una cella tridimensionale di FRC e la corrispondente cella bidimensionale equivalente. L'analisi bidimensionale differisce da quella tridimensionale in quanto considera la fibra infinitamente estesa nel piano ortogonale all'analisi stessa, cioè nella cella bidimensionale la fibra ha lo stesso spessore della cella. Quindi il modello bidimensionale riesce a studiare solo in modo approssimato la propagazione della fessura in presenza delle fibre.

Si studia il comportamento di una cella costituita da una singola fibra immersa in una matrice di calcestruzzo in cui è presente un difetto iniziale. Per la simmetria della cella rispetto all'asse x l'analisi è condotta solo su metà cella, come rappresentato in figura 4.2.

La cella è soggetta alle condizioni al contorno rappresentate in figura 4.3 ed in particolare ad uno spostamento uniforme crescente v_{top} applicato all'estremità superiore della cella stessa che genera una deformazione media positiva nella direzione della fibra.

L'analisi viene sviluppata introducendo un legame elastico lineare isotropo per la matrice e la fibra, un legame di softening per l'interfaccia matrice-matrice per simulare l'avanzamento della fessura ed un legame elastico-perfettamente plastico per l'interfaccia fibra-matrice per modellare il processo di scollamento e distacco della fibra dalla matrice.

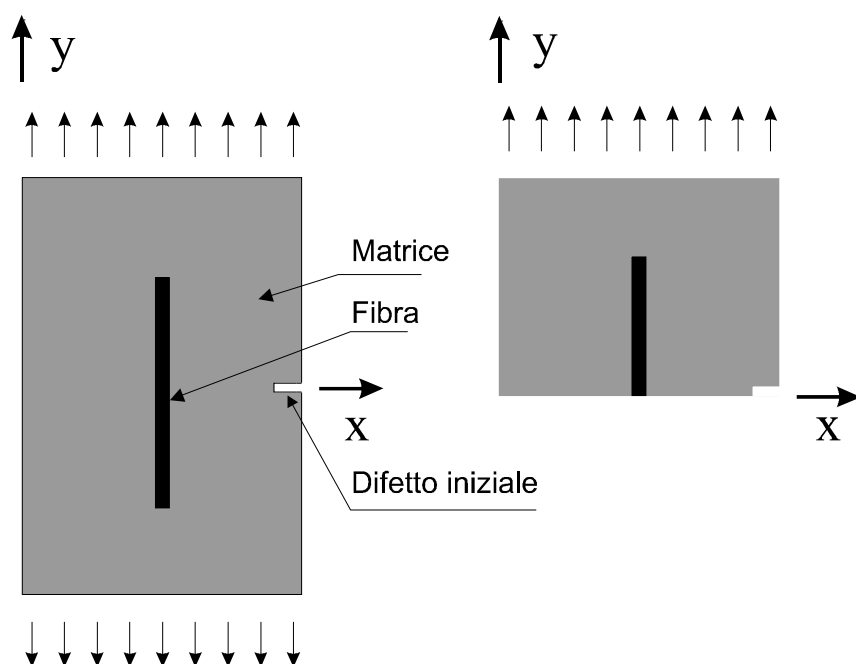


Figura 4.2: Cella di riferimento analizzata.

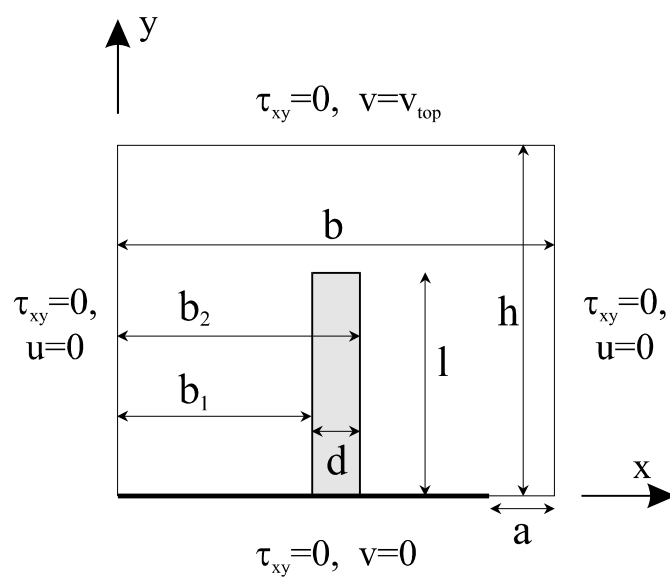


Figura 4.3: Geometria e condizioni al contorno della cella unitaria.

4.2.1 Modellazione interfaccia fibra-matrice

Modelli esistenti interfaccia fibra-matrice

Il volume che circonda la superficie che separa la fibra dalla matrice è comunemente detto *interfaccia*. Questa zona è di solito idealizzata come una superficie con spessore nullo in direzione perpendicolare alla fibra.

I modelli di interfaccia per i compositi a base cementizia sono principalmente di due tipi: modelli che distinguono una zona perfettamente incollata da una scollata e modelli che trattano l'interfaccia come una zona coesiva ad ogni istante.

I primi considerano l'interfaccia divisa in due parti. Una parte *perfettamente incollata* dove l'iniziale aderenza di natura fisica o chimica tra fibra e matrice risulta inalterata. Tale aderenza è sufficientemente forte da assicurare la continuità sia degli spostamenti che delle tensioni all'interfaccia. L'altra parte, detta *zona scollata*, è caratterizzata da una relazione costitutiva che deve tenere in conto gli spostamenti relativi tra fibra e matrice e i fenomeni di attrito che si verificano.

Questi modelli di interfaccia si basano su un criterio di distacco della fibra dalla matrice. Questo significa che la zona scollata avanza quando risulta soddisfatto tale criterio. Inoltre si assume, in generale, che la zona scollata sia caratterizzata da uno slittamento attritivo con tensione tangenziale attritiva τ_s costante.

Due sono i criteri di distacco più comunemente adottati uno basato sulla energia di frattura e l'altro sulla resistenza [12].

In figura 4.4(a) è mostrata una distribuzione schematica delle tensioni tangenziali per un modello basato sull'energia di frattura. La principale caratteristica di tale modello è che la tensione tangenziale all'estremità della zona scollata tende all'infinito ed un'adeguata energia deve essere fornita all'estremità della zona scollata dell'interfaccia per farla avanzare. Questa energia corrisponde all'energia di frattura caratteristica dell'interfaccia [13]. L'energia di frattura per l'interfaccia acciaio/cemento è confrontabile con l'energia di frattura della semplice pasta cementizia.

Un criterio alternativo di distacco dell'interfaccia è basato sulla resistenza; secondo questo modello la zona scollata avanza quando le tensioni tangenziali o nella fibra o nella matrice, che risultano uguali nella zona perfettamente incollata, raggiungono il valore critico τ_m . In figura 4.4(b) è mostrata la distribuzione schematica delle tensioni tangenziali caratteristica di questo modello; anche in questo caso la zona scollata subisce slittamenti con tensione tangenziale attritiva costante τ_s . Si ammette così la presenza di una zona danneggiata detta zona di processo dove sono presenti deformazioni di taglio localizzate. In alcuni modelli detti "slip-weaking", la tensione tangenziale decresce in modo continuo in tale zona dalla regione perfettamente incollata a quella scollata come rappresentato in figura 4.4(c). Da un punto di vista fisico ci si può aspettare che la dimensione della zona danneggiata c dipenda dalle caratteristiche microstrutturali dell'interfaccia fibra-matrice e quindi dalla relazione tra tensione di taglio e slittamento $\tau - \Delta v$.

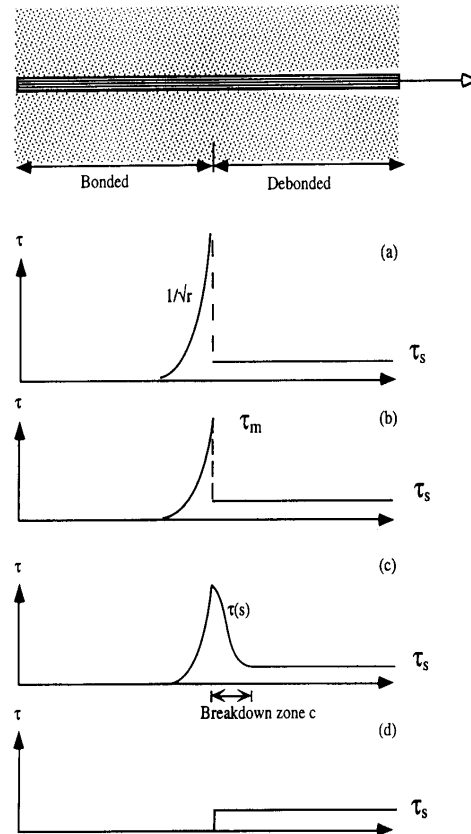


Figura 4.4: Proprietà dell'interfaccia corrispondenti a vari modelli. (a) Modello di frattura fragile elastica lineare; (b) modello di resistenza; (c) modello di frattura "slip-weakening"; (d) modello di resistenza semplificato.

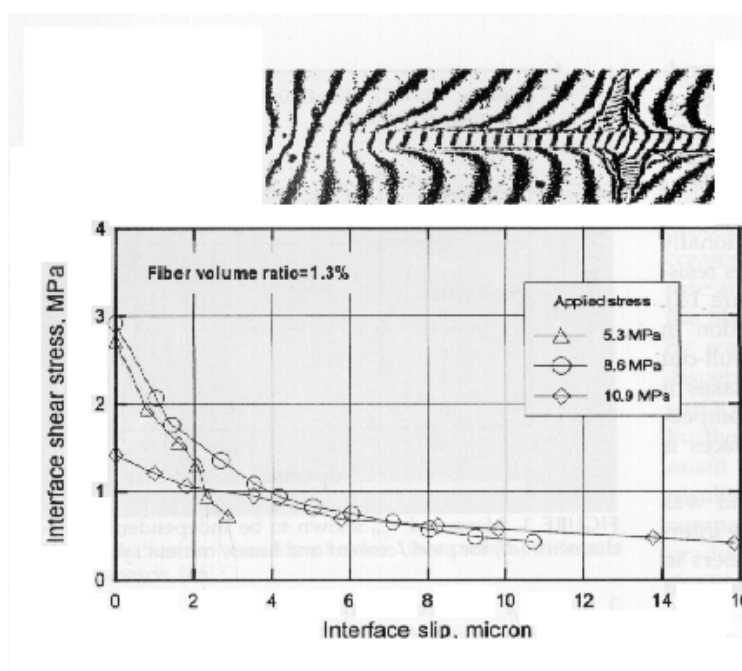


Figura 4.5: Andamento delle tensioni tangenziali in funzione degli slittamenti lungo l'interfaccia fibra-matrice ottenuto mediante misure interferometriche.

La relazione costitutiva tra $\tau - \Delta v$ lungo l'interfaccia è difficile da determinare.

In figura 4.5 sono rappresentati i risultati ottenuti da Shao et al. [11] mediante misure interferometriche per un'interfaccia acciaio-cemento. Da tali prove sperimentali la lunghezza della zona di collasso è risultata elevata se paragonata all'intera estensione dell'interfaccia. In generale per una microstruttura caratterizzata da inerti di grandi dimensioni, come in molti compositi fibrorinforzati a base cementizia, la zona di collasso risulta, perciò, confrontabile rispetto alle dimensioni dell'interfaccia [16].

L'attrito gioca un ruolo sempre più importante con l'aumentare delle dimensioni della fibra e della tensione laterale di confinamento, l'intera interfaccia può essere considerata priva di aderenza con l'attrito che mantiene unite la fibra alla matrice. Come è rappresentato in figura 4.4(d) quando il carico è applicato alla fibra la resistenza allo slittamento è fornita dalla tensione tangenziale dovuta all'attrito che si sviluppa su parte dell'interfaccia. Questa rappresenta un'assunzione molto comune anche adottata per determinare la resistenza d'aderenza nei test di pull-out, e largamente utilizzata nei modelli micromeccanici dei materiali compositi.

Il secondo tipo di modelli, detti coesivi, non distingue tra una zona incollata ed una zona scollata ed introduce un'unica relazione costitutiva lungo l'intera interfaccia, assumendo che solo gli spostamenti relativi tra fibra e matrice generano

un trasferimento di tensioni. Il modello coesivo fu originariamente introdotto da Needleman [9, 10] per lo studio di materiali compositi che si deformano plasticamente, comunque versioni semplificate sembrano funzionare bene per i compositi a base cementizia.

Alcuni modelli coesivi assumono una relazione lineare tra tensioni tangenziali e spostamenti relativi tra fibra e matrice per slittamenti molto bassi. La relazione tra la tensione dovuta all'attrito e gli spostamenti relativi è invece generalmente caratterizzata da un incrudimento o da un softening.

Il modello coesivo di interfaccia, introdotto da Nammur and Naaman [8], utilizzato nel seguito, risulta caratterizzato da una relazione tensioni tangenziali-scorrimento monotona lineare a tratti e da una tensione di scorrimento costante τ_s . Viene trascurato perciò l'eventuale incrudimento o softening della tensione di scorrimento.

Non è facile stabilire l'influenza che possono avere sul modulo di aderenza o rigidità iniziale dell'interfaccia le diverse proprietà del composito ed, in particolare, le proprietà elastiche della matrice e della fibra, il contenuto in volume di fibre e le caratteristiche geometriche della fibra. Il modulo di aderenza è legato sia alle caratteristiche della matrice vicino alla fibra che all'attrito tra fibra e matrice. Si deve tener in conto, quindi, che la matrice vicino alla fibra è meno resistente rispetto al resto della matrice. Differenti studi sono stati condotti per valutare tale rigidità d'aderenza anche usando l'analisi dimensionale [5]. Da un punto di vista sperimentale è difficile valutare il modulo di aderenza visto che gli spostamenti sono troppo piccoli per essere misurati con sufficiente accuratezza. Anche Shao et al. [11], (vedi figura 4.5), sono riusciti a misurare solo il ramo discendente del legame costitutivo. Da tali misure comunque lo slittamento corrispondente al picco del diagramma risulta inferiore al micron e questo fornisce delle indicazioni orientative sul valore che il modulo di aderenza può assumere.

In quasi tutti i modelli, come già è stato sottolineato, la tensione di slittamento τ_s è di solito assunta come costante del materiale, comunque si sta sempre di più diffondendo la convinzione che tale parametro venga modificato dai processi di danno che si verificano sia nella fibra che nella matrice dopo la perdita di aderenza. Per tener conto della dipendenza di τ_s dallo slittamento, Wang et al. [18] hanno introdotto la seguente espressione per τ_s :

$$\tau_s = \tau_0 + a_1 \Delta v + a_2 \Delta v^2 \quad (4.1)$$

dove il valore di τ_0 , a_1 , e a_2 dipende dal tipo di fibra. Per fibre d'acciaio dritte in una matrice di cemento, a_1 è negativo mentre a_2 può sia essere positivo o uguale a zero, infatti la curva di pull-out è di solito concava verso l'alto. Questo indica che un aumento dello slittamento genera un processo di danneggiamento nella matrice intorno all'interfaccia ed una conseguente riduzione della superficie di contatto tra fibra e matrice.

Inoltre il valore di τ_0 può essere influenzato dalla pressione laterale. Per esempio,

Leung and Geng [16] studiando il pull-out della fibra soggetta ad una tensione normale variabile hanno trovato che τ_0 segue una legge del tipo Coulomb con coefficiente di attrito μ :

$$\tau_0 = \tau'_0 + \mu\sigma_n^{sh} + \mu\sigma_n^{ext} \quad (4.2)$$

Il primo termine può essere interpretato come puro attrito tra le superficie a contatto indipendente dalla tensione normale, il secondo e terzo termine come incrementi dell'attrito rispettivamente dovuti alla tensione normale di ritiro ed esterna.

E' ragionevole supporre che anche i coefficienti a_1 e a_2 nell'equazione (4.2) dipendono dalla tensione normale e dal ritiro della matrice. Comunque al momento non ci sono dati per confermare questa dipendenza [16].

Modello adottato interfaccia fibra-matrice

Si introduce un modello coesivo per caratterizzare la relazione costitutiva dell'interfaccia fibra-matrice. In tal modo è possibile descrivere l'intero processo di decoesione dell'interfaccia introducendo un'opportuna relazione costitutiva che lega le tensioni agli spostamenti relativi dell'interfaccia stessa e non risulta necessario distinguere tra zona perfettamente incollata e zona scollata. Per lo studio della risposta di materiali a base cementizia si possono adottare versioni semplificate del modello coesivo presentato da Needman per l'analisi di solidi che si deformano plasticamente e di materiali compositi [9, 10].

In particolare, in questo lavoro si utilizza il modello coesivo di interfaccia introdotto da Nammur and Naaman [8], che come già detto, risulta caratterizzato da una relazione tensioni tangenziali-scorrimento monotona lineare a tratti e da una tensione di scorrimento costante τ_s , ciò equivale a trascurare l'energia di frattura dell'interfaccia e l'incrudimento o il softening della tensione di scorrimento.

Nella figura 4.6 è rappresentata con una linea continua la legge costitutiva dell'interfaccia fibra-matrice utilizzata nel presente modello e con una linea tratteggiata il comportamento sperimentale. Come illustrato nel paragrafo precedente, da un punto di vista sperimentale il parametro K_b , rigidità dell'interfaccia incollata, risulta difficile da valutare in quanto lo scorrimento Δv_i è dell'ordine di pochi microns quindi troppo piccolo per essere misurato con sufficiente accuratezza.

Infine, le assunzioni introdotte per ottenere il modello coesivo d'interfaccia utilizzato sono:

- relazione lineare a tratti tra tensione tangenziale e slittamento relativo tra fibra e matrice;
- comportamento puramente attritivo caratterizzato da una tensione di scorrimento τ_s costante all'interfaccia scollata;

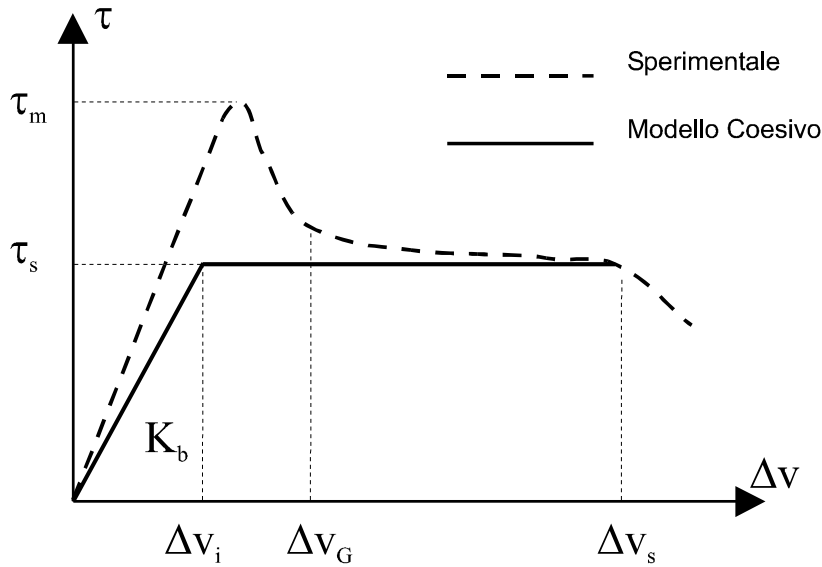


Figura 4.6: Legame costitutivo interfaccia fibra-matrice.

- tensione di scorrimento τ_s indipendente dalla tensione normale agente nell'interfaccia fibra matrice.

4.2.2 Modello interfaccia matrice-matrice

La fessurazione del calcestruzzo è studiata introducendo un modello di frattura coesiva [3], che si basa sulle teorie proposte da Baremblatt, Dugdale e recentemente da Hillerborg, introdotte nel Capitolo 2. In particolare si assume che le fessure si propaghino lungo linee ortogonali alle fibre ed il processo di fessurazione è simulato introducendo un'interfaccia matrice-matrice caratterizzata da tre distinte zone:

- zona non danneggiata, perfettamente incollata;
- zona parzialmente danneggiata, detta "zona di processo" nell'ambito delle teorie di frattura coesiva;
- zona totalmente danneggiata dove si verifica la propagazione della fessura.

La zona di processo inizia a svilupparsi quando la tensione di trazione massima raggiunge la resistenza a trazione del materiale f_t , quindi la fessurazione è studiata tenendo in conto solo il Modo I di frattura. La zona di processo è in grado di trasferire tensioni normali ed è caratterizzata da una risposta con softening. In particolare, si assumono per le successive analisi, le tensioni normali, agenti in questa

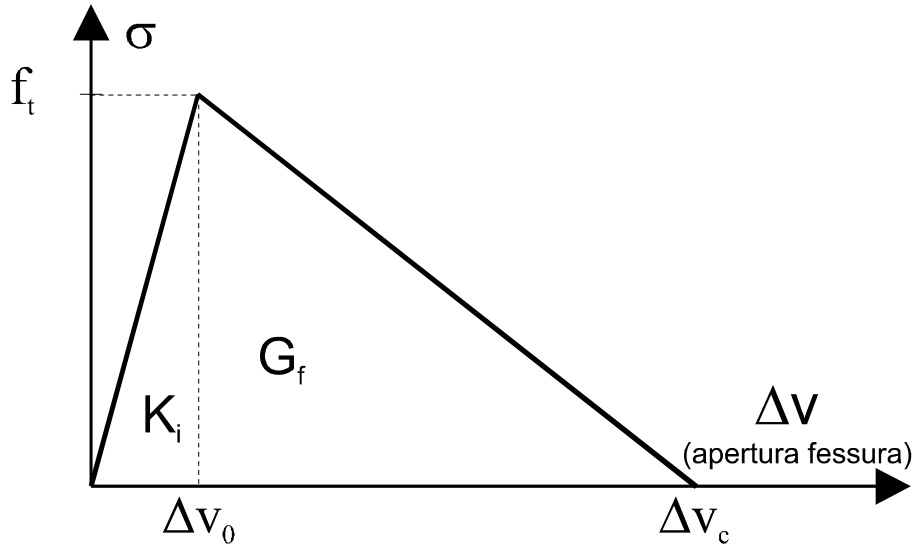


Figura 4.7: Legame costitutivo interfaccia matrice-matrice.

zona σ_n , funzioni decrescenti linearmente con gli spostamenti relativi tra i due lati dell'interfaccia Δv .

La relazione tra la tensione normale σ_n e lo spostamento relativo Δv è rappresentata in figura 4.7 dove G_f , area al di sotto della funzione tensione-spostamento, è l'energia di frattura del materiale.

4.3 Analisi parametriche

Un'analisi dimensionale è sviluppata per individuare i parametri adimensionali significativi per il problema. Il Teorema del Pi greco di Buckingham costituisce un eccellente strumento con il quale le grandezze caratteristiche del problema possono essere organizzate in un numero minimo di gruppi adimensionali. La relazione tra le n grandezze fisiche q_i :

$$f(q_1, q_2, q_3, \dots, q_n) = 0$$

può essere sostituita dall'equazione:

$$\pi(\pi_1, \pi_2, \pi_3, \dots, \pi_{n-k}) = 0$$

in cui ogni termine π_i è una funzione adimensionale delle grandezze fisiche q_i .

Le grandezze che caratterizzano la presente analisi possono essere divise nei seguenti gruppi:

- geometria (vedi figura 4.3):
 - cella: spessore s , larghezza b , altezza h , lunghezza difetto iniziale a ;
 - fibra: lunghezza immersa l , diametro d ;
- materiali:
 - matrice: modulo di Young E_m , coefficiente di Poisson ν_m ;
 - fibra: modulo di Young E_f , coefficiente di Poisson ν_f ;
- interfacce:
 - matrice-matrice: energia di frattura G_f , resistenza a trazione della matrice f_t , rigidità iniziale K_i ;
 - fibra-matrice: tensione tangenziale di scorrimento τ_s , rigidità di aderenza K_b ;
- risposta del FRC: spostamento imposto v_{top} , carico affidato alla fibra P_f , carico affidato alla matrice P_m , carico totale agente sulla cella P_{tot} .

In particolare per valutare la risposta della cella sono state introdotte le seguenti grandezze:

$$P_f = \int_{b_1}^{b_2} \sigma_y dx \Big|_{y=0} \quad (4.3)$$

$$P_m = \int_0^{b_1} \sigma_y dx + \int_{b_2}^b \sigma_y dx \Big|_{y=0} = \int_0^{b_1} \sigma_n dx + \int_{b_2}^b \sigma_n dx \quad (4.4)$$

$$P_{tot} = P_f + P_m \quad (4.5)$$

dove σ_y è la tensione normale in direzione y e b_1 , b_2 e b sono rappresentati in figura 4.3. Nota che sull'interfaccia matrice-matrice si ha $\sigma_y = \sigma_n$.

La risposta della cella è determinata da una relazione tra le grandezze fisiche del tipo:

$$f(q_1, \dots, q_n) = f(s, b, h, a, l, d, E_m, E_f, G_f, f_t, K_i, \tau_s, K_b, v_{top}, P_f, P_{tot}) = 0 \quad (4.6)$$

nella quale non compaiono i rapporti di Poisson in quanto già adimensionali ed il carico affidato alla matrice P_m che dipende dal P_{tot} e P_f .

Le grandezze fisiche si possono esprimere in termini delle loro dimensioni, forza F e lunghezza L :

$$\begin{array}{llll}
 [s] = L & [b] = L & [h] = L & [a] = L \\
 [l] = L & [d] = L & [E_m] = FL^{-2} & [E_f] = FL^{-2} \\
 [G_f] = FL^{-1} & [f_t] = FL^{-2} & [K_i] = FL^{-3} & [\tau_s] = FL^{-2} \\
 [K_b] = FL^{-3} & [v_{top}] = L & [P_f] = F & [P_{tot}] = F
 \end{array}$$

Il numero dei gruppi adimensionali risulta pari alla differenza tra il numero delle grandezze fisiche n ed il numero delle dimensioni k del problema. Per l'analisi della cella in esame si ottiene:

$$n = 16 \quad k = 2 \quad \Rightarrow \quad n - k = 14$$

Si scelgono, così, due grandezze fisiche ed in particolare E_m e d come variabili ricorrenti ad esponente incognito. I 14 gruppi si ottengono adimensionalizzando le altre grandezze fisiche rispetto alle variabili ricorrenti scelte, per esempio il gruppo $\bar{\pi}_1$ si determina adimensionalizzando G_f rispetto a E_m e d :

$$\begin{aligned}
 \bar{\pi}_1(G_f, E_m, d) &= F^{\alpha_1} L^{-2\alpha_1} L^{\alpha_2} F L^{-1} \\
 \alpha_1 + 1 &= 0 \Rightarrow \alpha_1 = -1 \\
 -2\alpha_1 + \alpha_2 - 1 &= 0 \Rightarrow \alpha_2 = -1 \\
 \pi_1 &= \frac{G_f}{E_m d}
 \end{aligned}$$

Gli altri gruppi adimensionali sono calcolati utilizzando un procedimento analogo e risultano:

$$\begin{array}{lllll}
 \bar{\pi}_1 = \frac{G_f}{E_m d} & \bar{\pi}_2 = \frac{f_t}{E_m} & \bar{\pi}_3 = \frac{l}{d} & \bar{\pi}_4 = \frac{E_f}{E_m} & \bar{\pi}_5 = \frac{b}{d} \\
 \bar{\pi}_6 = \frac{v_{top}}{d} & \bar{\pi}_7 = \frac{P_f}{E_m d^2} & \bar{\pi}_8 = \frac{P_f}{E_m d^2} & \bar{\pi}_9 = \frac{h}{d} & \bar{\pi}_{10} = \frac{a}{d} \\
 \bar{\pi}_{11} = \frac{s}{d} & \bar{\pi}_{12} = \frac{K_i d}{E_m} & \bar{\pi}_{13} = \frac{K_b d}{E_m} & \bar{\pi}_{14} = \frac{\tau_s}{E_m}
 \end{array}$$

I gruppi adimensionali così determinati si possono ricombinare, moltiplicandoli e dividendoli opportunamente tra di loro ottenendo nuovi gruppi che verranno utilizzati

in seguito nelle analisi parametriche:

$$\begin{aligned}
\pi_1 &= \frac{\bar{\pi}_1}{\bar{\pi}_5 \bar{\pi}_{14}} = \frac{G_f}{\tau_s b} & \pi_2 &= \frac{\bar{\pi}_2}{\bar{\pi}_{14}} = \frac{f_t}{\tau_s} & \pi_3 &= \bar{\pi}_3 = \frac{l}{d} \\
\pi_4 &= \bar{\pi}_4 = \frac{E_f}{E_m} & \pi_5 &= \frac{\bar{\pi}_3}{\bar{\pi}_5 \bar{\pi}_9} = \frac{l}{b} \frac{d}{h} & \pi_6 &= \frac{\bar{\pi}_6}{\bar{\pi}_9} = \frac{v_{top}}{h} \\
\pi_7 &= \frac{\bar{\pi}_7}{\bar{\pi}_8} = \frac{P_f}{P_{tot}} & \pi_8 &= \frac{\bar{\pi}_7}{\bar{\pi}_{14} \bar{\pi}_3 \bar{\pi}_{11}} = \frac{P_f}{l \ s \ \tau_s} & \pi_9 &= \frac{\bar{\pi}_9}{\bar{\pi}_5} = \frac{h}{b} \\
\pi_{10} &= \frac{\bar{\pi}_{10}}{\bar{\pi}_5} = \frac{a}{b} & \pi_{11} &= \frac{\bar{\pi}_{11}}{\bar{\pi}_5} = \frac{s}{b} & \pi_{12} &= \frac{\bar{\pi}_{12}}{\bar{\pi}_{13}} = \frac{K_i}{K_b} \\
\pi_{13} &= \bar{\pi}_{12} \bar{\pi}_5 = \frac{K_i \ b}{E_m} & \pi_{14} &= \bar{\pi}_{14} = \frac{\tau_s}{E_m}
\end{aligned}$$

I gruppi $\pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4, \pi_5, \pi_{12}, \pi_{13}, \pi_{14}$ sono legati alle caratteristiche geometriche e del materiale, π_6, π_7, π_8 definiscono la risposta meccanica e $\pi_9, \pi_{10}, \pi_{11}$ sono legati solo alle caratteristiche geometriche della cella esaminata.

Nel seguito si mantiene fissa la geometria della cella e quindi si considerano costanti i parametri $\pi_9, \pi_{10}, \pi_{11}$ e le analisi parametriche sono effettuate facendo variare solo i primi cinque parametri adimensionali:

- $\pi_1 = \xi = \frac{G_f}{\tau_s b}$ energia di frattura adimensionale;
- $\pi_2 = \zeta = \frac{f_t}{\tau_s}$ rapporto di resistenza tra le interfacce;
- $\pi_3 = \lambda = \frac{l}{d}$ rapporto di forma per la fibra;
- $\pi_4 = \eta = \frac{E_f}{E_m}$ rigidezza relativa fibra-matrice;
- $\pi_5 = \chi = \frac{l}{b} \frac{d}{h}$ concentrazione in volume delle fibre.

I gruppi adimensionali π_6, π_7, π_8 , sono utilizzati per valutare i risultati delle analisi numeriche svolte:

- $\pi_6 = \mu = \frac{v_{top}}{h}$ spostamento adimensionale imposto;
- $\pi_7 = p_f = \frac{P_f}{P_{tot}}$ carico adimensionale trasportato dalla fibra (può essere considerato una misura del softening della matrice basata sulla 'forza');

- $\frac{\pi_8}{2} = \delta = \frac{\bar{\tau}}{\tau_s} = \frac{P_f}{2 l s \tau_s} = \frac{P_f}{\bar{P}_f}$ valore medio adimensionale della tensione tangenziale (può essere considerata una misura dello scollamento della fibra dalla matrice basata sulle tensioni).

Nella definizione di δ , τ_s è la tensione di scorrimento caratteristica del materiale che è già stata introdotta, $\bar{\tau}$ è la tensione tangenziale media lungo l'interfaccia fibra-matrice:

$$\bar{\tau} = \frac{\int_0^l \tau dy \Big|_{x=b_1} + \int_0^l \tau dy \Big|_{x=b_2}}{2l} = \frac{P_f}{2l} \quad (4.7)$$

e $\bar{P}_f$ è il massimo carico che la fibra può sopportare:

$$\bar{P}_f = 2 l s \tau_s \quad (4.8)$$

4.4 Cella di riferimento

Le analisi numeriche non lineari sono sviluppate utilizzando un codice agli elementi finiti DIANA[4]. Le analisi parametriche sono condotte definendo una cella di riferimento, Cella R, rappresentata in figura 4.3, costituita da una singola fibra immersa in una matrice di calcestruzzo e caratterizzata dalle seguenti proprietà geometriche e dei materiali.

- Caratteristiche della matrice di calcestruzzo:
 - geometria: dimensioni della cella, larghezza $b = 34.5 \text{ mm}$, altezza $h = 17 \text{ mm}$, lunghezza difetto iniziale $a = 5.0 \text{ mm}$;
 - materiale: modulo di Young $E_m = 3.0 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2$, coefficiente di Poisson $\nu_m = 0.2$;
- Caratteristiche della fibra:
 - geometria: lunghezza immersa $l = 15.0 \text{ mm}$, diametro $d = 0.5 \text{ mm}$.
 - materiale: modulo di Young $E_f = 2.1 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$, coefficiente di Poisson $\nu_f = 0.3$.
- Proprietà delle interfacce:
 - interfaccia matrice-matrice: resistenza a trazione della matrice $f_t = 3.0 \text{ N/mm}^2$, rigidità iniziale $K_i = 1.0 \cdot 10^8 \text{ N/mm}^3$, energia di frattura $G_f = 0.05 \text{ N/mm}$ (questo significa che il valore dell'energia di frattura del materiale è 0.10 N/mm);

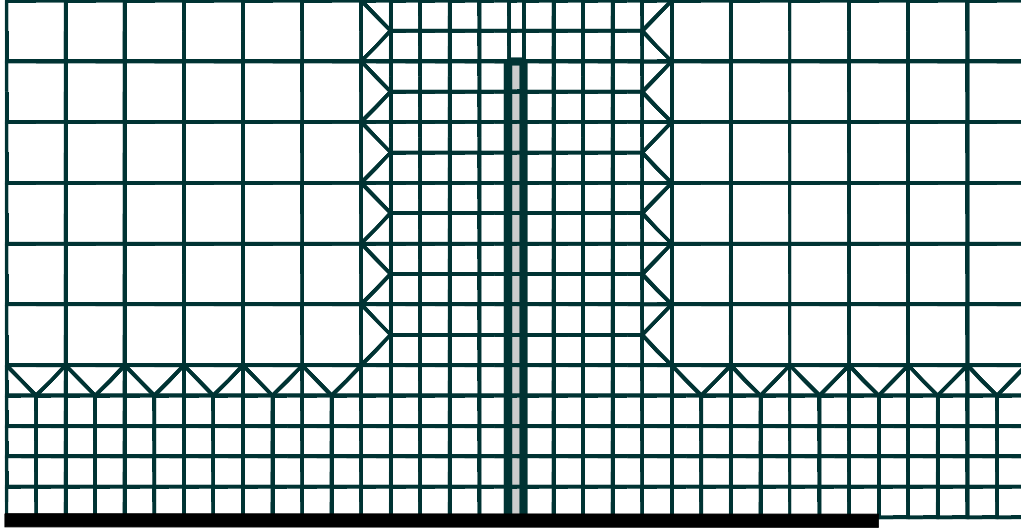


Figura 4.8: Mesh utilizzata per le analisi.

- interfaccia fibra-matrice: tensione tangenziale di scorrimento $\tau_s = 2.0 \text{ N/mm}^2$, rigidità di aderenza $K_b = 2.0 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^3$.

Inoltre la discretizzazione utilizzata per l'analisi è riportata in figura 4.8. Sono utilizzati quadrilateri a 8 nodi e triangoli a 6 nodi caratterizzati da uno stato di tensione piana per modellare la matrice e la fibra, ed elementi linea 3+3 nodi per simulare le interfacce. L'utilizzo di elementi quadrilateri e triangolari ha permesso di rifinire la mesh solo vicino alla fibra e lungo la zona di propagazione della fessura, consentendo così di ottenere un'analisi accurata con ridotti oneri computazionali.

I valori dei cinque parametri adimensionali che caratterizzano la cella di riferimento, Cella R, sono calcolati utilizzando i parametri geometrici e del materiale, sopra introdotti, e risultano:

$$\xi_r = 0.000725 \quad \zeta_r = 1.5 \quad \lambda_r = 30 \quad \eta_r = 7 \quad \chi_r = 0.0128$$

Si effettuerà l'analisi della cella di riferimento e di cinque differenti celle ognuna delle quali differisce dalla Cella R solo per il valore di uno dei cinque parametri adimensionali. I risultati delle cinque celle sono poi confrontati con quelli della cella di riferimento.

4.5 Analisi cella di riferimento

Si riportano prima i risultati relativi alla risposta della cella di riferimento e poi alcune considerazioni necessarie per convalidare parte delle assunzioni alla base del

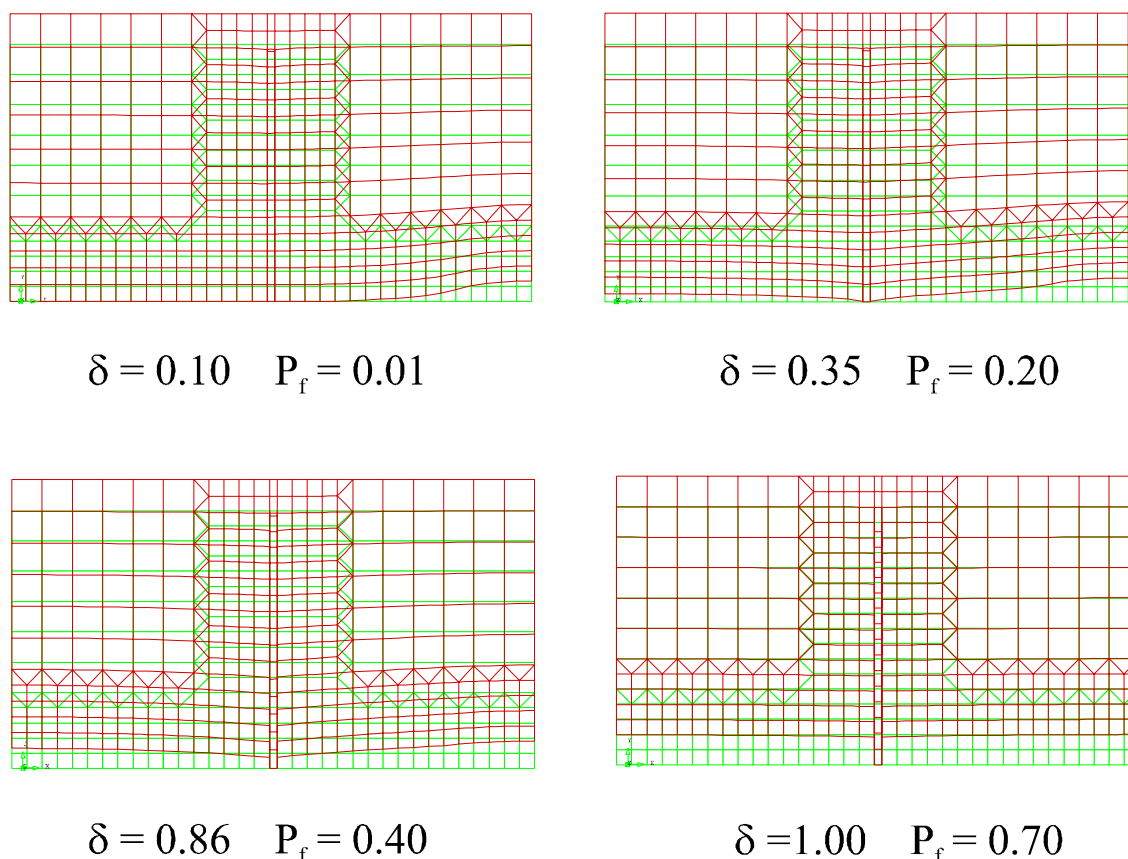


Figura 4.9: Deformazione della cella di riferimento a diversi passi dell'analisi.

modello di danno introdotto per il calcestruzzo fibrorinforzato.

Nella figura 4.9 è rappresentata la deformata della cella per differenti passi dell'analisi ciascuno caratterizzato da un diverso stadio di fessurazione della matrice e di scollamento della fibra dalla matrice. Si può notare come:

- il softening della matrice si propaga dal difetto iniziale in direzione della fibra;
- il danneggiamento della matrice comincia dal lato della cella opposto al difetto iniziale solo quando la fessura fittizia sta avvicinandosi alla fibra, questo mostra l'efficacia dell'azione di richiusura esercitata dalla fibra stessa;
- il fenomeno di scollamento della fibra dalla matrice diventa significativo solo quando la fessura fittizia si è propagata lungo l'intera cella;
- il distacco della fibra dalla matrice avviene da entrambe le estremità della fibra sia quella caricata sia quella scarica;

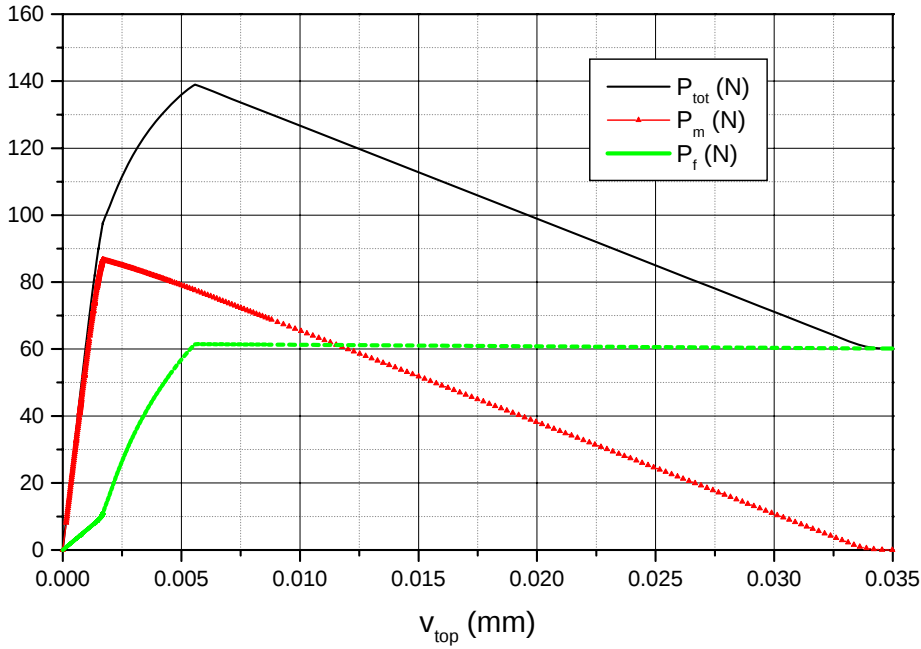


Figura 4.10: Carico totale, carico affidato alla matrice e carico affidato alla fibra in funzione dello spostamento imposto.

- lo sfilamento della fibra ha una piccola influenza sul processo di fessurazione della matrice.

In figura 4.10 è rappresentata la risposta della cella ed in particolare gli andamenti del carico totale P_{tot} , del carico sostenuto dalla sola matrice P_m e dalla fibra P_f , in funzione dello spostamento imposto v_{top} . Dal grafico si può osservare come:

- la risposta lineare della cella dipenda solo dalla rigidezza elastica della matrice in quanto la presenza della fibra ha una scarsa influenza sulla rigidezza globale del sistema;
- il carico di picco è raggiunto quando la fibra raggiunge la sua massima capacità portante $\overline{P}_f$ e quando il processo di softening della matrice è già iniziato ($p_f = 0.45$);
- i rami di softening che caratterizzano la risposta globale della cella e della sola matrice sono paralleli in quanto il softening dell'intero sistema è dovuto alla sola fessurazione della matrice;

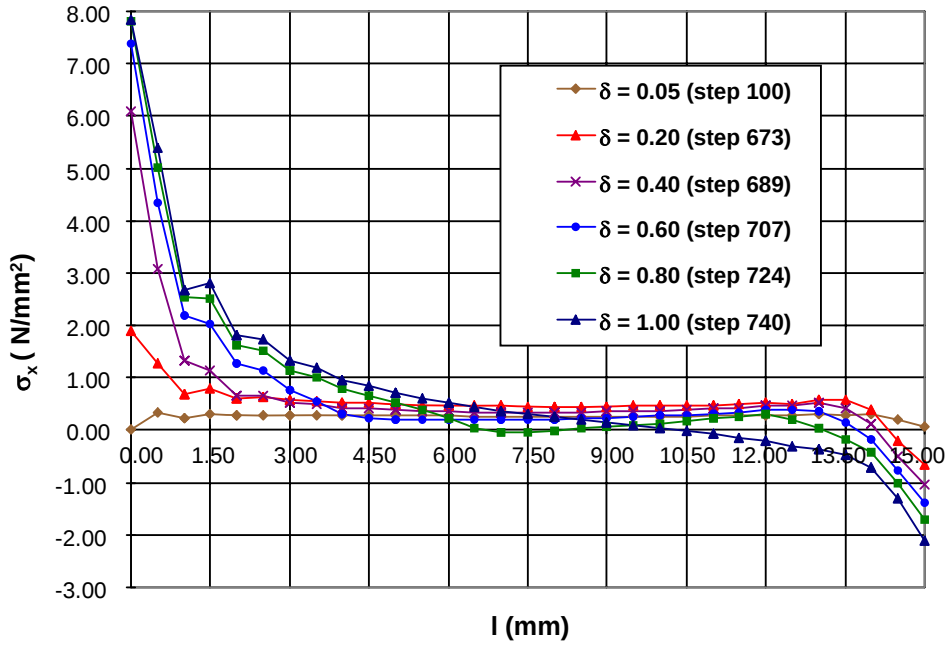


Figura 4.11: Andamento dello sforzo normale lungo l'interfaccia fibra-matrice per diversi step dell'analisi.

- alla fine dell'analisi, quando il processo di fessurazione della matrice è completo ($p_f = 1$), il carico totale che la cella è in grado di sostenere tende al massimo carico della fibra $\overline{P}_f$;
- il rapporto tra il carico di picco del FRC e della sola matrice dipende dalle proprietà geometriche e dei materiali che caratterizzano la cella.

4.5.1 Tensione normale all'interfaccia fibra-matrice

Nel modello costitutivo introdotto per l'interfaccia fibra-matrice, si assume che il processo di distacco della fibra dalla matrice sia indipendente dal valore della tensione di trazione σ_x agente sull'interfaccia stessa. Per convalidare questa assunzione si controlla il valore di σ_x lungo la fibra.

In figura 4.11 è rappresentata la distribuzione delle σ_x lungo la fibra a diversi stadi del processo di distacco della fibra dalla matrice, tali stadi vengono misurati tramite la tensione tangenziale media adimensionale δ . Si può notare come la tensione di trazione raggiunga valori significativi pari a circa $7 - 8 \text{ N/mm}^2$ solo localmente alla base della fibra. Il valore medio della σ_x lungo la fibra risulta, invece, pari circa a 1 N/mm^2 e costante durante l'intera analisi. Inoltre bisogna sottolineare

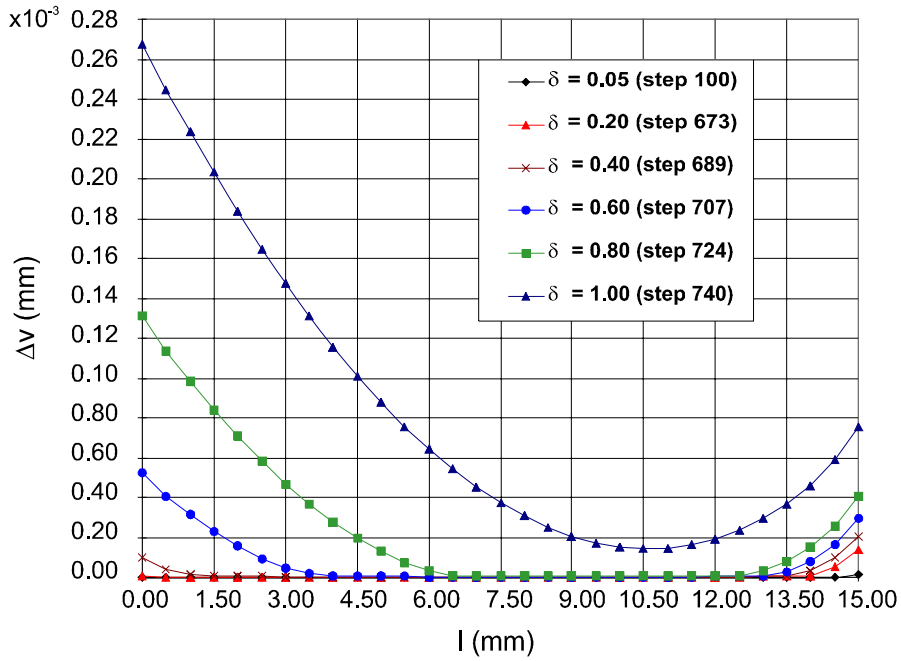


Figura 4.12: Andamento degli slittamenti lungo l'interfaccia fibra-matrice per diversi step dell'analisi.

come nel presente studio non si sia tenuto conto del fenomeno di ritiro della matrice che produce una pressione sulla fibra [17]. Il valore di tale pressione dipende dalle caratteristiche della fibra e della matrice ma è generalmente superiore a 1 N/mm^2 . Perciò si può concludere che la pressione dovuta al ritiro vanifica la presenza delle sollecitazioni di trazione lungo la fibra e permette di trascurare l'influenza dello sforzo normale sul processo di sfilamento della fibra.

4.5.2 Slittamento dell'interfaccia fibra-matrice

Il modello costitutivo introdotto per l'interfaccia fibra-matrice non tiene conto dell'energia di frattura dell'interfaccia e assume la tensione tangenziale massima τ_m uguale alla tensione di scorrimento τ_s (vedi figura 4.6). Inoltre si assume τ_s come una costante del materiale trascurando l'influenza dello slittamento Δv sul valore di τ_s .

Per convalidare tali assunzioni si effettua un controllo sul valore assunto dallo slittamento di interfaccia Δv durante l'intera analisi ed in particolare durante il processo di distacco della fibra dalla matrice.

In figura 4.12, è rappresentato lo slittamento Δv lungo l'interfaccia fibra-matrice a diversi stadi dell'analisi caratterizzati da un diverso grado di distacco della fibra

dalla matrice misurato da δ . Si può notare come il valore di Δv per tutta l'analisi risulti circa di $1 \div 2$ microns quindi vicino a Δv_G [11, 16] e significativamente inferiore al valore di Δv_s , pari a pochi millimetri [16]. I valori massimi, infatti, raggiunti alla fine dell'analisi, sono dell'ordine di grandezza di 10^{-2} mm.

I risultati del presente lavoro possono essere considerati validi solo quando l'energia di frattura dell'interfaccia può essere trascurata, mentre l'assumere τ_s una costante del materiale non dovrebbe condurre ad errori significativi. Inoltre risultando gli slittamenti Δv di due ordini di grandezza inferiori rispetto alla lunghezza immersa della fibra ($l = 15$ mm) si possono trascurare i cambiamenti di geometria del sistema.

4.5.3 Rigidezza delle interfacce

Interfaccia fibra-matrice

Essendo il valore della rigidezza d'aderenza difficile da determinare, come già sottolineato nel paragrafo 4.2.1, si effettua, un'analisi per valutare l'influenza che tale parametro ha sui risultati numerici. L'analisi viene condotta utilizzando un valore di K_b dieci volte inferiore a quello della cella di riferimento e precisamente pari a $K_b = 2.0 \cdot 10^4$ N/mm³, in corrispondenza del quale lo slittamento Δv_i risulta dell'ordine di 10^{-1} microns. La scelta di questo valore si basa su alcuni risultati sperimentali presentati da Shao et al. [11] (vedi figura 4.5). Shao è stato in grado di determinare solo il ramo decrescente della curva tensione tangenziale-scorrimento che caratterizza l'interfaccia, in quanto il grado di risoluzione non era sufficientemente elevato per misurare il tratto crescente del diagramma. Dai risultati di questo lavoro [11], rappresentati in figura 4.5, come già accennato in precedenza, si può comunque vedere come la tensione tangenziale decresca già per valori dello slittamento Δv_i pari a pochi microns quindi si può dedurre come la fine del tratto crescente debba essere in corrispondenza di un valore dello slittamento dell'ordine di grandezza di 10^{-1} microns.

I risultati dell'analisi condotta mostrano che la variazione di K_b considerata non ha alcuna influenza sui processi di fessurazione della matrice e di scollamento e sfilamento della fibra dalla matrice. Per brevità non si riportano qui i risultati ottenuti.

Interfaccia matrice-matrice

Per valutare l'influenza che una variazione della rigidezza dell'interfaccia matrice-matrice può avere sulla risposta della cella di riferimento si conduce un'analisi della Cella R assumendo un valore della rigidezza dell'interfaccia matrice-matrice due ordini di grandezza più grande di K_i .

I risultati mostrano come la variazione di rigidità considerata non abbia alcuna influenza sulla risposta della cella, quindi viene utilizzato un valore della rigidità pari a K_i nelle successive analisi parametriche.

4.6 Effetti locali nelle celle

Nel seguito vengono presentati alcuni grafici relativi al comportamento locale della cella per valutare l'influenza che i parametri adimensionali introdotti hanno sul processo di fessurazione della matrice e di distacco e sfilamento della fibra dalla matrice. Inoltre alcune osservazioni possono essere fatte sulla ridistribuzione del carico tra matrice e fibra che ha luogo durante l'analisi.

4.6.1 Cella 1: Energia di frattura

La Cella 1 è caratterizzata dai seguenti parametri adimensionali:

$$\xi = \xi_{C1} = 0.01 \quad \zeta = \zeta_r = 1.5 \quad \lambda = \lambda_r = 30 \quad \eta = \eta_r = 7 \quad \chi = \chi_r = 0.0128$$

dove solo il valore di ξ risulta differente da quello della cella di riferimento. Questa combinazione dei parametri adimensionali può essere ottenuta in vario modo ed in particolare variando solo l'energia di frattura del materiale. Per ottenere $\xi = \xi_{C1}$, viene introdotto un valore più basso dell'energia di frattura caratteristico della pasta di cemento pari a $G_f = G_{f_C1} = 0.01 \text{ N/mm}$. L'analisi della Cella 1 dà, perciò, la possibilità di valutare l'influenza che una variazione dell'energia di frattura del materiale ha sul fenomeno di softening della matrice e di debonding della fibra.

La Cella R e la Cella 1 sono caratterizzate da:

- fibre con la stessa rigidità e stessa capacità portante $\overline{P}_f$;
- matrici diverse: la matrice della Cella 1 è caratterizzata da un valore inferiore dell'energia di frattura e dalla stessa resistenza a trazione, questo genera un ramo di softening più ripido come mostrato in figura 4.13 dove P_m è rappresentato in funzione di v_{top} .

Nella figura 4.14 sono rappresentati, per la Cella 1 e la Cella R, il progressivo distacco della fibra dalla matrice, misurato con δ , e il softening della matrice, misurato con p_f , rispetto allo spostamento adimensionale μ . In entrambe le celle il debonding segue lo stesso processo di sviluppo ed il completo distacco della fibra dalla matrice si realizza circa in corrispondenza dello stesso valore di μ . La fibra raggiunge la sua massima capacità portante ($\delta = 1$) nella Cella R quando la percentuale di carico trasportato dalla fibra stessa risulta pari al 45% del carico totale

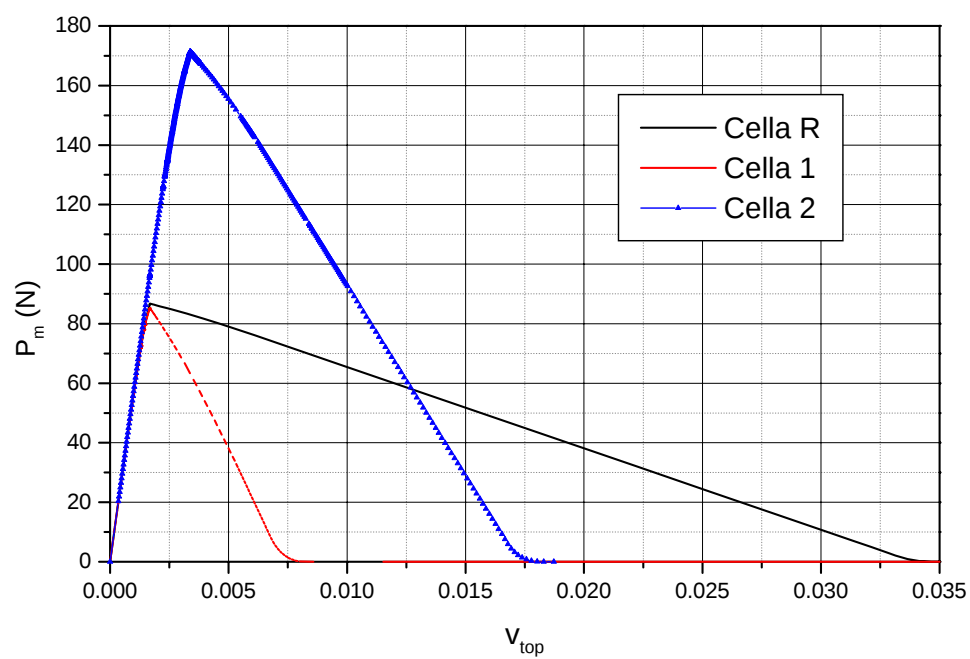


Figura 4.13: Andamento di P_m in funzione dello spostamento imposto.

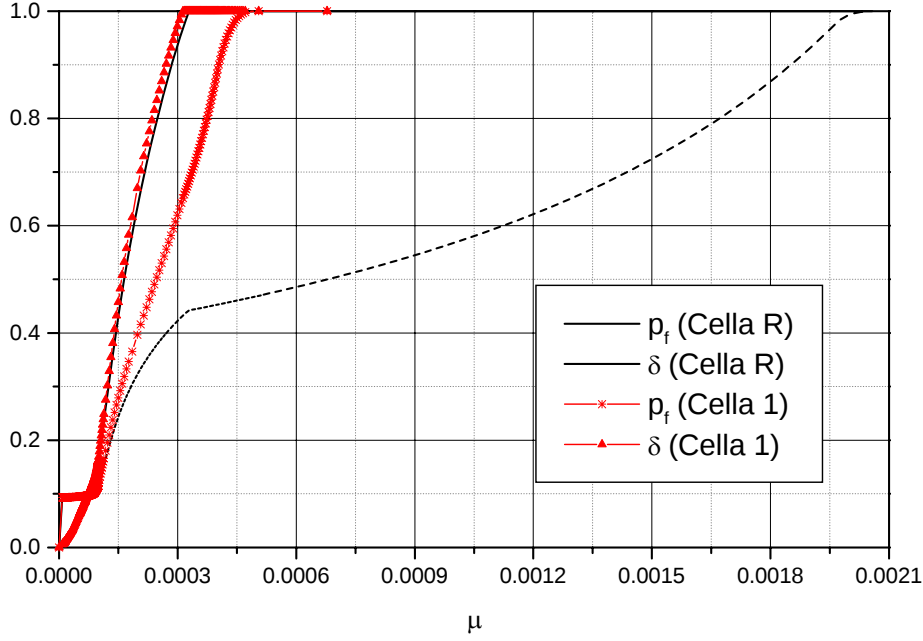


Figura 4.14: Analisi della Cella 1: andamento del debonding della fibra e del softening della matrice in funzione dello spostamento imposto adimensionale.

($p_f = 0.45$), mentre nella Cella 1 per una percentuale del carico totale pari al 65% ($p_f = 0.65$). Questa differenza è legata al fatto che un valore più elevato dell'energia di frattura genera un rallentamento del processo di fessurazione della matrice, infatti aumentando l'energia di frattura si raggiunge la completa fessurazione del calcestruzzo per uno spostamento imposto maggiore. Il materiale, caratterizzato da un'energia di frattura più elevata, presenta una risposta più duttile a trazione, in quanto è in grado di subire maggiori deformazioni prima del collasso.

Infine si deve sottolineare come una variazione dell'energia di frattura influenza il processo di fessurazione della matrice in modo significativo mentre non gioca un ruolo determinante nel processo di debonding della fibra dalla matrice.

4.6.2 Cella 2: Resistenza a trazione del calcestruzzo

Nell'analisi della Cella 2, i seguenti parametri adimensionali sono introdotti:

$$\xi = \xi_r = 0.05 \quad \zeta = \zeta_{C2} = 3.0 \quad \lambda = \lambda_r = 30 \quad \eta = \eta_r = 7 \quad \chi = \chi_r = 0.0128$$

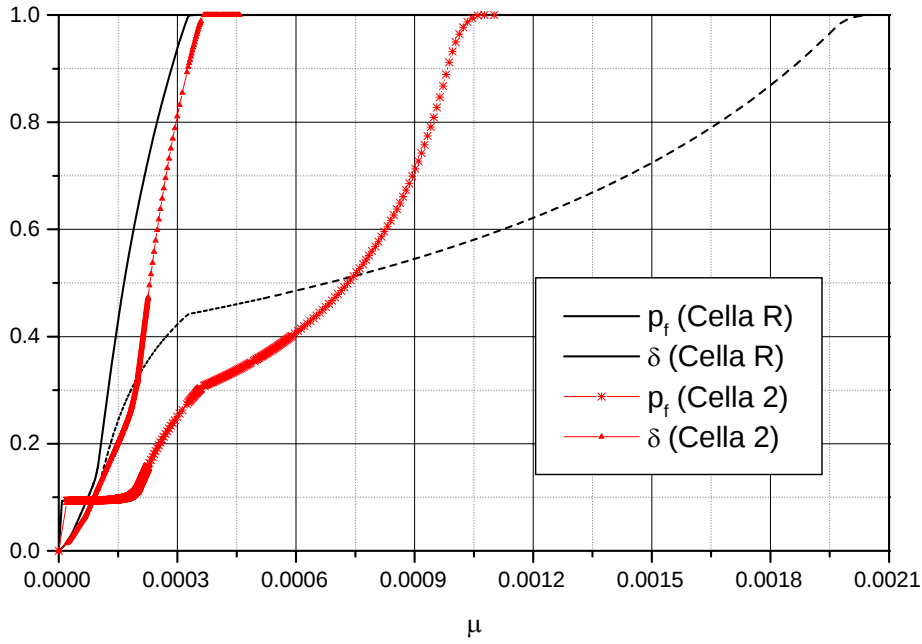


Figura 4.15: Analisi della Cella 2: andamento del debonding della fibra e del softening della matrice in funzione dello spostamento imposto adimensionale.

dove il valore di ζ differisce ζ_r . Per ottenere questa combinazione di parametri adimensionali si utilizza il valore della resistenza a trazione caratteristico di un calcestruzzo ad alta resistenza, $f_t = f_{t_C2} = 6.0 \text{ N/mm}^2$.

I risultati di questa analisi parametrica sono utili per valutare l'influenza che la resistenza a trazione del calcestruzzo f_t ha sullo sviluppo e l'interazione del processo di distacco della fibra dalla matrice e della fessurazione della matrice stessa. Sia nella Cella 2 che nella Cella R la fibra è caratterizzata dalla stessa rigidità e dalla stessa capacità portante di carico. In figura 4.13, il carico affidato alla matrice P_m è diagrammato in funzione dello spostamento imposto v_{top} . Si può notare come la matrice della Cella 2 sia caratterizzata da una più elevata capacità portante e da un ramo di softening più ripido rispetto alla matrice della Cella R. I rami di softening si incrociano in un punto, in quanto, l'energia di frattura è la stessa per le due matrici.

In figura 4.15, è rappresentato l'andamento di δ e di p_f in funzione di μ . Il completo distacco della fibra dalla matrice ($\delta = 1$) nella Cella 2 è raggiunto per un valore più elevato dello spostamento imposto e per un valore più basso di p_f . Questo risultato è conseguenza del fatto che il debonding della fibra avviene per un valore del parametro μ minore dello spostamento corrispondente al punto di incontro dei due rami di softening. In questa fase, infatti, il carico P_m trasportato dalla matrice nella Cella 2 risulta maggiore rispetto a quello della Cella R come rappresentato in

figura 4.13.

Inoltre si può osservare come la completa fessurazione della matrice ($p_f = 1$) venga raggiunta per un valore dello spostamento significativamente inferiore nella Cella 2 rispetto alla Cella R. Quindi la cella di riferimento è caratterizzata da un comportamento più duttile ed è in grado di subire deformazioni più elevata prima di arrivare al collasso.

Risulta, perciò, che un aumento del rapporto tra le resistenze di interfaccia ζ fa raggiungere alla fibra la sua massima capacità portante per un valore più elevato dello spostamento imposto e riduce la duttilità della matrice.

4.6.3 Cella 3: Rapporto di forma della fibra

La Cella 3 è caratterizzata dai seguenti parametri adimensionali:

$$\xi = \xi_r = 0.05 \quad \zeta = \zeta_r = 1.5 \quad \lambda = \lambda_{C3} = 13.33 \quad \eta = \eta_r = 7 \quad \chi = \chi_r = 0.0128$$

dove solo il rapporto di forma della fibra λ differisce da λ_r . Il nuovo valore di λ può essere ottenuto modificando la lunghezza immersa ed il diametro della fibra in modo da mantenere costante il parametro χ . In particolare, λ_{C3} viene valutato introducendo un valore più basso per la lunghezza immersa, $l = l_{C3} = 10.0 \text{ mm}$, ed un valore più elevato per il diametro della fibra, $d = d_{C3} = 0.75 \text{ mm}$.

Questa analisi parametrica permette di valutare l'influenza che il rapporto di forma della fibra ha sullo sviluppo ed interazione dei due processi di fessurazione della matrice e di distacco della fibra dalla matrice stessa.

La fibra della Cella 3 è caratterizzata dalla stessa rigidità ma da una minore capacità portante rispetto alla fibra della Cella R. Si deve notare che, nel caso di analisi 3-D, cambiare il diametro d e la lunghezza immersa l mantenendo il loro prodotto $d \cdot l$ costante non modifica la capacità portante della fibra.

In figura 4.16, è rappresentato l'andamento di δ e di p_f in funzione di μ . Nella Cella 3, la fibra raggiunge la sua massima capacità portante ($\delta = 1$) per un valore inferiore di μ . Inoltre il completo distacco della fibra dalla matrice avviene quando la percentuale di carico affidato alla fibra è pari al 35% ($p_f = 0.35$) nella Cella 3 mentre è pari al 45% ($p_f = 0.45$) nella Cella R.

La completa fessurazione della matrice è raggiunta per circa lo stesso valore dello spostamento imposto in quanto la matrice nelle due celle è caratterizzata dalle stesse proprietà.

Si può così sottolineare che una variazione del rapporto di forma della fibra, λ , non influenza la duttilità del sistema. Una riduzione di λ , invece, rende più rapida l'attivazione della fibra cioè il raggiungimento della sua massima capacità portante.

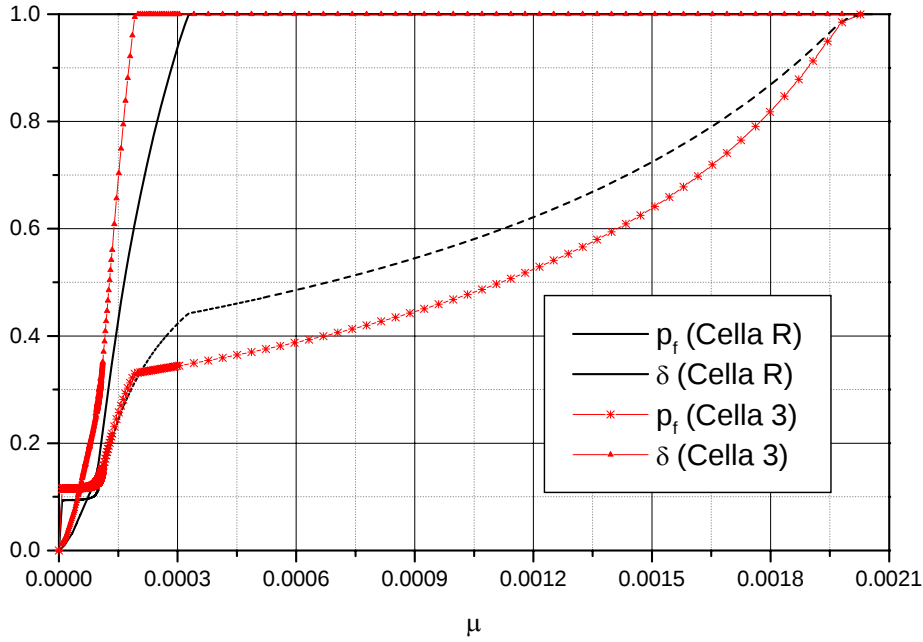


Figura 4.16: Analisi della Cella 3: andamento del debonding della fibra e del softening della matrice in funzione dello spostamento imposto adimensionale.

4.6.4 Cella 4: Rigidezza della fibra

La Cella 4 è caratterizzata dai seguenti parametri adimensionali:

$$\xi = \xi_r = 0.05 \quad \zeta = \zeta_r = 1.5 \quad \lambda = \lambda_r = 30 \quad \eta = \eta_{C4} = 2.667 \quad \chi = \chi_r = 0.0128$$

dove il valore di η è differente da η_r . Questa combinazione di parametri è ottenuta introducendo un valore inferiore della rigidezza della fibra $E_f = E_{f_C4} = 8.0 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2$, tipico della fibra di vetro. La fibra nella Cella 4 risulta, così, caratterizzata da una rigidezza minore ma dalla stessa capacità portante della fibra della Cella R.

In figura 4.17, è diagrammato l'andamento di δ e di p_f in funzione di μ . Il processo di distacco della fibra dalla matrice avviene più rapidamente nella cella di riferimento questo significa che una fibra più rigida raggiunge la sua massima capacità portante per deformazioni significativamente inferiori. Inoltre, il completo debonding della fibra è raggiunto in corrispondenza di una percentuale di carico trasportata dalla fibra leggermente superiore nella Cella 4 rispetto alla Cella R ed in particolare quando $p_f = 0.5$ invece che $p_f = 0.45$.

Il processo di fessurazione della matrice segue più o meno lo stesso andamento nelle due analisi, fatta eccezione per la prima parte, dove la curva rappresentante lo sviluppo di p_f è più ripida nella cella di riferimento. Questo risultato è conseguenza

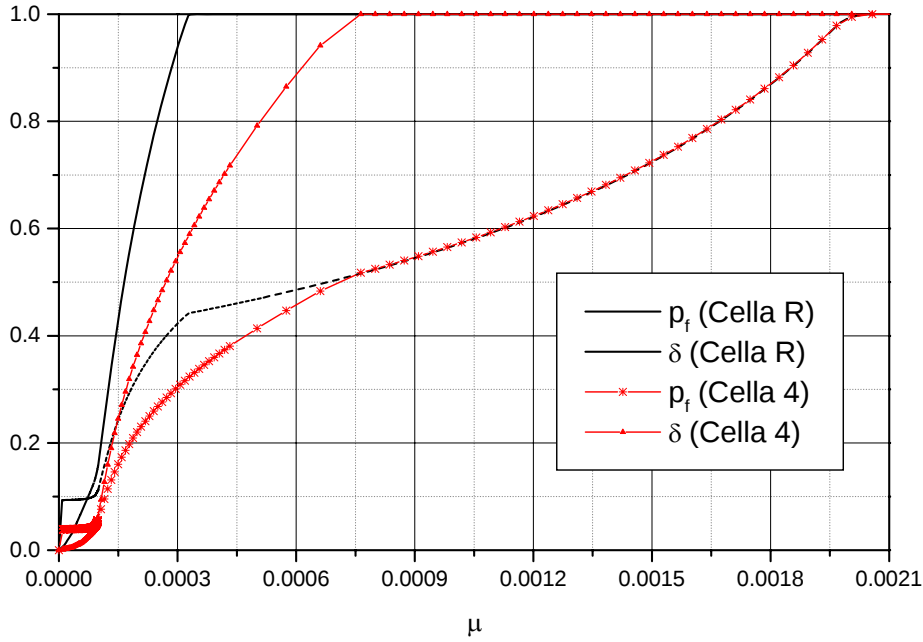


Figura 4.17: Analisi della Cella 4: andamento del debonding della fibra e del softening della matrice in funzione dello spostamento imposto adimensionale.

del fatto che il carico è trasferito più velocemente dalla matrice alla fibra nella Cella R, in questa fase dell'analisi.

Si può inoltre sottolineare che la completa fessurazione viene raggiunta per circa lo stesso valore della deformazione nelle due celle quindi una variazione della rigidezza relativa fibra matrice η non ha influenza sulla duttilità del sistema.

4.6.5 Cella 5: Concentrazione in volume delle fibre

La Cella 5 è caratterizzata dai seguenti parametri adimensionali:

$$\xi = \xi_r = 0.05 \quad \zeta = \zeta_r = 1.5 \quad \lambda = \lambda_r = 30 \quad \eta = \eta_r = 7 \quad \chi = \chi_{C5} = 0.0046$$

dove la concentrazione in volume di fibre χ differisce da χ_r . Un valore minore di χ è ottenuto introducendo una lunghezza immersa ed un diametro della fibra rispettivamente pari a $l = l_{C5} = 9.0 \text{ mm}$ e $d = d_{C5} = 0.3 \text{ mm}$. La fibra nella Cella 5 risulta caratterizzata dalla stessa rigidezza ma da una minore capacità portante rispetto alla fibra della cella di riferimento.

In figura 4.18, è rappresentato l'andamento di δ e di p_f in funzione dello spostamento imposto adimensionale μ . La fibra della Cella 5 raggiunge la sua massima

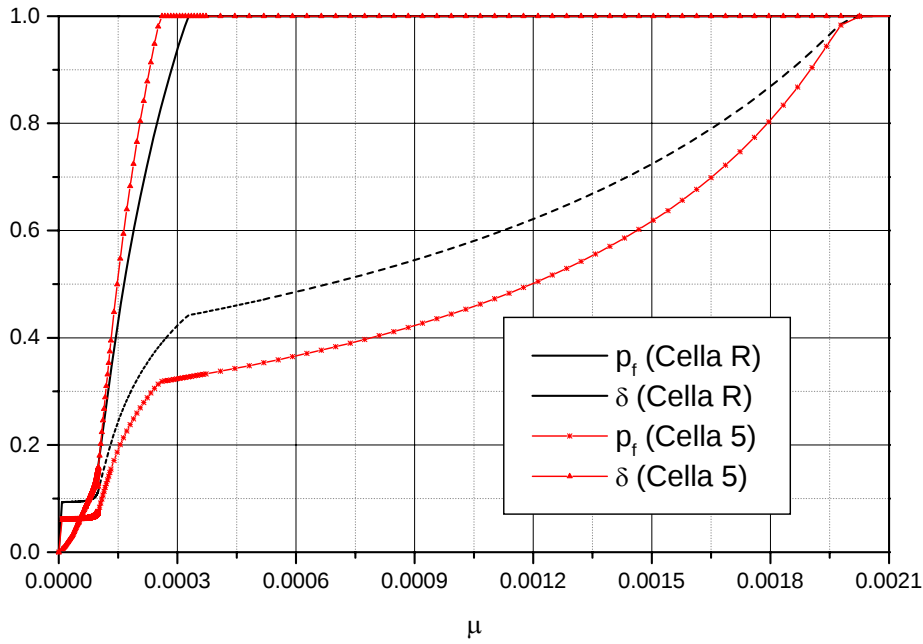


Figura 4.18: Analisi della Cella 5: andamento del debonding della fibra e del softening della matrice in funzione dello spostamento imposto adimensionale.

capacità portante ($\delta = 1$) per un valore minore dello spostamento imposto adimensionale rispetto alla fibra della Cella R. Inoltre, il completo distacco della fibra dalla matrice avviene quando la percentuale del carico affidato alla fibra risulta pari a $p_f = 0.3$ nella Cella 5, mentre quando $p_f = 0.45$ nella Cella R. Si può sottolineare che durante l'intera analisi il valore p_f è minore nella Cella 5 rispetto alla Cella R a causa della ridotta capacità portante della fibra.

La completa fessurazione della matrice è raggiunta per circa lo stesso valore dello spostamento imposto, in quanto il valore della concentrazione in volume di fibre non è sufficientemente elevato da influenzare la deformazione dell'intera cella.

Una riduzione della concentrazione in volume delle fibre χ attiva prima la fibra che è in grado così di raggiungere la sua massima capacità portante per un valore minore dello spostamento imposto.

4.7 Risposta globale delle celle

Si valuta l'influenza dei parametri considerati sulla risposta globale della cella. In figura 4.19 il carico totale P_{tot} che sollecita l'intera cella è rappresentato in funzione dello spostamento imposto v_{top} .

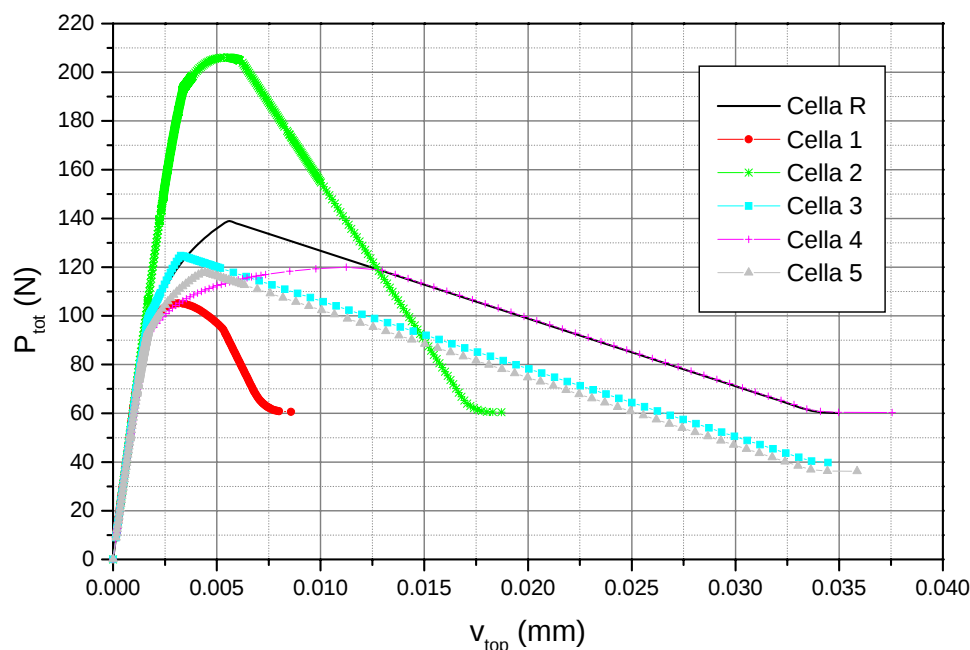


Figura 4.19: Andamento del carico totale in funzione dello spostamento imposto per le diverse celle.

Si può osservare che:

- la Cella 4 sia pur caratterizzata dalla presenza di una fibra con una rigidezza inferiore presenta la stessa rigidezza iniziale delle altre celle, questo sottolinea il fatto che la rigidezza della fibra ha una piccola influenza sulla rigidezza globale della cella;
- il valore del carico di picco della Cella 2, è significativamente più elevato rispetto a quello della Cella R, perchè la Cella 2 è caratterizzata da una resistenza a trazione della matrice doppia rispetto a quella della cella di riferimento;
- il carico massimo nelle Celle 1, 3, 4 e 5 è leggermente inferiore a quello della cella di riferimento;
- la risposta della Cella 4 e della Cella R differiscono solo nella fase prima del carico di picco risultando le due celle differenti per il valore del parametro adimensionale η , legato alla rigidezza della fibra e della matrice;
- la risposta della Cella 1, caratterizzata da un valore dell'energia di frattura inferiore rispetto al valore della Cella R, presenta un ramo di softening significativamente più ripido e quindi un comportamento più fragile;

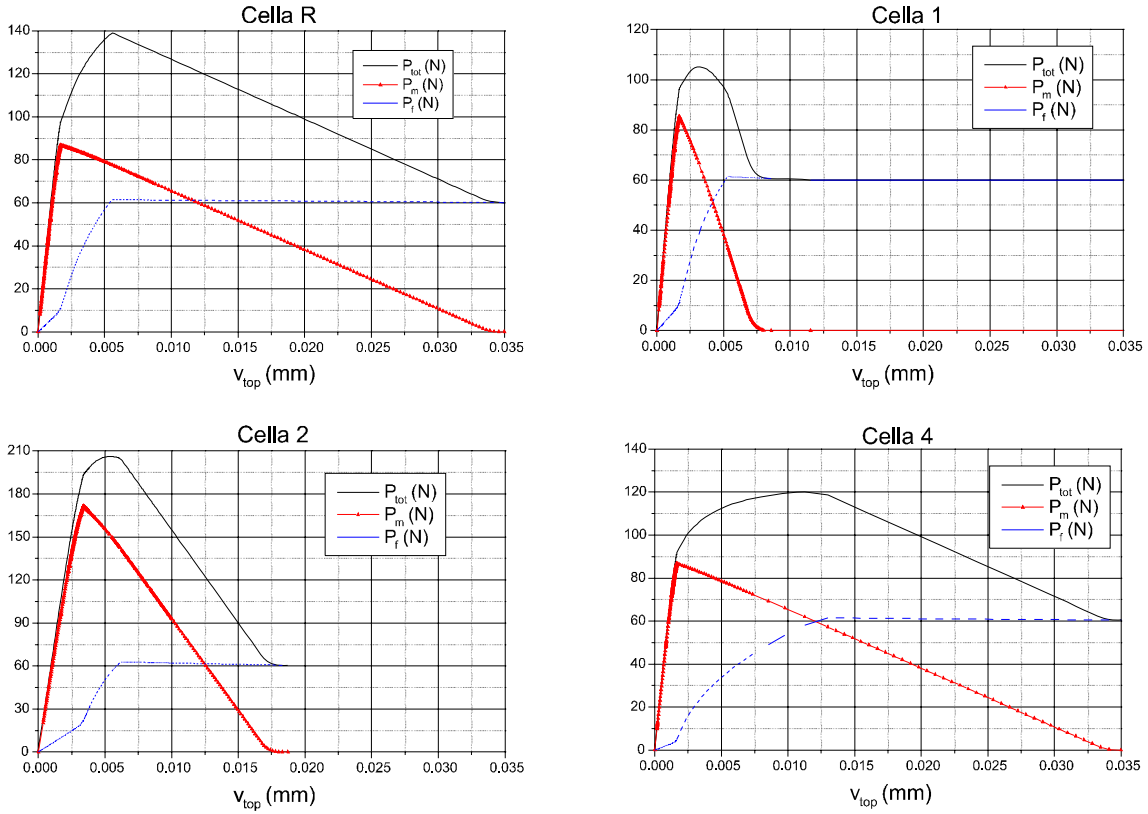


Figura 4.20: Carico totale, carico affidato alla matrice e carico affidato alla fibra in funzione dello spostamento imposto.

- la risposta della Cella 2 è caratterizzata da un comportamento meno duttile rispetto alla Cella R;
- la risposta della Cella 3 e 5 sono caratterizzate da rami di softening paralleli rispetto a quello della cella di riferimento, infatti, le tre celle differiscono solo per la capacità portante delle fibre mentre presentano matrici con le stesse proprietà.

In figura 4.20 sono rappresentati per le celle R, 1, 2 e 4 l'andamento di P_{tot} , P_m e P_f in funzione dello spostamento imposto v_{top} .

Si può notare come il rapporto tra il carico di picco dell'intera cella e quello della sola matrice dipenda dall'interazione tra i due processi di distacco della fibra dalla matrice e fessurazione della matrice stessa. In particolare nella Cella 1 e 2 caratterizzate da un ramo di softening della matrice più ripido la completa attivazione della fibra si ha quando il processo di fessurazione è già molto avanzato; questo determina un valore massimo di P_{tot} più vicino al valore di picco di P_m . Lo stesso effetto si ha

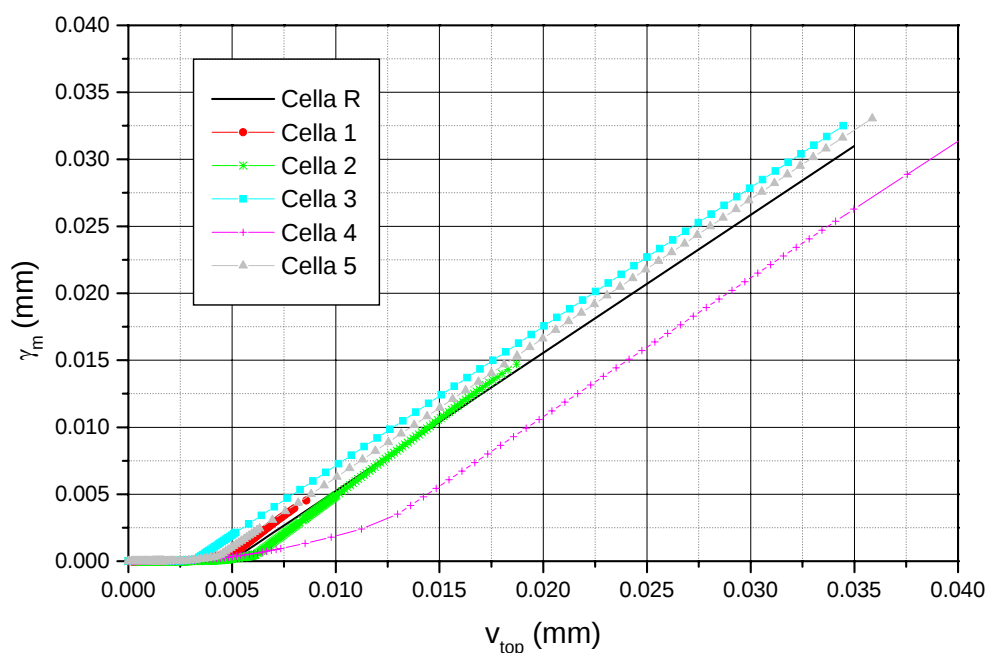


Figura 4.21: Andamento dello spostamento medio dell' interfaccia fibra-matrice in funzione dello spostamento imposto per le diverse celle.

nella Cella 4 dove la presenza di una fibra meno rigida rallenta l'attivazione della fibra.

In figura 4.21 è rappresentato lo slittamento medio dell'interfaccia fibra-matrice in funzione dello spostamento imposto v_{top} per tutte le differenti analisi. Si può osservare che:

- la prima parte del diagramma è caratterizzata da una piccolissima pendenza e corrisponde allo sviluppo del processo di distacco della fibra dalla matrice ($\delta < 1$); la deformazione della cella è principalmente elastica con bassi valori dello slittamento di interfaccia;
- la seconda parte del diagramma corrisponde allo sviluppo del processo di sfilamento (pull-out) della fibra ($\delta = 1$); tutti i diagrammi possono essere rappresentati da una linea con coefficiente angolare 1; perciò, la deformazione della cella è il risultato di significative deformazioni plastiche dell'interfaccia fibra-matrice. In effetti, per ogni incremento di carico, la variazione dello slittamento di interfaccia è pari alla variazione dello spostamento applicato.

4.8 Conclusioni

Alcune considerazioni possono essere fatte sui risultati delle analisi parametriche sviluppate:

- si possono distinguere tre differenti fasi di deformazione della cella:
 - propagazione della fessura fittizia prima del distacco della fibra dalla matrice,
 - sviluppo del processo di sfilamento della fibra e della fessurazione della matrice caratterizzato dall'interazione dei due processi,
 - sviluppo del fenomeno di sfilamento (pull-out) della fibra dalla matrice e del softening della matrice stessa con interazione trascurabile tra i due processi;
- lo scollamento della fibra dalla matrice avviene da entrambe le estremità sia quella caricata sia quella scarica;
- la fibra raggiunge la sua massima capacità portante più rapidamente aumentando la rigidità della fibra, riducendo il rapporto di forma e la concentrazione di volume delle fibre;
- una variazione dell'energia di frattura della matrice non ha influenza sul processo di distacco della fibra dalla matrice;
- la cella diviene più duttile aumentando il valore dell'energia di frattura della matrice;
- la cella diviene più fragile aumentando la resistenza a trazione della matrice, mantenendo costante l'energia di frattura;
- la variazione delle caratteristiche meccaniche e geometriche della fibra sembra avere ridotta influenza sul processo di fessurazione della matrice per le celle considerate.

I risultati delle analisi sviluppate sono validi solo quando il valore dell'energia di frattura dell'interfaccia fibra-matrice è trascurabile. Il valore degli spostamenti di interfaccia osservati, infatti, indica che l'energia di frattura dell'interfaccia fibra-matrice potrebbe influenzare significativamente l'interazione tra i processi di distacco e sfilamento della fibra dalla matrice e di fessurazione della matrice stessa.

Lo studio mette in evidenza la validità della sovrapposizione dell'azione di richiusura della fibra e del softening della matrice durante il processo di sfilamento della fibra stessa.

I risultati delle analisi sviluppate sono stati utilizzati come base per lo sviluppo di alcuni modelli presentati nei capitoli successivi.

Bibliografia

- [1] Aveston J., Cooper G. A., Kelly A., Single and multiple fracture. *The properties of fiber composites. Proceedings "National Physical Laboratory"*, November 4, pp. 15-26, 1971.
- [2] Budiansky B., Hutchinson J., Evans A.G., Matrix fracture in fiber-reinforced ceramics, *Journal of Mech.Phys. Solids*, Vol. 34(2), pp. 167-189, 1986.
- [3] Carpinteri A., Meccanica dei Materiali e della Frattura, *Pitagora Editrice Bologna*, 1992.
- [4] DIANA Finite Element Analysis, Users Manuals, Release 6.1. Edited by Frits C. de Witte, Jos Jansen and Hans Snijders, 1996.
- [5] Kulla J., Dimensional analysis of bond modulus in fiber pull-out, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 122(7), pp. 783-787, 1996.
- [6] Marfia S., Sacco E., Stang H., Modellazione micromeccanica del calcestruzzo fibrorinforzato, *Atti del XIV Congresso Nazionale dell'Associazione Italiana di Meccanica Teorica ed Applicata, AIMETA '99*, Como, 6-9 Ottobre 1999.
- [7] Marfia S., Sacco E., Stang H., Micromechanical damage of FRC: modelling and parametric analysis, *Concrete Science and Engineering*, Vol. 1, pp. 193-204, 1999.
- [8] Nammur G., Naaman A. E., Bond stress model for fiber reinforced concrete based on bond stress-slip relationship, *ACI Materials Journal*, Vol. 1 , pp. 45-57, 1986.
- [9] Needleman A., A Continuum model for void nucleation by inclusion debonding. *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 54, pp. 525-531, 1987.
- [10] Needleman A., Analyses of interfacial failure. *Appl. Mech. Rev.*, Vol. 43(5-2), pp. 274-275, 1990.
- [11] Shao Y., Li Z., Shah S.P.J., Matrix Cracking and Interface Debonding in Fiber-Reinforced Cement -Matrix Composites. *Adv. Cem.Based Mater.*, Vol. 1, pp. 55-66, 1993.

- [12] Stang H., Li Z., Shah S. P., Member, ASCE, Pull-out problem: stress versus fracture mechanical approach, *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 116 (10), pp. 2136-2150, 1990.
- [13] Stang H., Shah S. P., Characterization of interfacial Bond in FRC Materials. *Toughening Mechanisms in Quasi Brittle Materials*, S.P. Shah (ed.), pp. 507-527, 1991.
- [14] Stang H., Krenchel H., Micromechanics of crack bridging in fibre-reinforced concrete, *Materials and Structures*, Vol. 26, pp 486-494, 1993.
- [15] Stang H., Li V. C., Krenchel H., Design and structural applications of stress-crack width relations in fibre reinforced concrete, *Material and Structures*, Vol. 28, pp 210-219, 1995.
- [16] Victor C. Li, Stang H., Interfacial property characterization and Strengthening Mechanisms in Fiber Reinforced Cement Based Composites. *Advanced Cement Based Materials*, Vol. 6(1), pp. 1-20, 1997.
- [17] Stang H., Significance of Shrinkage-Induced Clamping Pressure in Fiber-Matrix Bonding in Cementitious Composite Materials, *Adv. Cem. Based Mater.*, Vol.4, pp. 106-115, 1996. *FRAMCOS-3*, (AEDIFICATO Publishers, D-79104 Freiburg, Germany), pp. 561-571, 1998.
- [18] Wang Y., Li V.C., Backer S., Modelling of fiber pull-out from cement matrix, *Int. J. Cem. Composites Lightweight Concrete*, Vol. 10, pp. 143-149, 1988.