

Sommario

1. INTRODUZIONE	15
 <u>A – IMPATTO DI UNA COLATA DETRITICA FLUIDA CONTRO UNA STRUTTURA.....</u>	
2. ANALISI TEORICHE DELL’INTERAZIONE FLUIDO -STRUTTURA....	21
2.1 MODELLI REOLOGICI DELLE COLATE.....	21
2.2 EQUAZIONI FONDAMENTALI DELLA DINAMICA DEI FLUIDI.....	25
2.2.1 <i>Equazione globale dell’equilibrio dinamico</i>	27
2.3 IPOTESI DI FLUIDO INCOMPRESSIBILE.....	31
2.3.1 <i>Massa fluida contro una parete solida</i>	31
2.3.2 <i>Massa fluida contro un blocco disposto su un piano orizzontale</i>	40
2.3.3 <i>Corpo solido contro la superficie libera di un fluido in quiete</i>	43
2.4 IPOTESI DI FLUIDO COMPRESSIBILE	45
2.4.1 <i>Massa fluida contro una parete solida</i>	45
2.4.2 <i>Corpo solido contro la superficie libera di un fluido in quiete</i>	53
3. RISULTATI SPERIMENTALI.....	59
3.1 INGEGNERIA GEOTECNICA	59
3.1.1 <i>Esperienze di laboratorio</i>	59
3.1.2 <i>Misure effettuate in sito</i>	65
3.2 INGEGNERIA COSTIERA.....	66
3.3 RASSEGNA DI ESPRESSIONI DI PRESSIONI E FORZE D’IMPATTO	70
4. ANALISI NUMERICHE	73
4.1 DESCRIZIONE DEL CODICE DI CALCOLO AGLI ELEMENTI FINITI	73
4.1.1 <i>Generalità</i>	73
4.1.2 <i>Stabilità della formulazione numerica in forma esplicita</i>	74

4.1.3	<i>Descrizione delle proprietà del fluido</i>	75
4.1.4	<i>Adaptive meshing</i>	76
4.1.5	<i>Definizione delle condizioni di contatto</i>	78
4.2	CONFRONTO TRA ANALISI TEORICHE E NUMERICHE	80
4.2.1	<i>Massa fluida contro una parete solida</i>	81
4.2.2	<i>Massa fluida contro un blocco disposto su un piano orizzontale</i>	86
4.2.3	<i>Corpo solido contro la superficie libera di un fluido in quiete</i>	88
4.3	ANALISI PARAMETRICHE DELL'IMPATTO DI FLUIDI CONTRO STRUTTURE	94
4.3.1	<i>Caratteri del fenomeno e fattori governanti</i>	94
4.3.2	<i>Caratterizzazione numerica dell'impulso e rappresentazione semplificata del fenomeno</i>	109
4.4	INTERPRETAZIONE DI DATI SPERIMENTALI RACCOLTI CON MODELLI A PICCOLA SCALA	115

B – IMPATTO DI BLOCCHI O CORRENTI DETRITICHE GRANULARI CONTRO UNA STRUTTURA..... 118

5. ANALISI TEORICA DEL CONTATTO FRA SOLIDI..... 119

5.1	CONTATTO NORMALE FRA SOLIDI DI RIVOLUZIONE CON COMPORTAMENTO ELASTICO LINEARE	119
5.2	CONTATTO NORMALE FRA SOLIDI DI FORMA GENERICAMENTE CON COMPORTAMENTO ELASTICO LINEARE	125
5.3	CONTATTO NORMALE FRA SOLIDI DI RIVOLUZIONE CON COMPORTAMENTO NON ELASTICO.....	126
5.3.1	<i>Indentazione elasto-plastica – formulazioni base</i>	126
5.3.2	<i>Indentazione elasto-plastica – applicazioni</i>	129

6. ANALISI TEORICHE DELL'IMPATTO TRA SOLIDI..... 137

6.1	SOLIDI CON COMPORTAMENTO ELASTICO LINEARE	137
6.2	SOLIDI CON COMPORTAMENTO NON ELASTICO	142

6.3	FORMULE APPLICATIVE DALLA LETTERATURA TECNICA	145
7.	<u>ANALISI NUMERICHE</u>	<u>147</u>
7.1	BLOCCO SFERICO CONTRO UNA PARETE PIANA	147
7.2	BLOCCHI SFERICI CON COMPORTAMENTO ELASTICO LINEARE CONTRO UNA PARETE PIANA.....	149
7.3	BLOCCO PARALLELEPIPEDO CON COMPORTAMENTO ELASTICO LINEARE CONTRO UNA PARETE PIANA	151
7.4	BLOCCHI PARALLELEPIPEDI CON COMPORTAMENTO ELASTICO LINEARE.....	152
7.5	EFFETTO DELLA FORMA DEI BLOCCHI SUL MECCANISMO DI IMPATTO	154
7.6	SFERA CON COMPORTAMENTO ELASTICO PERFETTAMENTE PLASTICO CONTRO UNA PARETE PIANA	155
7.7	CARATTERIZZAZIONE NUMERICA DELL'IMPULSO E RAPPRESENTAZIONE SCHEMATICA DEL FENOMENO	156
8.	<u>DEBRIS – FLOW CON COMPORTAMENTO GRANULARE</u>	<u>160</u>

C – EFFETTI MECCANICI DELL'IMPATTO DI COLATE

DETRITICHE AD ALTA VELOCITÀ CONTRO STRUTTURE ... 167

9.	<u>COLATE CON COMPORTAMENTO FLUIDO.....</u>	<u>168</u>
9.1	SPOSTAMENTO DI BLOCCHI.....	168
9.2	BACK-ANALYSIS DEL COLLASSO DI UN PILASTRO	169
10.	<u>IMPATTO DI BLOCCHI.....</u>	<u>176</u>
10.1	BLOCCO CONTRO UNA STRUTTURA A MENSOLA	176
10.2	BLOCCO CONTRO UN MURO FONDATO SU TERRENO ELASTICO LINEARE	179
10.3	BLOCCO CONTRO UN MURO PROTETTO DA TRANSIZIONE DI MATERIALE GRANULARE.....	184
10.3.1	<i>Effetto delle proprietà meccaniche della transizione.....</i>	<i>185</i>
10.3.2	<i>Effetto delle spessore della transizione</i>	<i>186</i>
10.3.3	<i>Effetto del profilo di contatto della transizione</i>	<i>187</i>
11.	<u>INDICAZIONI PROGETTUALI.....</u>	<u>193</u>

11.1	ESPRESSIONE ANALITICA DELLA FORZA D'IMPATTO DI COLATE A COMPORTAMENTO FLUIDO.....	193
11.2	IMPULSO DI COLATE A COMPORTAMENTO FLUIDO.....	196
11.3	IMPATTO DI BLOCCHI: RICHIAMI DELLA TEORIA DELL'ANALISI DIMENSIONALE	197
11.4	IMPATTO DI BLOCCHI: INTERPRETAZIONE DEI RISULTATI ANALITICI E NUMERICI (FEM) CON L'ANALISI DIMENSIONALE.....	198
11.4.1	<i>Blocco contro un muro dotato di fondazione</i>	<i>199</i>
<u>CONSIDERAZIONI CONCLUSIVE</u>		<u>205</u>
<u>APPENDICE – STUDIO DELLE SOLLECITAZIONI IN CAMPO DINAMICO DI UNA STRUTTURA A MENSOLA INDOTTE DALL'IMPATTO DI UNA COLATA FLUIDA</u>		
	<u>PREMESSA.....</u>	<u>219</u>
	<u>SOLUZIONI ANALITICHE.....</u>	<u>221</u>
<u>RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI.....</u>		<u>236</u>

Sommario delle figure

Fig. 1-1. Effetti dell'impatto delle colate su strutture; Campania, maggio 1998.	16
Fig. 1-2. Massi trasportati da correnti detritiche (Wieczorek et al., 2001).	16
Fig. 1-3. Impatto di debris flows; (a): schema generale dell'impatto tra una corrente di detriti in rapido movimento ed una struttura; (b): modelli semplificati adottati nello studio dei fenomeni di propagazione ed impatto; (1): blocchi (isolati o in gruppo); (2): correnti granulari asciutte o sature; (3): correnti a comportamento fluido, per le quali è possibile una grande varietà di concentrazioni di solidi.	17
Fig. 2-1. Leggi reologiche correntemente utilizzate per lo studio dei flussi fangosi.	21
Fig. 2-2. Profili adimensionali di una corrente fluida omogenea, nell'ipotesi di moto progressivo uniforme, per diversi modelli reologici. Le soluzioni per il modello di Bingham sono per diversi valori di K ; H è l'altezza del flusso in direzione normale al fondo e Hn è la quantità $\tau / (\gamma S)$	24
Fig. 2-3 Parallelepipedo elementare	25
Fig. 2-4. Spinta esercitata da una corrente in moto permanente su una superficie solida.	32
Fig. 2-5. Modello <i>dam break</i>	33
Fig. 2-6. Schema dell'impatto dinamico nel caso in cui, al momento dell'impatto, il flusso venga deviato verso l'alto (Armanini, 1993).	34
Fig. 2-7. Schema dell'impatto dinamico nel caso in cui, al momento dell'impatto, si formi un'onda riflessa (Armanini 1993).	35
Fig. 2-8. Geometria e simbologia relativi all'analisi di Liu et al. (1997).	37
Fig. 2-9. Schema dell'impatto di un'onda (2D) su un muro verticale; (a): schema di un'onda a sezione trasversale triangolare; (b): schema di un'onda a sezione trasversale rettangolare; (c): fluido comprimibile; dinamica dello sviluppo delle sovrappressioni negli istanti successivi all'impatto: il fronte dell'onda di compressione AB si allontana dal muro a velocità c_0 . Il fronte dell'onda di compressione si riflette sulla superficie libera WT, dando origine ad un secondo fronte d'onda, BC. All'interno della regione ABCO la pressione assume un valore uniforme, pari a $\Delta p = \Delta p_{max} = \rho_0 c_0 U$	39

Fig. 2-10. Impatto di un'onda triangolare su un blocco libero di muoversi su un piano orizzontale.	41
Fig. 2-11. Problema del tuffatore; <i>a sinistra</i> : geometria del tuffatore e della piscina; la velocità iniziale del tuffatore (diretta verso il basso) è $X^- = 4.47$ m/s; l'acqua è inizialmente ferma; <i>a destra</i> : distribuzione delle velocità verticali nel fluido dopo l'impatto: (<i>a</i>) – (<i>d</i>): velocità diretta verso il basso ((<i>a</i>): velocità massima, pari a 0.75 m/s; (<i>d</i>): velocità minima); (<i>e</i>) – (<i>h</i>): velocità diretta verso l'alto ((<i>e</i>): velocità massima, (<i>h</i>): velocità minima); la velocità del tuffatore è pari alla velocità del fluido (<i>a</i>) ($X^+ = 0.75$ m/s); adattato da Frémond et al. (2003).	45
Fig. 2-12. Schematizzazione dell'impatto di un'onda triangolare su una parete rigida, vincolata alla base.	47
Fig. 2-13. Impatto di un'onda triangolare su una parete rigida, vincolata alla base; (<i>a</i>) l'onda di compressione si muove nel dominio fluido con velocità c riflettendosi sulla superficie solida, sulla base e sulla superficie libera inclinata di 45° suddividendo il dominio stesso in tre regioni di dimensione variabile nel tempo; (<i>b</i>) il campo di velocità associato al campo di pressioni è uniforme in ciascuna delle tre regioni.	48
Fig. 2-14. Sequenza delle fasi che descrivono l'impatto di un fronte fluido di forma rettangolare contro un solido (adattato da Johnson, 1983).	50
Fig. 2-15. Impatto di fluidi contro superfici - metodo approssimato per il calcolo della velocità di espulsione laterale V . Ingrandimento del bordo esterno del fronte d'impatto.	51
Fig. 2-16. Problema dell'impatto dello scafo di un catamarano contro la superficie del mare; (<i>a</i>) geometria iniziale del problema; (<i>b</i>) semplificazione della geometria; (<i>c</i>) schema di calcolo: trave elastica, appoggiata agli estremi, che colpisce il fluido ($t = 0$); (<i>d</i>) configurazione deformata della trave ($t > 0$); da Korobkin, (1998).	54
Fig. 2-17. Problema dell'impatto dello scafo di un catamarano contro la superficie del mare; velocità acquisita dalla struttura dopo l'impatto; acqua pura.	57
Fig. 2-18. Problema dell'impatto dello scafo di un catamarano contro la superficie del mare; pressione al centro della trave; acqua pura.	57
Fig. 2-19. Problema dell'impatto dello scafo di un catamarano contro la superficie del mare; velocità acquisita dalla struttura dopo l'impatto; miscela acqua – aria.	58
Fig. 2-20. Problema dell'impatto dello scafo di un catamarano contro la superficie del mare; pressioni al centro della trave; miscela acqua – aria.	58

Fig. 3-1. Schema di un tipico apparato sperimentale (<i>canaletta</i>).....	59
Fig. 3-2. Valori della pressione massima ($\Delta p/\gamma$) rispetto alla profondità di moto indisturbata (h_0) nel caso di acqua pura e (a) fondo liscio, (b) fondo scabro; la pendenza della canaletta varia tra 20° e 30° (Armanini 1993).....	60
Fig. 3-3. Valori della pressione massima ($\Delta p/\gamma$) in funzione della velocità del moto (U) nel caso di miscele di acqua e materiali granulari; pendenza della canaletta pari a 25° (Armanini 1993).....	61
Fig. 3-4. Valori della pressione massima ($\Delta p/4\gamma$) rispetto alla profondità di moto indisturbata (h_0) nel caso di materiale granulare a differente composizione e acqua; la pendenza è di 25°; il fondo della canaletta è scabro (Armanini 1993).....	62
Fig. 3-5. Pressione di impatto misurata da un trasduttore posto 10 cm al di sopra del fondo della canaletta (Liu et al. 1997).....	63
Fig. 3-6. Confronto tra la forza di impatto misurata (linea continua) e forza calcolata attraverso l'applicazione dei risultati dell'analisi teorica (Liu et al. 1997).....	63
Fig. 3-7. Pressioni d'impatto misurate lungo la verticale della piastra terminale della canaletta (Ghilardi et al., 2006).....	65
Fig. 3-8. Misure in sito (Lo et al., 2000).....	66
Fig. 3-9. Esperimenti condotti da Kirkgöz; (a) schema dell'apparato sperimentale; (b) rappresentazioni delle pressioni massime in forma adimensionale, organizzate secondo la distribuzione normale logaritmica, in funzione dell'inclinazione della piastra strumentata posta alla fine della vasca.....	67
Fig. 3-10. Pressione registrata all'impatto di onde sull'Admiralty Breakwater (Obhrai, 2004).....	68
Fig. 3-11. Sloshing (Lugni et al. 2006).....	69
Fig. 3-12. Confronto fra gli incrementi di pressione in funzione della velocità, secondo le espressioni proposte da: 1: Lo et al. (2000, $k_2 = 3$); 2: Scotton and Deganutti (1997, $k_1 = 4.4$); 3: Zhang (1993, $k_2 = 4$); 4: Fukui et al. (1963); (a): $H = 0.1$ m; (b): $H = 1$ m. ...	72
Fig. 4-1 Configurazione del contatto di tipo <i>pure master-slave</i>	79
Fig. 4-2. Configurazione <i>balanced master-slave</i>	79
Fig. 4-3. Impatto di un fronte fluido di forma rettangolare; dominio di calcolo.....	81

Fig. 4-4. Impatto di un fronte fluido di forma rettangolare; $c = 1450.6$ m/s; sviluppo delle sovrappressioni in corrispondenza del fronte fluido e della zona retrostante; (a) $t = 0.154$ ms; (b) $t = 0.266$ ms; (c) $t = 0.378$ ms; (d) $t = 0.490$ ms.	82
Fig. 4-5. Impatto di un fronte fluido di forma rettangolare; rappresentazione della porzione estrema della <i>mesh</i> del dominio fluido interessata dallo shock.	83
Fig. 4-6. Impatto di un fronte fluido di forma rettangolare; $c = 150$ m/s; sviluppo delle sovrappressioni in corrispondenza del fronte fluido e della zona retrostante; (a) $t = 0.26$ ms; (b) $t = 1.03$ ms; (c) $t = 2.55$ ms; (d) $t = 4.81$ ms.....	84
Fig. 4-7. Schema dell'impatto di un'onda a sezione trasversale triangolare contro una superficie solida; (velocità d'impatto $U = 5$ m/s); (a): geometria assunta nelle analisi numeriche ($\Delta z = R = h = 1$ m); (b) – (d): evoluzione, nel dominio fluido, della pressione p ; (b) $t = 0.5E-04$ s dopo l'impatto; (c): $t = 2.5E-04$ s dopo l'impatto; (d): $t = 4.5E-04$ s dopo l'impatto. La linea retta nera mostra la posizione teorica (Cooker 2003) della superficie di separazione tra la zona caratterizzata dalla $p = p_{max}$ e la zona con $p = 0$...	86
Fig. 4-8. Geometria del problema 3D. (a) Profondità pari a 5m; (b) Profondità pari a 10 m.	87
Fig. 4-9. Velocità acquisita dal blocco nei primi istanti a partire dall'impatto col fluido.	88
Fig. 4-10. Problema del tuffatore: dominio utilizzato nelle analisi numeriche.....	89
Fig. 4-11. Problema del tuffatore; (a): velocità del tuffatore (solido), in funzione del tempo, per diversi valori della rigidità del fluido e del solido: (1): solido rigido; per l'acqua, $K = K1$; (2) solido rigido; per l'acqua, $K = K2$; (3): solido elastico lineare ($E = 200$ GPa); per l'acqua, $K = K1$; (4): soluzione di riferimento (Frémond et al. 2003); (b): velocità nel fluido per $t = 1.5$ ms (appr.) dopo l'impatto (solido rigido; per l'acqua, $K = K2$).....	90
Fig. 4-12. Vettori velocità del fluido a seguito dell'impatto; (a) $t = 0.4$ ms dopo l'impatto (b) $t = 0.75$ ms dopo l'impatto.....	91
Fig. 4-13. Prospetto frontale dei vettori velocità del fluido per $t = 0.75$ ms dopo l'impatto. Zoom della porzione sommitale del dominio fluido.....	92
Fig. 4-14. Posizione dei punti del dominio fluido per i quali sono ricavati i valori della velocità. Dalla configurazione deformata del fluido si vede che i nodi 148 e 156 sono posti rispettivamente al centro e sul bordo della zona impattata.....	92

Fig. 4-15. Componenti delle velocità in funzione del tempo di due punti del dominio fluido posti sul pelo libero.....	93
Fig. 4-16. Schema di riferimento dei calcoli.....	94
Fig. 4-17. Vista in pianta del sistema: a) fronte d’impatto costituito da una superficie verticale, rettangolare; b) fronte costituito da una superficie cilindrica di raggio R.....	95
Fig. 4-18. Notazioni sulla superficie di contatto.....	96
Fig. 4-19. Scansione temporale delle pressioni del corpo fluido di densità 1000 kg/m^3 , viscosità pari a $10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$, $c = 1450.6 \text{ m/s}$ che urta la struttura a velocità 1 m/s ; (a): $t = 2,6\cdot 10^{-4} \text{ s}$; (b): $t = 2,6\cdot 10^{-4} \text{ s}$; (c): $t = 1,04\cdot 10^{-3} \text{ s}$; (d): $t = 5,2\cdot 10^{-3} \text{ s}$	97
Fig. 4-20 (a), (b), (c). Forza d’impatto per un fronte piano di densità 1000 kg/m^3 , viscosità $0.001 \text{ Pa}\cdot\text{s}$, che impatta il muro a velocità diverse; (a): $v = 1 \text{ m/s}$; (b): $v = 4 \text{ m/s}$; (c): $v = 15 \text{ m/s}$	99
Fig. 4-21 (a), (b), (c). Forza d’impatto per un fronte piano di densità 1000 kg/m^3 , viscosità $0.01 \text{ Pa}\cdot\text{s}$, che impatta il muro a velocità diverse; (a): $v = 1 \text{ m/s}$; (b): $v = 4 \text{ m/s}$; (c): $v = 15 \text{ m/s}$	100
Fig. 4-22. Nodo A appartenente al fronte fluido che colpisce la superficie piana.....	101
Fig. 4-23. Pressioni del nodo A nei due casi di velocità di propagazione delle onde elastiche pari a 1450.6 m/s e 150 m/s , ottenuto per una velocità all’impatto del fronte di 4 m/s	101
Fig. 4-24 (a), (b), (c). Forza d’impatto per un fronte piano di densità 1300 kg/m^3 , viscosità $0.001 \text{ Pa}\cdot\text{s}$, che impatta il muro a velocità diverse e con altezza $h = 1.0 \text{ m}$; (a): $v = 1 \text{ m/s}$; (b): $v = 4 \text{ m/s}$; (c): $v = 15 \text{ m/s}$	103
Fig. 4-25. Scansione temporale delle pressioni del corpo fluido di densità 1300 kg/m^3 , $h = 1.0 \text{ m}$, $c = 1450.6 \text{ m/s}$ e viscosità pari a $10^{-1} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ che urta la struttura a velocità 15 m/s ; (a): $t = 2,05\cdot 10^{-4} \text{ s}$; (b): $t = 4,1\cdot 10^{-4} \text{ s}$; (c): $t = 6,02\cdot 10^{-4} \text{ s}$; (d): $t = 8,1\cdot 10^{-4} \text{ s}$; (e): $t = 1\cdot 10^{-3} \text{ s}$; (f): $t = 1,2\cdot 10^{-3} \text{ s}$	105
Fig. 4-26. Diagramma delle sovrappressioni che si generano nel nodo centrale del fronte fluido cilindrico a causa dell’impatto.....	106
Fig. 4-27 (a), (b), (c). Forza d’impatto per un fronte cilindrico di densità 1000 kg/m^3 , viscosità $0.001 \text{ Pa}\cdot\text{s}$, che impatta il muro a velocità fissate e con diverse altezze; (a): $v = 1 \text{ m/s}$; (b): $v = 4 \text{ m/s}$; (c): $v = 15 \text{ m/s}$	107

Fig. 4-28 (a), (b), (c). Forza d’impatto per un fronte costituito da una superficie cilindrica, di densità 1300 kg/m^3 , viscosità $0.001 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ che colpisce il muro a diverse velocità fissate e con diverse altezze;(a): $v = 1 \text{ m/s}$; (b): $v = 4 \text{ m/s}$; (c): $v = 15 \text{ m/s}$	108
Fig. 4-29. Impulsi della forza di impatto valutati per densità $\rho_0 = 1000 \text{ kg/m}^3$; onda triangolare: (a) $H = 0.5 \text{ m}$; (b) $H = 1 \text{ m}$; onda rettangolare: (c) $H = 0.5 \text{ m}$; (d) $H = 1 \text{ m}$	110
Fig. 4-30. Impatto di onde 3D; schemi geometrici dei corpi impattanti impostati nel modello agli elementi finite; (a) fronte piano; (b) fronte “a cuneo”; (c) fronte curvo; (d) fronte piano, inclinato.	111
Fig. 4-31. Evoluzione nel tempo t della forza F ; risultati ottenuti per i valori di $c_0 = 150 \text{ m/s}$; $H = b = 1 \text{ m}$; $\delta = 5 \text{ cm}$; (a): $U = 5 \text{ m/s}$; (b): $U = 10 \text{ m/s}$	112
Fig. 4-32. Contours dell’incremento di pressione Δp all’impatto; risultati ottenuti per $c_0 = 150 \text{ m/s}$; $H = b = 1 \text{ m}$; $U = 5 \text{ m/s}$	113
Fig. 4-33. Confronto fra gli impulse I valutati con analisi numeriche agli elementi finite.	115
Fig. 4-34. Risultati del modello FEM in termini di sviluppo nel tempo delle pressioni d’impatto (Δp) sul fronte fluido, ottenute per $\rho_0 = 1000 \text{ kg/m}^3$, $U = 5 \text{ m/s}$, $c_{00} = 150 \text{ m/s}$; (a) $H = 1 \text{ m}$; (b) $H = 0.05 \text{ m}$; (a) e (b) sono caratterizzate da scale temporali differenti.	117
Fig. 5-1. Geometria del sistema composto da due sfere in contatto. Assonometria....	120
Fig. 5-2. Geometria del sistema di due sfere a contatto. Prospetto frontale.....	122
Fig. 5-3. Pressione applicata ad una regione circolare.....	123
Fig. 5-4 . Distribuzione degli sforzi sulla superficie e lungo l’asse di simmetria causata (a sinistra) da pressione uniforme e (a destra) pressione alla Hertz agente su un’area circolare di raggio a	128
Fig. 5-5. Tensioni su un elemento circondato da slip-lines.....	130
Fig. 5-6. cerchi di Mohr relativi allo stato tensionale precedentemente considerato. .	130
Fig. 5-7. Dati sperimentali di deformazioni dovute a indentazione; (a) sfera ($a/R = 0.51$); (b) piramide.	132
Fig. 5-8. Modello di cavità in caso di penetrazione di un cono in un materiale a comportamento elasto-plastico.	133

Fig. 6-1. Impatto di una massa M dotata di velocità V su un'asta elastica. L'onda di compressione, di intensità $-\sigma$, si propaga lungo l'asta con velocità c_0	137
Fig. 6-2. Impatto tra sfere. Geometria.....	139
Fig. 6-3. Variazione della compressione δ_z e della forza P , entrambe adimensionalizzate, nel tempo; tratteggiato, è riportato l'andamento della funzione $f = \sin(\pi t/2t^*)$	141
Fig. 6-4. Abaco per la determinazione della forza di impatto, basato sulla legge di Hertz (Van Dine, 1984).	145
Fig. 7-1. Geometria del sistema costituito da un blocco sferico ed una parete piana..	147
Fig. 7-2. Forze di impatto in funzione del tempo per diversi valori del modulo di Young e per diverse velocità di impatto. (a) $v = 4$ m/s ; (b) $v = 15$ m/s.	148
Fig. 7-3. Pressioni di contatto sulla superficie della sfera che impatta alla velocità di 4 m/s; (a) $t = 0$ s; (b) $t = 1.5 \cdot 10^{-4}$ s; (c) $t = 3 \cdot 10^{-4}$ s; (d) $t = 6 \cdot 10^{-4}$ s (tempo al quale corrisponde la massima compressione).....	149
Fig. 7-4. Schema dell'impatto di blocchi sferici diversi contro un muro. Masse e raggi delle sfere: (a) $m = 1000$ kg $\rightarrow R = 0.45$ m ; (b) $m = 2 \cdot 500$ kg = 1000 kg $\rightarrow R = 0.358$ m; (c) $m = 4 \cdot 250$ kg = 1000 kg $\rightarrow R = 0.284$ m.....	150
Fig. 7-5. Forze complessive di impatto in funzione del tempo per diverse sfere che urtano il muro simultaneamente; (A) 1 sfera: massa 1000 kg e raggio 0.45 m; (B) 2 sfere: massa 500 kg ognuna e raggio 0.358 m; (C) 4 sfere: massa 250 kg ognuna e raggio 0.284 m. (a) $v = 1$ m/s ; (b) $v = 4$ m/s.	151
Fig. 7-6. Impatto di un blocco, con la forma di un parallelepipedo, sulla parete piana di un muro.	152
Fig. 7-7. Forze di impatto in funzione del tempo per un blocco parallelepipedo di massa 1000 kg che urta una superficie piana a velocità $v = 1$ m/s e $v = 4$ m/s.	152
Fig. 7-8. Confronto fra blocchi di diverse dimensioni che impattano il muro. (a) massa $m = 1000$ kg; area di impatto $A = 0.5$ m x 1 m; massa $m = 2 \cdot 500$ kg; (b) area di impatto $A = 2 \cdot (0.5$ m x 0.5 m).	153
Fig. 7-9. Confronto fra blocchi a forma di parallelepipedo che impattano il muro. A) blocco singolo; massa $m = 1000$ kg; B) due blocchi; massa globale; $m = 2 \cdot 500$ kg; (a) $v = 1$ m/s ; (b) $v = 4$ m/s.....	154
Fig. 7-10. Confronto fra blocchi sferici di raggio 0.125 m e densità 2600 kg/m ³ elastici lineari ed elasto-plastici ($\sigma_y = 5 \cdot 10^7$ Pa). (a) $v = 4$ m/s; (b) $v = 15$ m/s.....	156

Fig. 7-11. Risultati delle analisi parametriche dell'impulso.	158
Fig. 8-1. Geometrie utilizzate per le analisi.	160
Fig. 8-2. Dati da prova triassiale standard su una sabbia.	162
Fig. 8-3. Forza d'impatto di una corrente granulare secca a velocità 1 m/s.....	164
Fig. 8-4. Analisi in elasticità lineare; confronto tra assenza di attrito e presenza di attrito tra muro e fronte della colata. (a) velocità pari a 4 m/s (b) velocità pari a 15 m/s.....	165
Fig. 8-5. Forza d'impatto di una corrente granulare secca a velocità 4 m/s.....	165
Fig. 8-6. Forza d'impatto di una corrente granulare secca a velocità 15 m/s.....	166
Fig. 9-1. Massi trasportati da correnti (Wieczorek et al., 2001).....	168
Fig. 9-2. Impatto di colate a sezione trasversale triangolare (T) e rettangolare (R) su un blocco libero di muoversi su un piano orizzontale. Combinazioni di velocità e altezze tali da indurre uno spostamento iniziale del blocco pari a (a) $s = 0.1$ m; (b) $s = 0.3$ m.....	169
Fig. 9-3. Impatto di una colata fluida contro una struttura; back-analysis del collasso del pilastro; modello costitutivo (a) del calcestruzzo e (b) dell'acciaio d'armatura.	170
Fig. 9-4. Impatto di una colata a comportamento fluido contro una struttura; back-analysis del collasso del pilastro; schema dell'analisi riportata in Faella & Nigro (2003).	171
Fig. 9-5. Impatto di una colata a comportamento fluido contro una struttura; back-analysis della rottura del pilastro nell'ipotesi di altezza e velocità variabili della corrente; (a) meccanismo a tre cerniere; (b) relazione tra carico di collasso adimensionalizzato $(l/4) \cdot \sqrt{(qu/Mu)}$ e posizione della cerniera plastica ($z_p.h./l$), in funzione del rapporto h/l	172
Fig. 9-6. Coppie di valori velocità – altezza del flusso che determinano il collasso del pilastro.....	172
Fig. 9-7. Impatto di una colata a comportamento fluido contro una struttura; back-analysis del collasso del pilastro; (a) dominio impostato nell'analisi; (b) schema del dominio di calcolo impostato per le analisi numeriche (FEM).	173
Fig. 9-8. Diagrammi delle forze di impatto nel tempo, per i quattro casi analizzati. .	174
Fig. 9-9. Deformazioni e spostamenti [m] del pilastro a seguito dell'impatto con una corrente fluida; (a), (b): caso 3; (c), (d): caso 1.....	174
Fig. 10-1. Impatto di un blocco sferico contro una mensola (a) incastrata alla base; (b) connessa ad una fondazione. Posizione del problema; definizione delle grandezze la cui	

influenza è stata studiata per il presente lavoro: H_s identifica la posizione di impatto, S_w lo spessore della mensola, H_f lo spessore della fondazione, L_f la lunghezza della fondazione.	176
Fig. 10-2. Confronto fra le diverse forze di impatto.	177
Fig. 10-3. Risultati delle analisi FE. Evoluzione nel tempo della forza, al variare di S_w , per H_s e E fissati ($H_s = 0.2$ m, $E = 3 \cdot 10^4$ MPa).	178
Fig. 10-4. Risultati delle analisi FE. Evoluzione nel tempo della forza, al variare di E , per S_w e per H_s fissati E ($H_s = 0.2$ m, $S_w = 0.2$ m).	178
Fig. 10-5. . Risultati delle analisi FE. Evoluzione nel tempo della forza, al variare di H_s , al variare di S_w e E ($S_w = 0.2$ m, $E = 3 \cdot 10^4$ MPa).	179
Fig. 10-6. Geometria impostata nelle analisi.	179
Fig. 10-7. Modello numerico.	180
Fig. 10-8. Muro di calcestruzzo dotato di fondazione.	180
Fig. 10-9. Influenza del modulo di Young della fondazione.	181
Fig. 10-10. Diversi spessori della fondazione considerati nelle analisi.	181
Fig. 10-11. Forza d’impatto e momento alla base per diversi spessori di fondazione.	182
Fig. 10-12. Schema dei diversi punti di impatto del blocco considerati nelle analisi.	183
Fig. 10-13. Forza d’impatto e momento alla base per diversi spessori della fondazione.	184
Fig. 10-14. Muro in calcestruzzo armato protetto da una transizione granulare.	185
Fig. 10-15. Forza d’impatto nel caso di transizione granulare costituita, alternativamente di sabbia o di ghiaia.	186
Fig. 10-16. Forza d’impatto per diversi valori dello spessore della transizione.	187
Fig. 10-17. Transizione costituita di sacchi di sabbia.	188
Fig. 10-18. Forza d’impatto nei due casi: transizione continua ovvero costituita da sacchi.	188
Fig. 10-19 Prima fase. Fig. 10-20. Seconda fase.	189
Fig. 10-21. Forza d’impatto: confronti.	190
Fig. 10-22. Velocità del sacco nello schema a due fasi: prima fase.	191
Fig. 10-23. Velocità del sacco nello schema a sacchi.	191
Fig. 10-24. Schemi di posa in opera della transizione granulare racchiusa in un sacco.	192

Fig. 11-1. Caratteri analitici dell'evoluzione nel tempo della forza d'impatto $F(t)$ 195

Fig. 11-2. Confronto tra l'evoluzione nel tempo delle forze di impatto F valutate attraverso analisi numeriche (FEA) e attraverso le espressioni analitiche proposte in Fig. 11-1; $H = 1$ m, $b = 3H$, $c_0 = 1450$ m/s, $\rho_0 = 1000$ kg/m³; dominio fluido caratterizzato da (a) sezione trasversale rettangolare, (b) sezione trasversale triangolare..... 196

1. INTRODUZIONE

Il termine debris flows designa particolari e caratteristici eventi alluvionali a carattere non stazionario e con evoluzione in tempi molto brevi.

I debris flows sono costituiti da miscugli granulari a concentrazione variabile, cioè sistemi costituiti da componenti solide disperse in un fluido, in modo che i granuli siano in contatto o molto prossimi fra loro. Sono tipici di ambienti montani e pedemontani soggetti ad intense precipitazioni meteoriche e possono essere generati da:

- mobilitazione di sedimenti grossolani depositati nell'alveo di un torrente, a seguito dell'instaurarsi di una corrente liquida superficiale prodotta da intense piogge;
- dal collasso di un versante con successiva trasformazione del movimento franoso in colata detritica;
- dalla fluidificazione del materiale di una frana traslazionale o rotazionale in atto, in genere per il passaggio di una corrente idrica superficiale;
- dal crollo di una diga naturale prodotta dall'occlusione di un torrente a seguito ad esempio di un evento franoso precedente o da una ostruzione in alveo dovuti ad altro tipo di sedimenti fluitati.

Tali sistemi sono oggetto di studio di numerosi settori dell'ingegneria, tra i quali quelli dell'idraulica e della geotecnica. Destano infatti interesse anche a causa della loro potenza distruttiva estrema.

Eventi come quello accaduto a Sarno e Quindici (Campania) nel maggio 1998, in cui flussi fangosi originatisi sulle coltri piroclastiche dell'Appennino Campano hanno raggiunto i centri abitati, dopo aver percorso notevoli lunghezze (fino a 4 km, Revellino, 2004), sono esemplari: le colate hanno avuto effetti devastanti, causando più di 200 vittime e molti danni alle strutture civili (Fig. 1-1).

Altri eventi significativi nel nostro paese sono costituiti da quelli della Val di Stava in Trentino nel 1985 (268 morti) e della Val Pola nel 1987 (29 morti), ambedue frane di crollo evolute nella parte terminale in colate detritiche.

Nel loro percorso verso valle i depositi fluidificati possono inglobare ulteriore materiale colluviale, variabile in pezzatura granulometrica, dalle sabbie a trovanti di dimensioni notevoli (Fig. 1-2).



Fig. 1-1. Effetti dell'impatto delle colate su strutture; Campania, maggio 1998.



Fig. 1-2. Massi trasportati da correnti detritiche (Wieczorek et al., 2001).

Nel caso in cui la frazione solida sia prevalente, l'azione motrice dominante di tali fenomeni è costituita dalla gravità e la loro denominazione è *moti gravitazionali di sedimenti*. In tal caso, inoltre, la meccanica è legata alle azioni associate alle interazioni

granulari, e, in particolare, dagli effetti inerziali dovuti alle collisioni intergranulari ed alla deformazione del miscuglio.

Tali aspetti li contraddistinguono dai *moti di fluidizzazione* e di *sospensioni diluite* per i quali la fase fluida e le azioni idrodinamiche ad essa associate svolgono un ruolo dominante.

L'obiettivo della presente tesi è l'identificazione delle azioni esplicate dalle masse in movimento all'impatto contro strutture. A causa dell'estrema variabilità delle concentrazioni di solidi nella massa in movimento, che ne determina il comportamento, sono stati considerati modelli di comportamento semplificati (Fig. 1-3):

- a) impatto di sospensioni fluide;
- b) impatto di blocchi isolati;
- c) impatto di correnti granulari asciutte.

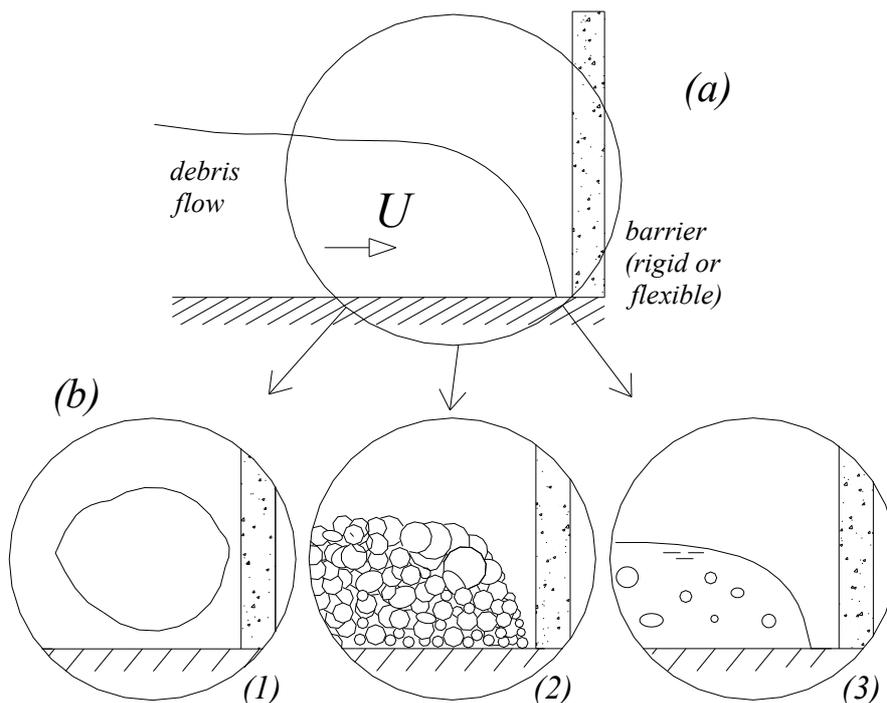


Fig. 1-3. Impatto di debris flows; (a): schema generale dell'impatto tra una corrente di detriti in rapido movimento ed una struttura; (b): modelli semplificati adottati nello studio dei fenomeni di propagazione ed impatto; (1): blocchi (isolati o in gruppo); (2): correnti granulari asciutte o sature; (3): correnti a comportamento fluido, per le quali è possibile una grande varietà di concentrazioni di solidi.

Nonostante lo studio dei fenomeni di innesco, propagazione ed arresto delle colate sia oggetto di numerosi studi, la letteratura geotecnica ed idraulica non sono particolarmente ricche di analisi avanzate dei fenomeni di impatto, in particolare per quanto riguarda le colate costituite da sospensioni diluite, con comportamento fluido (a), spesso riconducibile a modelli di tipo Newtoniano; si considera, in genere, un valore modificato della pressione idrodinamica esercitata da un fluido in moto permanente (Faella e Nigro 2003, Lo et al. 2000, Van Dine 1996, Hungr et al. 1984), oppure una pressione multipla di quella idrostatica (Armanini 1993, Scotton e Deganutti 1997).

Le medesime regole sono spesso utilizzate, nella pratica, per valutare le pressioni e le forze dovute all'impatto di altri tipi di colate, ad esempio quelle asciutte, composte essenzialmente di ghiaia e blocchi (b) – (c).

Nell'ambito dell'ingegneria costiera sono invece presenti numerosi risultati sperimentali e analisi teoriche, riguardanti l'impatto di onde marine sulle strutture costiere. Recenti studi (Peregrine 2003, Cooker 2003) mostrano che le ipotesi semplificative prima espresse, adottate in geotecnica per lo studio delle colate fluide, non sembrano accettabili; si evidenzia, infatti, che le pressioni che si destano all'impatto possono essere estremamente elevate; inoltre, la durata delle azioni massime è molto breve: la natura impulsiva del fenomeno si rivela quindi spiccata. Inoltre, numerosi sono i fattori di tipo geometrico (forma e dimensioni delle onde), fisico (densità, concentrazione di gas e di solidi), evidenziati dai medesimi autori, che possono influenzare l'azione esercitata all'impatto.

Nel presente rapporto sono innanzitutto (*Sezione A*) sinteticamente descritte soluzioni teoriche, tratte dalla letteratura tecnica, del problema dell'interazione tra fluidi e solidi; sono quindi esposti i risultati di un'attenta disamina di dati sperimentali ottenuti da ricercatori di diverse discipline (ingegneria geotecnica, idraulica, costiera) sul tema. Sono infine presentati i risultati di analisi numeriche condotte con un codice di calcolo agli elementi finiti, con lo scopo di definire le azioni che le colate con comportamento tipo fluido esplicano all'impatto contro solidi.

La medesima organizzazione della trattazione è ripetuta nella *Sezione B*, con riferimento all'impatto di blocchi e correnti granulari.

Il lavoro si chiude (*Sezione C*) con l'esposizione di alcuni casi applicativi studiati per via numerica, volti ad identificare gli effetti meccanici dell'impatto di colate, sia con comportamento fluido, sia blocchi, e con la proposta di criteri di progettazione delle strutture di mitigazione.

**A – IMPATTO DI UNA COLATA DETRITICA FLUIDA CONTRO UNA
STRUTTURA**

2. ANALISI TEORICHE DELL'INTERAZIONE FLUIDO -STRUTTURA

2.1 MODELLI REOLOGICI DELLE COLATE

La modellazione dinamica dei debris flow è oggetto di intense ricerche; la maggior parte degli studi ricorrono all'ipotesi di materiale omogeneo, adottando modelli reologici tipo Bingham ed Herschel-Bulkley.

Tali modelli si fondano sull'ipotesi che le miscele di fluidi e solidi possano essere assimilate a dei fluidi monofase dotati di "tensione di soglia".

La legge reologica, in generale, può essere scritta nel seguente modo:

$$\dot{\gamma} = 0 \Leftrightarrow \tau < \tau_y$$

$$\dot{\gamma} \neq 0 \Leftrightarrow \tau = \tau_y + K \dot{\gamma}^n$$

in cui τ è lo sforzo tangenziale, $\dot{\gamma}$ è la velocità di deformazione e τ_c , K e n parametri (positivi).

Al variare di del parametro n variano i comportamenti reologici (Fig. 2-1): per valori di $n > 1$, la resistenza aumenta all'aumentare della deformazione ed il comportamento è definito dilatante. Per valori di $n < 1$ la resistenza diminuisce all'aumentare della deformazione ed il comportamento è definito pseudo plastico.

In particolare, per $n = 1$ si ottiene il modello di Bingham mentre per $n = 1/3$ si ottiene il modello Herschel-Bulkley.

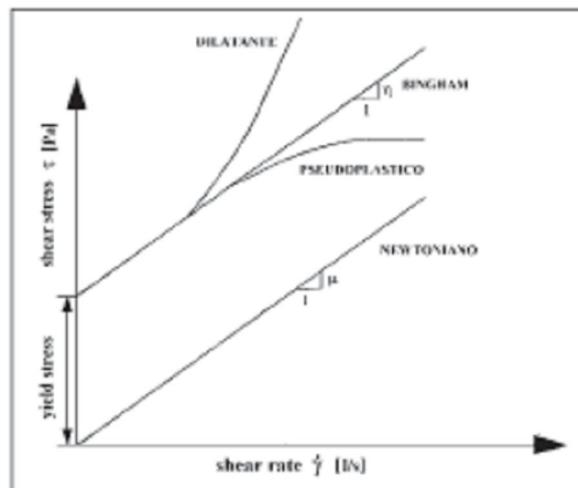


Fig. 2-1. Leggi reologiche correntemente utilizzate per lo studio dei flussi fangosi.

Nei flussi fangosi, in genere, le dissipazioni non sono solamente di tipo viscoso (approccio idrodinamico), ma sono causate anche dalla rottura dei legami elettrochimici tra le particelle: questo accade in maniera marcata per le sospensioni colloidali.

All'altro estremo, le sospensioni di materiali privi di interazioni elettrochimiche (quarzo, ad esempio) sono invece caratterizzate da processi dissipativi di tipo puramente viscoso e lubrificazionale ed i modelli reologici che le descrivono possono essere spiegati, in regime laminare, mediante meccanismi semplificati.

Tuttavia, dai dati ottenuti attraverso sperimentazioni, Bagnold (1954) mostra che il comportamento di una miscela formata da particelle granulari disperse in un fluido viscoso, può essere modellato, nel caso in cui la dissipazione sia dovuta essenzialmente alla viscosità, come un fluido Newtoniano, per il quale la viscosità del fluido sia corretta attraverso un fattore che prenda in considerazione la concentrazione del materiale solido disperso nel fluido.

Si ha, quindi:

$$\mu^* = (1 + \lambda) \left(1 + \frac{\lambda}{2} \right) \mu$$

in cui μ è la viscosità del fluido, μ^* è la viscosità corretta, λ un parametro legato alla concentrazione delle particelle, così definito:

$$\frac{1}{\lambda} = \left(\frac{C_{\max}}{C} \right)^{1/3} - 1$$

con C e C_{\max} rispettivamente concentrazione corrente e massima concentrazione possibile.

Dalle formule precedenti si evince che l'effetto della presenza di particelle solide disperse nel fluido è causa di un incremento della viscosità effettiva del fluido equivalente.

E' tuttavia evidente che i debris flows non sono materiali omogenei: diverse sperimentazioni mostrano come il comportamento vari a seconda della concentrazione di solidi, del tipo di solidi dispersi nel fluido, delle condizioni di moto della corrente.

Le caratteristiche di una colata, in generale, sono differenti anche in funzione della distanza dal fronte; Pierson (1985) e Takahashi (1991) documentano una rapida diminuzione della concentrazione di solidi all'aumentare della distanza dal fronte della colata.

A dispetto di ogni considerazione riguardo la non omogeneità e non stazionarietà delle colate, possono essere impostati modelli di comportamento, nel caso in cui si ipotizzi che una colata percorra lunghe distanze, raggiungendo condizioni assimilabili a quelle di un flusso stazionario.

Soprattutto per ciò che concerne colate fluide, rilievi sul campo mostrano che lunghe distanze sono percorse mantenendo una sezione trasversale del flusso costante (Takahashi, 1991).

Hungr (2000) introduce il concetto di *moto progressivo uniforme* per descrivere il moto di una colata dalle caratteristiche approssimativamente stazionarie, ossia caratterizzate da fluttuazioni delle caratteristiche del moto nell'intorno di valori medi.

Si consideri una striscia media rappresentativa del flusso, di spessore H , di larghezza Δx in direzione del flusso e w nella direzione perpendicolare.

L'applicazione del principio di conservazione della quantità di moto per questo elemento della colata si esprime attraverso la seguente equazione (Chow, 1959):

$$\rho H w \Delta x \left(\frac{dV}{dt} + \beta V \frac{dV}{dx} \right) = \rho g H w \Delta x \sin \theta - T w \Delta x - \frac{dp}{dx} w \Delta x$$

in cui V è la velocità media, θ l'inclinazione del pendio su cui scorre la colata, β un coefficiente correttivo per la quantità di moto, ρ la densità del flusso, T la resistenza al taglio lungo la base e dp/dx il gradiente di pressione idrostatica.

Si noti che Iverson (1997) ha ottenuto la medesima equazione del flusso attraverso un'integrazione rigorosa delle equazioni che governano il moto di una miscela fluida.

I termini a primo membro dell'equazione precedente rappresentano l'inerzia della colata; i termini a secondo membro includono la componente tangenziale della velocità, la forza resistente di tipo attritivo e la risultante delle pressioni laterali.

Nell'ipotesi che la pressioni longitudinali, nel fluido, siano proporzionali alle pressioni verticali e che le linee di flusso siano parallele al fondo, il gradiente delle forze di pressione può essere espresso come:

$$\frac{dp}{dx} = -\rho g H \frac{dH}{dx} \cos \theta$$

Se, infine, si scrive l'equazione del moto del fluido in un sistema di coordinate in solidali con il fronte fluido, si ottiene la seguente relazione:

$$\rho H \frac{dV}{dt} = \rho g H \sin \theta - T - \frac{dp}{dx}$$

Il moto progressivo uniforme è definito come la condizione nella quale ogni elemento in moto rimane costante nel tempo, cioè:

$$dV / dt = 0$$

Sotto questa condizione, si ottiene:

$$\frac{dH}{dx} \cos \theta = \frac{T}{\rho g H} - \sin \theta = S_f - S$$

La precedente equazione descrive il profilo della corrente in moto stazionario, a velocità costante.

Il termine T rappresenta la forza attrittiva resistente alla base, che comprende i termini dipendenti dalla reologia del materiale S è l'inclinazione del fondo.

Nell'ipotesi di flusso omogeneo la precedente equazione si può risolvere facilmente; si ottengono, per diverse ipotesi sul comportamento reologico, i seguenti profili del fronte del flusso.

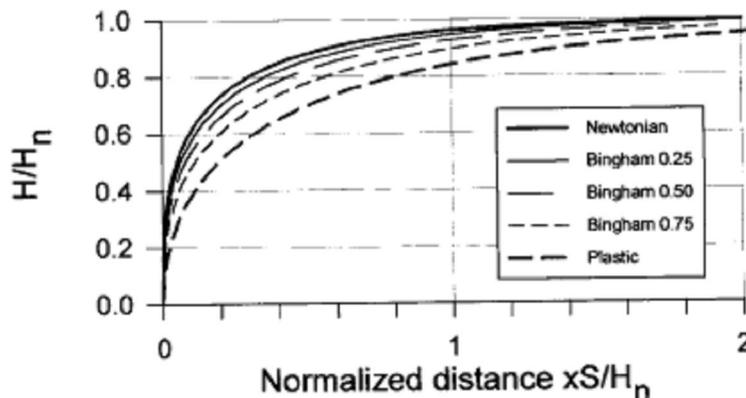


Fig. 2-2. Profili adimensionali di una corrente fluida omogenea, nell'ipotesi di moto progressivo uniforme, per diversi modelli reologici. Le soluzioni per il modello di Bingham sono per diversi valori di K ; H è l'altezza del flusso in direzione normale al fondo e H_n è la quantità $\tau / (\gamma S)$.

Sebbene i fenomeni di innesco, propagazione e deposizione delle colate siano negli ultimi anni oggetto di intensi studi, per l'impatto contro strutture non si hanno a disposizione molti risultati di studi analitici o sperimentazioni.

Nel seguito è riportata una disamina di alcuni interessanti lavori riguardanti l'interazione dinamica tra liquidi e solidi, nell'ambito sia dell'ingegneria geotecnica, sia dell'ingegneria costiera (per quanto riguarda l'impatto di onde contro strutture), nelle ipotesi di fluido incompressibile e fluido comprimibile.

2.2 EQUAZIONI FONDAMENTALI DELLA DINAMICA DEI FLUIDI

Sia O un generico punto del fluido in movimento, al quale compete, all'istante t generico, la velocità V , l'accelerazione $A = dV/dt$, e la densità ρ ; si consideri un parallelepipedo elementare con vertice in O e di lati dx , dy , dz rispettivamente paralleli ai tre assi coordinati (Fig. 2-3).

Per la massa $dm = \rho dx dy dz$ contenuta nel volume considerato deve essere verificata la prima equazione cardinale della dinamica:

$$R = Adm \quad (2.1)$$

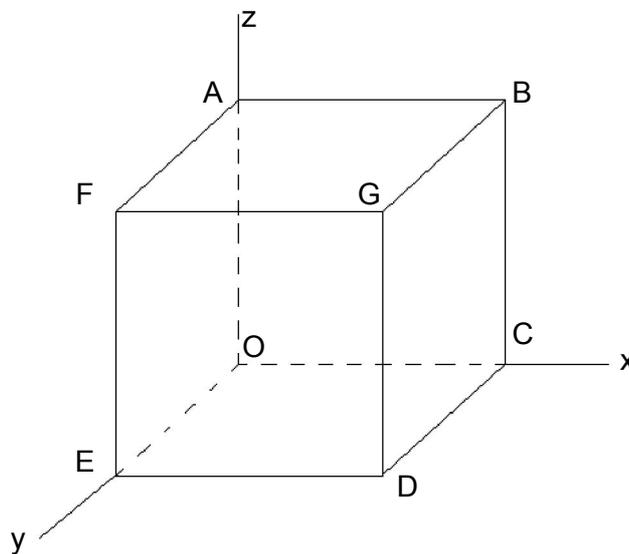


Fig. 2-3 Parallelepipedo elementare

Con \mathbf{R} si è indicata la risultante delle forze agenti sulla massa stessa; questa risultante è costituita dai seguenti termini:

- la cosiddetta forza di massa $\rho \mathbf{F} dx dy dz$, essendo \mathbf{F} la forza di massa riferita all'unità di massa e al punto O . questa forza dipende dal campo cui si trova sottoposto il fluido. Se, in particolare, il fluido si trova nel campo gravitazionale, si ha $\mathbf{F} = \mathbf{g}$ (\mathbf{g} accelerazione di gravità) si può scrivere:

$$\mathbf{F} = -g \text{ grad } z$$

con z diretto verticalmente verso l'alto;

- la risultante degli sforzi trasmessi alla massa fluida considerata dal fluido circostante attraverso la superficie di contorno del parallelepipedo.

Se σ_x è lo sforzo unitario su un elemento piano normale all'asse x , passante per O , la spinta esercitata sulla faccia OEFA vale $\sigma_x dy dz$, mentre quella relativa alla faccia parallela BCDG vale $-(\sigma_x + (\partial \sigma_x / \partial x) dx) dy dz$: la loro risultante sarà quindi:

$$-\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} dx dy dz$$

Analogamente, le risultanti degli sforzi agenti sulle coppie di facce normali agli assi y e z valgono rispettivamente:

$$-\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} dx dy dz$$

$$-\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} dx dy dz$$

la risultante delle forze sulla superficie di contorno risulta quindi:

$$-\left(\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} \right) dx dy dz$$

Esplicitando la \mathbf{R} nei suoi termini, dalla (2.1) si ottiene:

$$\left(\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} \right) = \rho(\mathbf{F} - \mathbf{A}), \quad (2.2)$$

prima equazione indefinita del movimento.

A questa va associata l'equazione dei momenti: essa esprime la condizione di simmetria del tensore degli sforzi.

Indicando con F_x, F_y, F_z le componenti della forza di massa \mathbf{F} , tenendo presente che le tre componenti della accelerazione \mathbf{A} sono rispettivamente $du/dt, dv/dt, dw/dt$, la proiezione della (2.2) lungo i tre assi coordinati conduce alla terna di equazioni:

$$\begin{aligned}\rho\left(F_x - \frac{du}{dt}\right) &= \frac{\partial\sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial\tau_z}{\partial y} + \frac{\partial\tau_y}{\partial z} \\ \rho\left(F_y - \frac{dv}{dt}\right) &= \frac{\partial\sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial\tau_z}{\partial x} + \frac{\partial\tau_x}{\partial z} \\ \rho\left(F_z - \frac{dw}{dt}\right) &= \frac{\partial\sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial\tau_x}{\partial y} + \frac{\partial\tau_y}{\partial x}\end{aligned}\quad (2.3)$$

che traduce in forma scalare l'equazione indefinita del movimento di un fluido.

Le (2.3) devono essere soddisfatte per ogni punto del campo di moto ed in ogni istante.

2.2.1 EQUAZIONE GLOBALE DELL'EQUILIBRIO DINAMICO

L'equazione indefinita del movimento (2.3), completata con l'equazione di continuità ($\text{div } \mathbf{V} = 0$), con quella di stato, con le relazioni fra gli sforzi e le deformazioni e con le condizioni al contorno e iniziali, proprie dello specifico processo di moto in esame, consente di giungere alla determinazione degli elementi caratteristici del moto in ogni punto del campo fornendone un quadro completo e dettagliato.

Si procederà ora ad una trattazione globale delle condizioni di moto di un volume fluido, anziché ad un dettagliato esame locale.

Isolato un volume finito W , delimitato dalla superficie chiusa di contorno A , fissa nello spazio, per ogni elemento infinitesimo dW di esso vale la (2.2).

Integrando quest'ultima su tutto il volume considerato si ha:

$$\int_W \left(\frac{\partial\sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial\sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial\sigma_z}{\partial z} \right) dW = \int_W \rho \mathbf{F} dW - \int_W \rho \mathbf{A} dW \quad (2.4)$$

Indicata con \mathbf{n} la normale al generico punto della superficie di contorno, positiva verso l'interno, si può scrivere, sfruttando il teorema di Green:

$$\int_W \left(\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} \right) dW =$$

$$= - \int_A (\sigma_x \cos nx + \sigma_y \cos ny + \sigma_z \cos nz) dA,$$

Per il teorema di Cauchy:

$$\sigma_x \cos nx + \sigma_y \cos ny + \sigma_z \cos nz = \sigma_n$$

cosicché, in definitiva, risulta:

$$\int_W \left(\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} \right) dW = - \int_A \sigma_n dA.$$

Il termine ρA , tenuto conto della regola di derivazione euleriana, e che i termini del tipo $\rho u \partial V / \partial x$ possono scriversi nella forma:

$$\rho u \frac{\partial V}{\partial x} = \frac{\partial(\rho u V)}{\partial x} - V \frac{\partial(\rho u)}{\partial x},$$

si trasforma nell'espressione:

$$\rho A = \rho \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u V)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v V)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w V)}{\partial z} - V \left[\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \right];$$

e poiché:

$$\left[\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \right] = \text{div}(\rho \mathbf{V}),$$

essendo, per l'equazione di continuità:

$$\text{div}(\rho \mathbf{V}) = - \frac{\partial \rho}{\partial t},$$

e tenuto presente che:

$$\frac{\partial(\rho V)}{\partial t} = \rho \frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial \rho}{\partial t},$$

risulta, in definitiva:

$$\rho A = \frac{\partial(\rho V)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u V)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v V)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w V)}{\partial z}.$$

Il relativo integrale di volume, applicando ancora il teorema di Green, porta alla espressione:

$$\int_W \rho A dW = \int_W \frac{\partial(\rho V)}{\partial t} dW - \int_A \rho V (u \cos nx + v \cos ny + w \cos nz) dA,$$

da cui, essendo:

$$u \cos nx + v \cos ny + w \cos nz = v_n$$

con V_n componente della velocità in direzione normale alla superficie, si ottiene:

$$\int_W \rho \mathbf{A} dW = \int_W \frac{\partial(\rho V)}{\partial t} dW - \int_A \rho V_n \mathbf{V} dA.$$

La (2.4) allora, può essere scritta:

$$\int_W \rho \mathbf{F} dW - \int_A \sigma_n dA + \int_A \rho V_n \mathbf{V} dA - \int_W \frac{\partial(\rho V)}{\partial t} dW = 0. \quad (2.5)$$

Questa è l'equazione globale dell'equilibrio dinamico, che deve essere soddisfatta per qualunque volume W del campo del fluido in moto; essa presuppone già verificata l'equazione di continuità.

Ognuno dei quattro termini della (2.5) ha un suo preciso significato fisico, che si esaminerà ora in dettaglio:

- il termine

$$\mathbf{G} = \int_W \rho \mathbf{F} dW$$

rappresenta la risultante delle forze di massa agenti sulle singole particelle che occupano il volume W considerato. Se il fluido è sottoposto esclusivamente al campo gravitazionale questo integrale fornisce il peso del fluido contenuto nel volume W .

- L'integrale di superficie

$$\mathbf{\Pi} = \int_A \sigma_n dA$$

denota la risultante degli sforzi che vengono esercitati sul fluido attraverso la superficie di contorno. Si tratta cioè della *spinta* che la superficie di contorno trasmette al fluido; essa è uguale e contraria alla spinta che il fluido esercita sulla sua superficie di contorno A .

- Terzo termine: si osserva che il prodotto $V_n dA$ è pari alla portata infinitesima dQ che passa attraverso l'area dA ; il prodotto $\rho V_n dA = \rho dQ$ fornisce quindi la massa che transita nell'unità di tempo attraverso dA ; $\rho V dQ$ rappresenta la quantità di moto posseduta da detta massa: vettore diretto in ogni punto come la velocità.

L'integrale

$$\mathbf{M} = \int_A \rho V_n \mathbf{V} dA$$

individua in definitiva la *quantità di moto* di tutta la massa fluida che attraversa nell'unità di tempo la superficie di contorno A del volume W .

Nell'intera superficie A possiamo distinguere tre porzioni: una A_1 che è attraversata da fluido che entra in W , una A_2 attraversata da fluido che esce ed una terza A_0 non attraversata da fluido; indichiamo con:

$$M_1 = \int_{A_1} \rho V dQ$$

$$M_2 = \int_{A_2} \rho V dQ$$

le risultanti della quantità di moto relative alle due porzioni A_1 e A_2 ; poiché sulla prima V_n è positiva, mentre sulla seconda è negativa, si può assai semplicemente scrivere:

$$M = \int_A \rho v_n V dA = M_1 - M_2$$

dove il secondo membro rappresenta la differenza fra le quantità di moto posseduta dalla massa entrante nell'unità di tempo nel volume W , e quella relativa alla massa contemporaneamente uscente.

Si tenga presente che le grandezze M , M_1 , M_2 , sono in realtà *quantità di moto nell'unità di tempo ed hanno perciò le dimensioni di una forza*; più precisamente, possono essere indicate come *flussi di quantità di moto*.

Il calcolo effettivo della quantità di moto può essere ovviamente condotto quando sia nota la distribuzione del vettore velocità e della densità in tutti i punti della superficie; una notevole semplificazione interviene in molte situazioni della pratica relative ai moti sotto forma di corrente. Una sezione trasversale di questa può ritenersi spesso piana, con il vettore velocità diretto normalmente alla superficie; le velocità sono perciò parallele fra loro ed il loro modulo è pari alla componente normale V_n .

La quantità di moto posseduta dalla massa che attraversa la sezione vale perciò:

$$M = \mathbf{n} \int_A \rho V^2 dA$$

essendo \mathbf{n} il vettore normale alla superficie; il suo calcolo richiede ancora la conoscenza della distribuzione della velocità e della densità nell'ambito della sezione; in pratica è utile fare riferimento agli elementi medi della corrente: velocità media $V = Q/A$ e densità media ρ_m ; si scrive allora:

$$M = \mathbf{n} \beta \rho_m QV$$

con β il rapporto:

$$\beta = \frac{\int \rho V^2 dA}{\rho_m V^2 A}.$$

• L'ultimo termine

$$\mathbf{I} = - \int_W \frac{\partial(\rho V)}{\partial t} dW$$

rappresenta la risultante delle cosiddette *inerzie locali*, che dipendono esclusivamente dal modo in cui la velocità e la densità variano col tempo nei singoli punti del volume W .

Questo integrale, che ha valore evidentemente nullo in caso di moto permanente, può anche scriversi nella forma:

$$\mathbf{I} = - \frac{\partial}{\partial t} \int_W \rho V dW$$

che mostra come esso stia a rappresentare la diminuzione complessivamente subita, nell'unità di tempo, dalla quantità di moto dell'intera massa fluida contenuta nel volume W .

Adottando i simboli ora introdotti la (1.5) può essere in definitiva sinteticamente scriversi:

$$\mathbf{G} + \mathbf{\Pi} + \mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_2 + \mathbf{I} = \mathbf{0};$$

si tratta di una relazione vettoriale fra quantità che hanno le dimensioni di una forza; dei diversi termini, \mathbf{G} e \mathbf{I} dipendono dai valori che le grandezze in gioco assumono nei punti all'interno del volume W , mentre gli altri ($\mathbf{\Pi}$, \mathbf{M}_1 e \mathbf{M}_2) dipendono unicamente dalle condizioni che si verificano alla superficie di contorno.

Si vedrà ora un esempio su come, negli istanti appena successivi all'impatto di una massa fluida, non possa ritenersi trascurabile il termine legato all'inerzia del fluido.

2.3 IPOTESI DI FLUIDO INCOMPRESSIBILE

2.3.1 MASSA FLUIDA CONTRO UNA PARETE SOLIDA

Un criterio teorico applicato per valutare la forza di impatto esercitata da un fluido incompressibile, all'impatto contro una superficie solida, è basato sul bilancio della quantità di moto di un fluido in moto stazionario; sfruttando le equazioni descritte nella precedente sezione, infatti, diversi autori (Hungry et al. 1984; Van Dine 1996) risalgono al valore di pressione esercitata all'impatto sulla parete solida.

Nell'ipotesi di moto stazionario, nell'equazione globale dell'equilibrio dinamico si può porre

$$I = 0$$

La spinta Π può essere suddivisa in quattro termini:

Π_{AB} : la spinta esercitata dalla superficie AB (Fig. 2-4) sul volume è nulla, in quanto pari alla pressione atmosferica (si vogliono analizzare in questa fase gli incrementi di pressione rispetto al valore di riferimento, pari proprio alla pressione atmosferica)

$\Pi_{AA'}$, $\Pi_{BB'}$: le pressioni agenti sulle sezioni trasversali sono pari alla pressione atmosferica, quindi nulle.

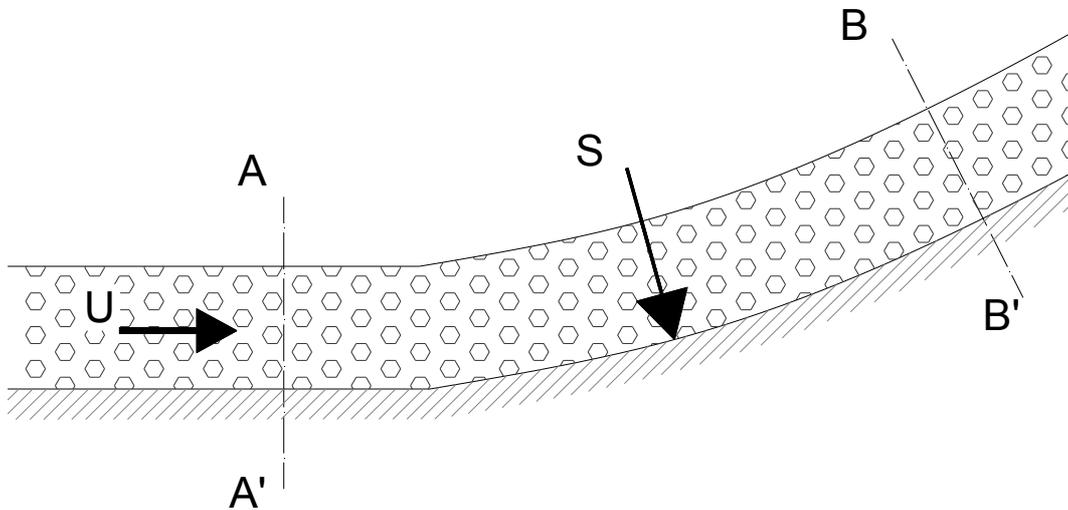


Fig. 2-4. Spinta esercitata da una corrente in moto permanente su una superficie solida.

La spinta Π si riduce quindi al valore che la piastra esercita sul volume; essa è uguale e contraria alla spinta S del getto sulla piastra; quindi:

$$\Pi = -S$$

Le quantità di moto entrante ed uscente (rispettivamente M_1 , M_2) hanno modulo pari a

$$M = \rho q U$$

in cui $q = a U$. Si ottiene, quindi:

$$M = \rho a U^2$$

La M_1 è diretta come il getto in arrivo, la M_2 come il getto in uscita attraverso la sezione BB'.

Dall'equazione globale di equilibrio dinamico si ottiene, quindi:

$$S = M_1 - M_2$$

La spinta è pari quindi alla differenza vettoriale delle quantità di moto entrante ed uscente. Se l'angolo formato dalle superfici AA' – BB' è pari ad α , si ottiene, per il modulo della spinta, il valore:

$$S = \rho q U \sqrt{2(1 - \cos \alpha)}$$

Armanini (1993) calcola la pressione d'impatto teorica dal bilancio della quantità di moto del fluido. Ipotizzando una velocità del fronte U pari a quella fornita dal modello *dam-break* (Fig. 2-5), si ottiene la pressione (Δp) attraverso la relazione:

$$\frac{\Delta p}{\gamma} = 4h_0$$

la pressione Δp , che si genera all'impatto, è quindi pari a 4 volte la pressione del fluido alla base del serbatoio di monte. La soluzione è valida anche nel caso di pendenza del fondo pari alle perdite per unità di lunghezza causate dall'attrito sul fondo del canale. In tal caso, maggiore è la pendenza del canale, maggiore sarà la velocità del fronte e la pressione d'impatto; viceversa nel caso di riduzione della pendenza.

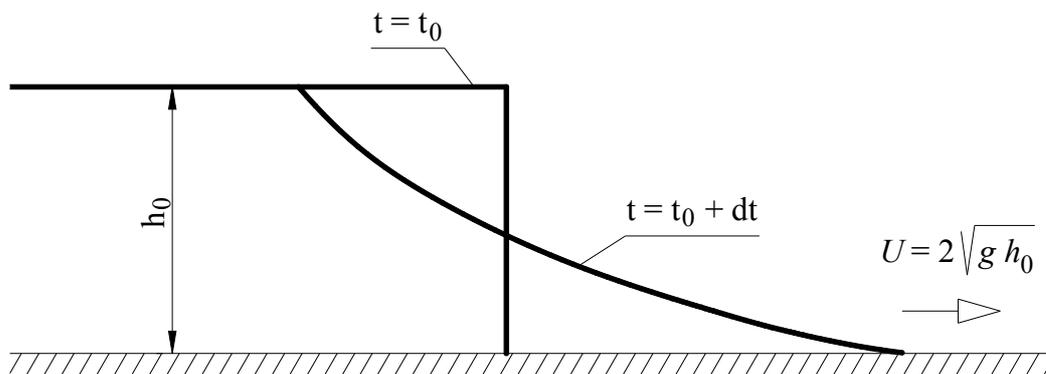


Fig. 2-5. Modello *dam break*.

Dopo aver analizzato dati sperimentali, l'Autore suggerisce che, in generale, possono avvenire due differenti tipi di impatto.

Nel primo tipo, il flusso è completamente deviato in direzione verticale (*jet-like*); nel secondo (*onda riflessa*) si forma un'onda riflessa che si propaga verso monte.

La differenza tra i due comportamenti sembra sia da attribuire al profilo del fronte al momento dell'impatto:

– se le forze d'attrito prevalgono sulle forze di gravità, il moto tende a decelerare ed il profilo tende a diventare più ripido. In questo caso, al momento dell'impatto si forma un'onda riflessa;

– al contrario, se le forze di gravità prevalgono sulle forze d'attrito, il moto tende ad accelerare e il profilo tende a diminuire nel tempo. In questo caso, al momento dell'impatto, si forma un getto verticale.

Con riferimento allo schema di Fig. 2-6, l'impatto dinamico può essere quantificato applicando il bilancio globale della quantità di moto al volume di controllo V_c :

$$\frac{1}{2}\gamma y_1^2 + \rho y_1 U^2 = \frac{1}{2}\gamma (y_1 + \delta y)^2 + \Delta p (y_1 + \delta y) + \frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho U dV \quad (2.6)$$

In accordo con gli schemi di impatto descritti, l'applicazione del bilancio della quantità di moto in corrispondenza della parete porta a diversi risultati.

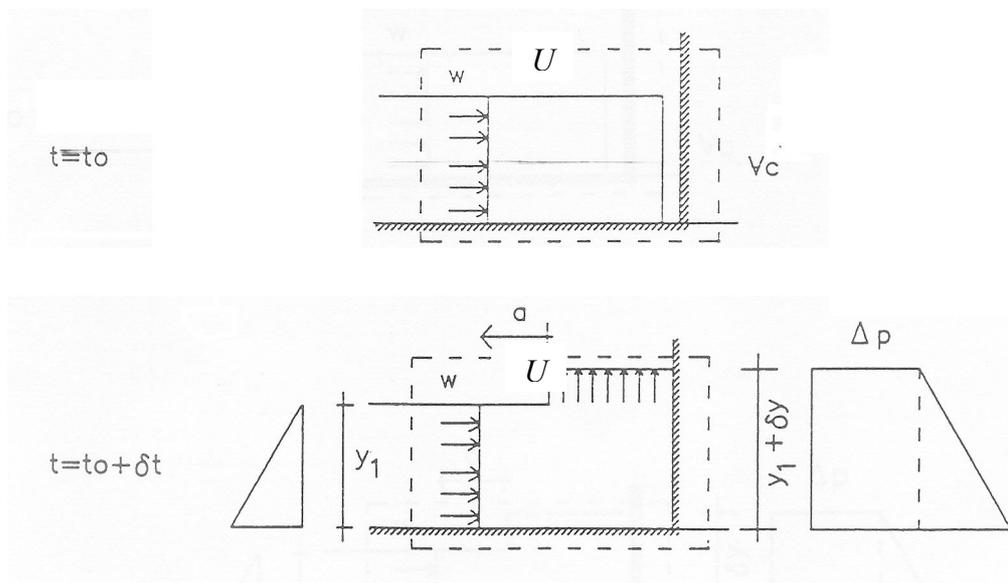


Fig. 2-6. Schema dell'impatto dinamico nel caso in cui, al momento dell'impatto, il flusso venga deviato verso l'alto (Armanini, 1993).

Nell'ipotesi che, al momento dell'impatto, il getto venga deviato nella direzione verticale, si può trascurare la variazione della quantità di moto nel tempo all'interno di V_c ottenendo:

$$\Delta p = \rho U^2 \quad (2.7)$$

Nella seconda ipotesi, al momento dell'impatto il fluido non viene deviato nella direzione verticale, ma riflesso in senso opposto, formando un'onda che si propaga verso monte (Fig. 2-7). In questo caso non è più accettabile trascurare la variazione della quantità di moto nel tempo all'interno del volume di misura.

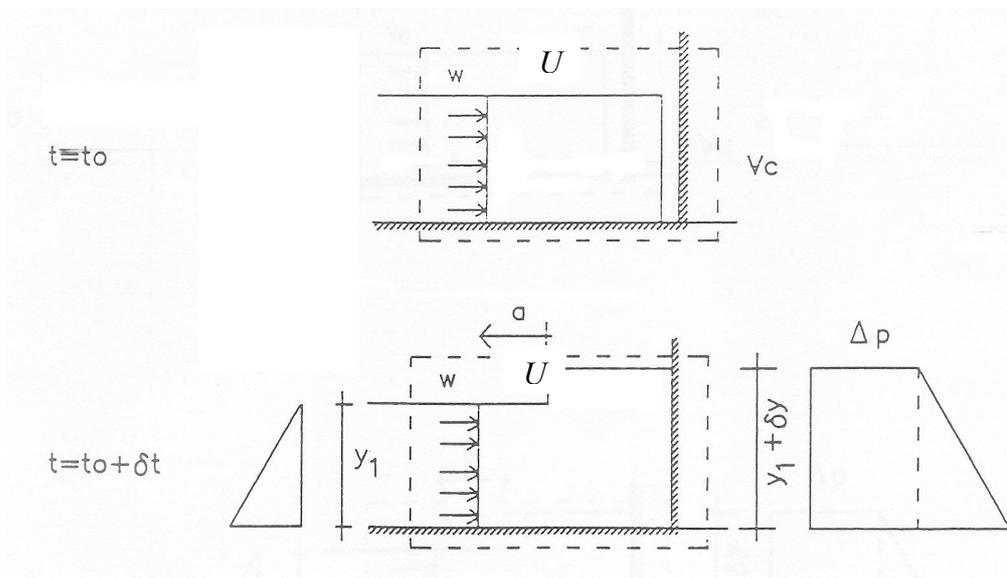


Fig. 2-7. Schema dell'impatto dinamico nel caso in cui, al momento dell'impatto, si formi un'onda riflessa (Armanini 1993).

Il bilancio fornisce:

$$\frac{1}{2} \rho y_1^2 - \frac{1}{2} \rho y_1^2 - \frac{2}{2} \rho y_1 \delta y_1 - \Delta p (y_1 + \delta y) = -\rho y_1 U^2 + \frac{1}{\delta t} (\rho U y_1 (-\delta x)) \quad (2.8a)$$

$$\Delta p \cong -\rho \delta y + \rho U (U + a) \cong \rho U (U + a) \quad (2.8b)$$

Per il valore della velocità del fronte U , che può essere stimata in generale risolvendo le equazioni di Navier-Stokes, si fa riferimento al modello Dam Break.

In accordo con le eq. (2.7) e (2.8b), le forze di impatto sono proporzionali al quadrato della velocità di propagazione U .

In conclusione, i risultati ottenuti suggeriscono che l'impatto dinamico dipende essenzialmente dalla velocità del fronte. Se si calcola la forza S di impatto in termini di pressione idrostatica, si ottiene:

$$S = \Delta p h_o + \frac{1}{2} \gamma h_o^2 = 4 \gamma h_o^2 + \frac{1}{2} \gamma h_o^2 = 9 \frac{1}{2} \gamma h_o^2 \quad (2.9)$$

Il coefficiente 9, ottenuto nella eq. (2.9), non è molto distante dai valori raccomandati da alcune autorità europee nella progettazione di strutture di difesa dalle colate di detriti (7-11 volte la pressione idrostatica).

Nei casi reali i caratteri cinematici della corrente all'impatto e la curvatura del fronte possono inficiare la validità della teoria monodimensionale. Anche il fenomeno di classazione granulometrica, che dà origine ad un accumulo di massi di grande dimensione nella porzione sommitale della colata, influenza sia la celerità del fronte che l'impatto dinamico.

Infine, si deve osservare che i fenomeni accelerativi non vengono riprodotti fedelmente in modelli a scala ridotta.

Tale aspetto sarà sviluppato in seguito.

Un approccio analogo a quello di Armanini (1993) è proposto da Liu et al. (1997); nell'ipotesi di comportamento alla Bingham, attraverso un bilancio della quantità di moto in un volume di controllo (identificato da L , Fig. 2-8), si ottiene il valore della forza d'impatto F pari a:

$$F = \rho g h \cos \theta + \rho g L \sin \theta - \frac{\tau_0 L}{h} + \frac{\rho U^2}{2} (x = -L) + \rho C_s U (x = -L) \quad (2.10)$$

in cui h è la profondità del flusso, U la velocità, τ_0 il valore della tensione di taglio limite nella schematizzazione di fluido alla Bingham, ρ la densità del flusso, θ l'inclinazione, rispetto all'orizzontale, del piano di scorrimento, C_s la velocità di fase del fronte.

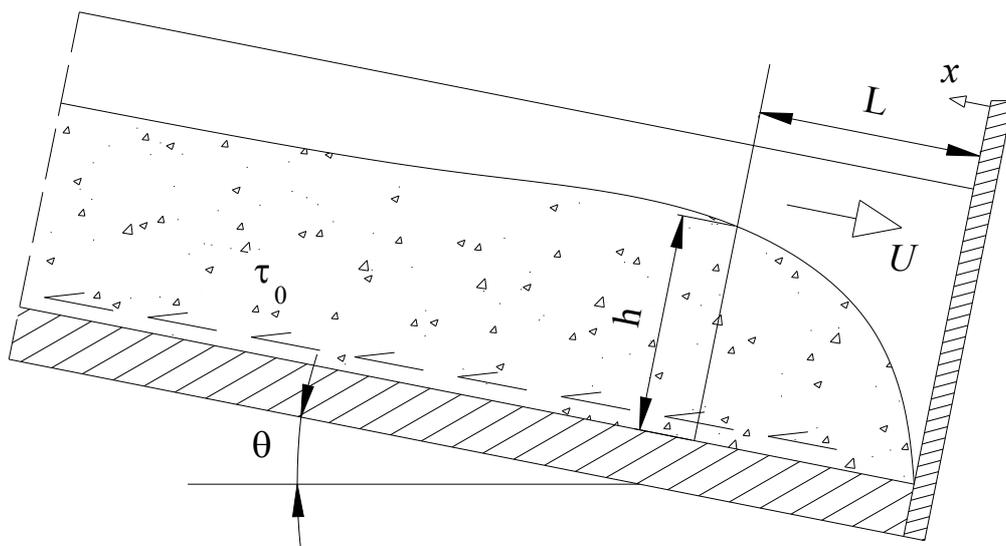


Fig. 2-8. Geometria e simbologia relativi all'analisi di Liu et al. (1997).

Nell'ambito dell'ingegneria costiera, dai lavori di numerosi ricercatori (Peregrine & Thais, 1996; Walkden et al., 2001; Bullock et al., 2000; Cooker, 2002; Bredmose et al., 2003; Peregrine et al., 2004; Obhrai et al., 2004; Bullock et al., 2004) nello studio dell'impatto di onde contro pareti solide, si rileva la natura impulsiva del fenomeno: registrazioni di impatti di onde mostrano che le pressioni che si generano raggiungono in tempi brevissimi valori estremamente elevati (pochi millesimi di secondo, Cooker, 2002), ed altrettanto rapidamente tali valori decadono.

Nello studio dell'impatto di onde contro superfici solide, Cooker (2002) introduce l'impulso di pressione P , funzione della posizione delle particelle nel dominio fluido all'istante dell'impatto.

L'impulso di pressione P è definito come l'integrale delle pressioni p nell'intervallo di tempo dt caratteristico del fenomeno.

Dati sperimentali mostrano che la pressione cresce rapidamente, ed altrettanto rapidamente decade, dando origine ad un diagramma di forma caratteristica. I fattori che governano la durata caratteristica dt non sono ancora chiari, soprattutto se si considera il fluido incomprimibile.

Le misure di laboratorio mostrano che la pressione aumenta e decade in tempi compresi tra 0.5 e 10 millesimi di secondo: dt quindi è ordini di grandezza inferiore

rispetto alla scala dei tempi tipica del moto delle onde, compresa generalmente tra 1 e 10 secondi. Inoltre, per un'onda incidente di altezza L e velocità U_0 , la scala dei tempi L/U_0 è 0.1 s per le piccole onde generate in laboratorio, 1 s per le onde "reali".

Nell'ipotesi di *fluido incomprimibile*, l'equazione di continuità assume la forma:

$$\operatorname{div} V = 0 \quad (2.11)$$

Si consideri ora un fluido che si scontra contro una superficie solida, rigida e impermeabile con normale n diretta verso il centro del solido. Sia V_{1n} la componente della velocità in direzione n . Il bilancio energetico per il fluido, incomprimibile, si può scrivere:

$$\mathbf{V}_2 - \mathbf{V}_1 = -\rho^{-1}\nabla P$$

Se il fluido rimane in contatto con la superficie solida dopo l'impatto, vale la seguente condizione al contorno:

$$\frac{\partial P}{\partial n} = \rho V_{1n} \quad (2.12)$$

Questa condizione corrisponde a quella che nella meccanica classica deriva dalla definizione di urto *anelastico*.

Se invece si considera l'urto *elastico*, si deve porre $V_{2n} = -V_{1n}$ ed il secondo membro della (2.12) va raddoppiato:

$$\frac{\partial P}{\partial n} = 2\rho V_{1n} \quad (2.13)$$

Se il solido colpito può muoversi, informazioni sulla velocità del fluido prima e dopo l'impatto vanno accoppiate con un'equazione del moto del solido stesso.

Si consideri il sistema costituito da una un'onda piana ed una parete solida, con superficie piana e parallela a quella del fluido impattante (Fig. 2-9).

Si consideri, inizialmente, il caso di onda di forma triangolare isoscele. La velocità all'impatto sia pari ad U_0 .

La condizione al contorno su $x = 0$ è

$$\partial P / \partial x = \alpha \rho U_0,$$

con $\alpha = 1$ or $\alpha = 2$, rispettivamente nelle ipotesi di urto anelastico (in cui l'onda si tiene in contatto con la parete a seguito dell'impatto) e urto elastico (l'onda "rimbalza"); la condizione su $y = 0$, nell'ipotesi di contorno impermeabile, è data da:

$$\partial P / \partial y = 0.$$

Cooker (2002) propone, per questo problema, la soluzione in forma chiusa:

$$P(x, y) = \alpha \rho \frac{U_0}{2H} \left([x + H]^2 - y^2 \right) \quad (2.14)$$

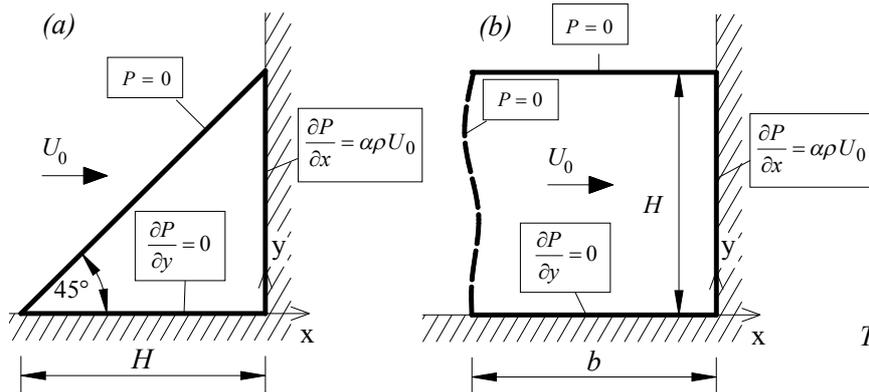


Fig. 2-9. Schema dell'impatto di un'onda (2D) su un muro verticale; (a): schema di un'onda a sezione trasversale triangolare; (b): schema di un'onda a sezione trasversale rettangolare.

La condizione di superficie libera, $P = 0$, è soddisfatta sulla linea retta $y = H + x$ per $x : -H \leq x \leq 0$.

Si noti che la differenza proposta nelle analisi di natura teorica tra urto elastico ed anelastico è parzialmente evidenziata anche dalle sperimentazioni di Armanini (1997), il quale mostra che sono possibili due tipi di impatto, per miscele composte da fluidi e resine anioniche: il primo, denominato *jet-like*, nel quale, a seguito dell'impatto, il flusso è deviato lungo la direzione verticale; il secondo, *reflected bore*, è caratterizzato dalla formazione di un'onda di riflessione del flusso verso monte.

Se si considera, a questo punto, l'impulso della forza associata all'impatto, si deve effettuare un'operazione di integrazione della funzione $P(x,y)$ lungo l'area di contatto A_c ($x = 0$), valutata per unità di sviluppo dell'onda; si ottiene la quantità I_T :

$$I_T = \alpha \cdot \int_{A_c} P dA = \alpha \cdot \int_0^H \rho \frac{U_0}{2H} (H^2 - y^2) dy = \rho \frac{\alpha \cdot U_0}{2H} \left[H^2 y - \frac{y^3}{3} \right]_0^H = \frac{\alpha}{3} \rho U_0 H^2 \quad (2.15)$$

La medesima procedura può essere applicata allo studio di un'onda a sezione rettangolare (Cooker & Peregrine, 1995); si ottiene, per $\alpha = 1$ e $b \rightarrow \infty$:

$$I_S = 0.542 \rho U_0 H^2 \quad (2.16)$$

Si evidenzia che gli autori, sulla base dei risultati ottenuti per via analitica, indicano che la differenza, in termini di impulso, tra $b > H$ e $b \rightarrow \infty$ è trascurabile; questa caratteristica peculiare dell'impatto di fluidi contro solidi è sottolineata anche da Wu (2007), il quale, attraverso un bilancio energetico del fluido impattante, dimostra che *si hanno effetti significativi, all'impatto, nella sola porzione di fluido in prossimità della zona di impatto.*

2.3.2 MASSA FLUIDA CONTRO UN BLOCCO DISPOSTO SU UN PIANO ORIZZONTALE

Un blocco libero di muoversi, se colpito orizzontalmente da una massa fluida, può essere spostato. Un'analisi del fenomeno, è stata affrontata in condizioni di deformazioni piane da Cooker (2002), sfruttando il concetto di impulso di pressione P , precedentemente introdotto.

In caso di *impatto elastico*, si consideri la geometria di Fig. 2-10, in cui una massa fluida con forma di triangolo rettangolo e isoscele, dotato di velocità orizzontale U_0 , urta un blocco. Nell'istante successivo all'impatto il fluido sulla superficie dell'onda ha una componente orizzontale di velocità pari a U_2 .

La condizione al contorno in questo caso diventa quindi $\partial P / \partial x = \rho (U_0 - U_2)$ per $x = 0$. L'espressione di $P(x,y)$ è:

$$P(x,y) = \rho \frac{(U_0 - U_2)}{2R} \left([x + R]^2 - y^2 \right)$$

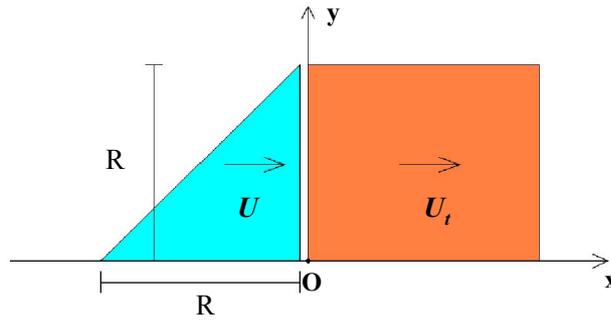


Fig. 2-10. Impatto di un'onda triangolare su un blocco libero di muoversi su un piano orizzontale.

L'impulso trasmesso al blocco è un vettore diretto come x , di modulo pari a:

$$I = \int_0^R P(0, y) dy = \frac{1}{3} \rho R^2 (U_0 - U_2) \quad (2.17)$$

Se la massa del blocco (per unità di lunghezza) è M , il blocco acquista una velocità U_t tale che, dalla (2.17):

$$\frac{1}{3} \rho R^2 (U_0 - U_2) = M U_t \quad (2.18)$$

Quindi, per un impatto elastico, nella soluzione si conserva l'energia cinetica. I risultati possono essere espressi in termini di U_0 e del rapporto adimensionale tra le masse $q = \rho R^2 / (3M)$. Il blocco acquista quindi una velocità pari a

$$U_t = U_0 \frac{q}{1+q} \quad (2.19)$$

Si consideri ad esempio un blocco di sezione trasversale rettangolare, di altezza pari a $R = 10$ m, larghezza 20 m e densità relativa (rispetto all'acqua) pari a 2.5; se si ipotizza un coefficiente di attrito μ alla base pari a 0.6 ed una velocità d'impatto pari a 10 m/s, si può calcolare facilmente lo spostamento subito dal blocco: dalla (2.19) si ricava $U_t = 1.25$ m/s. Le equazioni della dinamica, per un moto uniformemente decelerato, sono:

$$s(t) = s_0 + v_0 \cdot t - a \cdot (t^2/2) \quad (2.20)$$

$$v(t) = v_0 - a \cdot t \quad (2.21)$$

Dalla (2.21) in particolare, noto v_0 , si calcola il tempo di arresto t^* :

$$t^* = v_0 / a = 1.25 / (0.6 \cdot 9.81) = 0.212 \text{ s}$$

che, sostituito nella (2.20) fornisce lo spostamento atteso del blocco:

$$s(t^*) = 0 + 1.25 \cdot 0.212 - (0.6 \cdot 9.81) \cdot 0.212^2 / 2 = 0.133 \text{ m}$$

L'autore considera però più realistico il caso in cui l'onda rimanga in contatto col blocco dopo l'urto (*impatto anelastico*), in maniera tale che $U_t = U_2$.

L'espressione generale dell'impulso è ancora data dalla (2.18), che in questo caso diventa:

$$\frac{1}{3} \rho R^2 (U_0 - U_t) = MU_t$$

Per l'impatto anelastico si trova che U_t assume un valore pari alla metà del caso precedente.

La distanza percorsa dal blocco può essere calcolata per mezzo della seguente relazione, che deriva dalle (2.20) e (2.21):

$$s = \frac{U_t^2}{2\mu g} = \frac{U_0^2}{2\mu g} \frac{q^2}{1+q^2}$$

In questo caso, ma con i medesimi dati relativi alla geometria ed alle proprietà di onda e blocco, si determina per il blocco dell'esempio numerico uno spostamento s molto minore:

$$s = 0.033 \text{ m}$$

Cooker (2002) riporta poi dati da osservazioni di casi reali riportate in letteratura: Hitachi ad esempio (1994, Case study of breakwater damages Mutsu-Ogawara Port, in T.Takayama (ed.) *Proc. Intl. Workshop on Wave Barriers in Deep Water*. Port & Harbour Inst. of Japan) riferisce di spostamenti di cassoni marittimi (di dimensioni in sezione 18 m x 24 m) compresi tra pochi cm e 5 m; quest'ultimo valore è ovviamente riferito a una successione di spostamenti dovuti a diversi impatti con onde: applicando le equazioni introdotte precedentemente Cooker (2002) ottiene per ogni singolo impatto uno spostamento di 12 cm.

2.3.3 CORPO SOLIDO CONTRO LA SUPERFICIE LIBERA DI UN FLUIDO IN QUIETE

In caso di urto tra due o più corpi, in molte circostanze, l'impatto ha una durata molto piccola; si può ipotizzare quindi che il fenomeno sia istantaneo. Nel caso di impatto fra un fluido e un solido, tale ipotesi è compatibile con l'ipotesi di incompressibilità del fluido (Frémond et al., 2003); le velocità dei corpi, quindi, possono essere considerate funzioni discontinue del tempo, e le forze, concentrate nel tempo, diventano *percussioni*; tali percussioni sono quantità che intervengono solamente all'istante dell'impatto.

Nel modello di calcolo proposto da Frémond et al. (2003), le equazioni del moto sono ottenute a partire dal principio dei lavori virtuali, in cui sono coinvolte forze e tensioni *regolari* insieme a *percussioni* delle forze e delle tensioni.

Inoltre, equazioni costitutive (controllate dai principi della termodinamica) sono introdotte per descrivere i campi di tensioni regolari e legati alle percussioni, così come le proprietà del contatto tra i corpi.

Si ottiene un set di equazioni differenziali dal quale si ricava, in particolare, il campo delle velocità a seguito dell'impatto nel solido e nel fluido.

Il problema del tuffatore. Un particolare problema 2D è studiato: l'impatto tra un corpo solido, rigido (il tuffatore) e la superficie libera di un fluido inizialmente in quiete in un contenitore (la *piscina*). Il fluido, di densità ρ , occupa il dominio $\Omega(t)$ ed è in contatto con il solido, al momento dell'impatto, attraverso la porzione $\Gamma_1(t)$ della frontiera $\partial\Omega(t)$. La rimanente parte della frontiera ($\partial\Omega\Gamma_1$) è scomposta in due porzioni disgiunte: un contorno rigido (Γ_0) e un contorno libero (Γ_2). La massa del tuffatore è M ed il suo momento d'inerzia I ; ha forma simmetrica, è piatto e il suo spessore nullo; si ipotizza che egli si tuffi al centro della piscina.

Considerando che l'impatto avvenga al tempo t_0 , e che sia istantaneo, si avranno, per il fluido, le velocità $U^-(x, t_0)$ e $U^+(x, t_0)$, rispettivamente prima e dopo la collisione. Le velocità del centro di massa del tuffatore sono invece X^- e X^+ ; non si prende in considerazione alcuna velocità di rotazione. Al momento del contatto tra le due superfici, si assume:

$$X^- = (0, X^-) \tag{2.22}$$

Non è applicato alcun carico esterno. Tutti i punti appartenenti al tuffatore (corpo rigido) possiedono la stessa velocità verticale, che coincide con la velocità del centro di massa.

Si ipotizza che al tempo t_0 il campo di velocità nel fluido sia:

$$U^-(x, t_0) = 0$$

Lo scopo delle analisi è determinare la velocità del fluido $U^+(x, t_0)$ e del tuffatore $X^+(t_0)$ dopo l'impatto.

Analisi numeriche. Nelle analisi numeriche si assume: massa del tuffatore $M = 100$ kg; l'altezza di caduta del tuffatore è pari ad 1 m, da cui una velocità verticale pari a $X^- = -\sqrt{(2g)} = -4.47$ m/s. La densità dell'acqua (costante, proprio per l'ipotesi di incompressibilità) è $\rho = 1000$ kg/m³.

Si assume poi che durante l'impatto sia mantenuto il contatto tra la superficie solida ed il tuffatore.

I risultati mostrano che la velocità del tuffatore, a seguito dell'impatto, è uguale a quella dell'acqua sulla superficie e pari a 0.75 m/s (diretta verso il basso).

La Fig. 2-11 riporta la distribuzione delle velocità nel fluido a seguito dell'impatto.

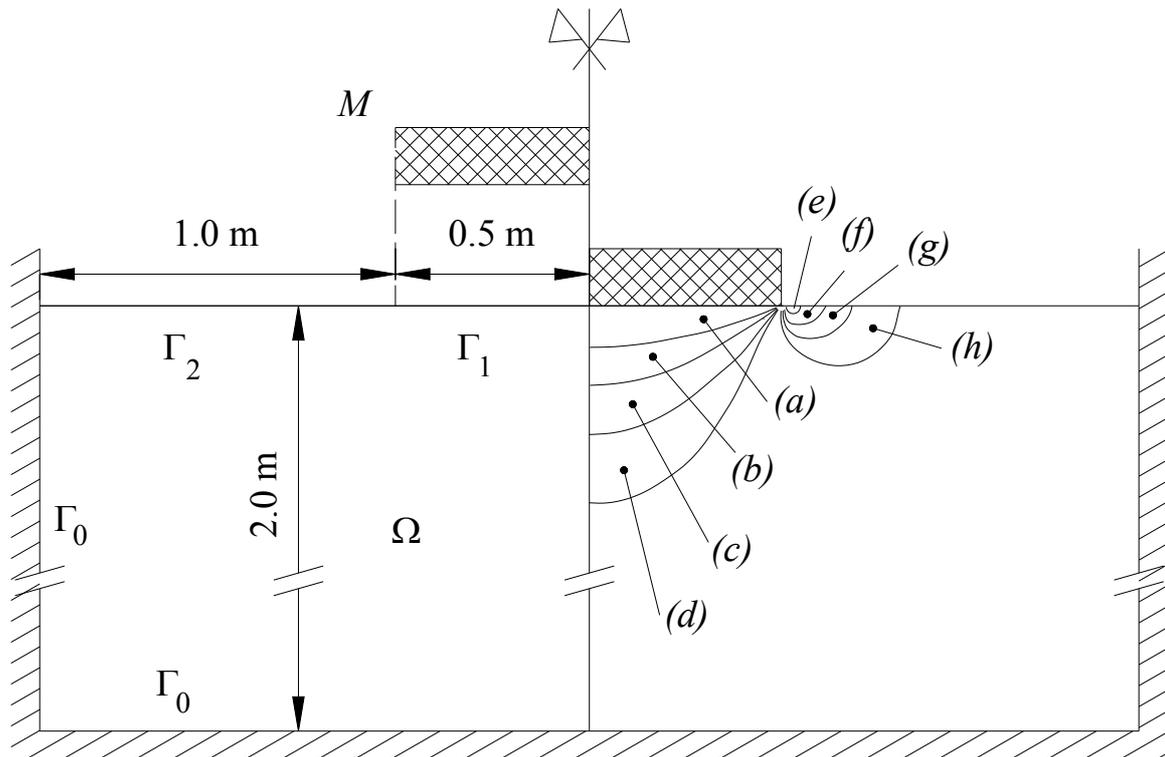


Fig. 2-11. Problema del tuffatore; a sinistra: geometria del tuffatore e della piscina; la velocità iniziale del tuffatore (diretta verso il basso) è $X^- = 4.47$ m/s; l'acqua è inizialmente ferma; a destra: distribuzione delle velocità verticali nel fluido dopo l'impatto: (a) – (d): velocità diretta verso il basso ((a): velocità massima, pari a 0.75 m/s; (d): velocità minima); (e) – (h): velocità diretta verso l'alto ((e): velocità massima, (h): velocità minima); la velocità del tuffatore è pari alla velocità del fluido (a) ($X^+ = 0.75$ m/s); adattato da Frémond et al. (2003).

2.4 IPOTESI DI FLUIDO COMPRIMIBILE

2.4.1 MASSA FLUIDA CONTRO UNA PARETE SOLIDA

Durante la fase impulsiva, il campo di velocità 2D non stazionario $U(x,y,t) = (u, v)$ può essere descritto per mezzo di un potenziale $\phi(x,y,t)$, tale che

$$\nabla \phi = U$$

(Korobkin 1998, Cooker 2003).

La variazione di pressione, associata alla variazione del campo di velocità, è:

$$p(x,y,t) = -\rho_0 \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (2.22)$$

Le altre equazioni alla base del modello sono:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\rho_0^{-1} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (2.23a)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -\rho_0^{-1} \frac{\partial p}{\partial y} \quad (2.23b)$$

in cui ρ_0 è la densità d'equilibrio del fluido; la densità ρ gode delle seguenti proprietà:

- è funzione della sola pressione p ;
- nel corso del fenomeno le variazioni di densità sono minime rispetto al valore all'equilibrio.

Si può scrivere quindi l'equazione di continuità:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\rho_0 \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \quad (2.24)$$

Per chiudere il modello si introduce l'equazione di stato:

$$\frac{\partial p}{\partial \rho} = c^2 \quad (2.25)$$

Si dimostra, attraverso le eq. (2.23a-b), che ϕ soddisfa la equazione della propagazione delle onde in un mezzo elastico:

$$c^{-2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \quad (2.26)$$

Le precedenti equazioni ammettono discontinuità in u , v , p , ρ , governate da adeguate condizioni di salto.

Successivamente, si assume la geometria di Fig. 2-12; si suppone che l'onda colpisca, a $t = 0$, la parete, con velocità $(u, v) = (U_0, 0)$ e che poi rimanga in contatto con la parete per tutto il tempo dell'impatto.

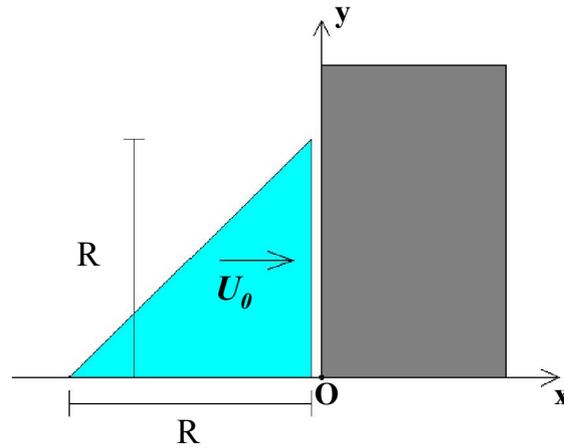


Fig. 2-12. Schematizzazione dell'impatto di un'onda triangolare su una parete rigida, vincolata alla base.

Le condizioni al contorno ed iniziali sono:

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = U_0 - U_0 H(t) \quad \text{per } x = 0 \quad (2.27a)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = U_0 H(t) \quad \text{per } y = R \quad (2.27b)$$

$$\phi = U_0 x \quad \text{per } t = 0 \quad (2.27c)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = 0 \quad \text{per } t = 0 \quad (2.27d)$$

dove con $H(t)$ è indicata la funzione di Heaviside.

La pressione p può essere espressa da una serie di funzioni; si ottiene:

$$p(x, y, t) = H(t) \rho U_0 \cdot c \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{n \pi c t}{R}}{n} \left(\cos \frac{n \pi x}{R} - (-1)^n \cos \frac{n \pi y}{R} \right) \quad (2.28)$$

In Fig. 2-13 è riportata graficamente la discussione del risultato fornito dalla eq. (2.28).

Con riferimento alla Fig. 2-13, al momento dell'impatto ($t = 0$) il fronte d'onda di compressione (AB) è una superficie coincidente con l'asse y ; per $t > 0$, comincia a propagarsi verso sinistra con velocità c ; incontrando la superficie libera ($y = x + R$) si riflette dando origine ad una nuova onda di compressione di uguale ampiezza (BC) che si sposta verso il basso.

I campi di pressione i cui fronti sono AB e BC si sovrappongono. Al di fuori del rettangolo ABCO e sulla superficie libera la pressione è pari a zero.

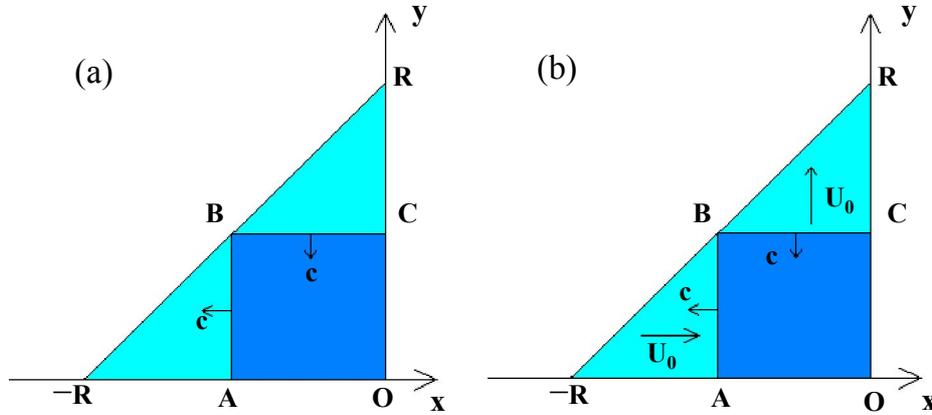


Fig. 2-13. Impatto di un'onda triangolare su una parete rigida, vincolata alla base; (a) l'onda di compressione si muove nel dominio fluido con velocità c riflettendosi sulla superficie solida, sulla base e sulla superficie libera inclinata di 45° suddividendo il dominio stesso in tre regioni di dimensione variabile nel tempo; (b) il campo di velocità associato al campo di pressioni è uniforme in ciascuna delle tre regioni.

All'interno di ABCO la pressione è costante e pari alla pressione di colpo d'ariete $\rho c U_0$. Al tempo $t = R/c$ il fronte BC raggiunge la base dell'onda e la superficie AB degenera nel punto $(-R)$. Da questo istante il fronte AB comincia a propagarsi verso destra e BC verso l'alto, fino a ripristinare le condizioni iniziali a partire dalle quali poi il ciclo ricomincia.

Con riferimento alla Fig. 2-13b si vogliono poi interpretare le variazioni di velocità. Mentre AB si muove verso sinistra la componente di velocità normale al fronte d'onda cambia secondo la condizione di salto, attraverso AB, dallo stato "1" allo stato "J", all'interno di ABCO:

$$c[u]_1^J = -\rho_0^{-1}[p]_1^J \quad (2.29)$$

Quindi, dalla eq. (2.28), si ottiene:

$$c(u_J(-ct, y) - U_0) = -\rho_0^{-1} \rho_0 c U_0 \quad (2.30)$$

e, infine:

$$u_J(x, y) = 0 \quad \text{per } (x, y) \in \text{ABCO} \quad (2.31)$$

Mentre la superficie BC si sposta verso il basso, il fronte d'onda fa variare la componente verticale della velocità. Impostando il problema come nel caso precedente, si ottiene:

$$c[v]_J^2 = -\rho_0^{-1}[p]_J^2 \quad (2.32)$$

dove con “ J ” si è di nuovo indicato il dominio all'interno di ABCO, e con “2” la zona al di sopra di BC. Ancora, dalla (2.28) si ottiene:

$$c v_2(x, R-ct) = -\rho_0^{-1} \rho_0 c U_0 \quad (2.33)$$

e quindi:

$$v_2(x, y) = U_0 \quad \text{per } (x, y) \in \text{BCR} \quad (2.34)$$

Al tempo $t = R/c$ BC si riflette sul fondo; all'interno di ABCO la pressione cambia in $-\rho c U_0$ ed in $-RAB$ la velocità è pari a U_0 e diretta come x .

Si consideri poi l'impatto tra un fronte fluido di forma rettangolare (e superficie piana) e la superficie esterna, piana, di un corpo solido (Johnson, 1983); il fluido sia in moto con velocità U ortogonale alla superficie del solido (Fig. 2-14a). All'impatto, sull'intera superficie del fluido, si genera una sovrappressione Δp ; la durata del fenomeno non stazionario dipende dalla compressibilità del fluido (definita attraverso la velocità di propagazione delle onde elastica nel mezzo, c , ipotizzato costante). Il valore massimo della sovrappressione che si genera all'impatto (Δp_{MAX}) è:

$$\Delta p_{MAX} = \rho c U \quad (2.35)$$

Se si considera poi un solido deformabile, caratterizzato dall'*impedenza acustica* $(\rho c)_s$, allora il massimo valore della massima sovrappressione del fluido Δp_{MAX} sarà:

$$\Delta p_{MAX} = v \frac{(\rho c_0) \cdot (\rho c)_s}{(\rho c_0) + (\rho c)_s} \quad (2.36)$$

La durata dell'azione della sovrappressione dipende dal tempo necessario affinché le onde di decompressione, a partire dai bordi del fronte (caratterizzati da $p = 0$), raggiungano la porzione del dominio sulla quale agisce Δp .

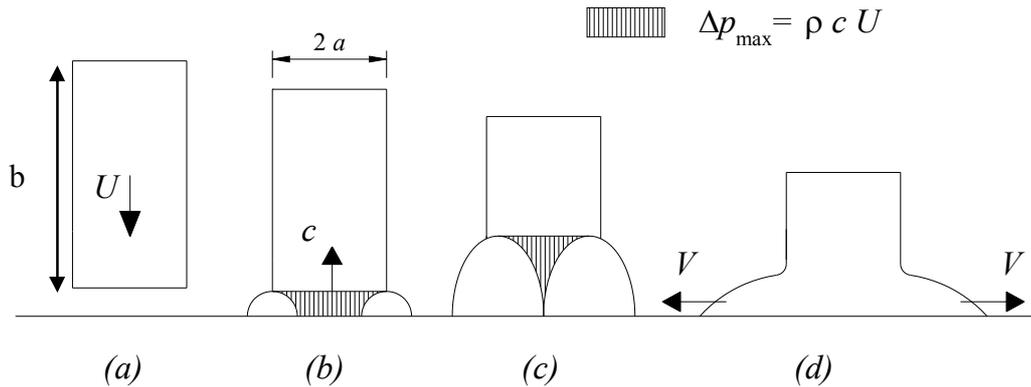


Fig. 2-14. Sequenza delle fasi che descrivono l’impatto di un fronte fluido di forma rettangolare contro un solido (adattato da Johnson, 1983).

Dalla Fig. 2-14 si nota che:

- subito dopo l’impatto, la porzione di dominio che rimane confinata, raggiunta dall’onda di compressione, è caratterizzata dalla sovrappressione Δp_{MAX} ; il fluido sul bordo, invece, è libero di fluire lateralmente; la pressione in queste zone è pari a zero (Fig. 2-14b);
- con l’avanzare del tempo, dai bordi, l’onda di decompressione $p = 0$ si propaga verso l’interno con velocità c ; il tempo richiesto all’onda di decompressione per rendere nulla la pressione sull’intero fronte è approssimativamente pari a $t = a/c$ (Fig. 2-14b-c).

Si vuole ora determinare, in maniera approssimata, la velocità V (Fig. 2-14d) con cui il fluido sul bordo esterno della zona d’impatto inizia a muoversi verso l’esterno nella direzione parallela al piano rigido.

Dopo un tempo t a partire dall’impatto, la regione di forma rettangolare di altezza pari a $c t$ è nella zona d’influenza del fronte (con $\Delta p = \Delta p_{max} = \rho c U$); tuttavia, in prossimità dei bordi esterni (non confinati) anche la condizione al contorno $p = 0$ (che dai bordi si propaga verso l’interno con velocità c) deve essere considerata; ai due angoli estremi del fronte, quindi, si creano regioni la cui pressione risultante è difficile da determinare proprio a causa della sovrapposizione dei due campi di pressione che contemporaneamente si propagano.

Si considera quindi (Lesser, 1993) una regione di transizione (S , Fig. 2-15), di pressione incognita, con forma di quarto di cerchio di raggio pari a $c t$. La velocità iniziale media V con cui il fluido è espulso lateralmente può essere determinata in maniera approssimata attraverso un bilancio della quantità di moto: la massa m di fluido contenuta nella regione S ($m = \rho \pi (ct)^2 / 4$, Fig. 2-15) è soggetta, lungo l'arco di circonferenza DC , alla pressione $\Delta p = \Delta p_{max}$.

La componente orizzontale della forza totale esercitata sul bordo è F_x :

$$F_x = \rho r \int_0^{\pi/2} (\cos \theta) d\theta = \rho r [\sin \theta]_0^{\pi/2} = \rho c U \cdot ct \quad (2.37)$$

Inoltre:

$$F_x = \frac{d(mV)}{dt} = V \frac{dm}{dt} = V \frac{\rho}{2} \pi c^2 t = \rho c^2 U t \quad (2.38)$$

Si ottiene quindi il valore della velocità orizzontale V :

$$V = \frac{2}{\pi} U \quad (2.39)$$

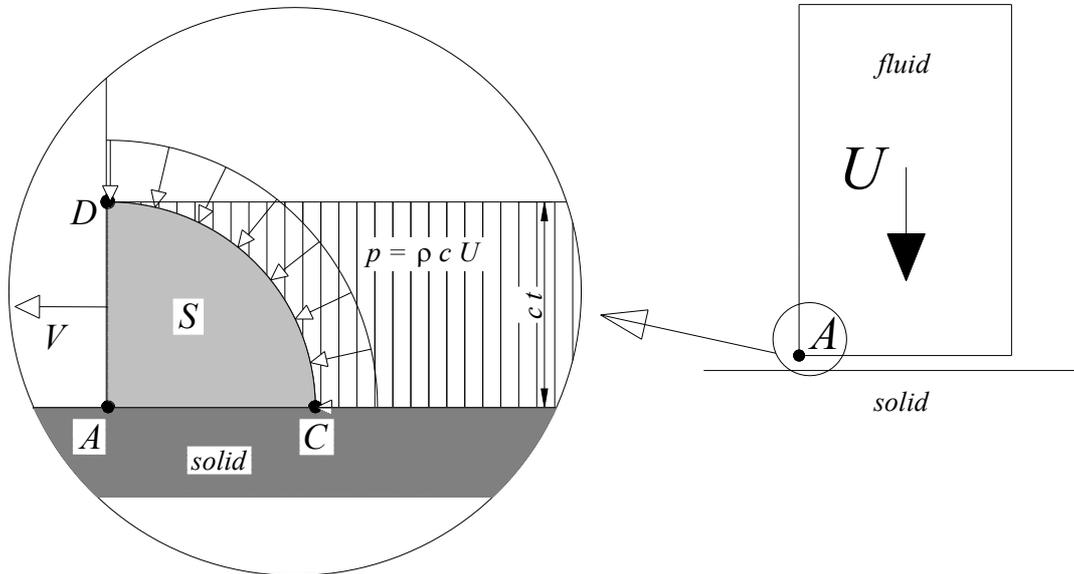


Fig. 2-15. Impatto di fluidi contro superfici - metodo approssimato per il calcolo della velocità di espulsione laterale V . Ingrandimento del bordo esterno del fronte d'impatto.

Il problema dell'impatto di un'onda a sezione longitudinale piana è stata ulteriormente studiato da Korobkin (1996), Cooker (2002) e Wu (2007).

Korobkin (1996), in particolare, nell'ipotesi di impatto anelastico, fornisce una valutazione dell'impulso trasmesso su una parete, all'impatto.

Nel caso di corrente di sviluppo infinito ($b \rightarrow \infty$), ottiene il seguente valore dell'impulso:

$$I(b \rightarrow \infty) \approx 1.052 \rho_0 a^2 U \quad (2.40)$$

Un importante risultato ottenuto nell'analisi condotta da Korobkin (1996) consiste nell'aver determinate che, all'impatto, circa un quarto dell'energia posseduta dalla corrente all'impatto è trasformato in energia di compressione del fluido, *indipendentemente dal valore assunto dalla velocità della corrente.*

Inoltre, nel caso in cui la corrente abbia dimensioni finite, ($b < \infty$), si ottiene

$$I(b) < I(b \rightarrow \infty)$$

Tuttavia, se $b/a > 1.7$,

$$I(b) \approx I(b \rightarrow \infty)$$

Questo risultato, estremamente interessante, è analogo a quello ottenuto da Cooker e Peregrine (1995) nell'ipotesi di fluido incomprimibile.

Per completare l'analisi in caso di fluido comprimibile, studi recenti nel campo dell'ingegneria costiera mettono in evidenza il ruolo della compressibilità del fluido, in particolare in presenza di aria nell'acqua.

Come riportato in Chanson (1995), flussi veloci caratterizzati da elevata turbolenza sono caratterizzati da una non trascurabile frazione di gas intrappolata in acqua.

Una formula rilevante, ottenuta sperimentalmente, che lega la velocità del flusso alla massima concentrazione possibile di aria C nel fluido è fornita da:

$$C_{\max} = 0.043 U^{0.31} \quad (2.41)$$

con U velocità, espressa in m/s.

Una importante conseguenza della presenza di aria nel fluido è costituita dalla modifica della rigidità volumetrica K del fluido. Si ottiene che, anche per modesti valori della concentrazione di gas, si ottengono significative variazioni di K ; una formula che fornisce un limite inferiore della rigidità volumetrica della miscela acqua – gas è fornita da Cho et al. (2002):

$$\frac{1}{K} = \frac{C}{K_a} + \frac{1}{K_w} \quad (2.42)$$

in cui K_a e K_w sono rispettivamente la compressibilità dell'aria (circa 0.1 MPa) e dell'acqua pura (circa 2100 MPa); un valore suggerito da (1998) e Peregrine (2003), per $C = 0.01$, ad esempio, è $K = 22.5$ MPa.

Per debris – flow a comportamento fluido, nei quali acqua è mescolata ad aria e particelle solide, la presenza di quest'ultime può far supporre un maggiore valore della rigidità volumetrica K .

2.4.2 CORPO SOLIDO CONTRO LA SUPERFICIE LIBERA DI UN FLUIDO IN QUIETE

Durante la navigazione in mare, lo scafo di un catamarano subisce diversi impatti con la superficie marina; questi continui urti possono provocare vibrazioni e danni, sia localizzati, sia distribuiti, allo scafo stesso (Korobkin, 1998).

Si deve poi considerare la presenza di aria, che rende i carichi idrodinamici inferiori ma rende il problema più difficile da trattare.

Nella Fig. 2-16 è riportata la geometria del problema e le schematizzazioni introdotte per i calcoli, coi quali si vogliono determinare in particolare i valori delle deformazioni e del momento flettente nello scafo.

La teoria utilizzata per la modellazione del fluido è quella riguardante la propagazione delle onde in un mezzo elastico; la velocità delle onde elastiche nell'acqua, pari a c , subisce variazioni a causa della eventuale presenza di aria. In particolare, in acqua pura (in assenza di aria) il valore di c può essere posto pari a circa 1500 m/s; per una frazione volumetrica di aria pari appena all'1%, il summenzionato valore di velocità di propagazione delle onde elastiche è molto inferiore, 120 m/s circa.

Non è stata tuttavia considerata una eventuale riduzione di densità del fluido stesso a causa della presenza di aria. Lo scafo del catamarano è assimilato ad una trave elastica appoggiata agli estremi che a $t = 0$ impatta la superficie marina; l'analisi è svolta in condizioni di deformazione piane.

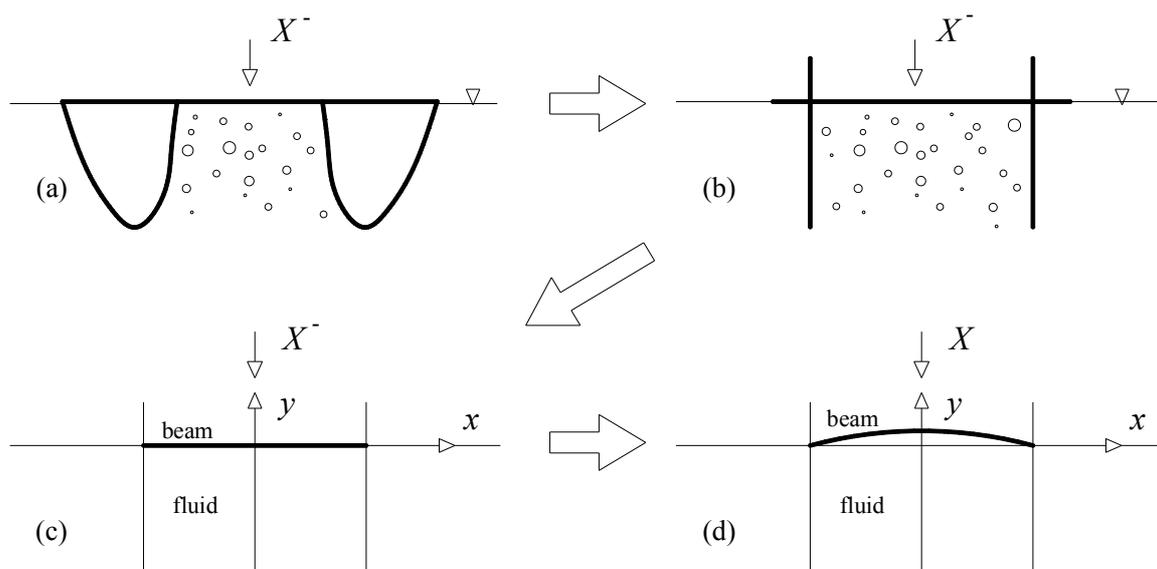


Fig. 2-16. Problema dell’impatto dello scafo di un catamarano contro la superficie del mare; (a) geometria iniziale del problema; (b) semplificazione della geometria; (c) schema di calcolo: trave elastica, appoggiata agli estremi, che colpisce il fluido ($t = 0$); (d) configurazione deformata della trave ($t > 0$); da Korobkin, (1998).

Il centro della trave è anche l’origine di un sistema di coordinate Oxy .

Inizialmente il fluido è in quiete ed occupa la regione di spazio compresa tra $y < 0$, $-1 < x < 1$ (Fig. 2-16).

La trave elastica, posta nella regione identificata da $y = 0$, $-1 < x < 1$, a $t = 0$ colpisce la superficie del fluido. La presenza di due pareti indeformabili rende impossibile il flusso laterale al fluido.

A $t = 0$ la trave colpisce, lungo tutta la sua lunghezza, la superficie marina con velocità $X = 1$ (adimensionale). A seguito dell’impatto, la trave assume la velocità X , variabile nel tempo.

E’ importante sottolineare che i carichi idrodinamici sulla trave dipendono dall’inflexione della trave stessa, e viceversa: il problema risulta così accoppiato, e le equazioni riguardanti il dominio fluido e la deformazione della trave vanno risolti contemporaneamente.

Si assume che la velocità X sia molto inferiore rispetto alla velocità del suono nel fluido, c , dipendente dalla quantità di aria imprigionata nel fluido (espressa in termini di concentrazione volumetrica, β).

Le considerazioni che seguono sono riferite agli istanti iniziali dopo l'impatto, quando gli spostamenti del dominio fluido e l'inflessione della trave sono piccoli.

La teoria deriva dalla linearizzazione delle equazioni del moto del fluido: si considera infatti che il flusso sia descrivibile per mezzo del potenziale delle velocità $\phi(x, y, t)$.

Il flusso del fluido negli istanti iniziali a partire dall'impatto può essere descritto dalle equazioni seguenti:

$$c^{-2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \quad (y = 0, -1 < x < 1, t > 0) \quad (2.43)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = 0 \quad (x = \pm 1, y < 0) \quad (2.44)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = -X + X^- \quad (y = 0, -1 < x < 1, t > 0) \quad (2.45)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \phi = 0 \quad (y = 0, -1 < x < 1, t = 0) \quad (2.46)$$

Per la trave si ha:

$$\epsilon \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \beta \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} = p(x, y = 0, t) + \epsilon \frac{\partial X}{\partial t} \quad (y = 0, -1 < x < 1, t > 0) \quad (2.47)$$

$$w = 0, \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \quad (x = \pm 1, t > 0) \quad (2.48)$$

$$w = 0, \frac{\partial w}{\partial t} = 0 \quad (-1 < x < 1, t > 0) \quad (2.49)$$

$$p(x, y, t) = -\frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (2.50)$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\omega \gamma}{\omega - \epsilon} - \frac{\beta}{\omega - \epsilon} \frac{\partial^3 w}{\partial x^3}(1, t) \quad (t > 0) \quad (2.51)$$

$$X = X^- = 1 \quad (t = 0) \quad (2.52)$$

in cui sono state introdotte le variabili adimensionali $\epsilon = m/(L\rho)$, $\beta = EJ/(\rho c^2 L^3)$, $\gamma = gL/(v_0 c)$, $\omega = M/(2 \rho L^2)$; m è la massa per unità di lunghezza della trave, E è il modulo di

Young del materiale costituente la trave, J il momento d'inerzia, g l'accelerazione di gravità, M la massa totale della struttura divisa per la lunghezza totale della trave, w è lo spostamento trasversale della trave.

Il momento flettente (adimensionalizzato) nella trave è espresso da:

$$\sigma(x,t) = \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (2.53)$$

il cui valore massimo è $Eh\nu_0/(2Lc)$, con h valore massimo dello spessore della trave. I risultati riguardanti la tensione nella trave sono presentati per mezzo della deformazione $\varepsilon(x,t)$, legata alla $\sigma(x,t)$ dalla formula

$$\varepsilon(x,t) = \frac{h\nu_0}{2Lc} \sigma(x,t) \quad (2.54)$$

oppure, reintroducendo la variabili dimensionali:

$$\varepsilon(x,t) = \sigma'(x,t) / E \quad (2.55)$$

in cui $\sigma'(x,t)$ è il momento flettente.

I dati utilizzati per la risoluzione numerica del problema sono: $L = 0.75$ m; $E = 7 * 10^{10}$ N/m²; $J = 1.106 * 10^{-5}$ m³; $h = 12$ cm; $m = 36.6$ kg/m²; $\rho = 1000$ kg/m³; $M = 500$ kg/m; $\nu_0 = 5.4$ m/s.

Sono state effettuate *due* simulazioni:

- la *prima* considerando acqua pura ($c = 1500$ m/s);
- la *seconda* considerando la miscela fluido-aria, tale che per una concentrazione di aria α pari all'1% si ha $c = 120$ m/s.

I parametri adimensionali introdotti prima valgono:

- per *acqua pura*: $\epsilon = 0.0488$; $\beta = 0.00088$; $\gamma = 0.0009$; $\omega = 0.444$;
- per la miscela aria-acqua: $\epsilon = 0.0488$; $\beta = 0.127$; $\gamma = 0.0009$; $\omega = 0.444$.

Per *l'acqua pura* il valore massimo delle inflessioni risultanti è pari a 2.7 mm; il valore massimo delle tensioni nella trave è 20 MPa e il valore massimo delle pressioni nel fluido è 8.1 MPa.

Nella Fig. 2-17 è riportata la velocità della struttura negli istanti successivi all'impatto: decresce, a partire dal valore iniziale, molto rapidamente; dopo un tempo pari a 3 ms la struttura inverte il moto.

In Fig. 2-18 è indicata la pressione al centro della trave. In entrambi i casi il valore massimo è raggiunto istantaneamente, all'impatto; l'andamento nel tempo è poi di tipo decrescente, ed in tempi molto piccoli (dell'ordine di pochi millisecondi) la diminuzione è notevole.

Per la *miscela acqua-aria*, invece, il valore massimo delle inflessioni è pari a 3.375 cm; quello delle tensioni nella trave è 252 MPa e la massima pressione nel fluido è 0.648 MPa.

In Fig. 2-19 è riportata la velocità acquisita dalla struttura e in Fig. 2-20 la pressione al centro della trave.

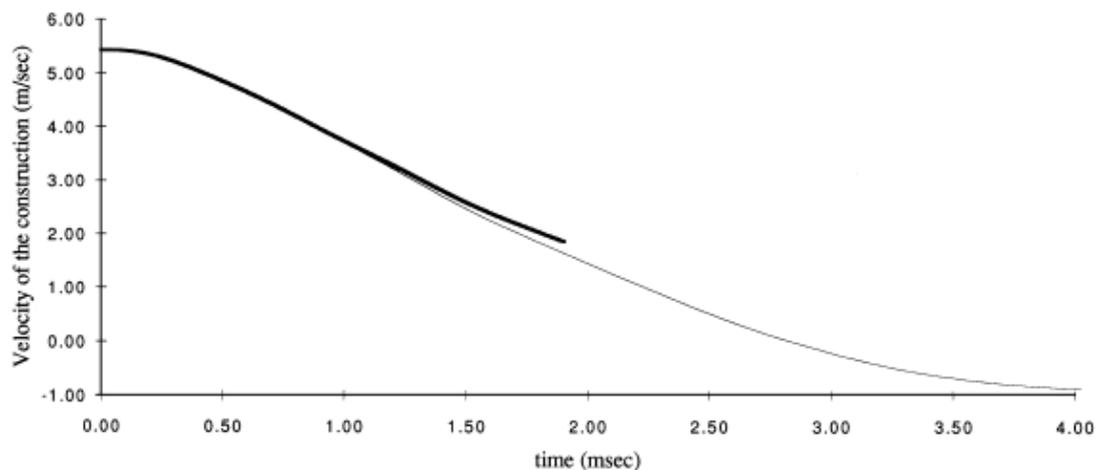


Fig. 2-17. Problema dell'impatto dello scafo di un catamarano contro la superficie del mare; velocità acquisita dalla struttura dopo l'impatto; acqua pura.

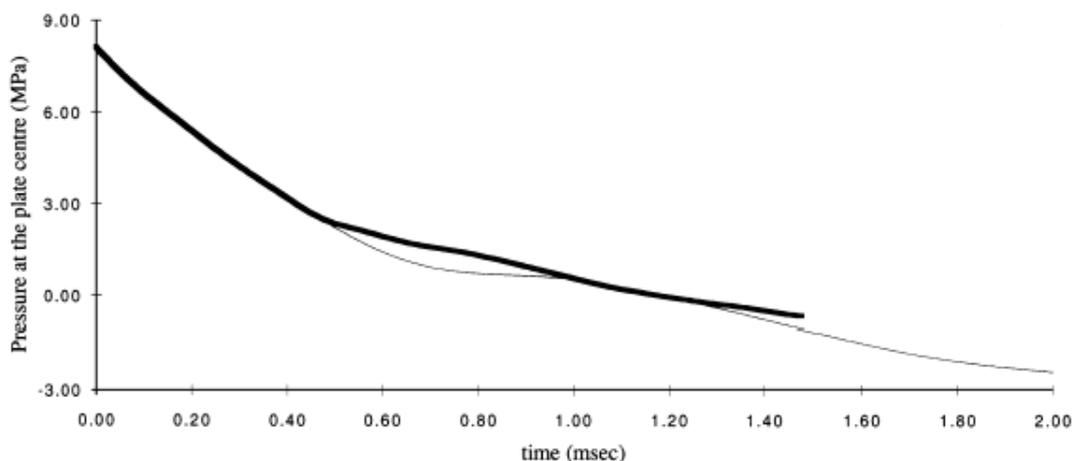


Fig. 2-18. Problema dell'impatto dello scafo di un catamarano contro la superficie del mare; pressione al centro della trave; acqua pura.

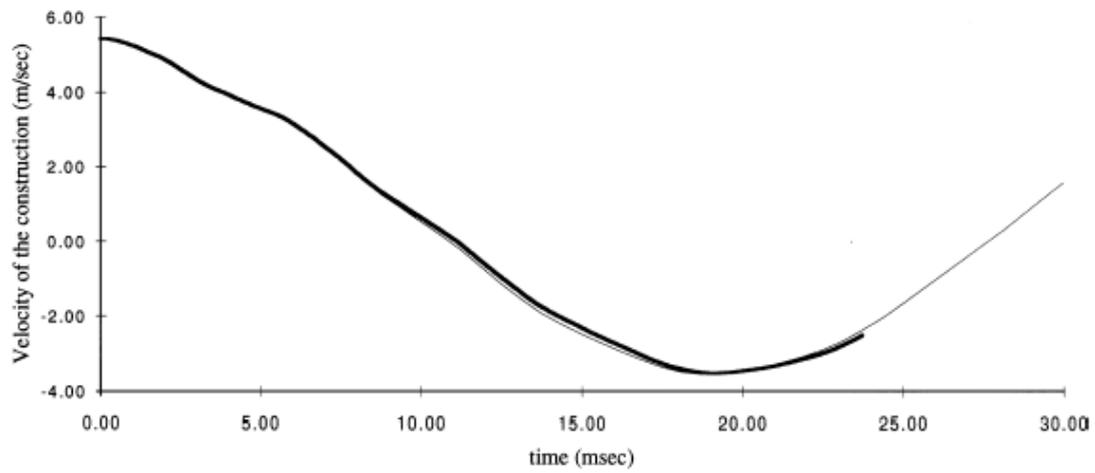


Fig. 2-19. Problema dell'impatto dello scafo di un catamarano contro la superficie del mare; velocità acquisita dalla struttura dopo l'impatto; miscela acqua – aria.

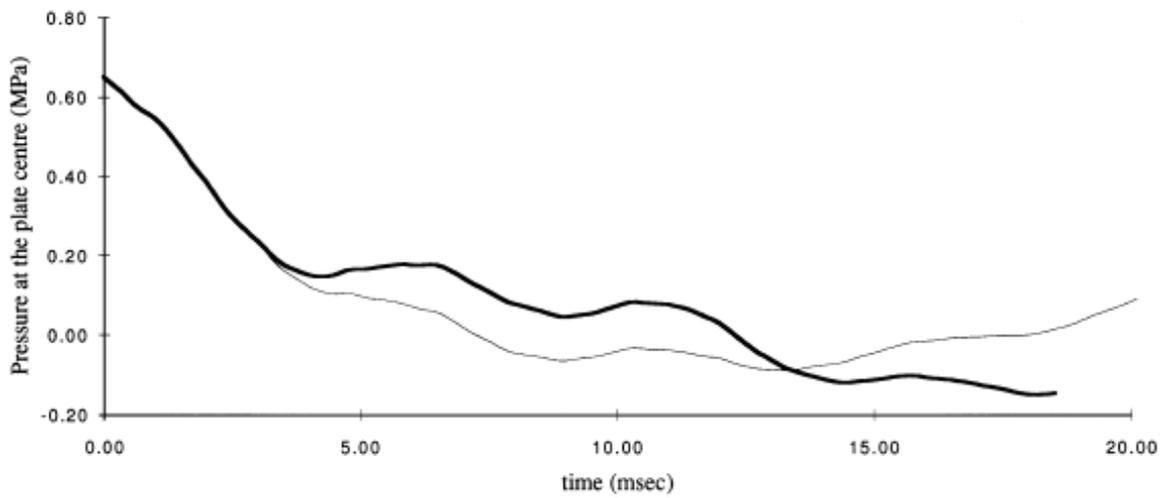


Fig. 2-20. Problema dell'impatto dello scafo di un catamarano contro la superficie del mare; pressioni al centro della trave; miscela acqua – aria.

3. RISULTATI SPERIMENTALI

3.1 INGEGNERIA GEOTECNICA

3.1.1 ESPERIENZE DI LABORATORIO

Le campagne di indagini sperimentali condotte in laboratorio, di cui sono riportati di seguito i risultati, sono effettuate utilizzando delle canalette del tipo riportato in Fig. 3-1; tramite dei sistemi di pistoni, può essere assegnata al sistema una pendenza (angolo θ) rispetto all'orizzontale; nella porzione sommitale è ricavata una zona (A, Fig. 3-1), in cui si depone il materiale oggetto di studio, che, attraverso il sollevamento di una paratoia a strappo, viene rilasciato lungo la canaletta.

Per rendere scabro il fondo della canaletta, in genere, vi è fissato del materiale granulare.

Le sponde laterali (ed a volte anche il fondo) sono in plexiglas, per consentire registrazioni video e/o fotografiche sia della fase di propagazione, sia dell'impatto finale.

In prossimità della zona terminale, poi, il fondo della canaletta e la piastra finale sono dotati di trasduttori di pressione e/o celle di carico, per la valutazione delle pressioni esercitate, all'impatto, dal materiale.

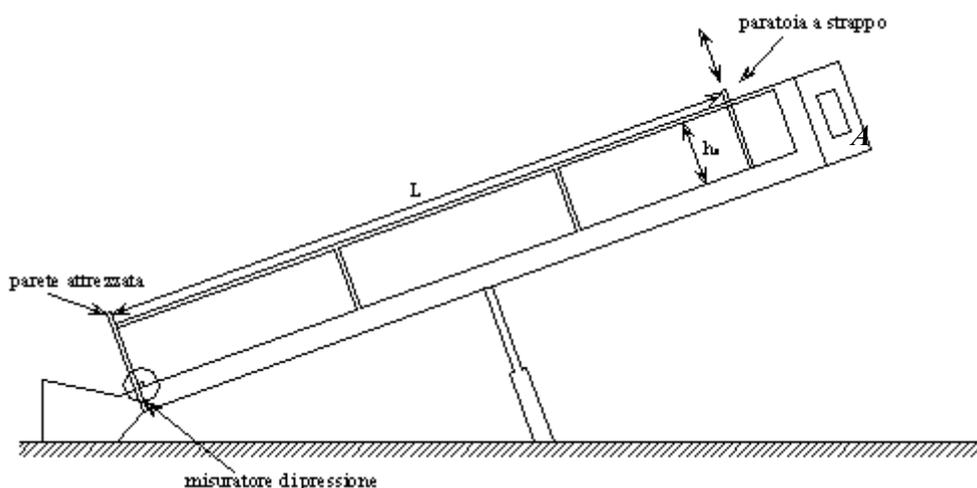


Fig. 3-1. Schema di un tipico apparato sperimentale (canaletta).

L'apparato sperimentale utilizzato da *Armanini* (1993) è una canaletta di lunghezza pari a 6 m e larghezza 40 cm. Un pistone a comando oleodinamico permette una variazione della pendenza θ della canaletta fino ad un massimo di 32° .

Negli esperimenti è stata impiegata acqua e materiale plastico di diverse dimensioni e densità. Tale materiale consiste di particelle di resina anionica di forma quasi sferica, con un diametro medio di 1 mm e densità ρ pari a 1080 kg/m^3 , e granuli di PVC (con densità pari a 1300 kg/m^3), di forma cilindrica, (altezza 2 mm e diametro di 1 mm; più grossolano, quindi, della resina anionica).

Impatto di acqua pura. Nel caso di *acqua pura e fondo liscio* (Fig. 3-2a) esiste una correlazione lineare tra la pressione massima Δp determinata sperimentalmente e l'altezza idrica di monte h_0 :

$$\frac{\Delta p}{\gamma} = \alpha h_0 \quad (3.1)$$

il coefficiente α assume valori maggiori di 4 nel caso di elevate pendenze ($\theta > 20^\circ$).

Nel caso di *acqua pura e fondo scabro* (Fig. 3-2b), la relazione tra pressione massima e altezza idrica di monte non è più lineare. Per pendenze comprese tra 25° e 30° , i valori della pressione massima sono compresi tra il 25% e il 50% di quelli del caso precedente.

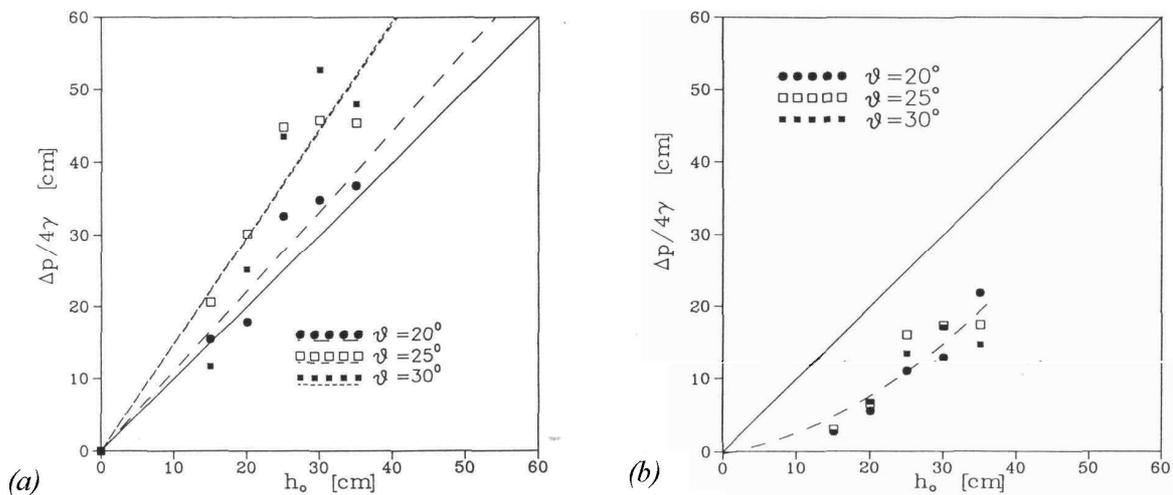


Fig. 3-2. Valori della pressione massima ($\Delta p/\gamma$) rispetto alla profondità di moto indisturbata (h_0) nel caso di acqua pura e (a) fondo liscio, (b) fondo scabro; la pendenza della canaletta varia tra 20° e 30° (Armanini 1993).

Impatto di una miscela di acqua e materiale granulare (Fig. 3-3). Nel caso di miscele saturate di materiali granulari, le pressioni massime (Δp) misurate, sono espresse in funzione della velocità del fronte U ; per miscela di acqua e PVC l'Autore ottiene:

$$\frac{\Delta p}{\gamma} = 2.2 \frac{U^2}{g} \quad (3.2)$$

Nel caso di miscele di acqua e materiale granulare leggero (resine anioniche) si ottiene la seguente correlazione:

$$\frac{\Delta p}{\gamma} = 0.45 \frac{U^2}{g} \quad (3.3)$$

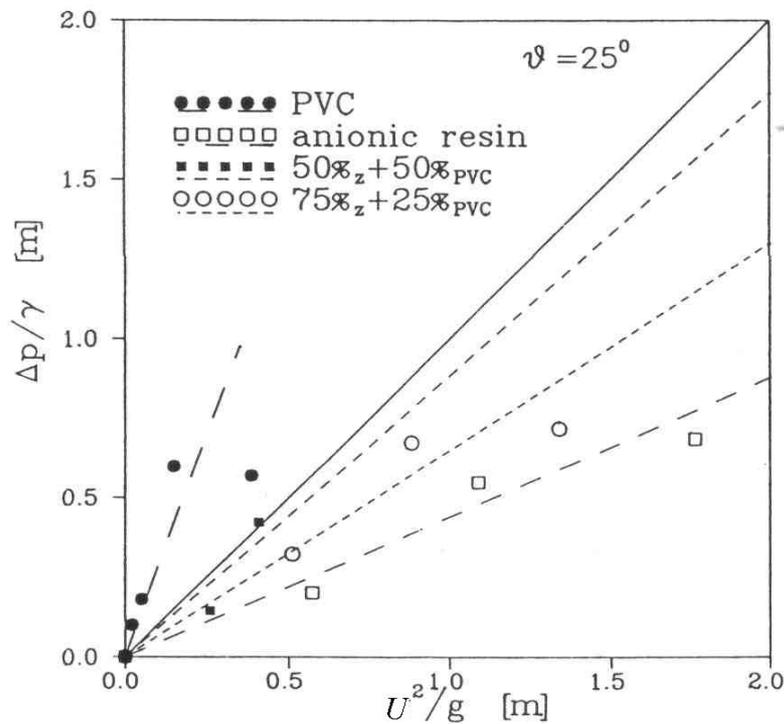


Fig. 3-3. Valori della pressione massima ($\Delta p/\gamma$) in funzione della velocità del moto (U) nel caso di miscele di acqua e materiali granulari; pendenza della canaletta pari a 25° (Armanini 1993).

Secondo l'Autore, nel caso di miscela di acqua e resine anioniche, la forza di gravità prevale sulle forze di attrito, e il materiale, all'impatto, è spinto verso l'alto; nel caso di miscela di acqua e materiale granulare più pesante (PVC) si forma invece un'onda di riflessione (il fluido è riflesso in direzione opposta al moto).

Questa differenza tra le due miscele è dovuta, probabilmente, al valore dell'attrito interno, il quale, nel caso del materiale granulare più pesante, è molto più grande di quello dell'acqua pulita o del materiale più leggero.

Nella Fig. 3-4 sono infine riportati i valori della pressione massima in funzione della profondità del fluido a monte.

Tutti i punti sperimentali si trovano al di sotto della linea di equazione:

$$\frac{\Delta p}{\gamma} = 4h_0 \quad (3.4)$$

che corrisponde alla pressione massima teorica esercitata da un fluido a seguito di un dam-break. La spiegazione fornita dall'Autore è che le forze di resistenza sono generalmente più grandi delle forze di gravità dovute alla pendenza del canale.

Utilizzando il PVC (più pesante), questo effetto è accentuato a causa delle resistenze granulo-inerziali e probabilmente anche a causa della non saturazione del fronte.

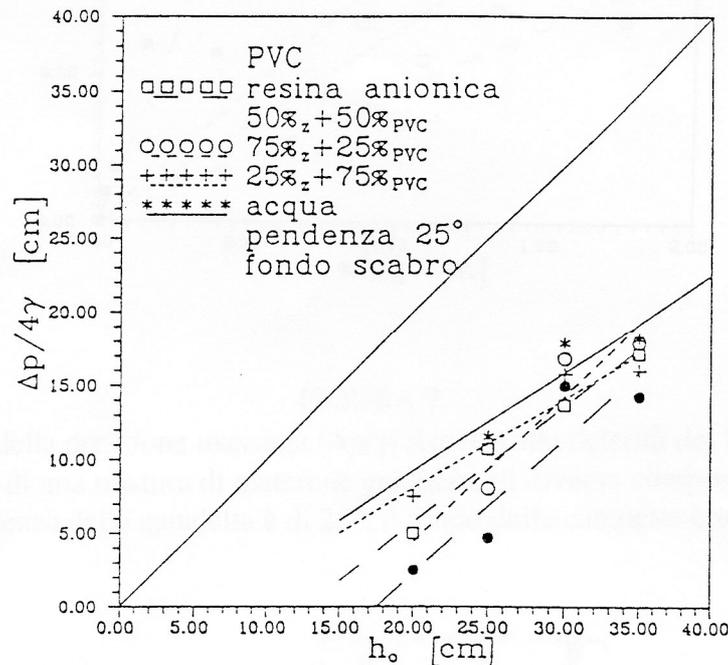


Fig. 3-4. Valori della pressione massima ($\Delta p/4\gamma$) rispetto alla profondità di moto indisturbata (h_0) nel caso di materiale granulare a differente composizione e acqua; la pendenza è di 25°; il fondo della canaletta è scabro (Armanini 1993).

Liu et al. (1997) riporta risultati di sperimentazioni condotte in canaletta, di sezione trasversale 50 cm x 50 cm e lunghezza 8 m; l'inclinazione del fondo pari a 23°; l'altezza media del flusso, all'impatto, varia tra 1 e 4 cm.

I risultati sono riportati in Fig. 3-5 e Fig. 3-6.

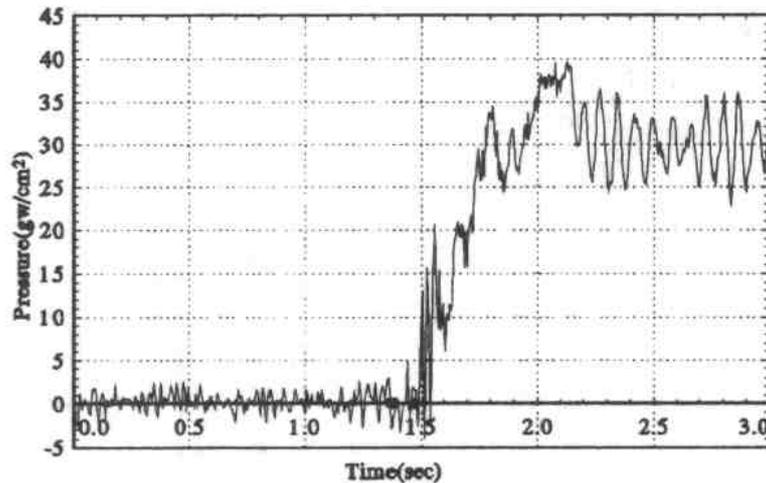


Fig. 3-5. Pressione di impatto misurata da un trasduttore posto 10 cm al di sopra del fondo della canaletta (Liu et al. 1997).

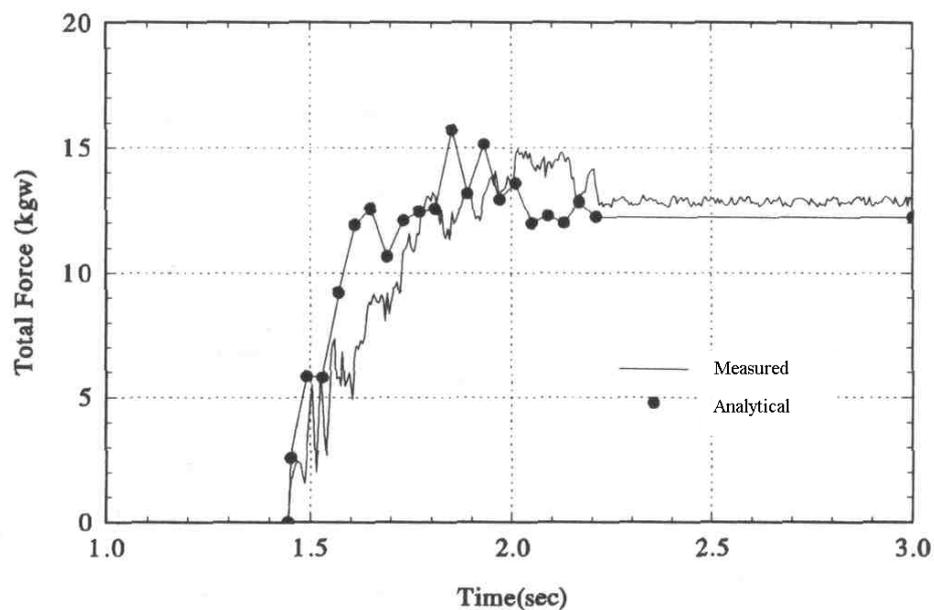


Fig. 3-6. Confronto tra la forza di impatto misurata (linea continua) e forza calcolata attraverso l'applicazione dei risultati dell'analisi teorica (Liu et al. 1997).

Scotton e Deganutti (1997) hanno presentato i risultati di esperimenti effettuati in canaletta con miscele di acqua (con diverse viscosità) e particelle di carbone (densità ρ_m); la canaletta ha una larghezza di 15 cm e una lunghezza di 9.5 m, inclinazione variabile fino a 21°.

I risultati sono analoghi a quelli presentati da *Armanini* (1993): le massime pressioni (p_{max}) esercitate dalla colata sui trasduttori di pressioni posti sulla piastra terminale della canaletta sono approssimativamente proporzionali all'altezza (h) del fronte del flusso al momento dell'impatto:

$$p_{max} = (3.5 \div 5.3) \rho_m gh$$

Ghilardi et al. (2006) presentano i risultati di prove effettuate in una canaletta di lunghezza 10 m, larghezza 10 cm e inclinazione 18.5°; dopo prove preliminari con acqua, hanno eseguito esperimenti con diverse miscele sature di polveri di marmo, micromarmo e granulati di marmo, a granulometria controllata.

Le pressioni di impatto massime (p_{max}) misurate dai trasduttori installati sulla piastra terminale della canaletta sono di poco superiori a 5 kPa (Fig. 3-7).

Una interessante osservazione sulla dinamica dell'impatto è riportata dagli Autori, a seguito delle analisi delle sequenze fotografiche dell'impatto: è rilevata una forte analogia tra il comportamento (in particolare, le accelerazioni verticali) delle miscele sature e dell'acqua.

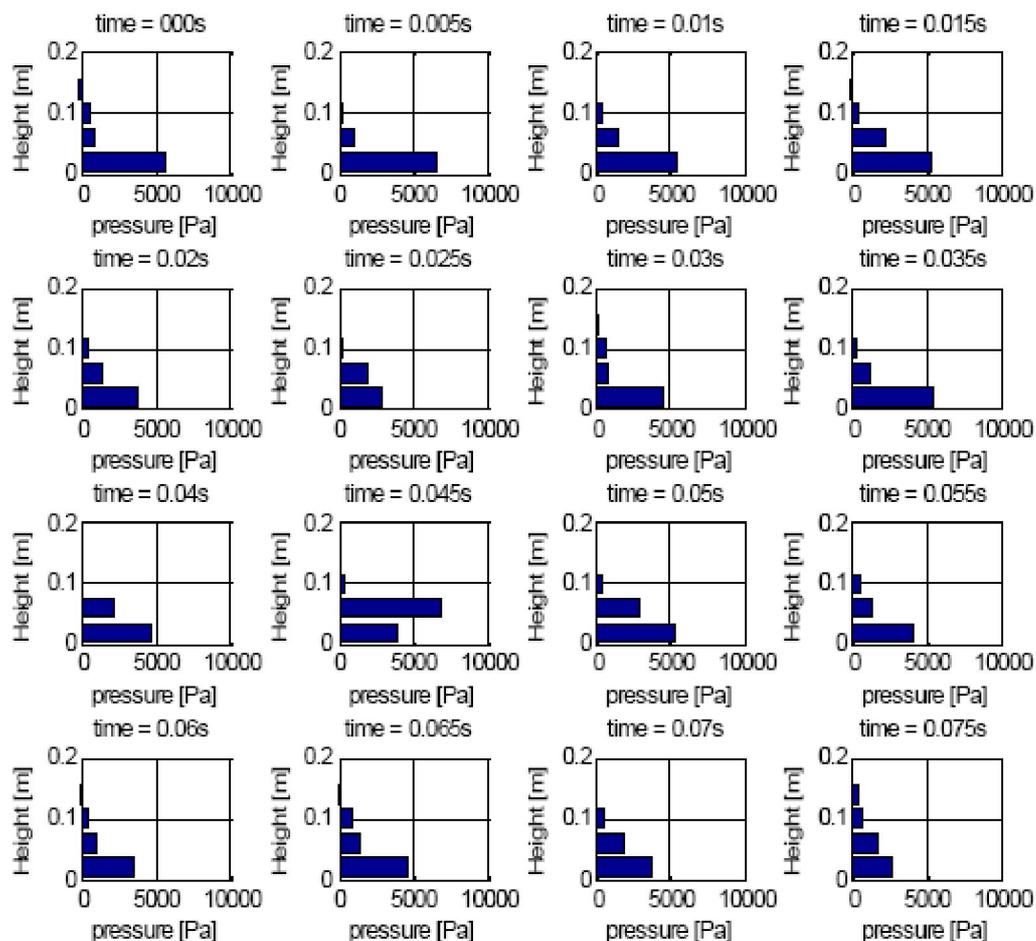


Fig. 3-7. Pressioni d’impatto misurate lungo la verticale della piastra terminale della canaletta (Ghilardi et al., 2006).

3.1.2 MISURE EFFETTUATE IN SITO

Per quanto concerne l’impatto di colate fluide, in letteratura geotecnica sono presenti riferimenti a misure di pressioni effettuate in sito, in genere realizzando pali strumentati in gole montane, sede di colate.

Lo et al. (2000, Fig. 3-8), riporta oltre 30 valori di pressioni misurate in sito, in Cina (valori ripresi da Du et al., 1987) ed in Giappone (ripresi da Wu et al., 1993); si nota una notevole dispersione dei dati presentati in funzione della velocità U (stimata) d’impatto: per la velocità U pari a circa 3.5 m/s, ad esempio, si riscontra sia il valore minimo assoluto della pressione misurata ($p_{min} = 75$ kPa), sia quello massimo assoluto ($p_{max} = 2151$ kPa).

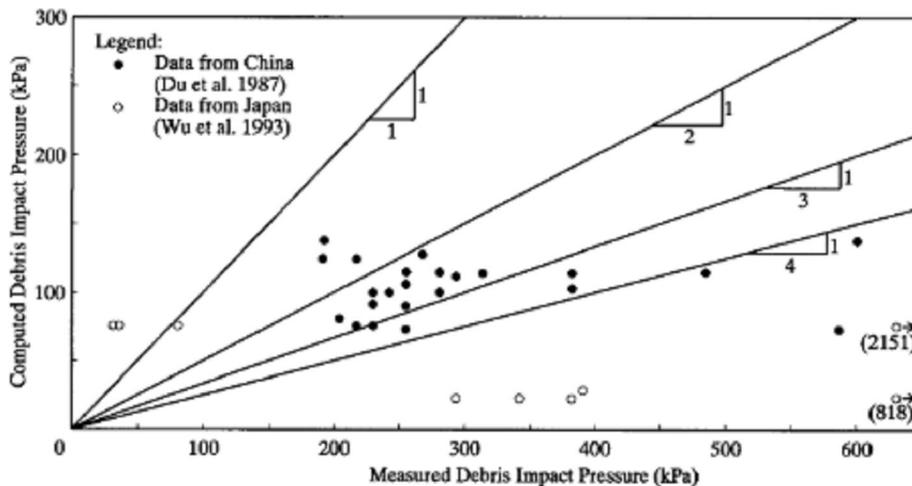


Fig. 3-8. Misure in sito (Lo et al., 2000).

Zhang (1993) riporta pressioni di impatto massime (p_{max}), misurate attraverso le celle di carico installate su un palo strumentato posto nella gola montana Jiangjia Gully (Cina), pari a circa 5 MPa.

3.2 INGEGNERIA COSTIERA

La letteratura tecnica riguardante l’impatto di onde marine su strutture costiere è ricca di analisi teoriche e dati sperimentali.

In studi recenti (Peregrine 2003, Bullock et al. 2004) si sostiene che la dinamica dell’interazione fluido–struttura non è ancora definitivamente compresa; fattori geometrici (forma dell’onda), cinematici (velocità d’impatto) e fisico–meccanici (presenza di aria disciolta nell’acqua, concentrazione salina,...) influenzano notevolmente il fenomeno.

L’attenzione sarà rivolta all’impatto in condizioni estreme, che si verificano quando la configurazione geometrica dell’onda è tale che la superficie esterna del fluido si presenta approssimativamente piana e parallela alla superficie della struttura; tale condizione è definita *perfect breaking* da Kirkgöz (1995) e *flip-through* da Cooker (2003).

Nel passato, questo tipo di impatto non era considerato nella progettazione, in quanto per la sua breve durata non era valutato potenzialmente dannoso; tuttavia, attente

back-analysis di collassi di strutture costiere ha richiesto una maggiore cautela nello studio dell'impatto di onde (Obhrai, 2004).

Kirkgöz (1995) riporta le pressioni d'impatto di onde generate in laboratorio (Fig. 3.9); non sono citate, tuttavia, né dimensioni dell'apparato sperimentale, né dimensioni e velocità delle onde.

Dall'esame dei dati si evince che le pressioni massime (p_{max}) soddisfano una distribuzione normale logaritmica.

Si riporta quindi il grafico di Fig. 3-9, in cui le curve pn ($n = 50, 90, 99$) sono rappresentative delle pressioni p_{max} caratterizzate dalla probabilità n-sima nella distribuzione normale logaritmica.

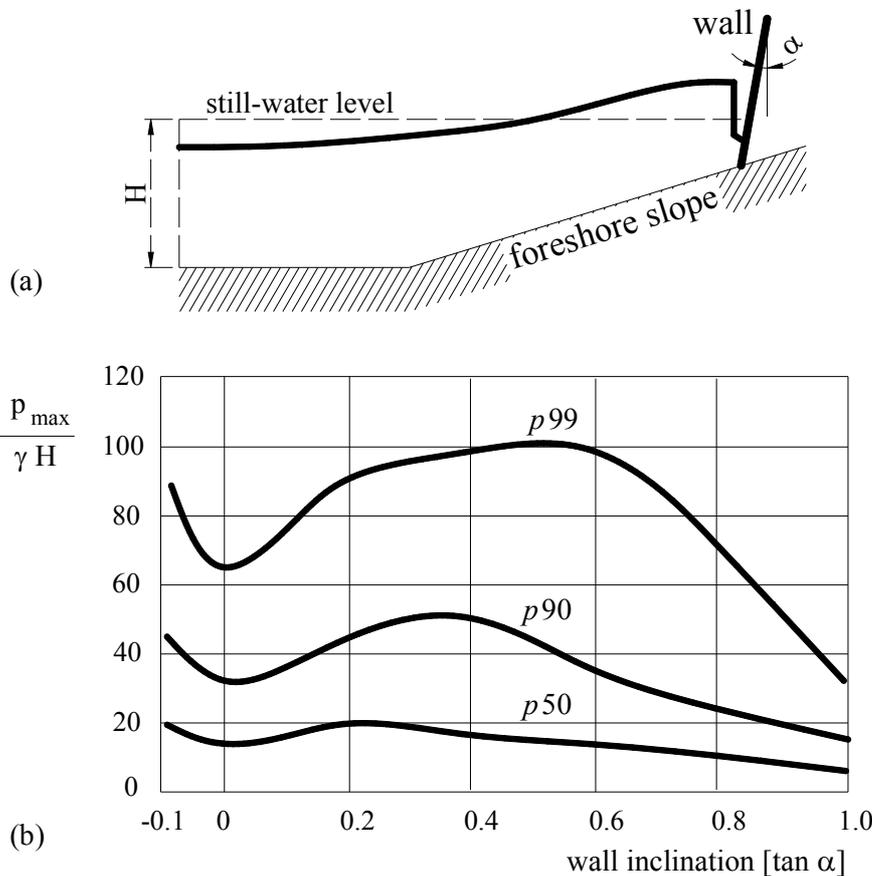


Fig. 3-9. Esperimenti condotti da Kirkgöz; (a) schema dell'apparato sperimentale; (b) rappresentazioni delle pressioni massime in forma adimensionale, organizzate secondo la distribuzione normale logaritmica, in funzione dell'inclinazione della piastra strumentata posta alla fine della vasca.

Nei lavori di *Bredmose et al. (2003)*, *Obhrai et al. (2004)*, *Peregrine et al. (2004)*, *Bullock et al. (2004)*, sono riportati risultati di campagne sperimentali condotte:

- in laboratorio, presso il centro di ricerche Forschungszentrum Küste, (Hannover, Germania); le dimensioni del canale GWK, utilizzato nella ricerca, sono: lunghezza 350 m, larghezza 5 m, profondità 7 m; le onde generate per i test avevano altezza variabile tra 0.5 e 1.7 m; non sono citate le velocità raggiunte dalle onde; le pressioni massime misurate hanno raggiunto valori $p_{max} \approx 4$ MPa; i picchi di pressione erano raggiunti in tempi molto piccoli (≈ 1 ms);
- tramite installazione di strumenti di misura sulla barriera frangiflutti Admiralty (realizzata ad Alderney, isola dello stretto dello Manica, con estensione totale, in lunghezza, pari a 870 m) direttamente esposta alle onde dell'Oceano Atlantico; in questo caso, la massima pressione registrata (Fig. 3-10) è $p_{max} \approx 0.75$ MPa; la durata è pari a circa 1 ms.

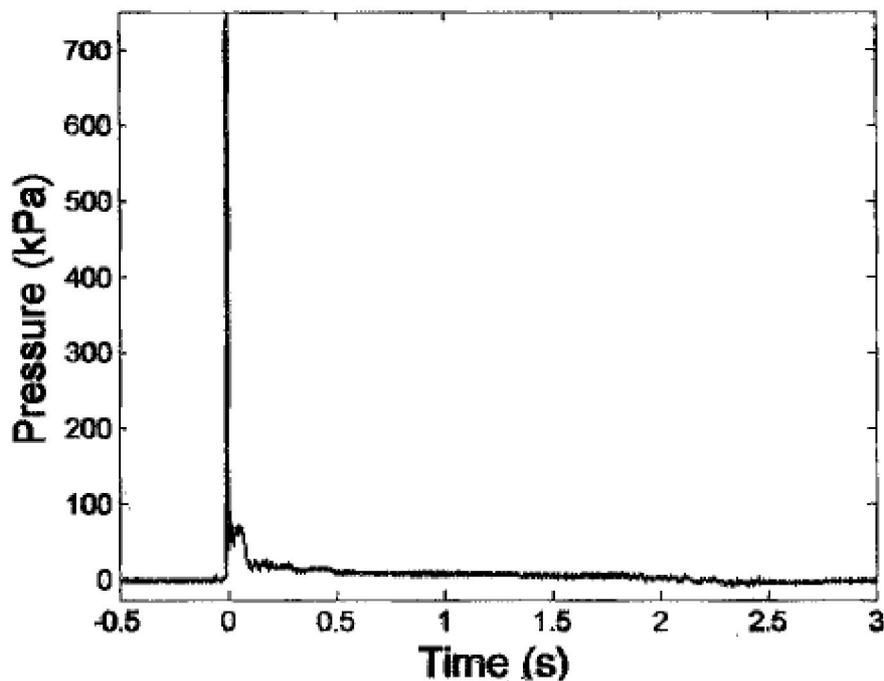


Fig. 3-10. Pressione registrata all'impatto di onde sull'Admiralty Breakwater (Obhrai, 2004).

Gli Autori pongono l'attenzione sulla notevole dispersione dei dati (valori di pressione massima) ottenuti; tale fenomeno è singolare, soprattutto se si considera che in laboratorio si generano *treni di onde* tra loro molto simili; l'interpretazione dei dati stessi risulta quindi molto difficile.

Una quantità che invece risulta approssimativamente invariante rispetto alle piccole variazioni di forma delle onde è l'impulso.

Una variabile che influenza i dati ottenuti è poi la frazione d'aria presente nel fluido.

Lugni et al. (2006) riportano i risultati di una campagna di sperimentazioni effettuata in una vasca (di lunghezza 1 m, larghezza 0.1 m ed altezza del livello d'acqua 0.125 m) con lo scopo di studiare l'interazione tra l'acqua e le pareti durante lo *sloshing* (Fig. 3-11), nella condizione di *flip-through*.

Si evidenzia, in particolare, la valutazione delle accelerazioni verticali del fluido, a seguito dell'interazione con le pareti, che risulta estremamente elevata, dell'ordine di 100-1000 g; tale valore può essere giustificato solo considerando gradienti di pressione elevatissimi.

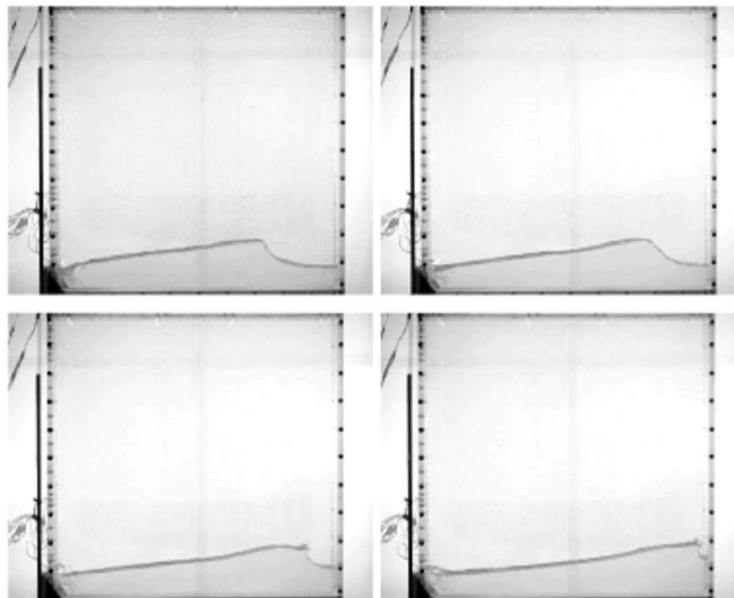


Fig. 3-11. Sloshing (Lugni et al. 2006).

Sempre con riferimento alla dinamica dell'impatto, in questo lavoro sono espresse alcune interessanti riflessioni:

dagli esperimenti si evince che una possibile risposta del fluido consiste in una sorta di riflessione elastica successiva all'impatto con la parete (come osservato da Armanini, 1993, per le colate) che causa un aumento dell'impulso risultante rispetto ad altri tipi di impatto;

a causa della breve durata dei picchi di pressione massima, si evidenzia la necessità di utilizzare strumenti che abbiano una frequenza di acquisizione dati elevata (maggiore di 200 Hz).

3.3 RASSEGNA DI ESPRESSIONI DI PRESSIONI E FORZE D'IMPATTO

Si riporta, infine, una rassegna di alcune delle formule introdotte da vari Autori per la valutazione delle pressioni massime p_{max} , o delle forze F_{max} , dovute all'impatto di colate, ovvero onde in condizioni estreme, su strutture; i parametri da cui tali formule dipendono sono: densità, della miscela (ρ_m) o dell'acqua (ρ), velocità del flusso (U), altezza del flusso (h).

Scotton e Deganutti (1997) propongono, per il calcolo della massima pressione (p_{max}) che si esplica all'impatto di colate su strutture:

$$p_{max} = k_1 \rho_m g h \quad (3.5)$$

in cui $k_1 = 3.5$ per flussi a bassa viscosità;

5.3 per flussi ad elevata viscosità.

Hungr et al. (1984), *Zhang* (1993), *Van Dine* (1996), *Lo et al.* (2000), propongono le seguenti espressioni.

$$p_{max} = k_2 \rho_m U^2 \cos \alpha \quad (3.6)$$

in cui $k_2 = 1$ secondo *Hungr et al.* (1984) e *Van Dine* (1996);

3 secondo *Lo et al.* (2000);

(3÷5) secondo *Zhang* (1993);

α è l'angolo formato dal vettore velocità del flusso U e la normale alla superficie del solido.

Armanini (1993), per le colate :

$$F_{\max} = \frac{9}{2} \rho_m g h^2 \quad (3.7)$$

Daido (1993), per colate fangose rapide:

$$F_{\max} = k_3 \rho_m h U^2 \quad (3.8)$$

con k_3 variabile tra 5 e 12.

Cross (1967), per l'impatto di onde di *tsunami* (fluido perfetto):

$$F_{\max} = \frac{1}{2} \rho_m g h^2 + C \rho_m h U^2 \quad (3.9)$$

in cui C è un coefficiente dipendente dell'angolo tra fronte d'impatto e superficie del solido.

Una ulteriore relazione, proposta da Fukui et al. (1963), per onde marine, contiene informazioni circa la velocità delle onde U e dell'altezza della corrente H :

$$\Delta p = \frac{\gamma U^4}{g^2 H} \quad (3.10)$$

Da una analisi delle varie formulazioni riportate si evince che dalla legge di Scotton e Deganutti (1997) si ottengono valori degli incrementi di pressione simili a quelli in cui è esplicitata una dipendenza dalla velocità, solo per piccolo valori della velocità stessa del flusso.

I coefficienti k introdotti assumono, nelle varie formule proposte dagli autori, valori estremamente variabili. *Inoltre, non si rinviene alcuna spiegazione relativa al significato fisico di tali coefficienti riportati nelle formule.*

Inoltre, dalla formulazione di Fukui et al., per piccolo valori dell'altezza della corrente si ottengono grandi valori dell'incremento della pressione.

Si riporta di seguito (Fig. 3-12) un confronto, per le due altezze di riferimento del flusso $H = 0.1$ m e $H = 1.0$ m, tra le varie formulazioni. E' evidente la dispersione dei dati.

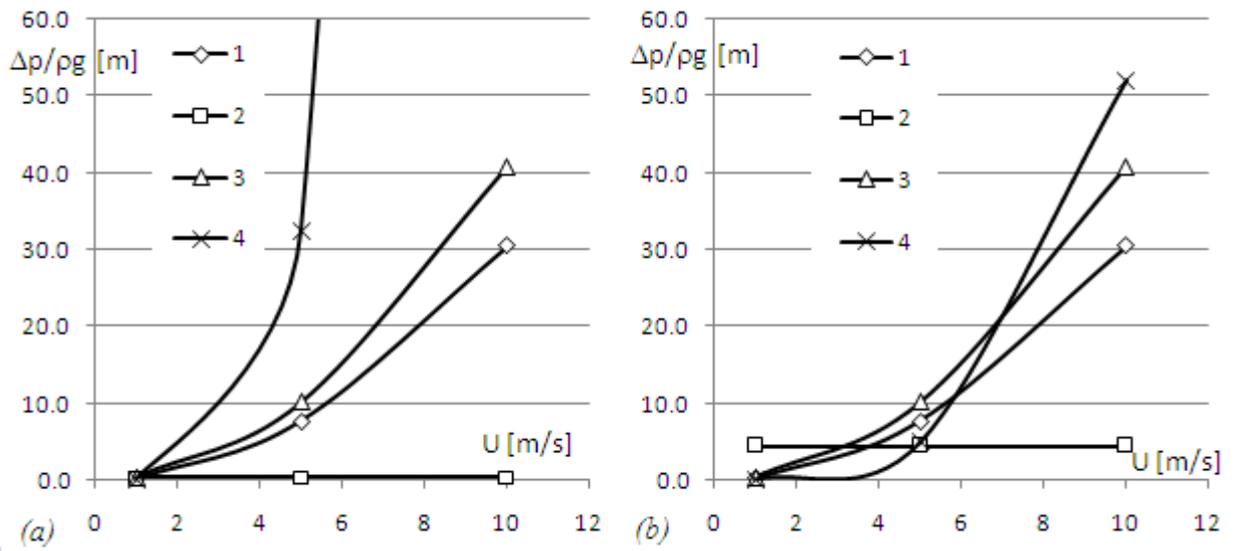


Fig. 3-12. Confronto fra gli incrementi di pressione in funzione della velocità, secondo le espressioni proposte da: 1: Lo et al. (2000, $k_2 = 3$); 2: Scotton and Deganutti (1997, $k_1 = 4.4$); 3: Zhang (1993, $k_2 = 4$); 4: Fukui et al. (1963); (a): $H = 0.1$ m; (b): $H = 1$ m.

4. ANALISI NUMERICHE

4.1 DESCRIZIONE DEL CODICE DI CALCOLO AGLI ELEMENTI FINITI

4.1.1 GENERALITÀ

Le analisi numeriche dell'interazione tra fluidi e solidi sono state condotte con il codice agli elementi finiti Abaqus/Explicit, vers. 6.3.

La procedura di calcolo *esplicita* è basata sull'implementazione, all'interno del codice, di una *central difference rule* (Bathe 1995), tramite la quale le equazioni del moto sono integrate nel tempo in maniera esplicita.

All'inizio di ogni incremento di tempo, il codice risolve le equazioni di equilibrio dinamico:

per ogni elemento, la matrice delle masse nodali M , moltiplicata per le accelerazioni nodali, $\ddot{\mathbf{x}}$, uguaglia le forze nodali totali (pari alla differenza tra il vettore delle forze esterne applicate, F^{ext} , e le forze interne, I):

$$M\ddot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}^{ext} - \mathbf{I}$$

le accelerazioni all'inizio di ogni The accelerations at the beginning of the current increment (time t) are then calculated as:

$$\ddot{\mathbf{x}}|_{(t)} = \mathbf{M}^{-1} \cdot (\mathbf{F}^{ext} - \mathbf{I})|_{(t)}$$

Nella procedura esplicita si utilizza una matrice delle masse diagonale; risolvere le equazioni del moto per determinare le accelerazioni nodali è quindi molto semplice: non si devono risolvere simultaneamente diverse equazioni; l'accelerazione, per ogni nodo, è determinata completamente una volta note la massa del nodo e la forza netta agente sul nodo stesso.

Per ogni intervallo temporale, tramite l'integrazione dell'accelerazione agente sul nodo (attraverso la *central difference rule*) si ottiene, nell'ipotesi che l'accelerazione sia costante, la variazione di velocità del nodo; si utilizza poi la regola seguente per determinare la nuova velocità:

$$\dot{\mathbf{x}}|_{(t+\Delta t/2)} = \dot{\mathbf{x}}|_{(t-\Delta t/2)} + \frac{\Delta t|_{(t+\Delta t)} + \Delta t|_{(t)}}{2} \ddot{\mathbf{x}}|_{(t)}$$

Dopo questa operazione, le velocità sono integrate nel tempo e si ottiene, per ogni nodo, il campo di spostamenti, secondo la procedura:

$$\mathbf{x}|_{(t+\Delta t)} = \mathbf{x}|_{(t)} + \Delta t|_{(t+\Delta t)} \dot{\mathbf{x}}|_{(t+\Delta t/2)}$$

Per ottenere risultati accurati, gli incrementi degli intervalli di tempo devono essere piccoli.

Si calcolano poi le deformazioni negli elementi e, applicando le opportune relazioni costitutive dei materiali, si calcola il campo di tensioni negli elementi e successivamente il campo delle tensioni.

Per quanto concerne la modellazione del fluido, si è impiegato un algoritmo denominato *Adaptive meshing*, che consente di mantenere una *mesh* di alta qualità nel corso di tutta l'analisi, anche nel caso (atteso) in cui si sviluppino grandi deformazioni. Per mezzo di questa procedura, infatti, alla *mesh* è consentito muoversi in maniera indipendente dal materiale. Inoltre, la procedura non altera la topologia della *mesh* stessa (non altera cioè gli elementi né le connessioni tra loro) e consente di sfruttare contemporaneamente i benefici dovuti ad un'analisi puramente lagrangiana (in cui la *mesh* segue il materiale) ed ad un'analisi di tipo euleriano (la *mesh* è fissata nello spazio ed il materiale la attraversa). Questo tipo di analisi è definito di tipo *Arbitrary Lagrangian-Eulerian* (ALE) analysis.

4.1.2 STABILITÀ DELLA FORMULAZIONE NUMERICA IN FORMA ESPLICITA

Si è appena visto che, con il metodo esplicito, lo stato del modello viene fatto avanzare nel tempo, a partire da uno stato iniziale, di un certo incremento Δt . Questo avanzamento deve essere tale da mantenere coerente la similitudine tra modello ed evoluzione del sistema reale; per ottenere questo scopo la sua durata deve essere minima. Infatti, se fosse troppo elevato, l'incremento supererebbe il *limite di stabilità*. Probabili conseguenze sarebbero la perdita di accuratezza dell'analisi e la possibilità di andare incontro a processi di instabilità numerica che darebbero origine a soluzioni non convergenti.

Per questo motivo, il programma di calcolo, prima di ogni incremento, valuta il *limite di stabilità* e sceglie automaticamente un incremento ad esso inferiore.

Il *limite di stabilità* è definito in termini di frequenza massima del sistema (ω_{max}), e può essere espresso come:

$$\Delta t_{stabile} = \frac{2}{\omega_{max}}.$$

Il parametro frequenza massima è a sua volta funzione di molteplici fattori tra loro interagenti ed è impossibile conoscere esattamente in ogni incremento il suo valore esatto: per questo motivo si utilizza un metodo approssimato, ma affidabile, basato sull'analisi della frequenza dei singoli elementi, in particolare sulle loro dimensioni caratteristiche (L^e) e sulla velocità di propagazione delle onde negli elementi (c_d); quindi:

$$\Delta t_{stabile} = \frac{L^e}{c_d}.$$

Si può precisare ulteriormente che la suddetta dimensione caratteristica L^e altri non è che la dimensione minore dell'elemento in considerazione, e che le caratteristiche di propagazione delle onde nei corpi sono tipiche di ogni materiale: ad esempio per un solido elastico lineare di densità ρ , modulo di Young E e coefficiente di Poisson ν pari a zero:

$$c_d = \sqrt{\frac{E}{\rho}}.$$

Da questa rassegna sull'algoritmo di calcolo si può capire come i materiali presenti e la mesh del modello influenzino la durata dell'analisi.

La scelta del materiale influenza infatti la velocità di propagazione delle onde: maggiore è la rigidità del materiale, maggiore sarà la velocità, con un conseguente limite di stabilità minore; al contrario, maggiore è la densità, maggiore sarà il limite di stabilità.

E' intuitivo dedurre il ruolo della mesh su $\Delta t_{stabile}$: come già detto, esso è direttamente proporzionale alla dimensione minore dell'elemento in considerazione.

4.1.3 DESCRIZIONE DELLE PROPRIETÀ DEL FLUIDO

In ABAQUS/Explicit i fluidi in moto possono essere descritti tramite un modello costitutivo che sfrutta come equazione di stato (EOS) la forma lineare di Hugoniot.

Questa EOS, in particolare, fornisce una risposta di tipo volumetrico alle sollecitazioni applicate, mentre la risposta a sollecitazioni di taglio è imposta separatamente, come si vedrà meglio in seguito; la pressione p (positiva in compressione) è considerata funzione della densità ρ , della deformazione volumetrica η e dei parametri c_0 ed s (caratteristici di ogni materiale) secondo la relazione:

$$p = \frac{\rho_0 c_0^2 \eta}{(1 - s\eta)^2}$$

dove ρ_0 è la densità in uno stato iniziale di riferimento, il termine $\rho_0 c_0^2$ è l'equivalente del modulo di rigidità volumetrica K e, come già detto η è la deformazione volumetrica che può essere espressa come:

$$\eta = 1 - \rho_0 / \rho.$$

Il parametro s è necessario nel modello valido in generale per definire la velocità di shock, U_s :

$$U_s = c_0 + sU_p$$

con U_p velocità della particella.

In ogni caso, per modellare i fluidi Newtoniani, regolati dalle leggi di Navier-Stokes, o comunque condizioni idrodinamiche, il parametro s può essere posto pari a zero.

Per quanto riguarda il comportamento deviatorico, questo può essere configurato in due maniere diverse: si può introdurre un modulo di elasticità tangenziale oppure definire un coefficiente di viscosità lineare .

La risposta deviatorica è descritta dall'espressione:

$$S = 2\mu \cdot \dot{\epsilon}$$

in cui S è la componente deviatorica del tensore delle tensioni, μ la viscosità del fluido ed $\dot{\epsilon}$ è la componente deviatorica del tensore delle velocità di deformazione.

4.1.4 ADAPTIVE MESHING

L'adaptive meshing è uno strumento che consente di mantenere una mesh di qualità elevata durante un'analisi, anche quando intervengono larghe deformazioni; risulta quindi molto utile per seguire l'evoluzione di un corpo fluido che urta una superficie

rigida; con questa tecnica si permette alla mesh stessa di muoversi indipendentemente dal materiale rigenerandola entro intervalli di tempo fissati con un processo detto *advection*. E' importante sottolineare che in ABAQUS/Explicit questa operazione non altera la topologia della mesh.

Il dominio sul quale è definito il dominio dell'adaptive mesh può essere di due tipi, ed in entrambi i casi la mesh si muoverà indipendentemente dal materiale:

lagrangiano: in questo caso sul contorno del dominio la mesh seguirà il materiale in direzione normale al contorno stesso, in modo tale da consentirle di coprire il dominio in ogni istante; questo è il tipo di dominio creato di default dal programma di calcolo;

euleriano: in genere è utilizzato per l'analisi stazionaria di flussi di materiale attraverso superfici.

E' ovvio constatare che un dominio di tipo lagrangiano è quello più adatto ad analisi in cui un flusso fluido impatta su una superficie rigida esibendo grandi deformazioni.

Il funzionamento dell'adaptive meshing è basato (oltre che sul dominio) su:

- regioni di confine ,
- spigoli di confine.

Ogni dominio infatti possiede un contorno (che in 3D è costituito da superfici ed in 2D da segmenti) che può essere di tipo lagrangiano od euleriano; a loro volta i contorni sono separati da spigoli (segmenti in 3D, angoli in 2D).

Nel caso di interesse, cioè quello in cui il dominio è di tipo lagrangiano, anche il contorno sarà lagrangiano. La mesh si muoverà in direzione normale alla superficie di contorno.

L'uso dell'adaptive meshing è regolato da controlli: con questa tecnica la mesh (che si muove indipendentemente dal materiale sottostante) viene ridefinita con continuità entro un certo numero fissato di incrementi, ossia con una *frequenza* fissata; ovviamente, aumentando questa frequenza l'analisi sarà più accurata, ma anche più dispendiosa dal punto di vista computazionale.

Un'altra operazione fondamentale è quella detta *sweeping*, con la quale ad ogni rigenerazione della mesh i nodi di questa vengono lievemente ricollocati in modo tale da eliminare le distorsioni localizzate che, pur non influenzando in maniera significativa l'analisi globale, porterebbero ad una fine prematura il processo di calcolo a causa di

deformazioni troppo elevate. Anche in questo caso, si può agire facendo variare alcuni parametri (a partire dalla configurazione di default) per controllare il processo di sweeping; questa operazione è sconsigliata dagli autori del manuale del programma di calcolo perché molto pericolosa ai fini di una buona riuscita dell'analisi.

4.1.5 DEFINIZIONE DELLE CONDIZIONI DI CONTATTO

Al contatto fra corpi si destano forze in direzione perpendicolare alle superfici nella zona di contatto; se è presente attrito, si destano anche forze tangenziali; lo scopo delle simulazioni che coinvolgono il contatto fra corpi è quello di determinare il valore delle forze (e prima ancora delle pressioni) che i due corpi si trasmettono.

ABAQUS/Explicit fornisce due diversi algoritmi per modellare il contatto: con l'opzione *general contact* si può definire un'interazione fra diverse parti (anche non connesse tra loro), col vincolo che le proprietà dell'interazione (ad esempio la presenza di attrito) siano costanti per tutte; con l'opzione *contact pair*, al contrario, si definisce il contatto fra due sole superfici, o tra una superficie ed una regione di nodi, con proprietà peculiari. Sebbene l'algoritmo *general contact* sia più semplice da definire e più potente, il *contact pair* deve essere usato nei casi in cui in output si richieda di analizzare variabili relative al contatto stesso (pressioni e forza risultante, valore dell'area di contatto), o nel caso in cui diverse superfici interagiscano in maniera diversa.

E' importante sottolineare che i due algoritmi possono essere usati insieme.

In genere, nei programmi ad elementi finiti, i vincoli sul contatto sono applicati in maniera discreta, nel senso che viene imposto che i nodi su una superficie non penetrino un'altra superficie. In ABAQUS si vincolano i soli nodi presenti su una superficie, detta *slave*, a non penetrare la superficie *master*; al contrario, i nodi sulla superficie *master* possono penetrare la superficie *slave* (Fig. 4-1).

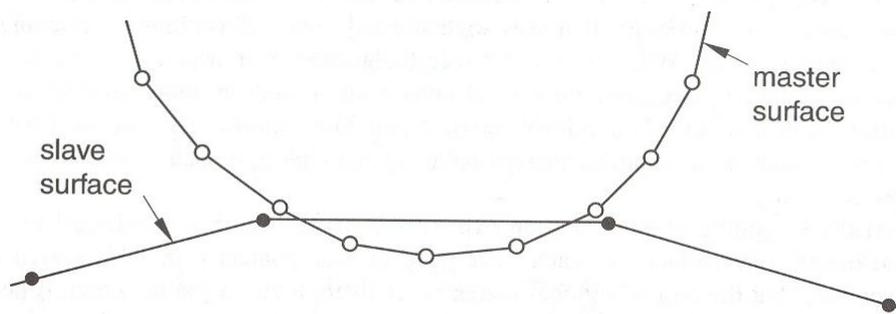


Fig. 4-1 Configurazione del contatto di tipo *pure master-slave*

La configurazione può non essere così rigida: esiste infatti la possibilità di definire un *balanced master slave* contact, in cui semplicemente l'algoritmo *pure master-slave* è applicato due volte: nella seconda iterazione ABAQUS scambia tra loro le superfici *master* e *slave* (Fig. 4-2).

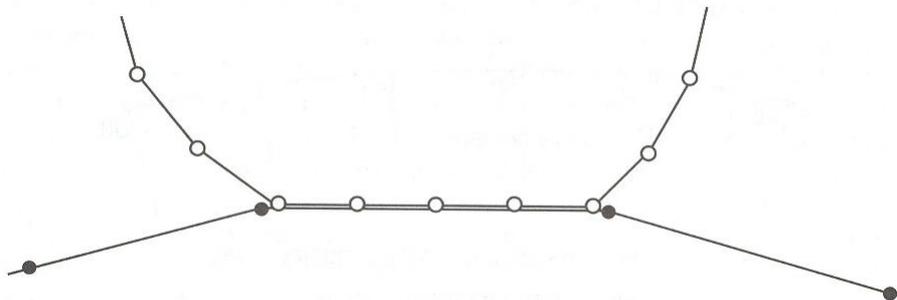


Fig. 4-2. Configurazione *balanced master-slave*

Nel caso in cui si usi l'algoritmo *contact pair* si può scegliere tra l'impostazione *pure* e *balanced*; l'algoritmo *general contact* invece sfrutta di default la configurazione *balanced*.

Tracking approach. Nelle simulazioni in generale per ogni nodo è possibile venire in contatto con ogni faccia dell'altra superficie: ABAQUS/Explicit usa complessi e sofisticati algoritmi per tracciare il moto dei nodi delle superfici.

All'inizio di ogni step il programma attua una ricerca *globale* per determinare la faccia della superficie master più vicina ad ognuno dei nodi sulla superficie slave; a

questo punto (per ogni nodo) determina il nodo della faccia sulla superficie master più vicino al nodo della superficie slave: sulla superficie master è così determinato per ogni nodo sulla slave un *tracked master surface node*. Si intuisce facilmente che questa è un'operazione molto costosa dal punto di vista computazionale e infatti successivamente viene operata di nuovo solamente ogni cento incrementi.

In tutti gli altri incrementi viene effettuata una ricerca *locale*, meno pesante: in questo tipo di ricerca per ogni nodo slave viene calcolata la distanza dai soli nodi master sulle facce adiacenti a quella contenente il *tracked master surface node*.

Dato che gli incrementi temporali sono estremamente piccoli, la combinazione suddetta di ricerca globale e locale garantisce risultati comunque accurati.

Proprietà delle interazioni. Le opzioni a disposizione per definire le proprietà dell'interazione sono molteplici: di default ABAQUS definisce in direzione normale un contatto di tipo hard (per simulare la non compenetrabilità dei due corpi) ed in direzione tangenziale l'assenza d'attrito; queste condizioni possono essere ovviamente modificate, soprattutto per quanto riguarda il comportamento in direzione tangenziale: la gamma delle possibilità prevede un modello attritivo semplice, di decadimento esponenziale (funzione degli spostamenti relativi), ed anche la possibilità di inserire altri campi da cui far dipendere l'attrito.

4.2 CONFRONTO TRA ANALISI TEORICHE E NUMERICHE

Per validare il codice di calcolo Abaqus sono state effettuate delle analisi preliminari di confronto; i riferimenti sono:

- il problema di un'onda a sezione trasversale rettangolare (Lesser, 1993) contro una superficie rigida;
- il problema dell'impatto di un'onda a sezione trasversale triangolare (Cooker, 2002) contro una superficie rigida;
- il problema del *tuffatore* descritto da Frémond (2003).

4.2.1 MASSA FLUIDA CONTRO UNA PARETE SOLIDA

Il primo confronto con la teoria sull'impatto tra solidi e fluidi è quello con i risultati di Lesser, il quale effettuando un semplice bilancio della quantità di moto determina la velocità media laterale (V) acquisita da un fronte fluido piano che colpisce una superficie solida.

L'analisi con il codice Abaqus è effettuata con una geometria 3D, rappresentata in Fig. 4-3. Il dominio fluido, di dimensioni 2m x 3m x 1m, è caratterizzato da una *mesh* costituita da circa 12000 elementi parallelepipedi di tipo C3D8R.

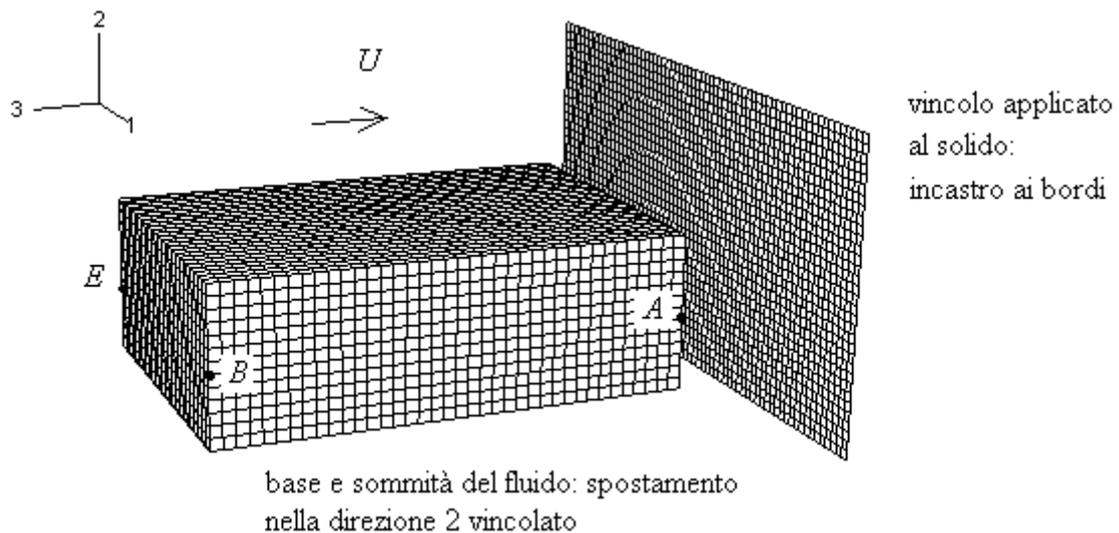


Fig. 4-3. Impatto di un fronte fluido di forma rettangolare; dominio di calcolo.

Sono state effettuate due simulazioni, per due diversi valori di c , velocità di propagazione delle onde elastiche nel fluido: $c_1 = 1450$ m/s (acqua pura) e $c_2 = 150$ m/s (acqua con presenza di aria in percentuale volumetrica inferiore all'1%). La velocità all'impatto, in entrambe le simulazioni, è pari a 4 m/s.

- Risultati ottenuti per $c_1 = 1450.6$ m/s.

L'andamento nel tempo delle pressioni nel piano ABE (Fig. 4-3) è riportato in Fig. 4-4; al momento dell'impatto si sviluppano sovrappressioni su tutto il fronte (anche in corrispondenza dei bordi, Fig. 4-4a, $t = 0.154$ ms dopo l'impatto); tuttavia, dopo appena 0.112 ms ($t = 0.266$ ms dopo l'impatto, fig. Fig. 4-4b) sullo spigolo in contatto col muro,

e su tutta la superficie laterale, le sovrappressioni sono svanite; dalle figg. 4-4c-d (rispettivamente per tempi 0.378 ms e 0.490 ms) si può vedere che la sovrappressione massima (all'incirca pari a $\rho c U = 1000 \cdot 1450 \cdot 4 = 5.80$ MPa) è raggiunta solo in una porzione centrale del fronte; spostandosi dal centro del fronte verso i bordi laterali, progressivamente la sovrappressione tende a ridursi; all'aumentare del tempo, l'estensione della zona con sovrappressione massima si riduce.

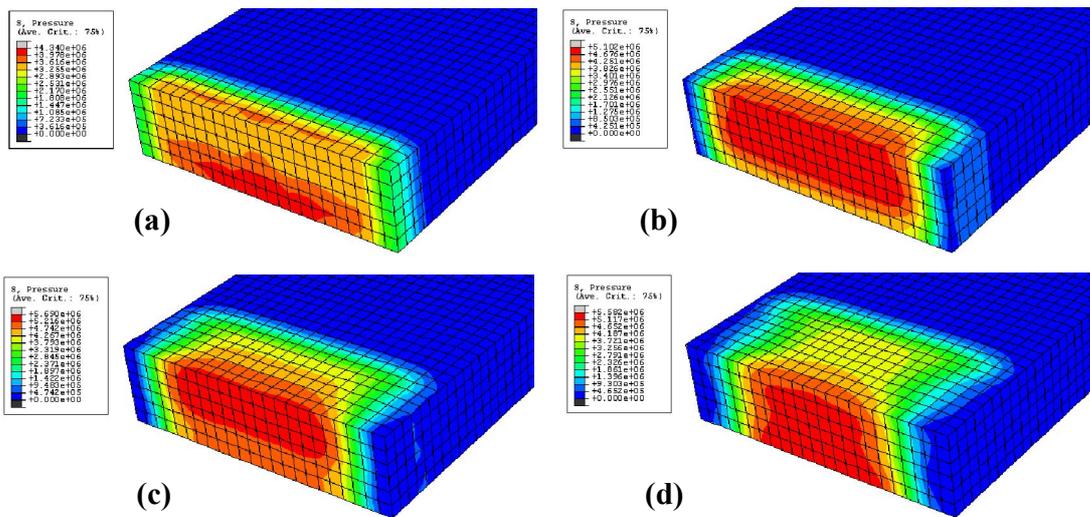


Fig. 4-4. Impatto di un fronte fluido di forma rettangolare; $c = 1450.6$ m/s; sviluppo delle sovrappressioni in corrispondenza del fronte fluido e della zona retrostante; (a) $t = 0.154$ ms; (b) $t = 0.266$ ms; (c) $t = 0.378$ ms; (d) $t = 0.490$ ms.

A questo punto si vuole verificare che la velocità media della zona di transizione S (dalla Fig. 4-3, è la zona che si sviluppa a partire dal bordo esterno, in corrispondenza cioè del punto A di Fig. 4-3) sia corrispondente a quella prevista da Lesser.

Al tempo $t = 0.266$ ms l'onda di compressione ha percorso un tratto (nel fluido) pari a $s = 0.266 \cdot 10^{-3} \cdot 1450.6$ m = 38.67 cm; la regione S è, in teoria, un quarto di cerchio (ACD, Fig. 4-5); si avrà, quindi, $AC = AD = 38.67$ cm.

Nella *mesh* del dominio fluido, la zona S ricopre i nodi riportati in Fig. 4-5: i primi cinque nella prima e nella seconda fila a partire dal fronte, quattro nella terza, tre nella quarta, uno nella quinta; l'estensione a partire dal punto A verso l'interno è di 39 cm.

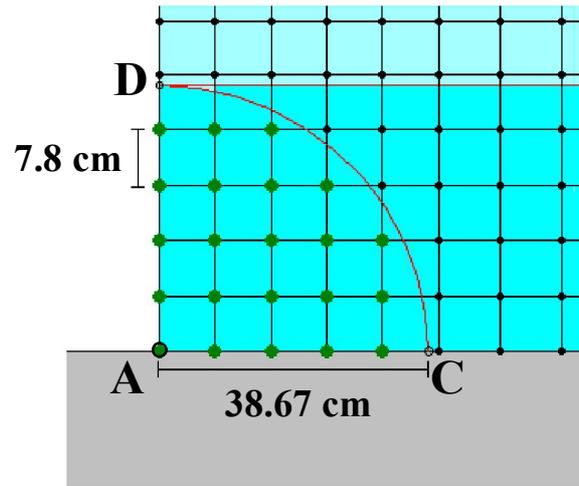


Fig. 4-5. Impatto di un fronte fluido di forma rettangolare; rappresentazione della porzione estrema della *mesh* del dominio fluido interessata dallo shock.

Si è ottenuta, dalle analisi FEM (codice Abaqus) la velocità dei nodi interessati, e ne è stato calcolato il valore medio; essa risulta pari a

$$V_{\text{Abaqus}} = 2.23 \text{ m/s}$$

Il valore previsto dal bilancio della quantità di moto, secondo l'approccio di Lesser, è pari a

$$V_{\text{Lesser}} = (2/\pi) v = 2.55 \text{ m/s}$$

•

- Risultati ottenuti per $c_2 = 150$ m/s:

la distribuzione delle pressioni è riportata in Fig. 4-6.

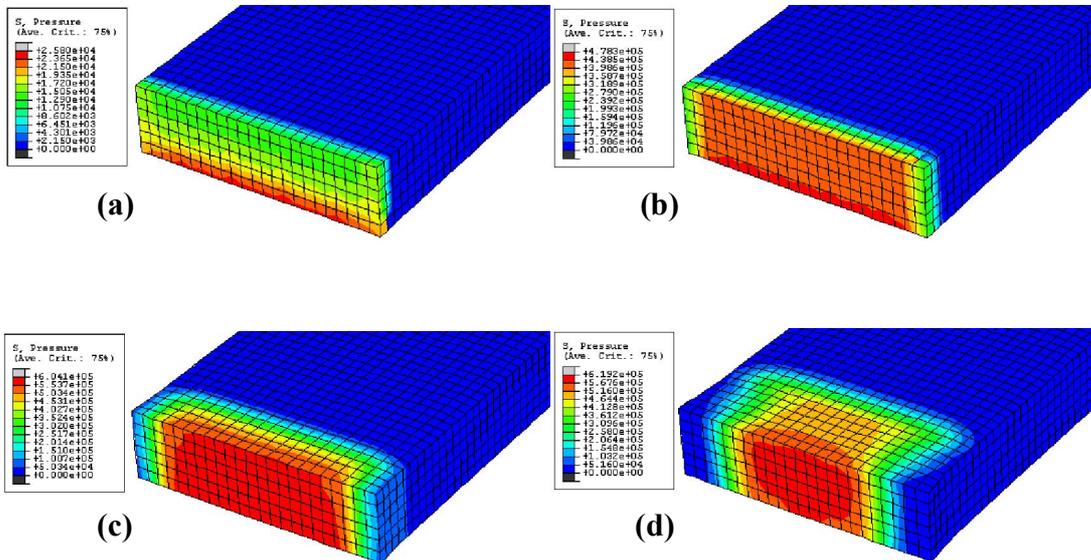


Fig. 4-6. Impatto di un fronte fluido di forma rettangolare; $c = 150$ m/s; sviluppo delle sovrappressioni in corrispondenza del fronte fluido e della zona retrostante; (a) $t = 0.26$ ms; (b) $t = 1.03$ ms; (c) $t = 2.55$ ms; (d) $t = 4.81$ ms.

La dinamica è del tutto simile al caso precedente, ma il tempo caratteristico del fenomeno è maggiore. Si vede infatti (Fig. 4-6 a-b) che sono necessari tempi maggiori affinché sia nettamente visibile la formazione delle regioni sui bordi in cui la sovrappressione svanisce. Ovviamente in questo caso la pressione massima è minore in quanto la rigidità volumetrica del fluido è minore.

La sovrappressione di colpo d'ariete vale infatti $\rho c U = 1000 \cdot 150 \cdot 4 = 0.60$ MPa.

Si vuole verificare che la velocità media della zona di transizione S (la zona che si sviluppa a partire dal bordo esterno, in corrispondenza cioè del punto A di Fig. 4-3) sia confrontabile con quella prevista da Lesser.

Per un tempo $t = 2.44$ ms l'onda di compressione ha percorso un tratto (nel retrofronte) pari a $s = 0.266 \cdot 10^{-3} \cdot 150$ m = 36.85 cm: la regione S è un quarto di cerchio (ACD, tale che ovviamente $AC = AD = 36.85$ cm); tranne questo valore del raggio della zona di transizione, la geometria è perfettamente analoga a quella riportata in Fig. 4-5.

Il valore previsto dal bilancio della quantità di moto secondo l'approccio di *Lesser* è indipendente dal valore di c , pertanto la velocità media nella regione S sarebbe, come prima, pari a

$$V_{\text{Lesser}} = (2/\pi) v = 2.55 \text{ m/s}$$

In questo caso l'analisi numerica fornisce un valore della velocità media

$$V_{\text{Abaqus}} = 2.49 \text{ m/s}$$

Si nota, quindi, un buon accordo tra la teoria e i risultati numerici.

L'analisi 2D dell'impatto di *onde a sezione trasversale triangolare* è stata condotta, sia per fluido incompressibile, sia per fluido compressibile, da *Cooker* (2003).

Nelle analisi FEM si è considerato un dominio 3D; tuttavia, gli spostamenti laterali dell'onda (Δz in Fig. 4-7a) sono stati vincolati, per ottenere condizioni simili a quelle 2D.

Le dimensioni dell'onda sono $R = h = \Delta z = 1 \text{ m}$; la velocità d'impatto è $U = 5 \text{ m/s}$.

Il dominio fluido è stato modellato attraverso circa 22800 elementi di forma tetraedrica; il passo di integrazione temporale, adottato nelle analisi numeriche, è approssimativamente pari a 10^{-6} s .

L'evoluzione, nel tempo, della pressione nel fluido in tempi successivi all'impatto, è riportata in Fig. 4-7b-d. La zona caratterizzata dalla pressione massima p_{max} ($p_{max} = \rho c U = 7.5E+06 \text{ kPa}$) varia nel tempo; c'è buon accordo tra la teoria di *Cooker* ed i risultati dell'analisi numerica, nella quale il passaggio dalla p_{max} alla $p = 0$ è ovviamente graduale, e non netto come descritto nell'analisi teorica di riferimento.

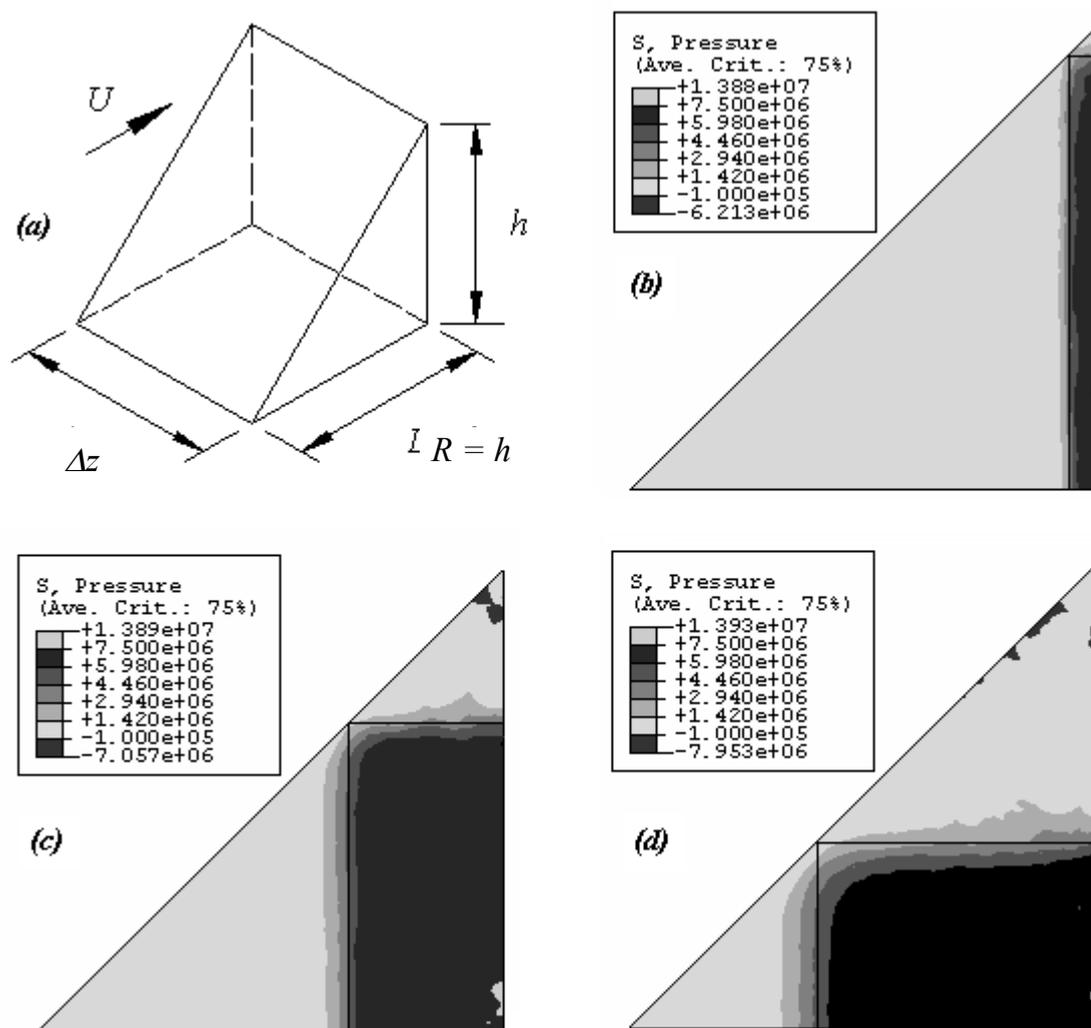


Fig. 4-7. Schema dell’impatto di un’onda a sezione trasversale triangolare contro una superficie solida; (velocità d’impatto $U = 5$ m/s); (a): geometria assunta nelle analisi numeriche ($\Delta z = R = h = 1$ m); (b) – (d): evoluzione, nel dominio fluido, della pressione p ; (b) $t = 0.5E-04$ s dopo l’impatto; (c): $t = 2.5E-04$ s dopo l’impatto; (d): $t = 4.5E-04$ s dopo l’impatto. La linea retta nera mostra la posizione teorica (Cooker 2003) della superficie di separazione tra la zona caratterizzata dalla $p = p_{max}$ e la zona con $p = 0$.

4.2.2 MASSA FLUIDA CONTRO UN BLOCCO DISPOSTO SU UN PIANO ORIZZONTALE

Il modello idrodinamico descritto da Cooker non può essere utilizzato in Abaqus, col quale si possono simulare coi fluidi solo problemi 3D e non in stato di deformazione piano. Sono state quindi condotte inizialmente due simulazioni per onda di sezione triangolare, con due geometrie caratterizzate da diversa profondità, come mostrato in Fig. 4-8. L’obiettivo è capire quanto la terza dimensione influenzi i risultati.

La caratteristiche della mesh sono:

- Fig. 4-8a: il fluido è stato discretizzato con 2908 elementi tetraedrici (di tipo cioè C3D4; distanza tra due nodi del tetraedro: 0.8 m); il blocco con 1000 elementi cubici (C3D8R; dimensione del lato dell'elemento cubico: 1 m).

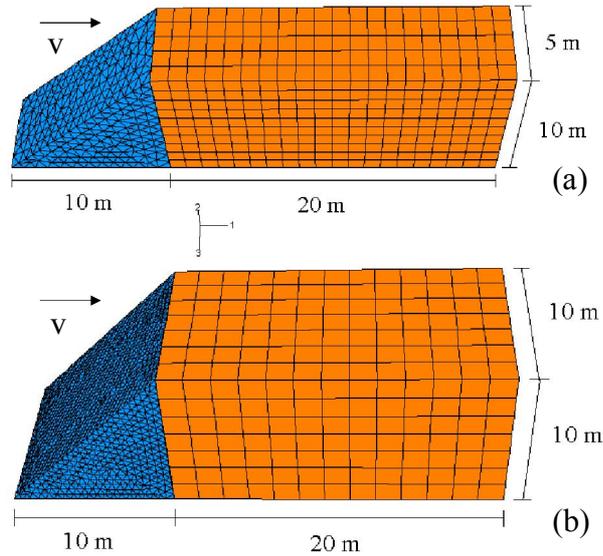


Fig. 2.11 -

Fig. 4-8. Geometria del problema 3D. (a) Profondità pari a 5m; (b) Profondità pari a 10 m.

- Fig. 4-8b: la mesh del fluido è più fitta: 20514 elementi tetraedrici (ancora di tipo C3D4; distanza tra due nodi del tetraedro: 0.5 m); il blocco è discretizzato con elementi cubici (C3D8R) caratterizzati da dimensione del lato dell'elemento 1.2 m.

In entrambi i casi il fluido colpisce il blocco (inizialmente fermo) con velocità orizzontale pari a 10 m/s; è richiesto in output l'andamento nel tempo dell'energia cinetica del blocco, in maniera tale da ricavarne la velocità acquisita, sapendo che

$$E_{cinet,bl} = \frac{1}{2} m v_{bl}^2$$

I risultati sono riportati in Fig. 4-9.

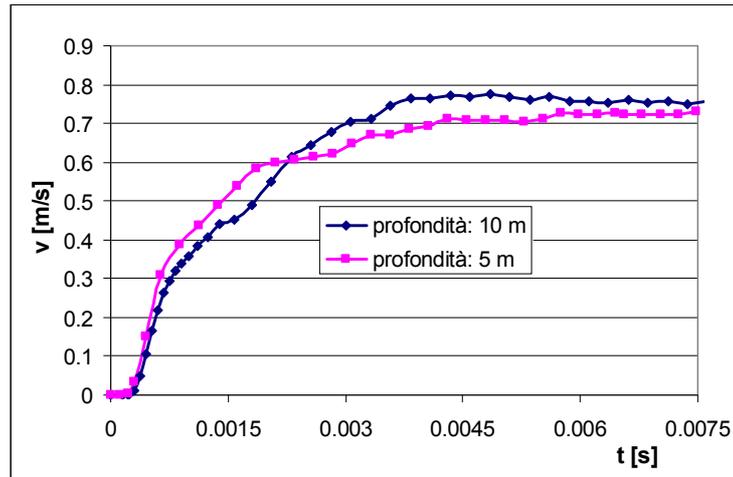


Fig. 2.12 -

Fig. 4-9. Velocità acquisita dal blocco nei primi istanti a partire dall'impatto col fluido.

Si vede che in entrambi i casi il blocco acquista una velocità compresa fra 0.7 m/s e 0.8 m/s; in particolare, per la geometria caratterizzata da una profondità di 5 m, la velocità è 0.73 m/s; per una profondità di 10 m, la velocità è 0.75 m/s.

Utilizzando le (2.20) e (2.21) si risale ad uno spostamento finale del blocco compreso tra 4.4 cm e 4.7 cm.

4.2.3 CORPO SOLIDO CONTRO LA SUPERFICIE LIBERA DI UN FLUIDO IN QUIETE

Per quanto riguarda il *problema del tuffatore*, le analogie, con l'analisi di riferimento, sono la massa del tuffatore ($M = 100$ kg), la velocità d'impatto ($U = 4.47$ m/s) e le dimensioni della sezione trasversale della piscina (Fig. 4-10); le differenze sono costituite dalla geometria (3D in luogo di 2D), e dal modello costitutivo assegnato al fluido e al solido (il tuffatore); nelle nuove analisi, infatti, il fluido è compressibile; il modello costitutivo è espresso attraverso le equazioni riportate nella sezione in cui il codice era descritto (si è imposta viscosità nulla, $\mu = 0$); due diversi valori di rigidità volumetrica K sono stati assegnati all'acqua: $K1 = 2.10$ GPa (velocità di propagazione delle onde nel fluido $c = 1450$ m/s; piccola compressibilità); $K2 = 22.50$ MPa (maggiore

compressibilità, dovuta alla presenza di una piccola, 1% circa, quantità d'aria disciolta nell'acqua; $c = 150 \text{ m/s}$); la densità assegnata all'acqua è $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$.

Il blocco è stato considerato rigido o di comportamento elastico lineare (modulo di Young $E = 200 \text{ GPa}$).

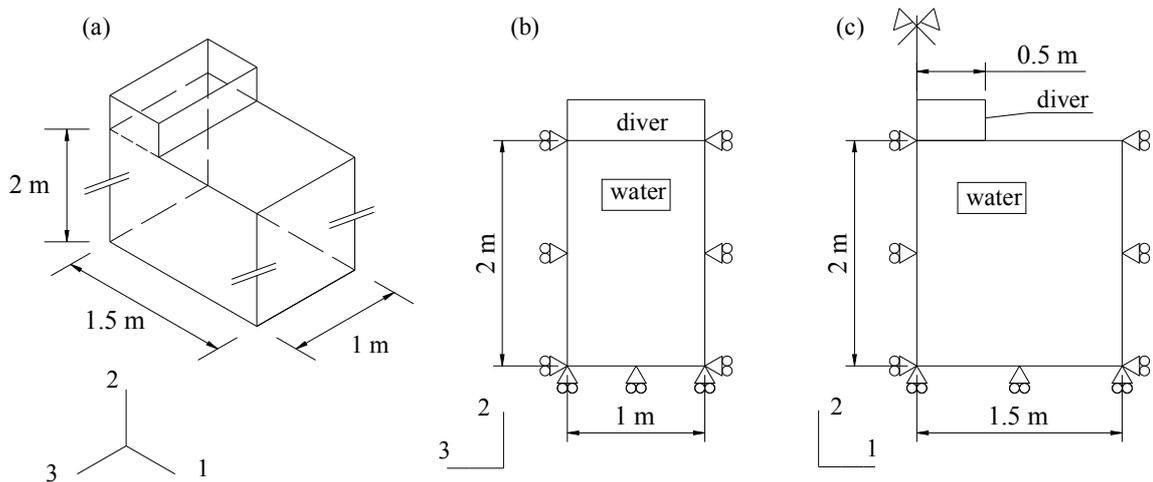


Fig. 4-10. Problema del tuffatore: dominio utilizzato nelle analisi numeriche.

Nella modellazione numerica ad elementi finiti, il fluido e il tuffatore sono stati discretizzati attraverso elementi parallelepipedi del primo ordine (44850 elementi per il fluido, 3375 elementi per il tuffatore); il passo di integrazione temporale è, approssimativamente, 10^{-6} s .

Risultati. L'evoluzione della velocità v del tuffatore, in dipendenza della rigidità di acqua e tuffatore, è presentata in Fig. 4-11; in caso di acqua più rigida ($K = KI$), la velocità *finale* (2.5 ms dopo l'impatto con l'acqua) del tuffatore è pari a 0.70 m/s; per acqua più comprimibile ($K = KI$), la velocità è circa 0.69 m/s; nella stessa figura è riportata anche la soluzione ottenuta da Frémond ($v = 0.75 \text{ m/s}$).

La soluzione ottenuta non dipende dal valore della rigidità assegnata al tuffatore (per i due valori considerati).

Dall'analisi della Fig. 4-11 si vede che all'aumentare della rigidità del fluido la soluzione ottenuta tende a quella di riferimento, ottenuta nell'ipotesi fluido incompressibile.

La Fig. 4-11b riporta poi la distribuzione delle velocità nel dominio fluido, ottenuta con il codice Abaqus, per un tempo t , a partire dall'impatto, pari a circa 1.5 ms; in questo istante particolare, tale distribuzione di velocità è analoga a quella ottenuta nella soluzione di riferimento (Frémond et al., 2003).

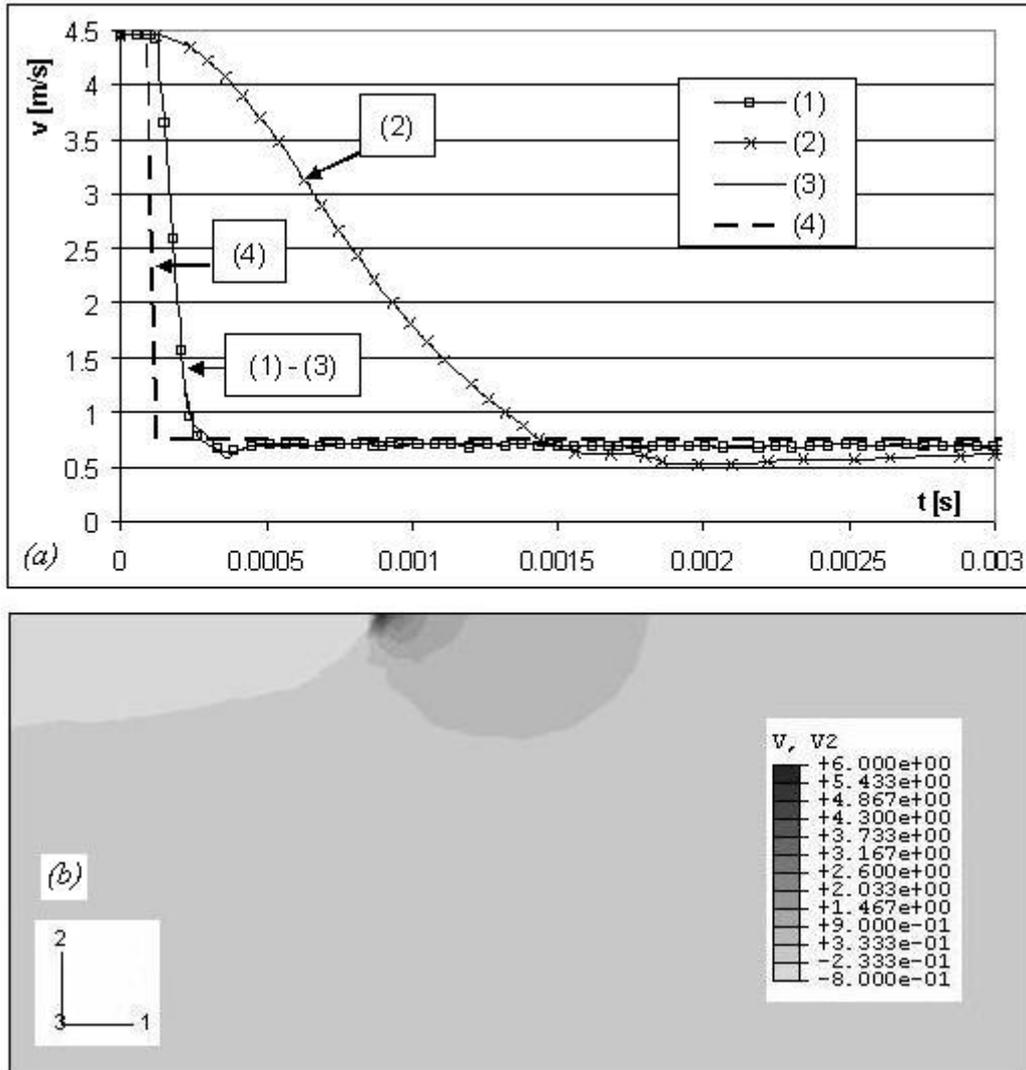


Fig. 4-11. Problema del tuffatore; (a): velocità del tuffatore (solido), in funzione del tempo, per diversi valori della rigidità del fluido e del solido: (1): solido rigido; per l'acqua, $K = K1$; (2) solido rigido; per l'acqua, $K = K2$; (3): solido elastico lineare ($E = 200$ GPa); per l'acqua, $K = K1$; (4): soluzione di riferimento (Frémond et al. 2003); (b): velocità nel fluido per $t = 1.5$ ms (appr.) dopo l'impatto (solido rigido; per l'acqua, $K = K2$).

Si possono poi ottenere i valori della velocità acquisita dal fluido nella zona di contatto.

Nella Fig. 4-12 sono indicati i vettori velocità del fluido, secondo diverse prospettive ed in tempi diversi.

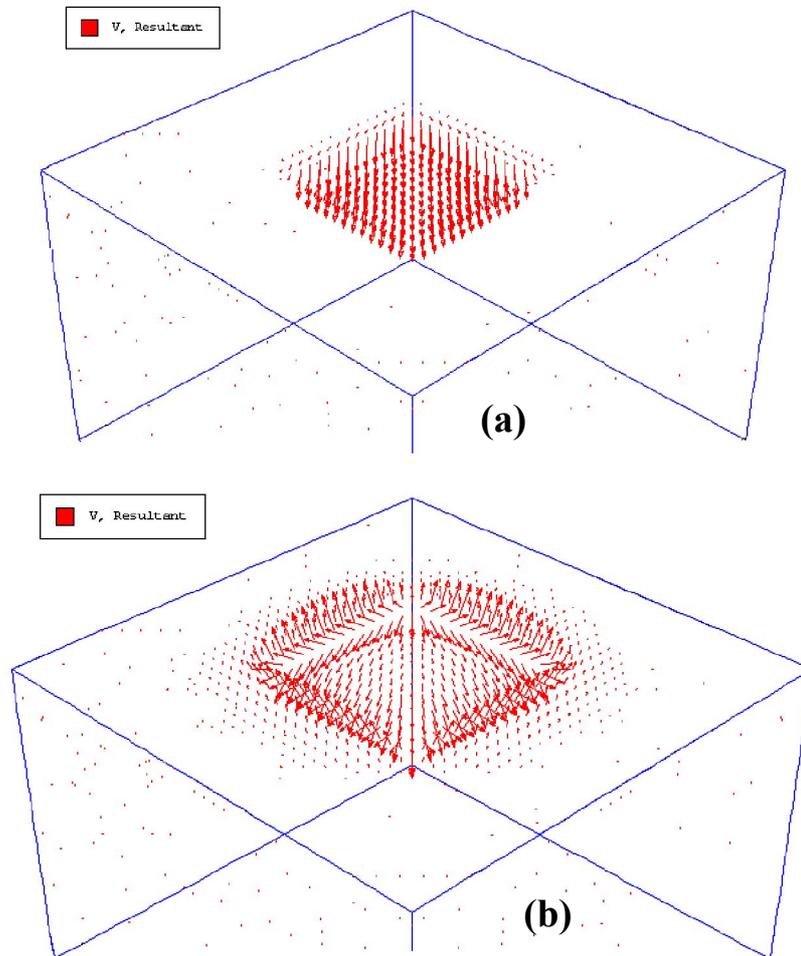


Fig. 4-12. Vettori velocità del fluido a seguito dell'impatto; (a) $t = 0.4$ ms dopo l'impatto (b) $t = 0.75$ ms dopo l'impatto.

Nei primissimi istanti (Fig. 4-12a) il fluido a diretto contatto col solido è vincolato a seguirne il moto e viene quindi trascinato verso il basso, ma dopo appena altri 0.35 ms (Fig. 4-12b) le sovrappressioni che si generano fanno sì che il fluido intorno ai bordi del solido possa schizzare via.

In Fig. 4-13 è riportato lo stesso sviluppo delle velocità di Fig. 4-12, ma da un punto di vista differente.

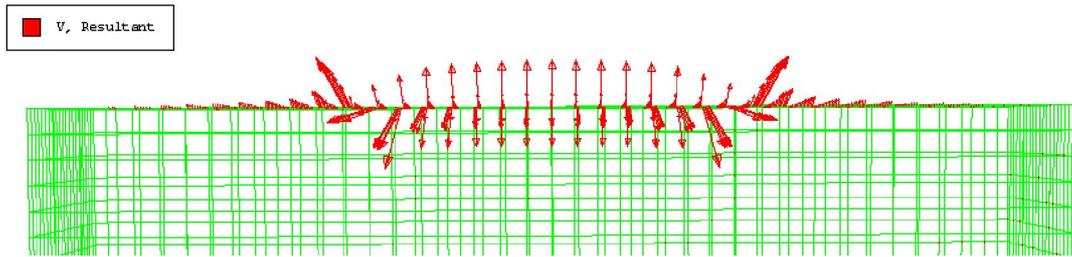


Fig. 4-13. Prospetto frontale dei vettori velocità del fluido per $t = 0.75$ ms dopo l’impatto. Zoom della porzione sommitale del dominio fluido.

Si può anche avere una indicazione quantitativa delle velocità in alcuni punti del pelo libero del fluido. In Fig. 4-14 c’è la definizione di questi punti, rappresentati dai nodi della mesh numero 148 e 156.

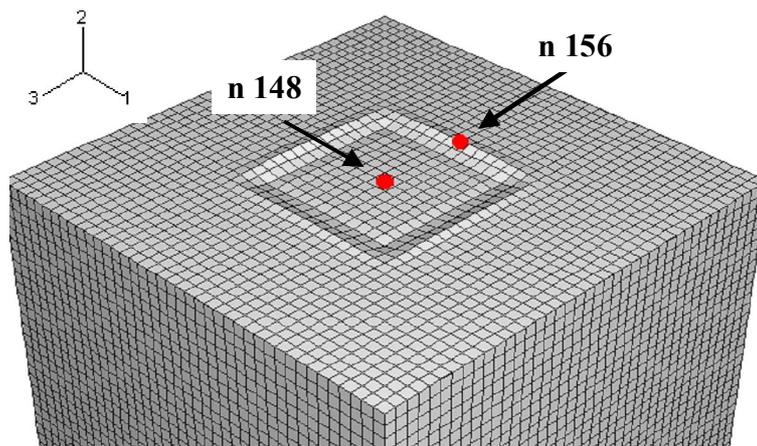


Fig. 4-14. Posizione dei punti del dominio fluido per i quali sono ricavati i valori della velocità. Dalla configurazione deformata del fluido si vede che i nodi 148 e 156 sono posti rispettivamente al centro e sul bordo della zona impattata.

Le componenti della velocità del nodo centrale (n 148) sono in Fig. 4-15: si vede che il suo moto è esclusivamente verticale e diretto verso il basso; all’inizio acquisisce una velocità di 3 m/s ma poi il valore si assesta e diventa praticamente pari a quella del blocco che lo sovrasta.

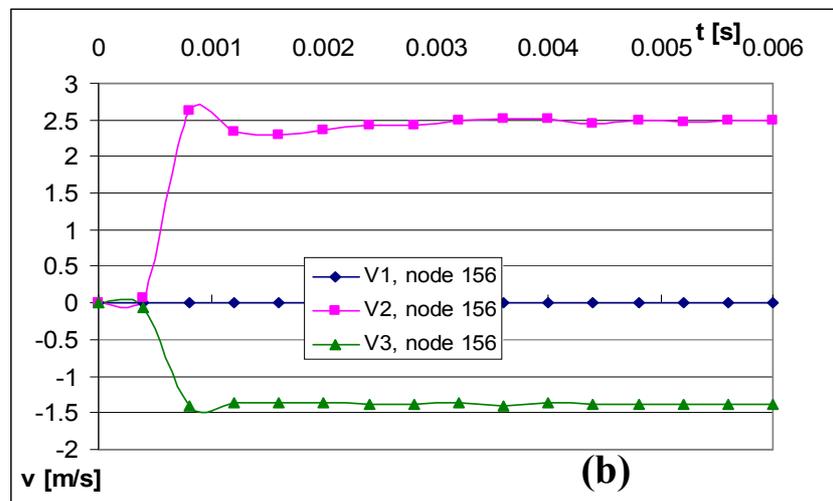
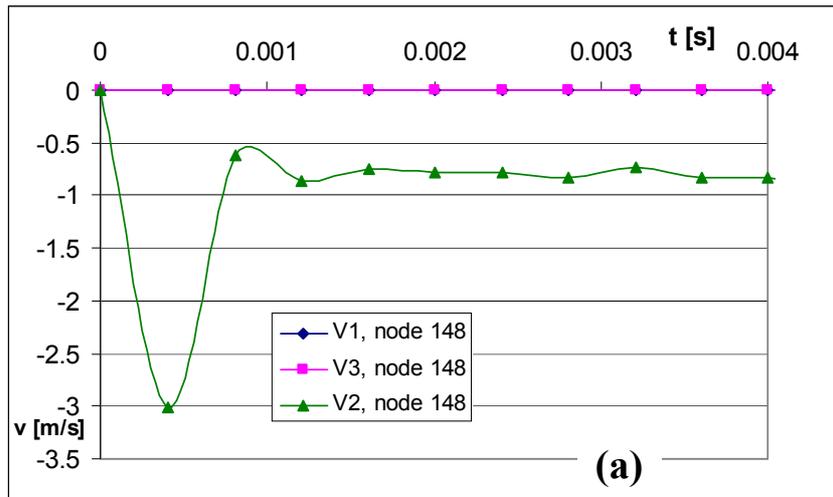


Fig. 4-15. Componenti delle velocità in funzione del tempo di due punti del dominio fluido posti sul pelo libero.

Il nodo 156, sul bordo della zona di contatto, schizza lateralmente con una velocità che nei primi istanti è costante in modulo e verso; il modulo è circa 2.9 m/s, e la direzione è data da un vettore (che giace sul piano $\hat{2}-\hat{3}$ di Fig. 4-11) che forma un angolo, rispetto al pelo libero indisturbato, pari a:

$$\arctan \frac{|v_2|}{|v_3|} \cong 60^\circ$$

4.3 ANALISI PARAMETRICHE DELL'IMPATTO DI FLUIDI CONTRO STRUTTURE

4.3.1 CARATTERI DEL FENOMENO E FATTORI GOVERNANTI

Per investigare le caratteristiche dell'impatto di un fluido contro una parete solida si considera lo schema di calcolo costituito da un corpo fluido di dimensioni (lungo gli assi 1, 2, 3, di Fig. 4-16) 2.0 m x 5.0 m x h m, (h variabile). Al dominio fluido sono state assegnati diversi valori dei parametri fisici e meccanici di riferimento (Tabella 4-1).

In questo ciclo di calcoli le condizioni di vincolo sono costituite da carrelli verticali sulla superficie inferiore e carrelli orizzontali sulle superfici laterali, per simulare lo scorrimento entro pareti rigide.

Alla parete solida, con la quale il fluido si scontra, modellata con un comportamento elastico lineare, sono stati assegnati densità 2500 kg/m^3 , modulo di Young E pari a $3 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$ e coefficiente di Poisson $\nu = 0,2$.

Le dimensioni del muro sono 6.0 m x 1.0 m x 3.0 m.

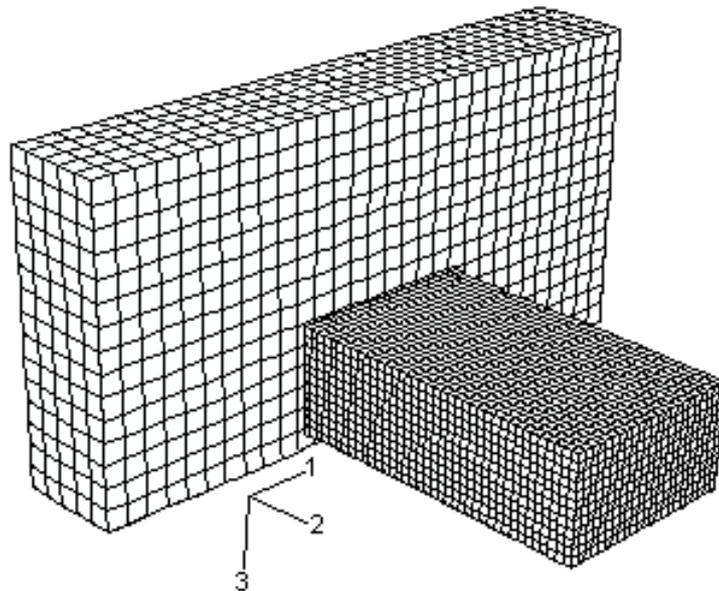


Fig. 4-16. Schema di riferimento dei calcoli.

Tabella 4-1. Parametri geometrici, fisici e meccanici assegnati al dominio fluido.

forma del fronte d'impatto (fig. 5.4)	densità [kg/m ³]	viscosità dinamica [Pa·s]	altezza del fronte d'impatto [m]	velocità d'impatto [m/s]
una superficie verticale, rettangolare	1000	0.001	0.5 – 1 – 2	1 – 4 – 15
	1300	0.01	0.5 – 1 – 2	1 – 4 – 15
	2000	0.1	0.5 – 1 – 2	1 – 4 – 15
una superficie cilindrica (R = 5.05 m)	1000	0.001	1	1 – 4 – 15
	2000	0.1	1	1 – 4 – 15

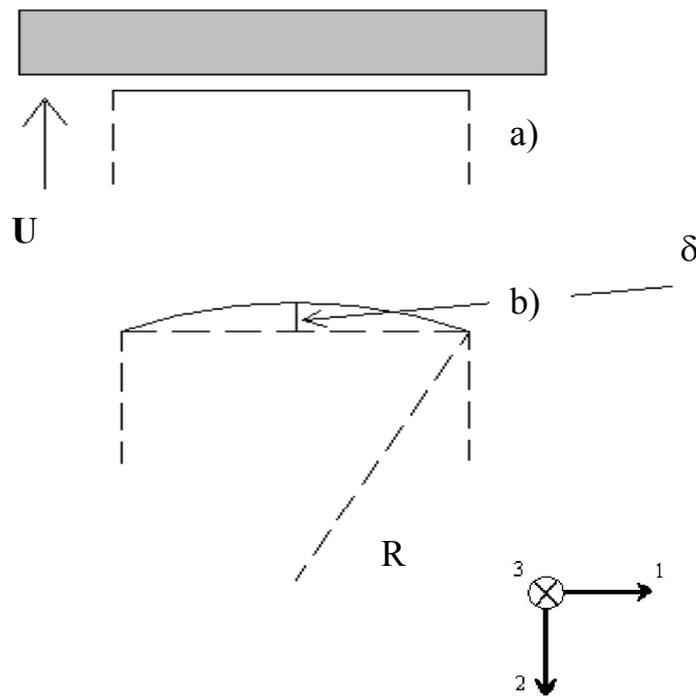


Fig. 4-17. Vista in pianta del sistema: a) fronte d'impatto costituito da una superficie verticale, rettangolare; b) fronte costituito da una superficie cilindrica di raggio R.

Come visto nelle analisi teoriche, lo studio della fase iniziale dell'impatto di un fluido contro un solido è molto delicato; le forze che si sviluppano possono comunque essere descritte da alcuni parametri come velocità della corrente fluida, densità e velocità

di propagazione delle onde elastiche. La presenza di aria in un fluido, anche in quantità esigue, causa una notevole riduzione della velocità di propagazione delle onde elastiche nel fluido stesso, indicata con c . Una frazione volumetrica di aria in acqua pari all'1% riduce c da 1450.6 m/s a 150 m/s.

Ricordando il legame tra c e la rigidità volumetrica del fluido K :

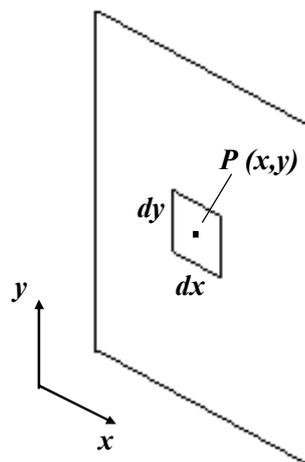
$$K = \rho c^2$$

è evidente come la variazione di questo parametro influenzi le forze ed i tempi di impatto.

4.3.1.1 Caso 1: fronte fluido piano e parallelo alla superficie solida

Se una massa fluida colpisce una parete, le sovrappressioni che si creano a causa dell'urto danno origine alla forza di impatto; la suddetta forza può essere espressa come integrale delle dF che si generano nei vari punti P appartenenti all'area di contatto $A_c(t)$ tra i due corpi (Fig. 4-18):

$$F(t) = \int_{A_c(t)} dF(t) = \int_{x \min}^{x \max} \int_{y \min}^{y \max} \Delta p(x, y, t) dx dy$$



$$\Delta p(x, y, t) \cdot dx dy = dF(x, y, t)$$

Fig. 4-18. Notazioni sulla superficie di contatto

Nel caso in cui il fronte sia piano è intuitivo pensare che, soprattutto nei primissimi istanti del fenomeno, l'area di contatto sia praticamente costante e pari al valore della superficie fluida; in Fig. 4-19 è riportata la scansione temporale delle sovrappressioni che si generano per l'urto di un fluido di densità 1000 kg/m^3 , $c = 1450.6 \text{ m/s}$ e viscosità pari a $10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ a velocità 1 m/s : l'integrale delle pressioni assumerà quindi un valore estremamente elevato. E' interessante notare come negli attimi successivi all'impatto il valore delle sovrappressioni sia estremamente superiore a quello previsto dalle equazioni della idrodinamica: non sono infatti proporzionali a $\rho \cdot v^2$ ma sembrano seguire la legge vista per i getti d'acqua: essa prevede che negli istanti successivi all'impatto delle prime particelle fluide si destino pressioni dell'ordine di grandezza di $\rho \cdot v \cdot c$, con chiaro significato dei simboli: ρ è la densità del fluido, v è la velocità d'impatto, c la velocità di propagazione delle onde elastiche nel mezzo fluido.

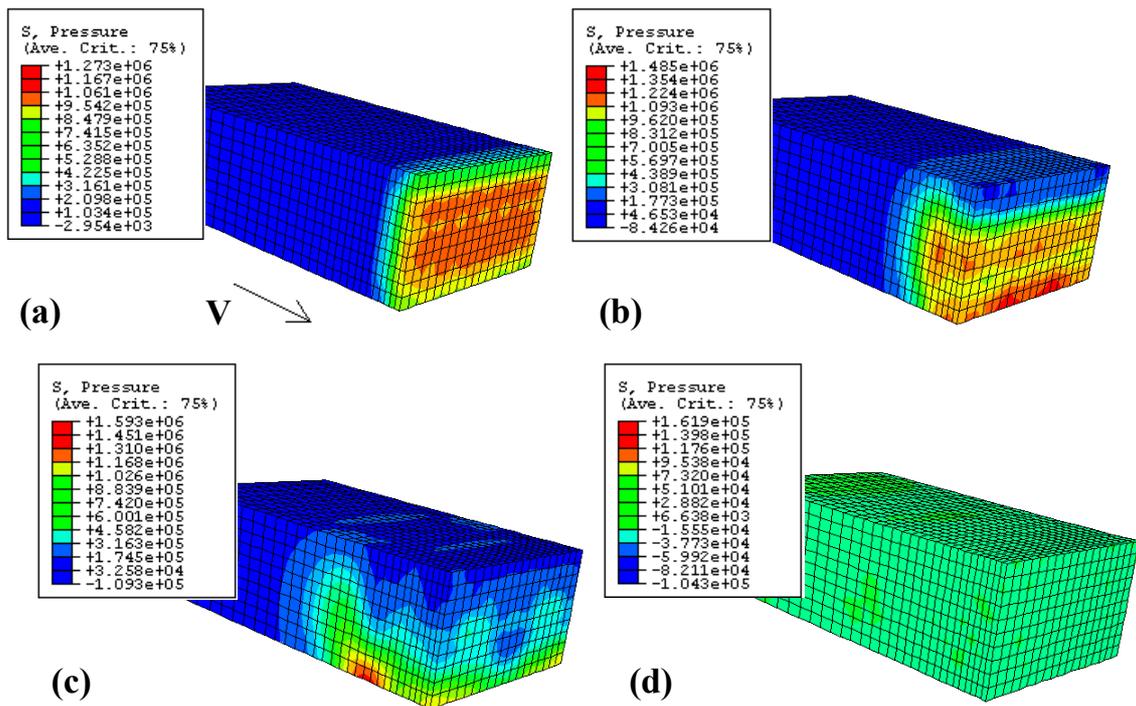


Fig. 4-19. Scansione temporale delle pressioni del corpo fluido di densità 1000 kg/m^3 , viscosità pari a $10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$, $c = 1450.6 \text{ m/s}$ che urta la struttura a velocità 1 m/s ; (a): $t = 2,6 \cdot 10^{-4} \text{ s}$; (b): $t = 2,6 \cdot 10^{-4} \text{ s}$; (c): $t = 1,04 \cdot 10^{-3} \text{ s}$; (d): $t = 5,2 \cdot 10^{-3} \text{ s}$.

Nelle Fig. 4-20a, b, c, per altezza della corrente pari ad 1 m, sono riportate le forze di contatto. Le velocità di impatto sono 1 m/s, 4 m/s, 15 m/s.

E' visibile come le sovrappressioni più elevate, della stessa natura di quelle che nelle condotte in pressione danno origine al "colpo d'ariete", si esauriscano in tempi brevi, dell'ordine dei millesimi di secondo. Successivamente i valori della pressione nel fluido si riportano a quelli già citati, tipici della dinamica dei fluidi. E' altresì visibile l'influenza del parametro *c*: *la presenza di aria nel fluido riduce notevolmente il picco della forza di impatto e aumenta il tempo caratteristico del fenomeno.*

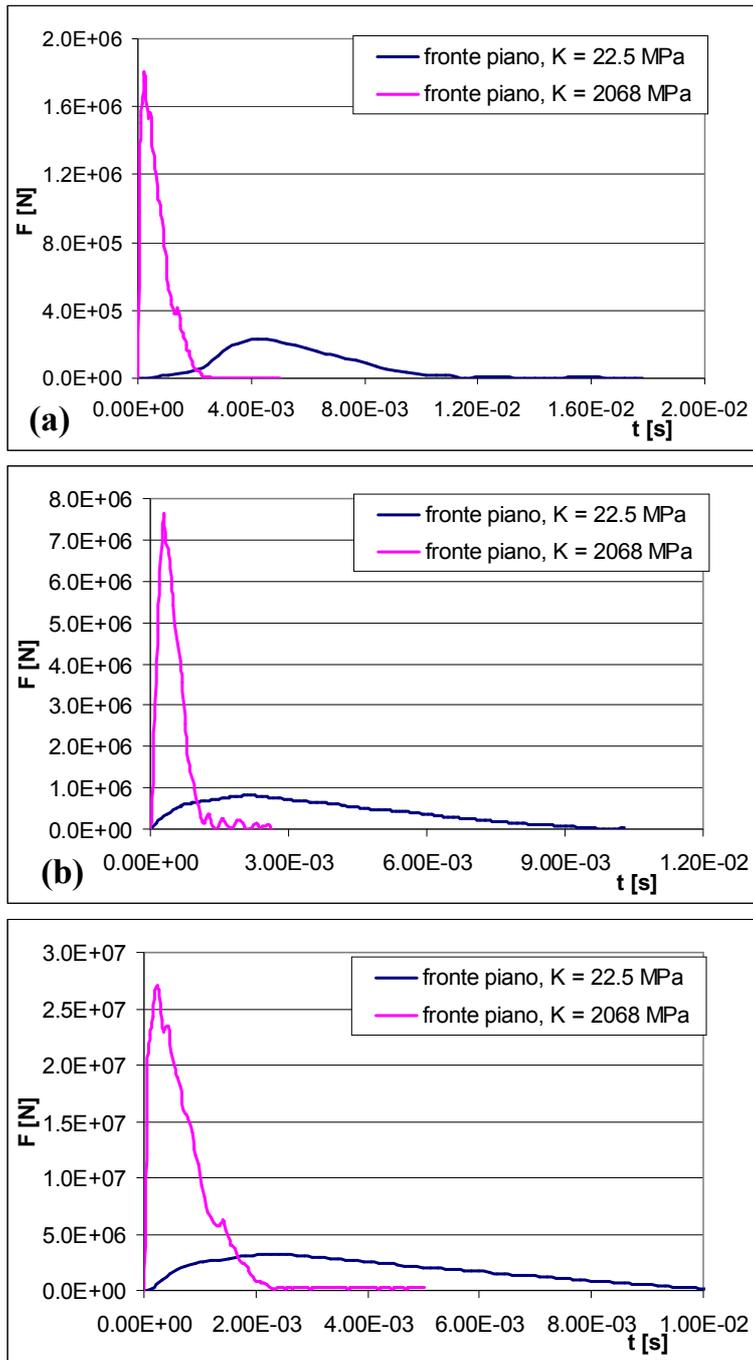


Fig. 4-20 (a), (b), (c). Forza d'impatto per un fronte piano di densità 1000 kg/m^3 , viscosità $0.001 \text{ Pa}\cdot\text{s}$, che impatta il muro a velocità diverse; (a): $v = 1 \text{ m/s}$; (b): $v = 4 \text{ m/s}$; (c): $v = 15 \text{ m/s}$.

Nella Fig. 4-21 sono riportati i risultati dell'impatto di un corpo di caratteristiche analoghe al precedente, ma caratterizzato da una maggiore viscosità, pari a 0.01 Pa s.

In Fig. 4-23 si vede la causa della diversità dell'andamento delle forze di impatto, cioè lo sviluppo diverso delle sovrappressioni nel fronte fluido. La Fig. 4-23 è relativa al nodo A di Fig. 4-22.

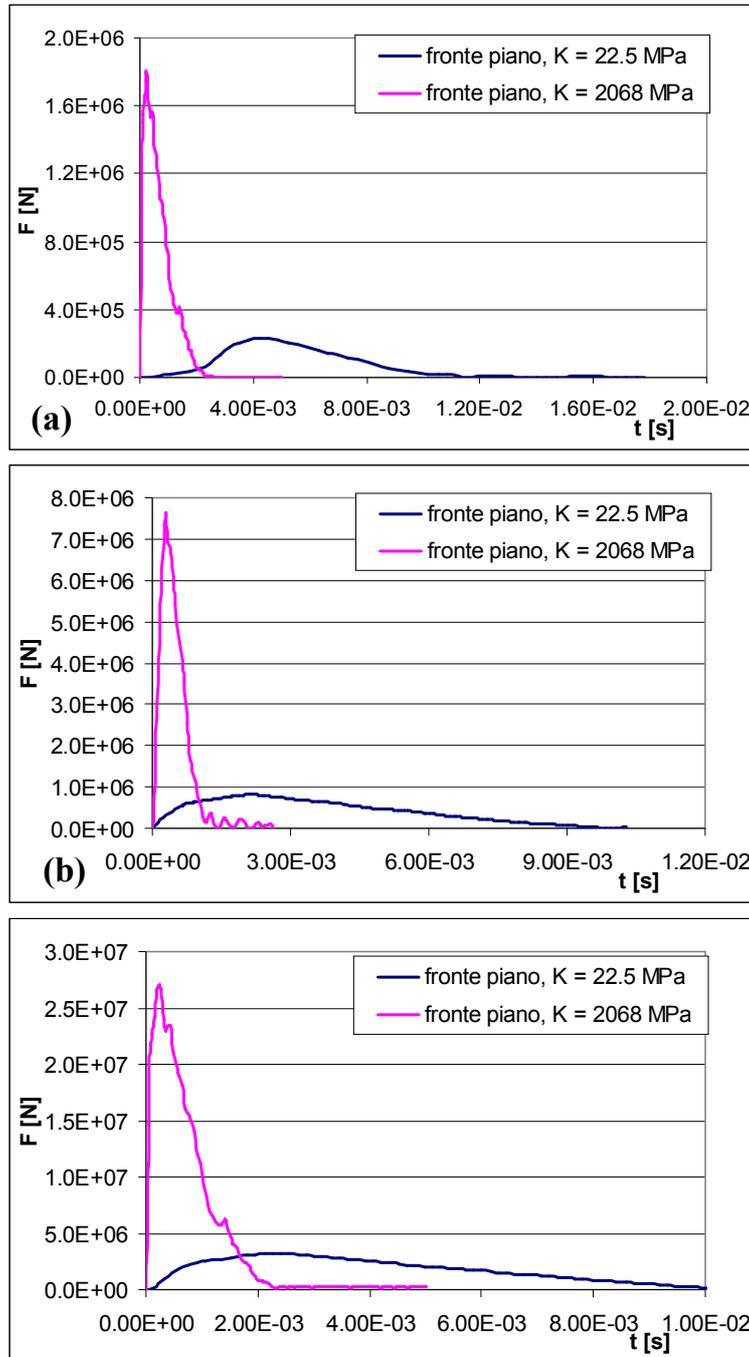


Fig. 4-21 (a), (b), (c). Forza d'impatto per un fronte piano di densità 1000 kg/m^3 , viscosità $0.01 \text{ Pa}\cdot\text{s}$, che impatta il muro a velocità diverse; (a): $v = 1 \text{ m/s}$; (b): $v = 4 \text{ m/s}$; (c): $v = 15 \text{ m/s}$.

Si evince che la viscosità non ha effetti sullo sviluppo delle pressioni e, quindi, delle forze di impatto.

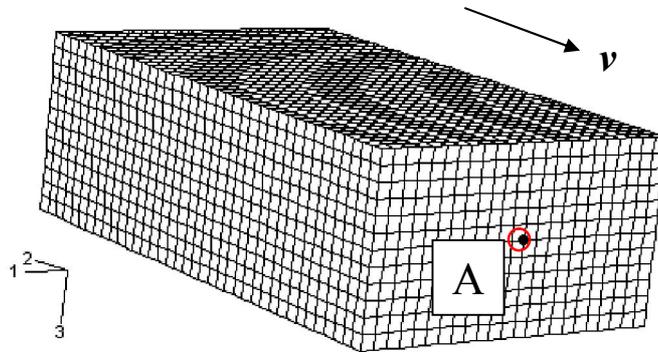


Fig. 4-22. Nodo A appartenente al fronte fluido che colpisce la superficie piana.

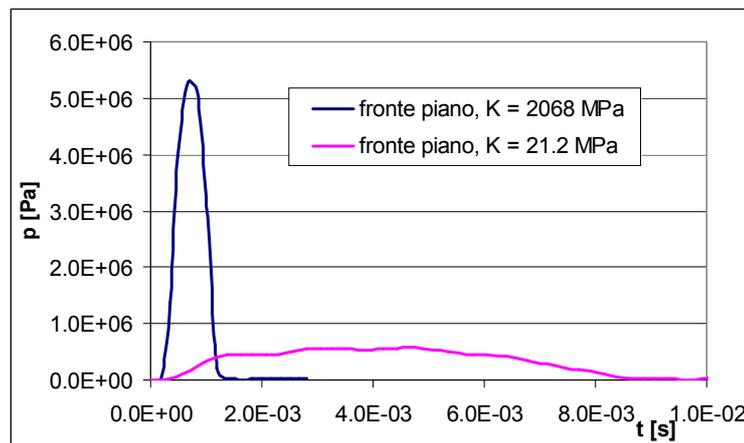


Fig. 4-23. Pressioni del nodo A nei due casi di velocità di propagazione delle onde elastiche pari a 1450.6 m/s e 150 m/s, ottenuto per una velocità all’impatto del fronte di 4 m/s.

Il valore di pressione ottenuto dalle analisi numeriche è dello stesso ordine di grandezza di quello massimo ottenibile teoricamente dalle relazioni del colpo d’ariete, mantenendosi comunque al di sotto di esso.

Si ha, infatti, per $c = 1450.6$ m/s:

$$\Delta p_{\text{max teor}} = \rho \cdot c \cdot v = 1000 \cdot 1450.6 \cdot 4 = 5.83 \text{ E}+6 \text{ Pa}$$

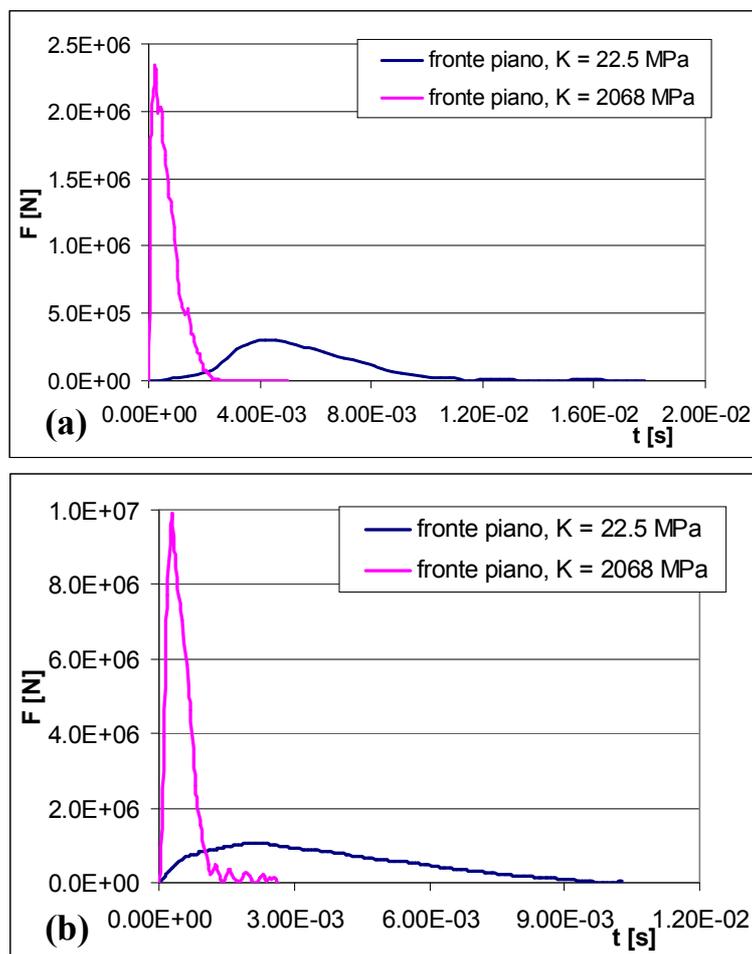
$$\Delta p_{\text{numer}} = 5.2 \text{ E}+6 \text{ Pa}$$

Per $c = 150 \text{ m/s}$:

$$\Delta p_{\text{max teor}} = \rho \cdot c \cdot v = 1000 \cdot 1506 \cdot 4 = 6.21 \text{ E}+5 \text{ Pa}$$

$$\Delta p_{\text{numer}} = = 5.69 \text{ E}+5 \text{ Pa}$$

Per un fluido di *densità maggiore*, cioè 1300 kg/m^3 , e viscosità dinamica pari a $0.01 \text{ Pa}\cdot\text{s}$, si ottengono per le diverse altezze le seguenti forze di impatto, sempre nei primi istanti a partire dall'urto (Fig. 4-24).



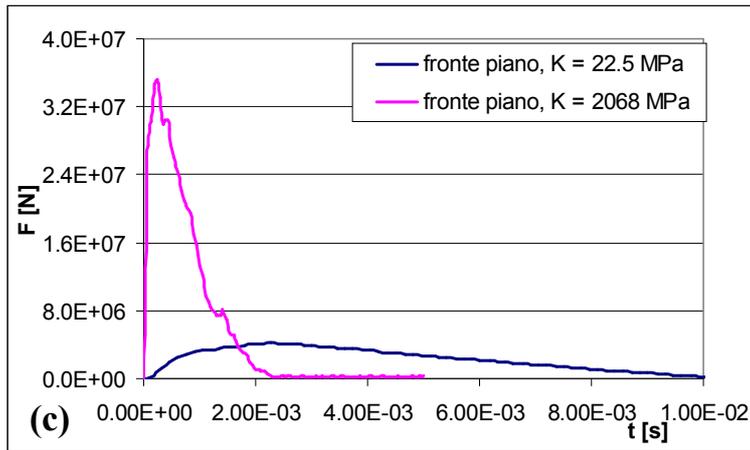


Fig. 4-24 (a), (b), (c). Forza d'impatto per un fronte piano di densità 1300 kg/m^3 , viscosità $0.001 \text{ Pa}\cdot\text{s}$, che impatta il muro a velocità diverse e con altezza $h = 1.0 \text{ m}$; (a): $v = 1 \text{ m/s}$; (b): $v = 4 \text{ m/s}$; (c): $v = 15 \text{ m/s}$.

Per capire le relazioni che intercorrono fra i diversi casi, si possono costruire delle tabelle; in esse si riportano i valori delle forze di picco per fissati valori di altezza, densità e velocità di propagazione delle onde elastiche; ad esempio:

$h = 1 \text{ m}$, $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, $c = 1450.6 \text{ m/s}$	$v = 1 \text{ m/s}$	$v = 4 \text{ m/s}$	$v = 15 \text{ m/s}$
$\mu = 0.001$	1.81 E+06	7.23 E+06	2.71 E+07
$\mu = 0.01$	1.81 E+06	7.23 E+06	2.71 E+07

$h = 1 \text{ m}$, $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, $c = 150 \text{ m/s}$	$v = 1 \text{ m/s}$	$v = 4 \text{ m/s}$	$v = 15 \text{ m/s}$
$\mu = 0.001$	2.33 E+05	8.12 E+05	3.20 E+06
$\mu = 0.01$	2.33 E+05	8.12 E+05	3.20 E+06

$h = 1 \text{ m}$, $\rho = 1300 \text{ kg/m}^3$, $c = 1450.6 \text{ m/s}$	$v = 1 \text{ m/s}$	$v = 4 \text{ m/s}$	$v = 15 \text{ m/s}$
$\mu = 0.001$	2.35 E+06	9.40 E+06	3.48 E+07
$\mu = 0.01$	2.35 E+06	9.40 E+06	3.48 E+07

$h = 1 \text{ m}, \rho = 1300 \text{ kg/m}^3,$ $c = 150 \text{ m/s}$	$v = 1 \text{ m/s}$	$v = 4 \text{ m/s}$	$v = 15 \text{ m/s}$
$\mu = 0.001$	3.03 E+05	1.06 E+06	4.16 E+06
$\mu = 0.01$	3.03 E+05	1.06 E+06	4.16 E+06

Dalle precedenti si deduce che fissando altezza, velocità delle onde elastiche e densità le forze massime (i “picchi” nelle figg. 4.20, 4.21, 4.24) che il fluido trasmette alla struttura sono direttamente proporzionali alla velocità; in simboli:

$$F_{\max} \left(v = 15 \frac{m}{s} \right) \Big|_{h_i, \rho_i} = \frac{15}{4} \cdot F_{\max} \left(v = 4 \frac{m}{s} \right) \Big|_{h_i, \rho_i} = 15 \cdot F_{\max} \left(v = 1 \frac{m}{s} \right) \Big|_{h_i, \rho_i}$$

Fissando poi altezza e velocità, si risale al ruolo della densità; si arriva ad affermare che:

$$\frac{1}{1.3} \cdot F_{\max} \left(\rho = 1300 \frac{kg}{m^3} \right) \Big|_{h_i, v_i} = F_{\max} \left(\rho = 1000 \frac{kg}{m^3} \right) \Big|_{h_i, v_i}$$

Si nota che *non* sussiste invece una relazione lineare tra i risultati ottenuti per $c = 1450.6$ e $c = 150 \text{ m/s}$.

Inoltre, non sembra sussistere una dipendenza diretta tra forze di impatto e viscosità.

4.3.1.2 Caso 2: fronte fluido cilindrico

Imponendo al fronte una superficie cilindrica di raggio $R = 5.05 \text{ m}$ (con δ risultante pari a 10 cm), la scansione temporale delle pressioni di contatto fra il fronte del fluido e la parete nei primi istanti fornisce (Fig. 4-25):

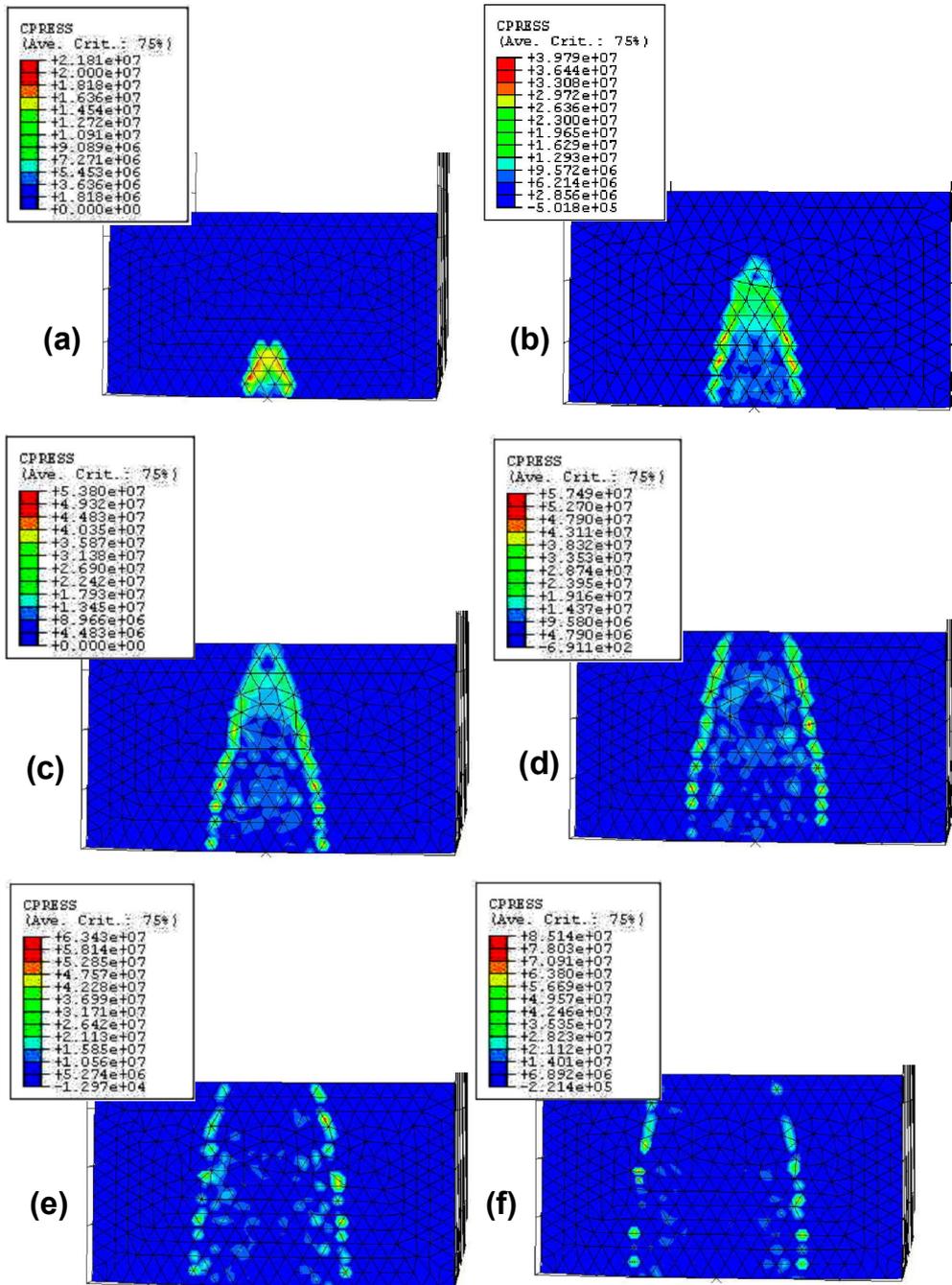


Fig. 4-25. Scansione temporale delle pressioni del corpo fluido di densità 1300 kg/m^3 , $h = 1.0 \text{ m}$, $c = 1450.6 \text{ m/s}$ e viscosità pari a $10^{-1} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ che urta la struttura a velocità 15 m/s ; (a): $t = 2,05 \cdot 10^{-4} \text{ s}$; (b): $t = 4,1 \cdot 10^{-4} \text{ s}$; (c): $t = 6,02 \cdot 10^{-4} \text{ s}$; (d): $t = 8,1 \cdot 10^{-4} \text{ s}$; (e): $t = 1 \cdot 10^{-3} \text{ s}$; (f): $t = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ s}$.

Anche in questo caso, le sovrappressioni che nascono al primo contatto tra la particella fluida ed il muro, dovute all'arresto pressoché istantaneo a partire da una velocità pari a 15 m/s , sono estremamente elevate: dell'ordine di grandezza di $\rho \cdot c_0 \cdot v_{imp}$

piuttosto che di $\rho \cdot v_{imp}^2$, pressione di stagnazione (Fig. 4-26). il valore risulta ancora inferiore a quello massimo teorico, e a parità di altri parametri, è comunque minore rispetto a quello ottenuto per un fronte piano.

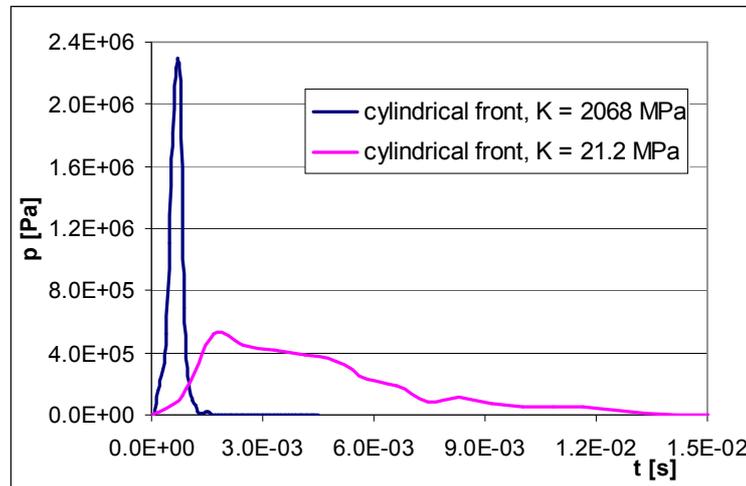
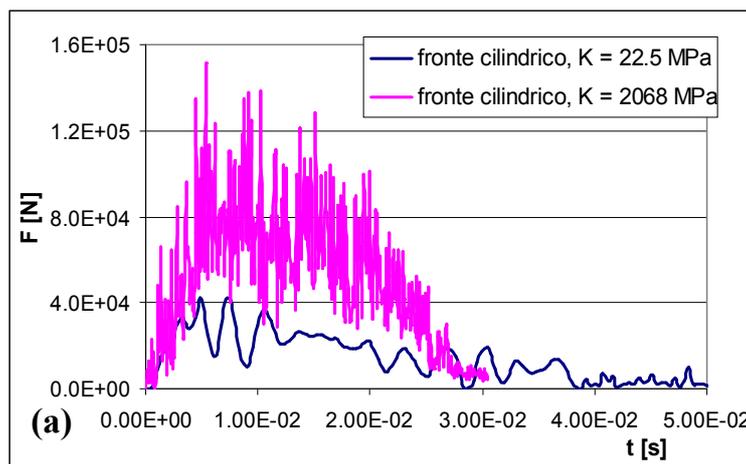


Fig. 4-26. Diagramma delle sovrappressioni che si generano nel nodo centrale del fronte fluido cilindrico a causa dell'impatto.

Per il fluido di densità 1000 kg/m^3 , altezza $h = 1 \text{ m}$ e viscosità $0.001 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ si ottiene per diverse velocità di impatto l'andamento delle forze riportato in Fig. 4-27.



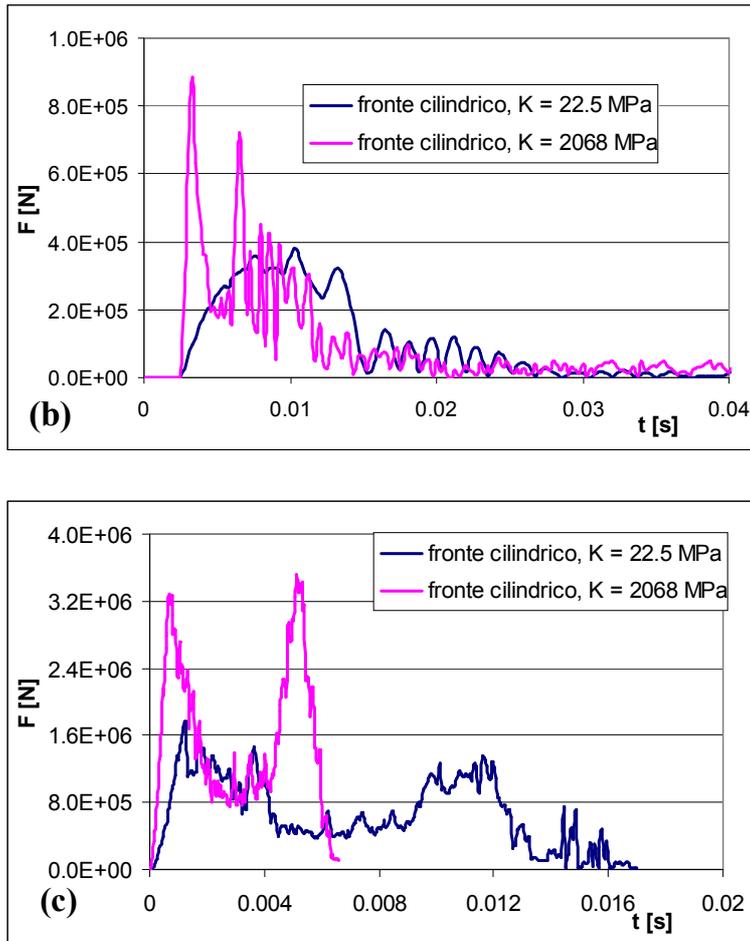


Fig. 4-27 (a), (b), (c). Forza d’impatto per un fronte cilindrico di densità 1000 kg/m^3 , viscosità $0.001 \text{ Pa}\cdot\text{s}$, che impatta il muro a velocità fissate e con diverse altezze; (a): $v = 1 \text{ m/s}$; (b): $v = 4 \text{ m/s}$; (c): $v = 15 \text{ m/s}$.

Si può notare, per $c = 1450.6 \text{ m/s}$ e per le velocità 4 m/s e 15 m/s la presenza di due picchi di intensità paragonabile. Inoltre il fenomeno risulta “diluito” nel tempo rispetto al caso di fronte piano.

Per $c = 150 \text{ m/s}$ le forze risultanti sono minori ed i tempi caratteristici maggiori rispetto al caso di acqua pura; le differenze però sono minori rispetto al caso di fronte piano. Per il fluido di densità 1300 kg/m^3 e viscosità $0.001 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ si ottengono le forze riportate nella Fig. 4-28.

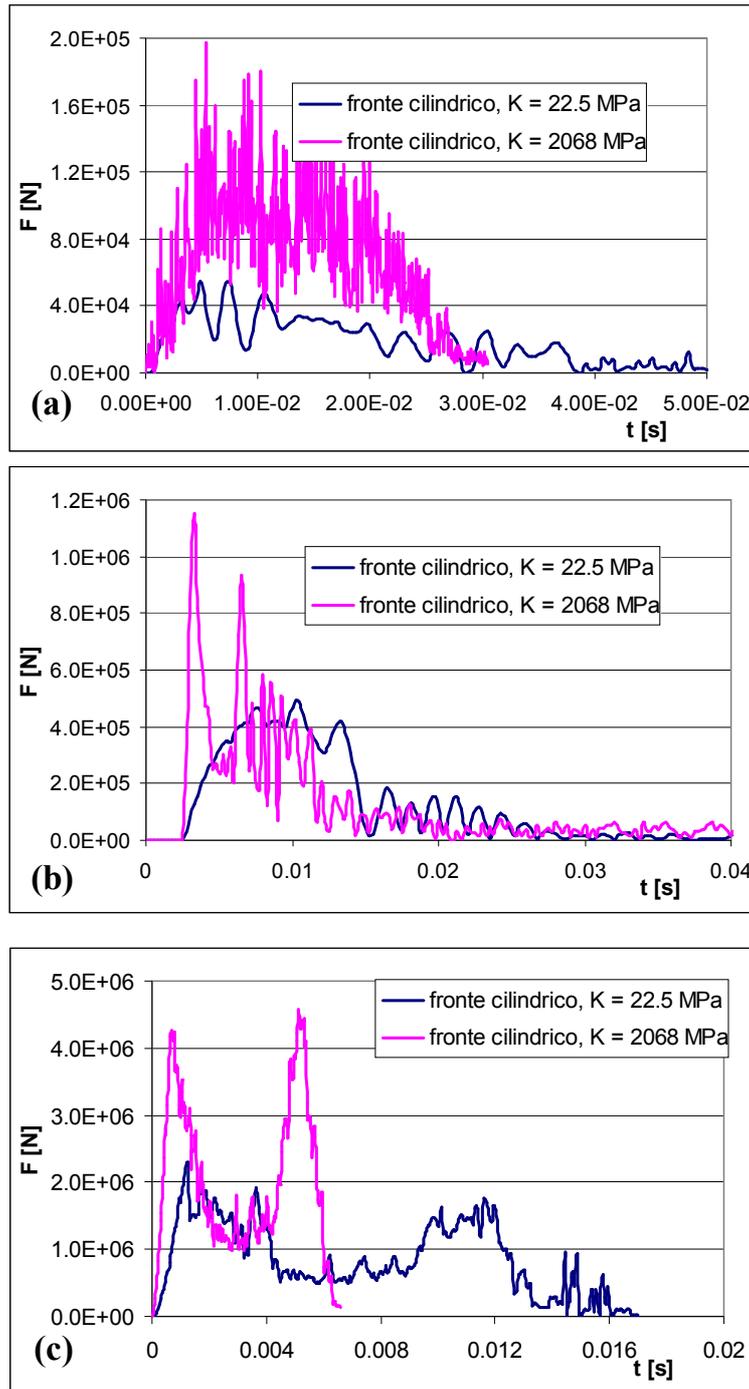


Fig. 4-28 (a), (b), (c). Forza d’impatto per un fronte costituito da una superficie cilindrica, di densità 1300 kg/m^3 , viscosità $0.001 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ che colpisce il muro a diverse velocità fissate e con diverse altezze;(a): $v = 1 \text{ m/s}$; (b): $v = 4 \text{ m/s}$; (c): $v = 15 \text{ m/s}$.

Nel caso di fronte cilindrico l’unica relazione di proporzionalità diretta sussistente è fra forza di impatto e densità.

4.3.2 CARATTERIZZAZIONE NUMERICA DELL'IMPULSO E RAPPRESENTAZIONE SEMPLIFICATA DEL FENOMENO

Nella precedente sezione si è analizzato l'impatto sotto determinate condizioni geometriche, cinematiche, reologiche.

Si è scoperto che nel caso ideale di fronte fluido piano e parallelo alla parete solida, le forze trasmesse all'impatto sono correlabili alle grandezze citate precedentemente.

Tale proporzionalità è persa nel caso più generico di fronte non piano.

Si impostano quindi analisi più dettagliate volte alla caratterizzazione dell'impulso, per scoprire se questa grandezza fisica possa essere correlabile a grandezze note della corrente.

4.3.2.1 Domini bidimensionali

Si sono impostate due diverse geometrie per il dominio fluido: sezione trasversale triangolare e sezione trasversale rettangolare.

La Tabella 4-2 riporta il piano delle analisi, in cui sono variati parametricamente la velocità d'impatto U , l'altezza del dominio h , la velocità di propagazione delle onde elastiche nel fluido c , la densità del fluido ρ e la viscosità dinamica μ .

In particolare, i valori di densità considerati si riferiscono all'acqua ($\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$) e ad una colata fluida; la risposta volumetrica della colata, inoltre, è assimilata a quella dell'acqua.

I valori delle velocità U assegnate hanno origine dalle analisi della propagazione di colate a comportamento di tipo fluido riportate da Revellino et al. (2003): nelle analisi, un modello costitutivo di tipo Voellmy è stato impiegato nello studio della propagazione nei dintorni della città di Sarno.

Tabella 4-2. Valori parametrici delle grandezze utilizzate nello studio dell'impatto di colate fluide contro strutture.

ρ [kg/m ³]	c [m/s]	h [m]	U [m/s]
1000, 1500	1450	0.5	5
		1	5, 10
		2	5
1000, 1500	150	1	5, 10

Nella seguente figura (Fig. 4-29) sono riportati i risultati per onda triangolare (I_T) e rettangolare (I_S).

Tali risultati sono inoltre confrontati con i valori teorici forniti dalle formulazioni di Cooker (2002) e Korobkin (1997) per i due casi limite di impatto elastico ed anelastico.

Si nota che i risultati delle analisi numeriche condotte si collocano tra i due estremi teorici.

Inoltre, le analisi mostrano che il *valore dell'impulso non è marcatamente sensibile a variazioni della compressibilità del fluido*.

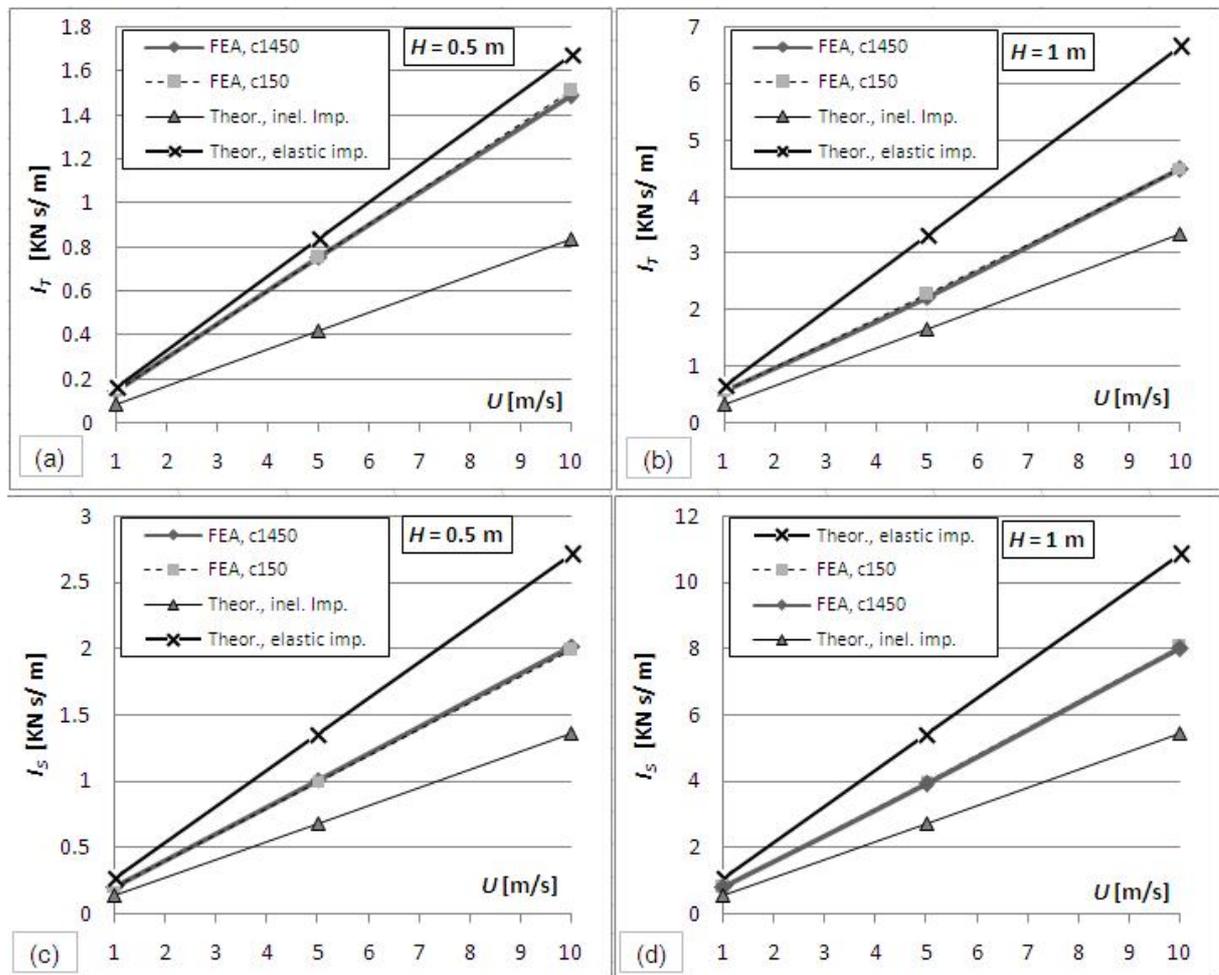


Fig. 4-29. Impulsi della forza di impatto valutati per densità $\rho_0 = 1000 \text{ kg/m}^3$; onda triangolare: (a) $H = 0.5$ m; (b) $H = 1$ m; onda rettangolare: (c) $H = 0.5$ m; (d) $H = 1$ m.

4.3.2.2 Domini tridimensionali

La medesima procedura è stata seguita per l'analisi di impatti 3D di corpi fluidi contro strutture, imponendo diverse forme al fronte d'impatto (Fig. 4-30):

- fronte piano vertical (Fig. 4-30a);
- fronte "a cuneo" (Fig. 4-30b);
- fronte cilindrico (Fig. 4-30c);
- fronte piano inclinatore (Fig. 4-30d).

Si sono inoltre assegnati al fluido ($c_0 = 150$ m/s, 1450 m/s), due valori di altezza del dominio fluido ($H = 0.5$, 1 m), due valori del rapporto tra larghezza del dominio fluido (b) e altezza (H) ($b/H = 1$, 3), tre valori della velocità d'impatto ($U = 1$, 5, 10 m/s) e, in caso di fronte non piano e verticale, due valori del parametro δ ($\delta = 0.05$ m, 0.10 m, Fig. 4-30).

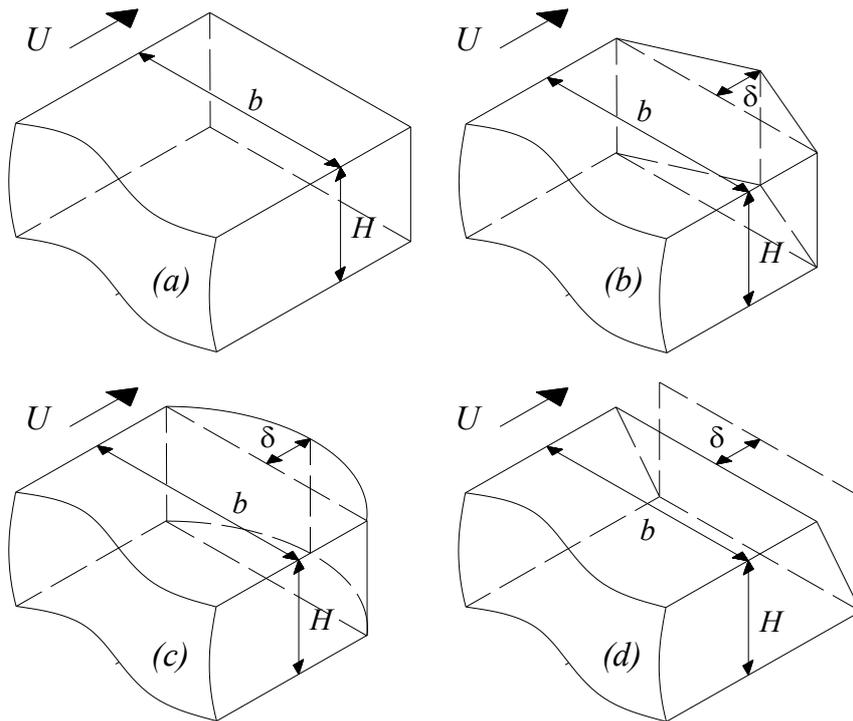


Fig. 4-30. Impatto di onde 3D; schemi geometrici dei corpi impattanti impostati nel modello agli elementi finite; (a) fronte piano; (b) fronte "a cuneo"; (c) fronte curvo; (d) fronte piano, inclinato.

Si riporta, a titolo di esempio, il confronto fra le evoluzioni delle forze di impatto per le quattro geometrie, nei due casi di velocità $U = 5$ m/s e 10 m/s (Fig. 4-31).

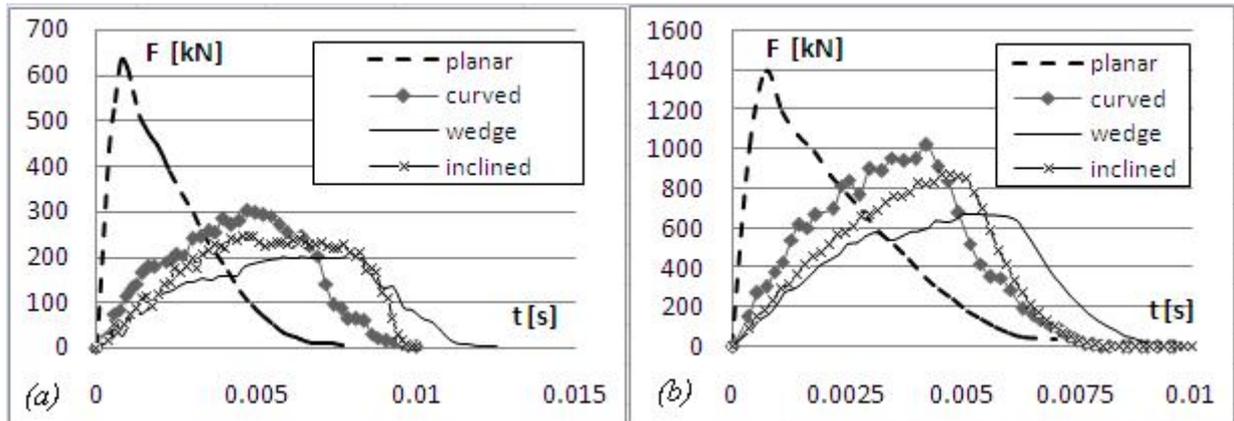


Fig. 4-31. Evoluzione nel tempo t della forza F ; risultati ottenuti per i valori di $c_0 = 150$ m/s; $H = b = 1$ m; $\delta = 5$ cm; (a): $U = 5$ m/s; (b): $U = 10$ m/s.

Si può notare che, nel caso di impatto di fronte piano, la forza di impatto raggiunge il suo massimo valore; contestualmente, la durata del fenomeno è più breve rispetto agli altri casi.

Tuttavia, se la velocità è relativamente modesta, (Fig. 4-31 b vs a) le differenze tra fronte piano verticale e non, diminuiscono.

In Fig. 4-32 si mostrano i contour dell'evoluzione degli incrementi di pressione all'impatto (ottenuti per $\rho_0 = 1000$ kg/m³, $c_0 = 150$ m/s, $U = 5$ m/s) per le geometrie riportate in Fig. 4-30a, c, d; il meccanismo di sviluppo e successivo rapido decadimento dei valori di pressione è analogo a quanto visto precedentemente.

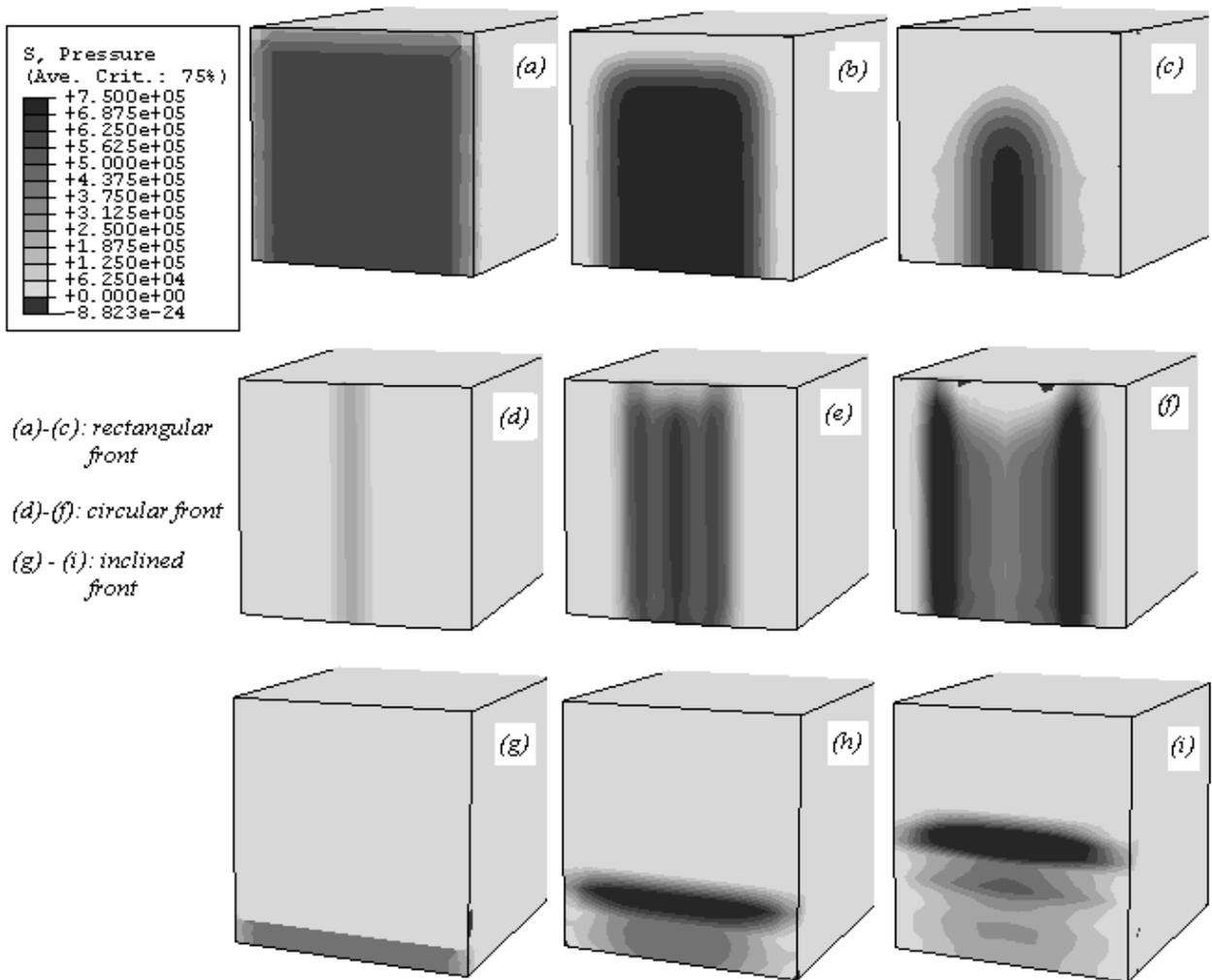


Fig. 4-32. Contours dell'incremento di pressione Δp all'impatto; risultati ottenuti per $c_0 = 150$ m/s; $H = b = 1$ m; $U = 5$ m/s.

La Tabella 4-3 riporta, in sintesi, tutti i valori di impulso I calcolati per i diversi casi considerati, attraverso l'integrazione nel tempo delle forze.

I medesimi valori sono rappresentati sui grafici di Fig. 4-33. L'analisi della figura mostra chiaramente che i valori di I sono del medesimo ordine di grandezza, al variare della forma assegnata al fluido; inoltre, anche per il caso 3D, come nel caso 2D, il valore dell'impulso è indipendente dal valore della compressibilità.

I massimi valori dell'impulso sono ottenuti per il caso di fronte piano, che quindi costituisce un limite superiore.

Tabella 4-3. Valori calcolati dell'impulso I .

planar front (Fig. 3D-1a)		$c_0 = 150 \text{ m/s}$				$c_0 = 1450 \text{ m/s}$			
		$b = H$		$b = 3H$		$b = H$		$b = 3H$	
U [m/s]	$H=0.5\text{m}$	1.0m	0.5m	1.0m	0.5m	1.0m	0.5m	1.0m	
1	0.05	0.36	0.25	1.95	0.05	0.35	0.25	1.97	
5	0.26	1.79	1.24	9.41	0.25	1.76	1.26	9.95	
10	0.52	3.75	2.49	19.46	0.53	3.71	2.52	19.71	

wedge front (Fig. 3D-1b)		$c_0 = 150 \text{ m/s}$				$c_0 = 1450 \text{ m/s}$			
		$b = H$		$b = 3H$		$b = H$		$b = 3H$	
U [m/s]	$H=0.5\text{m}$	1.0m	0.5m	1.0m	0.5m	1.0m	0.5m	1.0m	
$\delta=0.05 \text{ m}$	1	0.03	0.31	0.22	1.38	0.04	0.31	0.22	1.38
	5	0.18	1.60	1.08	7.10	0.19	1.61	1.11	7.17
	10	0.44	3.51	2.14	14.53	0.45	3.58	2.12	14.53
$\delta=0.1 \text{ m}$	1	0.03	0.30	0.21	1.18	0.03	0.30	0.21	1.17
	5	0.17	1.53	1.01	6.85	0.17	1.55	1.02	6.78
	10	0.41	3.43	2.05	14.13	0.42	3.44	2.03	14.13

curved front (Fig. 3D-1c)		$c_0 = 150 \text{ m/s}$				$c_0 = 1450 \text{ m/s}$			
		$b = H$		$b = 3H$		$b = H$		$b = 3H$	
U [m/s]	$H=0.5\text{m}$	1.0m	0.5m	1.0m	0.5m	1.0m	0.5m	1.0m	
$\delta=0.05 \text{ m}$	1	0.04	0.34	0.23	1.53	0.04	0.34	0.22	1.56
	5	0.21	1.76	1.20	7.89	0.21	1.75	1.19	7.82
	10	0.48	3.69	2.38	16.33	0.47	3.69	2.38	16.34
$\delta=0.1 \text{ m}$	1	0.04	0.33	0.22	1.53	0.03	0.35	0.21	1.55
	5	0.19	1.74	1.12	7.61	0.20	1.72	1.13	7.77
	10	0.46	3.68	2.36	16.27	0.46	3.68	2.34	16.27

inclined front (Fig. 3D-1d)		$c_0 = 150 \text{ m/s}$				$c_0 = 1450 \text{ m/s}$			
		$b = H$		$b = 3H$		$b = H$		$b = 3H$	
U [m/s]	$H=0.5\text{m}$	1.0m	0.5m	1.0 m	0.5m	1.0m	0.5m	1.0m	
$\delta=0.05 \text{ m}$	1	0.04	0.28	0.20	1.74	0.04	0.28	0.21	1.76
	5	0.18	1.42	1.08	8.56	0.18	1.43	1.08	8.60
	10	0.38	3.56	2.19	17.51	0.39	3.56	2.21	17.50
$\delta=0.1 \text{ m}$	1	0.03	0.27	0.19	1.65	0.03	0.27	0.18	1.64
	5	0.16	1.38	1.04	8.21	0.17	1.40	1.05	8.20
	10	0.34	3.44	2.05	17.01	0.35	3.47	2.06	17.05

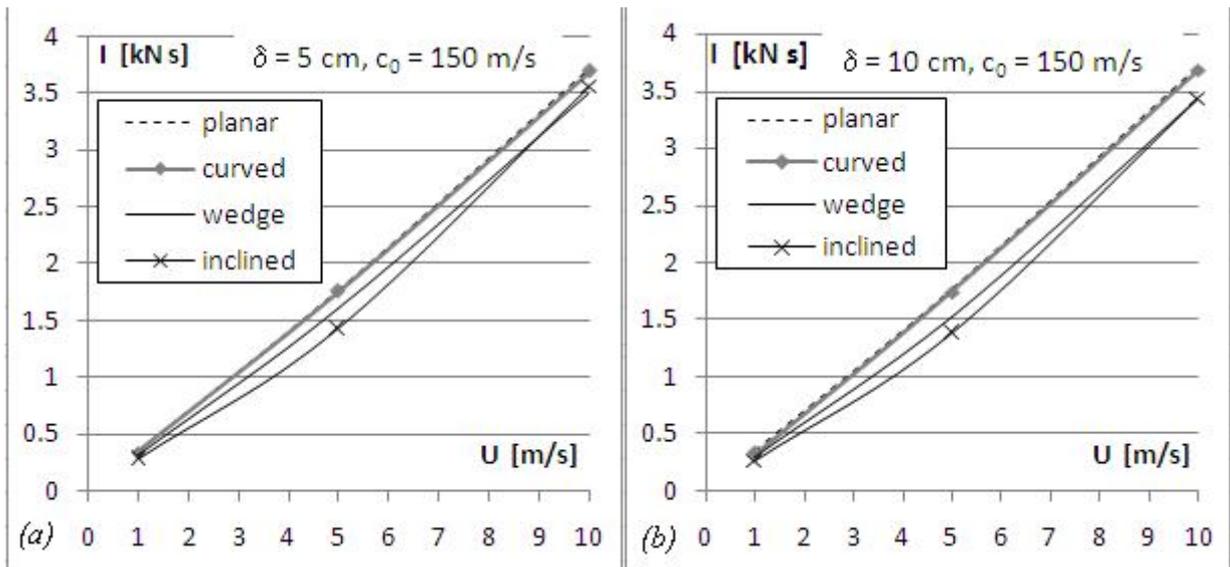


Fig. 4-33. Confronto fra gli impulse I valutati con analisi numeriche agli elementi finite.

4.3.2.3 Sintesi dei risultati

In virtù dell'invarianza dell'impulso nei confronti della compressibilità del fluido, che, in termini pratici, si riconduce ad una indipendenza da contenuto d'aria e di solidi, parametri difficilmente valutabili in fase di progettazione di strutture di difesa contro colate detritiche, si forniscono relazioni analitiche, utili per la progettazione:

$$I = 0.40 \rho_0 U H b^2 \quad \text{if } b/H = 1$$

$$I = 0.22 \rho_0 U H b^2 \quad \text{if } b/H = 3$$

$$I = 0.78 \rho_0 U H^2 \quad \text{if } b/H \rightarrow 0 (b \gg H); I \text{ valutato per unità di larghezza.}$$

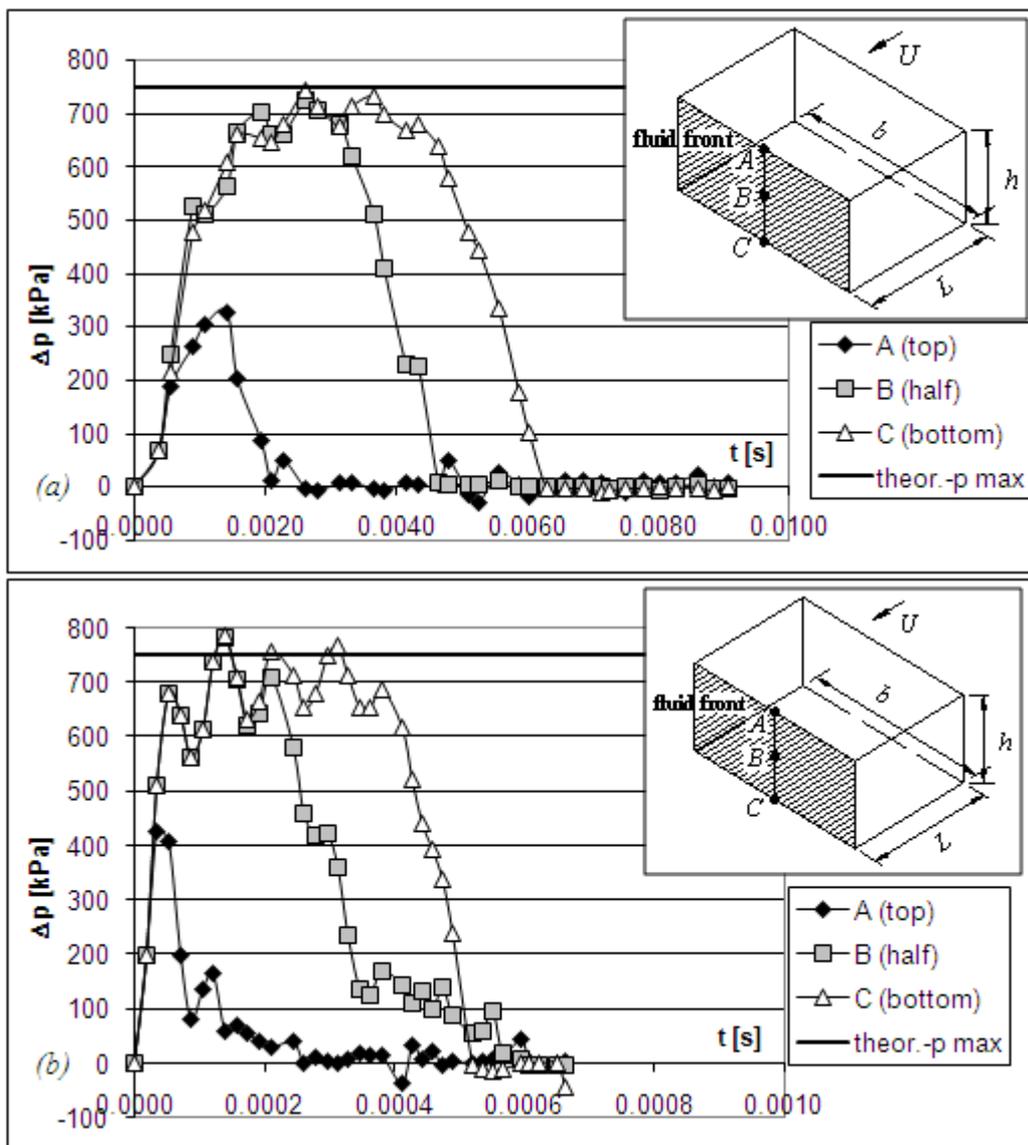
4.4 INTERPRETAZIONE DI DATI SPERIMENTALI RACCOLTI CON MODELLI A PICCOLA SCALA

I risultati delle analisi numeriche mostrano che lo sviluppo delle pressioni che si generano all'impatto sul fronte fluido variano a seconda della posizione sul fronte considerata.

A partire dalle porzioni in sommità, scendendo verso il basso, l'azione di confinamento sul fluido aumenta; la pressione massima agisce quindi più a lungo.

Le dimensioni degli apparati sperimentali usualmente utilizzati in laboratorio sembrano quindi assumere un ruolo fondamentale; se, con riferimento alla Fig. 4-34, l'altezza del fronte all'impatto è pari a 0.05 m (5 cm, un valore tipico nei test di laboratorio) l'incremento di pressione del punto A, il meno confinato, sul fronte, svanisce in un intervallo di tempo estremamente ridotto.

Si inoltre, che la posizione dei trasduttori di pressione, nelle sperimentazioni, è importante, come, del resto, la forma assunta dal fronte all'impatto (Fig. 4-34c, fronte inclinato, con altezza pari a 5 cm).



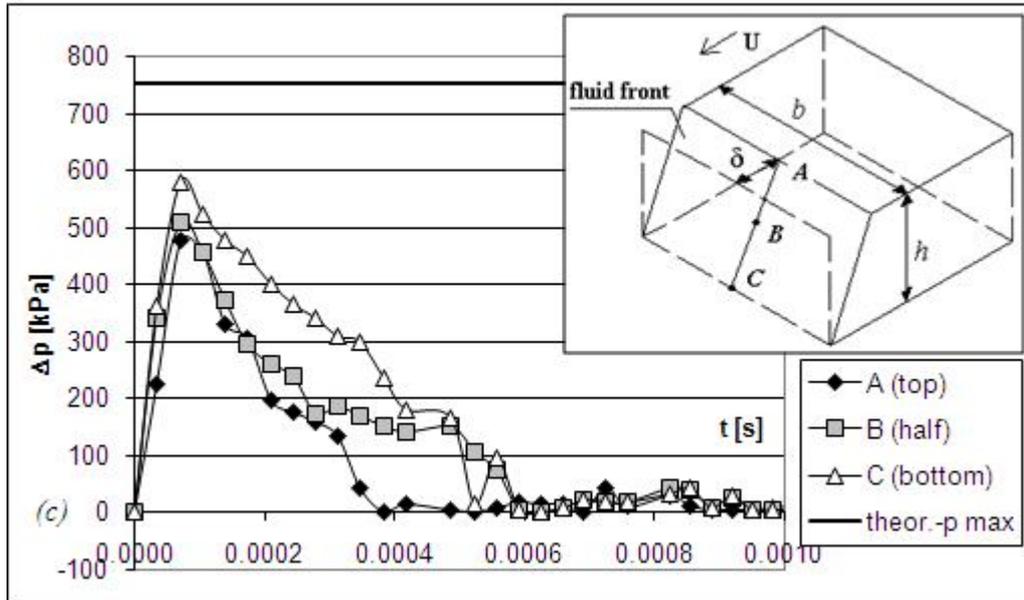


Fig. 4-34. Risultati del modello FEM in termini di sviluppo nel tempo delle pressioni d'impatto (Δp) sul fronte fluido, ottenute per $\rho_0 = 1000 \text{ kg/m}^3$, $U = 5 \text{ m/s}$, $c_{00} = 150 \text{ m/s}$; (a) $H = 1 \text{ m}$; (b) $H = 0.05 \text{ m}$; (a) e (b) sono caratterizzate da scale temporali differenti.