



**UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA
"TOR VERGATA"**

FACOLTA' DI INGEGNERIA

DOTTORATO DI RICERCA IN
INGEGNERIA DELL'ENERGIA E AMBIENTE

XXI CICLO

ANALISI COMPUTAZIONALE DELL'AEROACUSTICA DI UN
PNEUMATICO IN ROTOLAMENTO

Carlo Fabrizi

A.A. 2009/2010

Docente Tutor: Prof. Gino Bella

Coordinatore: Prof. Fabio Gori

Abstract

Il traffico stradale è una delle maggiori fonti di inquinamento acustico della società moderna. Conseguentemente, lo sviluppo dei nuovi veicoli è soggetta a direttive sempre più stringenti in termini di emissione rumorosa. Le maggiori sorgenti di rumore dei comuni veicoli stradali sono il rumore del motore, quello della trasmissione, il rumore aerodinamico e quello dell'interazione pneumatico-strada. Quest'ultimo diventa dominante tra i 50 e 100 km/h, velocità tipiche dei tratti urbani ed extra-urbani. Il rumore derivante dall'interazione pneumatico-strada è la combinazione di vibrazioni strutturali e fenomeni aeroacustici che generano e amplificano/riducono il suono emesso dal pneumatico. L'analisi numerica presentata in questa tesi ha lo scopo di investigare i meccanismi di generazione del rumore aeroacustico del pneumatico e allo stesso tempo fornire uno strumento di sviluppo di coperture a basso impatto acustico.

Il presente lavoro è diviso in due parti, l'analisi dell'aerodinamica stazionaria e l'analisi aeroacustica del pneumatico in rotolamento. Nella prima, lo studio della soluzione numerica delle Navier-Stokes mediate ha consentito di evidenziare i fenomeni aerodinamici, come separazioni o flussi a getto, che possono originare emissione acustica. Nella seconda parte tali aspetti sono stati analizzati con maggiore dettaglio per mezzo delle analogie aeroacustiche, definendo la reale capacità di predizione dello strumento numerico e fornendo suggerimenti per lo sviluppo di pneumatici più silenziosi.

Ringraziamenti

I miei ringraziamenti vanno innanzitutto agli ingegneri Fernando Baldoni e Beatrice Mellara per aver creduto al progetto e per aver messo a mia disposizione le risorse necessarie al compimento dello studio. In ambito universitario devo ringraziare il mio Tutor, il Prof. Gino Bella, e il Coordinatore della scuola di dottorato in “Ingegneria dell’Energia e Ambiente” dell’Università degli Studi Tor Vergata, il Prof. Fabio Gori. Il primo per avermi introdotto nel mondo della fluidodinamica computazionale, il secondo per i seminari di specializzazione che hanno fatto crescere le mie competenze. Proprio in occasione di un seminario di Fluidodinamica Numerica ho avuto l’opportunità di conoscere il Prof. Roberto Verzicco, a cui vanno i miei più sentiti ringraziamenti per essersi interessato a questo progetto grazie alla sua enorme passione per l’investigazione scientifica. Senza i suoi preziosi e non interessati consigli difficilmente questa lavoro avrebbe potuto concludersi.

Infine ringrazio i miei familiari per l’infinito supporto morale. I miei colleghi, Luca Emiliano e Massimo, le mie coinquiline, Monia e Simona, e tutti i miei amici per la smisurata pazienza.

Indice

1	Introduzione	1
1.1	La Ricerca Acustica in ambito Industriale	1
1.2	La nuova regolamentazione Europea sulle Emissioni rumorose del Pneumatico	2
1.3	Il test di Pass-by in Coast Down	5
1.4	Meccanismi di generazione del Rumore dall'interazione Pneumatico-Strada.....	8
2	La Fluidodinamica Computazionale	12
2.1	Introduzione	12
2.2	Reynolds Averaged Navier-Stokes	21
2.3	Large Eddy Simulation.....	30
3	L'Aeroacustica Computazionale.....	37
3.1	Introduzione	37
3.2	L'acustica in campo libero per un fluido a riposo	39
3.3	Le analogie aeroacustiche	47
3.4	L'aeroacustica di un condotto	53
4	L'aerodinamica stazionaria di un pneumatico in rotolamento.....	62
4.1	Introduzione	62
4.2	Il modello di pneumatico e la griglia di calcolo	62
4.3	La validazione sul modello statico.....	69
4.4	L'aerodinamica del pneumatico in rotolamento.....	75
5	Analisi Aeroacustica di un pneumatico in rotolamento	87
5.1	Introduzione	87
5.2	La griglia poliedrica e il setup della simulazione LES.....	88
5.3	Analisi dell'aerodinamica non-stazionaria	95
5.4	Analisi AeroAcustica	106
	Riferimenti Bibliografici.....	117

1 Introduzione

1.1 La Ricerca Acustica in ambito Industriale

Il suono è parte della nostra vita. Tramite il suono riusciamo a comunicare con le persone, la musica ci permette di godere del suono e stimola le nostre emozioni e amplifica i nostri stati umorali. Ma ci avverte anche di un pericolo imminente, l'azionamento del clacson da parte di un automobilista infatti non è nient'altro che un avviso acustico.

Il suono diventa rumore quando se ne percepisce il fastidio associato. Il rumore è uno delle più citate fonti di inquinamento urbane. L'effetto del rumore è cumulativo e può provocare notevoli stati di stress nei soggetti esposti. È il caso del rumore di fondo presente in ambito lavorativo che spesso non ci consente di concentrare tutta la nostra attenzione sul lavoro. Anche la qualità del sonno è ridotta se si è esposti al rumore. Lo studio del rumore, quindi, è diventato di fondamentale importanza negli ultimi anni laddove l'attenzione è sempre maggiormente rivolta a un miglioramento della qualità della vita.

Non c'è dubbio infatti che il rumore abbia un impatto sulla salute. L'inquinamento acustico può comportare ipertensione, alti livelli di stress, perdita di udito e disturbi del sonno. Differenti studi hanno dimostrato che il rumore interferisce con il sonno in varie forme: può infatti accorciare il tempo in cui ci si riposa, aumentare il numero di risvegli notturni e può influenzare la lunghezza delle varie fasi del sonno (NREM da 1 a 5 e REM). Data l'importanza del sonno per la salute dell'individuo, il rumore arriva a generare patologie della psiche quali smemoratezza, depressione e a volte attacchi di panico.

La maggior parte delle sorgenti di rumore sono costruite dall'uomo, in particolar modo ci riferiamo al traffico stradale, quello aereo e dei treni. Ma guardando all'interno delle nostre abitazioni possiamo scoprire molte altre sorgenti di rumore, come per esempio gli elettrodomestici. Se si considera il rumore dal punto di vista tecnico, scopriamo che può essere causato da vari fenomeni di interazione:

- Rumore da Attrito (p.es. Riduttore di velocità)
- Rumore da Vibrazione Strutturale (p.es. Organo rotante con eccentrico)
- Rumore da Combustione (p.es. motori a Combustione Interna)
- Rumore da Shock (p.es. Esplosioni, Bang Supersonico)
- Rumore Aerodinamico (p.es. interazione fluido-struttura)

Qualunque sia l'origine del rumore, il mondo dell'industria si è trovata di fronte a una veloce sensibilizzazione dell'opinione pubblica e degli enti regolamentatori nei confronti di questa tematica. Sempre più spesso i governi stanno tutelando i propri cittadini proponendo leggi sulle emissioni acustiche, ma anche linee guida sulla certificazione di veicoli e macchinari in base a livello di rumorosità. Naturalmente l'industria non è stata con le mani in mano di fronte a una tale necessità. Un esempio molto eloquente è quanto successo al mercato degli aerotrasporti in seguito alle nuove normative sulle emissioni acustiche. Molte compagnie aeree sono state obbligate ad abbandonare i loro aerei più vecchi e rumorosi. Molti aeroporti non permettono più il loro atterraggio o decollo a meno che l'operatore non paghi salate multe. Così le compagnie aeree si sono trovate di

fronte a una nuova spesa nei loro conti che li ha portati a trovare soluzioni per abbattere la rumorosità dei loro jet. Ad oggi quella aerospaziale è l'industria che più ha investito e allo stesso tempo ha più ridotto il proprio contributo all'inquinamento acustico.

All'interno di questo lavoro ci concentreremo in particolare sul rumore aeroacustico, cioè quello generato da particolari sistemi di strutture vorticose. L'aeroacustica è un tema che sta diventando sempre più importante nel mondo dell'industria dei trasporti visto che il target di sviluppo per il futuro è quello di aumentare la velocità del vettore diminuendone la rumorosità. Questa è una sfida molto ambiziosa dal punto di vista ingegneristico perché il rumore aeroacustico cresce con la quinta o sesta potenza della velocità del veicolo. Questa forte riduzione del rumore può essere realizzata solo attraverso un processo di sviluppo guidato da robusti e veloci modelli di aeroacustica computazionale.

Come vedremo nel prossimo paragrafo anche il mondo del pneumatico sta per essere profondamente modificato dalle nuove regolamentazioni europee che limitano le emissioni acustiche dovute all'interazione pneumatico-strada.

1.2 La nuova regolamentazione Europea sulle Emissioni rumorose del Pneumatico

Il rumore generato dal traffico stradale è la maggiore fonte di inquinamento acustico a cui siamo sottoposti. Sebbene standard sulle emissioni acustiche dei veicoli stradali siano state introdotti fin dagli anni settanta, il livello di rumore stradale non è andato diminuendo. I miglioramenti tecnologici avvenuti in questi anni sono stati infatti cancellati dall'aumento del traffico automobilistico e dalla tendenza nel settore automotive a produrre veicoli più pesanti e prestazionali con gommature di dimensioni maggiori.

Tipicamente si può considerare il rumore stradale come formato da tre distinte fonti:

- L'emissione acustica del motore e tutti gli organi meccanici collegati (sistema di aspirazione, scarico, distribuzione etc.)
- Il rumore derivante dal contatto Pneumatico-Strada
- Il rumore Aeroacustico (Aerodinamica Esterna del veicolo e interazione Pneumatico-Strada-Aria)

Il rumore meccanico del motore è preponderante alle basse velocità (sotto i 30 km/h per le automobili), a velocità più elevate diventa dominante il rumore del rotolamento del pneumatico mentre quello aerodinamico del corpo vetture acquista un'importanza maggiore a velocità più alte di 100 km/h.

La direttiva europea attualmente in vigore (70/157/CEE) stabilisce un limite di emissione di 74 dB per le auto e 80 dB per i mezzi pesanti. È quindi una norma più stringente per gli autotrasporti visto che include nel limite tutte le possibili fonti di rumore (motore incluso).

Questa direttiva Europea segue in realtà quella dell'United Nations Economic Commission for Europe (UN-ECE) che armonizza le regole di emissione rumorosa per i veicoli stradali. Ad oggi però, ad un restringimento dei limiti acustici dei veicoli non è corrisposto una reale riduzione del rumore derivante dal traffico stradale. Infatti i cicli di test per la certificazione del rumore emesso dai veicoli stradali non rifletteva le reali

condizioni di guida dell'utente medio. Per esempio i test non includevano il classico ciclo urbano di stop-start al semaforo. Inoltre i parametri di giudizio del test permettevano di progettare i veicoli per stare sotto il limite solo nelle condizioni di test anche quando in condizioni normali fossero ben più rumorosi [vedi Cycle Beating]. La ricerca di un nuovo standard di test che fosse più fedele alle reali condizioni di utilizzo ha rallentato l'introduzione di limiti più stringenti sulle emissioni sonore dei veicoli stradali. Dopo un lungo periodo di studio il Parlamento Europeo ha approvato un nuovo regolamento che fissa i requisiti di omologazione dell'intero autoveicolo come delle singole componenti. Il nuovo regolamento sarà applicabile dal 1° Novembre 2012.

L'inquinamento acustico dovuto al pneumatico è aumentato col tempo a seguito della tendenza a equipaggiare gli autoveicoli con pneumatici più larghi. Per questo motivo una direttiva Europea (2001/43/EC) integra le norme sonore del veicolo con procedure di test per le emissioni acustiche del pneumatico in rotolamento.

Come mostrato in figura 1-1 le norme attualmente in vigore hanno un minimo impatto sugli effettivi livelli sonori del pneumatico. Il 96% delle gomme ad oggi disponibili sul mercato rispettano i limiti della 2001/43/EC. Mentre la metà dei campioni scelti risulta al di sotto di 3 dB al limite corrente, segno che la tecnologia per produrre pneumatici meno rumorosi già esiste e che gli attuali standard non servono a raggiungere gli scopi di riduzione di inquinamento acustico

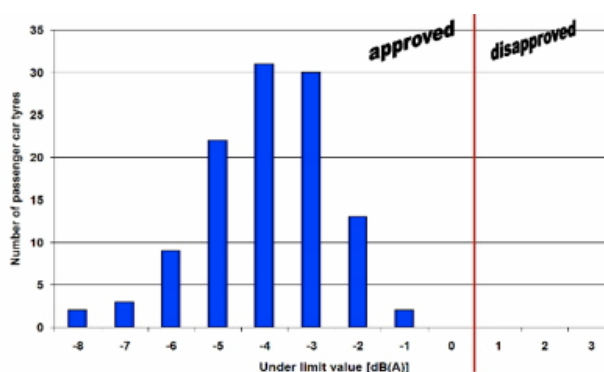


figura 1-1: Popolazione dell'emissione rumorosa delle coperture passenger rispetto ai limiti attuali.

stradale che la Comunità Europea si era prefissata. I produttori di pneumatici finora non sono stati incentivati a produrre pneumatici più silenziosi. Alcune gomme in produzione sono 8 dB al di sotto dei limiti ma questa informazione non disponibile per il consumatore, la silenziosità non è un attributo commercialmente sfruttabile.

All'annuncio della Commissione Europea di rivedere la regolamentazione del pneumatico è seguito uno studio dell'FEHRL [1,2] per verificare l'effettivo impatto della riduzione di rumorosità sulla sicurezza (Tenuta di strada su bagnato) e sul risparmio energetico (Resistenza al Rotolamento). Lo studio ha visto la collaborazione di diverse enti di ricerca quali il Transport Research Laboratory (UK) , il VTI (Svezia), il Bast/RWTUEV (Germania), l'Arsenal Research (Austria) e il DWV (Olanda). Da questo lavoro è emerso che:

- Gomme più silenziose non compromettono la sicurezza (tenuta sul bagnato, acquaplaning) o il risparmio energetico (Resistenza al Rotolamento).
- Il limite acustico proposto porterebbe a una riduzione globale dell'inquinamento acustico stradale di più di 3dB, equivalente a ridurre il livello di rumore di circa la metà.
- La riduzione dei limiti di Noise non porta ad un aumento dei costi di produzione. La tecnologia per raggiungere tale scopo è già alla portata dei produttori di pneumatici.

- Scenari conservativi stimano un beneficio economico derivante da auto più silenziose che va da 48 a 123 miliardi di Euro in Europa nel periodo dal 2010 al 2022.

Per questi motivi il Council of Ministers of the Regulation ha approvato il 22 Giugno del 2009 i limiti di Emissione Acustica per il pneumatico riportati in tabella 1-1, limiti che entreranno in vigore dal Novembre 2012 [3]. Disponendo che da quella data sulle nuove coperture fosse applicata una etichettatura sul fianco del pneumatico che permettesse di informare il consumatore sulle caratteristiche di rumorosità del prodotto (figura 1-2).

Tyre class	Tyre width	Current limits dB(A)	New limits dB(A)	Implementation New tyre type-approval	Implementation Entire market
C1A	≤ 185	72/74	70	Nov 2012	Nov 2016
C1B	> 185 ≤ 215	75	71		
C1C	> 215 ≤ 245	76	71		
C1D	> 245 ≤ 275	76	72		
C1E	> 275	76	74		
C2	Normal	75	72		
	Traction	77	73		
C3	Normal	76	73		
	Traction	78	75		

tabella 1-1: Vecchi e nuovi limiti di emissione acustica per le classi passenger e truck.

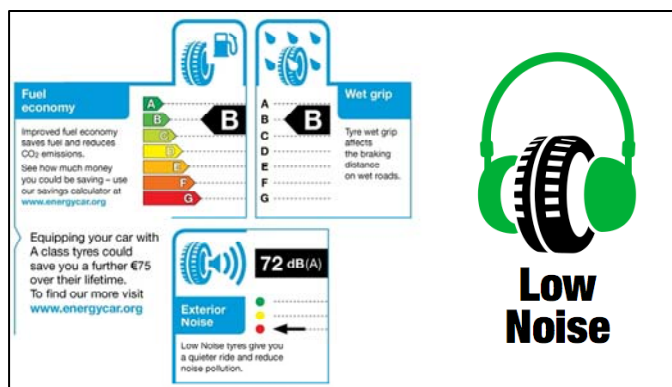


figura 1-2: Etichettatura obbligatoria sui fianchi del pneumatico indicante il livello di resistenza al rotolamento, dell'emissione rumorosa e di tenuta sul bagnato.

1.3 Il test di Pass-by in Coast Down

La direttiva 2001/43/CE del Parlamento Europeo e del Consiglio del 27 Giugno 2001 regola l'omologazione CE per un tipo di veicolo o pneumatico. Al suo interno si definisce la procedura di test per valutare il rumore prodotto dal rotolamento del pneumatico sul rivestimento stradale. La procedura intende determinare un valore numerico del livello sonoro prodotto da diversi tipi di pneumatici montati su diversi tipi di veicoli a motore. Tuttavia la normativa considera che “i pneumatici sono progettati tenendo conto di parametri relativi alla sicurezza e all'ambiente e che un vincolo su un parametro può influire sugli altri. Stabilendo le prescrizioni sul rumore di rotolamento si dovrebbe inoltre tenere presente che vi è una continua evoluzione delle norme internazionali relative alla superficie stradale, per l'azione dell'Organizzazione internazionale per la standardizzazione (ISO), e di quelle relative ai requisiti di resistenza e sicurezza dei pneumatici, per l'azione della Commissione economica per l'Europa delle Nazioni Unite”[4]. La direttiva ammette che esista una relazione tra le performance del pneumatico e che il test è enormemente influenzato dalle caratteristiche del manto stradale sul quale viene effettuata la prova. Vedremo in seguito come la norma cerca di restringere la variabilità della misura in base a correzioni basate su osservazioni sperimentali. Al contempo la norma vincola la variabilità di produzione, il livello sonoro massimo del pneumatico sottoposto alla prova non deve superare di più di 1 dB(A) il valore limite definito in tabella 1-1.

Il test va eseguito su di un treno di quattro pneumatici aventi le stesse dimensioni e scolpitura del battistrada. Il valore di rumorosità del pneumatico è il livello di massima pressione sonora registrato dai microfoni situati nel campo di prova durante la corsa a motore spento del veicolo di test (vedi figura 1-3).

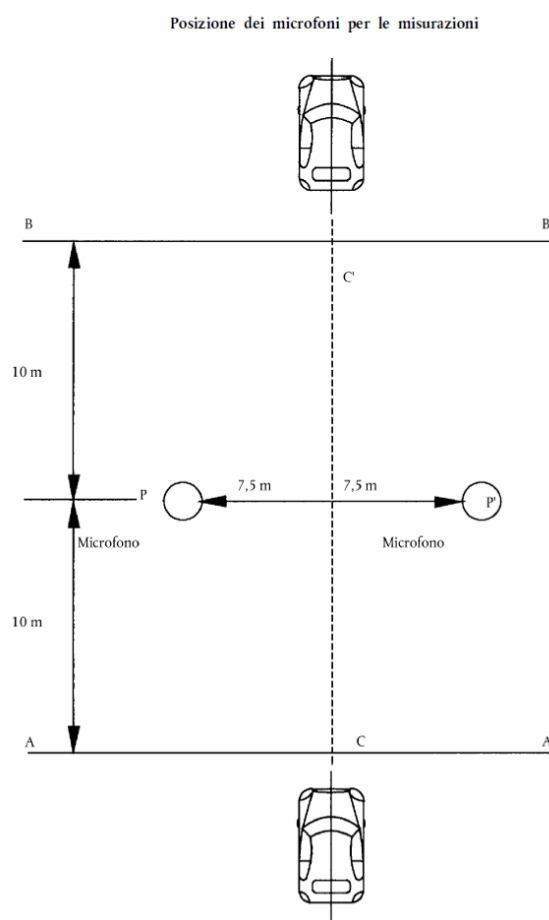


figura 1-3: Posizione dei microfoni nel test di pass-by.

Tutte le misure acustiche sono riferite al segnale acustico in frequenza pesato con filtro A, che, come è noto, è assimilabile alla capacità uditiva dell'orecchio umano.

La direttiva prevede che la misura venga svolta su pneumatici che abbiano effettuato almeno 100km (rodaggio) per evitare che difetti di produzione o stampaggio possano influenzare la prova. La pressione di gonfiaggio deve essere di 250 kPa per pneumatici normali e 290 kPa per i rinforzati, mentre il carico della vettura di test deve essere pari al

75% del peso associato alla capacità di carico. Come è possibile vedere dalla figura 1-3 due microfoni devono essere posizionati a 7.5 m dalla linea di passaggio del veicolo (linea CC') e ad 1.2 m dal suolo orientati in modo tale da avere la direzione di massima sensibilità ortogonale al percorso di prova. Durante la misurazione il veicolo deve percorrere il campo di misura da AA' a BB' a motore spento e in folle in modo tale che il suo piano mediano sia il più vicino possibile alla linea CC'. La prova è completata quando sono stati effettuati 4 passaggi a velocità superiore a quella di riferimento, cioè 80 km/h, e 4 passaggi a velocità inferiore a quella di riferimento ma sempre nel range che va da 70 a 90 km/h.

Il valore finale della misura sarà espresso dalla relazione:

$$L_R = \bar{L} - a \cdot \bar{v} \quad (1.1)$$

con il valore espresso in dB(A) dove

$$\bar{L} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n L_i \quad (1.2)$$

è il valore medio dei livelli sonori L_i , n è il numero di misurazioni,

$$\bar{v} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n v_i \quad (1.3)$$

è la media logaritmica delle velocità misurate v_i con

$$v_i = \ln \left(\frac{v_i}{v_{ref}} \right) \quad (1.4)$$

e infine:

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n (v_i - \bar{v})(L_i - \bar{L})}{\sum_{i=1}^n (v_i - \bar{v})^2} \quad (1.5)$$

è l'inclinazione della retta di regressione lineare espressa in dB(A)/log(V). La norma prevede anche una correzione della misura con la temperatura misurata al suolo, se ne tralasciano in questa trattazione i dettagli. Come detto in precedenza, la direttiva definisce anche le caratteristiche macroscopiche del terreno di prova. La superficie viene considerata conforme se:

- Il tenore di vuoti dell'asfalto (VC Void Content) non supera l'8%;
- Il coefficiente di assorbimento acustico α della pavimentazione è minore di 0.10;
- La profondità di struttura (TD Texture Depth) è maggiore di 0.4 mm.

In figura 1-4 viene mostrato lo spettro in frequenza della misura di rumorosità del pneumatico, sul contributo in frequenza delle sorgenti di rumore e sul meccanismo di generazione ci concentreremo più in dettaglio nel prossimo paragrafo.

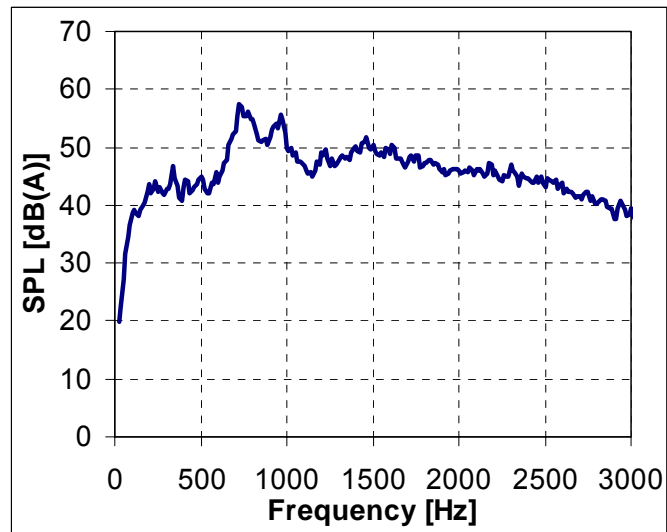


figura 1-4: Spettro di emissione di una prova di pass-by.

1.4 Meccanismi di generazione del Rumore dall'interazione Pneumatico-Strada

I meccanismi di generazione del rumore prodotto dal pneumatico in rotolamento sono stati studiati per lungo tempo, fin dai primi anni Settanta. Tutti gli esperti del campo concordano che le principali cause possano essere considerate quelle di tabella 1-2. Esiste invece un minor accordo sull'effettivo contributo al rumore totale che ha ogni singola sorgente. Il processo di generazione e amplificazione del suono è infatti talmente complicato da non poter essere facilmente scomposto nelle sue varie componenti.

Meccanismi di generazione	Vibrazioni (trasmesse dalla struttura)	Meccanismi da Impatto	Impatto del Battistrada: Impatto dei blocchi di gomma del battistrada sulla superficie della strada che causa vibrazione radiali e tangenziali che si propagano al fianco.
			Impatto della Rugosità: Impatto della macro rugosità della superficie stradale sul battistrada che causa vibrazione radiali e tangenziali che si propagano al fianco.
			Deflessione Dinamica della corona del pneumatico al bordo di entrata e uscita che genera vibrazione delle cinture e della carcassa.
		Meccanismi da Adesione	Stick/Slip: Adesione e slittamento del singolo blocco di gomma con la superficie stradale che provoca vibrazioni tangenziali.
	Stick/Snap rilascio impulsivo di energia elastica del blocco di gomma all'uscita del contatto.		
	Aerodinamica (trasmessa dall'aria)	Meccanismi da spostamento d'aria	Turbolenza: flusso di aria turbolenta attorno al pneumatico causato dallo spostamento d'aria per effetto del rotolamento.
Pompaggio dell'aria: spostamento d'aria causato dal rotolamento del pneumatico al bordo di entrata e d'uscita del contatto.			
Risonanza dei canali: risonanza acustica che si instaura all'interno dei canali chiusi o aperti all'interno dell'impronta a terra.			
Risonanza di Helmholtz: spostamento d'aria delle cavità connesse del battistrada amplificato da fenomeni di risonanza.			
Meccanismi di amplificazione o attenuazione		Effetto corno	Il volume curvo formato dal pneumatico e dalla strada costituisce una forma simile a quella di un corno esponenziale per l'amplificazione acustica.
		Effetto di Impedenza Acustica	La porosità del manto stradale attenua le onde acustiche incidenti.
		Effetto di Impedenza Meccanica	La superficie della strada può reagire all'impatto del blocco di gomma con una forza più o meno forte dipendente dall'accoppiamento di rigidità.
			Parte delle vibrazioni del pneumatico possono essere trasferite alla superficie stradale che si comporta come un emettitore sonoro.
		Risonanza del Pneumatico	Risonanza meccanica delle cinture.
Risonanza della cavità toroidale.			

tabella 1-2: Meccanismi di generazione del rumore prodotto dal pneumatico in rotolamento su pavimentazione stradale.

I meccanismi di tabella 1-2 possono essere divisi in due macro gruppi. Il primo è legato ai fenomeni di vibrazione strutturale del pneumatico e comprende l'impatto del blocco di gomma del battistrada, la vibrazione della carcassa e delle cinture come anche i fenomeni di adesione e slittamento della gomma sul suolo di prova. L'altro, quello su cui più ci concentreremo nei prossimi capitoli, comprende tutti i fenomeni aereodinamici ed acustici che generano e amplificano/riducono il suono emesso dal pneumatico.

Riguardo al rumore emesso dalla vibrazione del pneumatico, è il caso di citare i lavori condotti da Sandberg e Descornet [5,6] sull'influenza della rugosità del manto stradale sullo spettro di emissione acustica perchè ci permette di capire a quale range di frequenze può essere associato il rumore da vibrazione. Nel loro lavoro hanno misurato gli spettri in bande di terzi d'ottava del rumore dell'interazione gomma/strada su 3 differenti battistrada, 2 velocità di rotazione e 33 diverse superfici. Nel calcolare la correlazione tra i parametri statistici di rugosità e quelli di frequenza acustica sono emerse interessanti conclusioni, illustrate in figura 1-5 e figura 1-6.

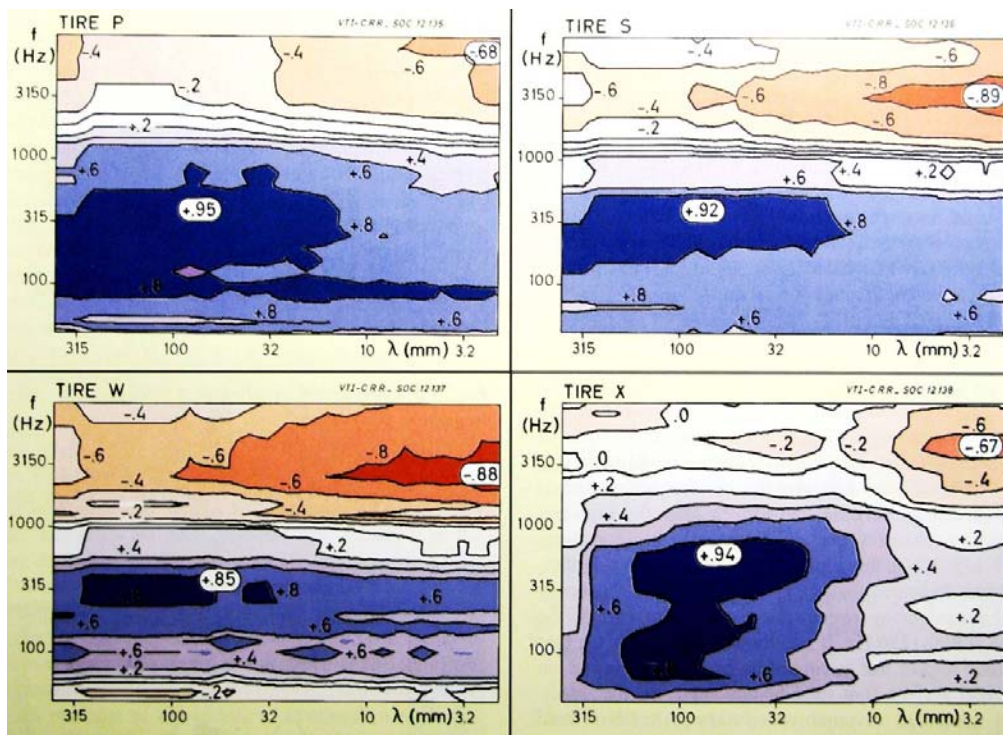


figura 1-5: [7] Mappe di livello del coefficiente di correlazione tra il livello acustico a 80km/h e la rugosità del manto stradale. I valori cerchiati sono gli estremi del coefficiente a frequenze e numeri d'onda critici. Le mappe si riferiscono alle geometrie di battistrada mostrati in figura 1-6.

Risulta chiaro infatti che ci sia una correlazione significativa tra le alte lunghezze d'onda della trama della pavimentazione e le basse frequenze dello spettro acustico, mentre c'è una dipendenza inversa tra le alte frequenze e le basse lunghezze d'onda.

Questa affermazione è ancora più evidente in figura 1-6 dove il coefficiente di correlazione è riportato lungo la retta $f = v/\lambda$. In altri termini si può dire che la causa delle emissioni acustiche a bassa frequenza (sotto gli 800 Hz) è la vibrazione strutturale indotta dalle asperità ad alta lunghezza d'onda mentre le microporosità del manto stradale (basso λ) assorbono energia dalle alte frequenze (sopra i 1500 Hz) dello spettro acustico.

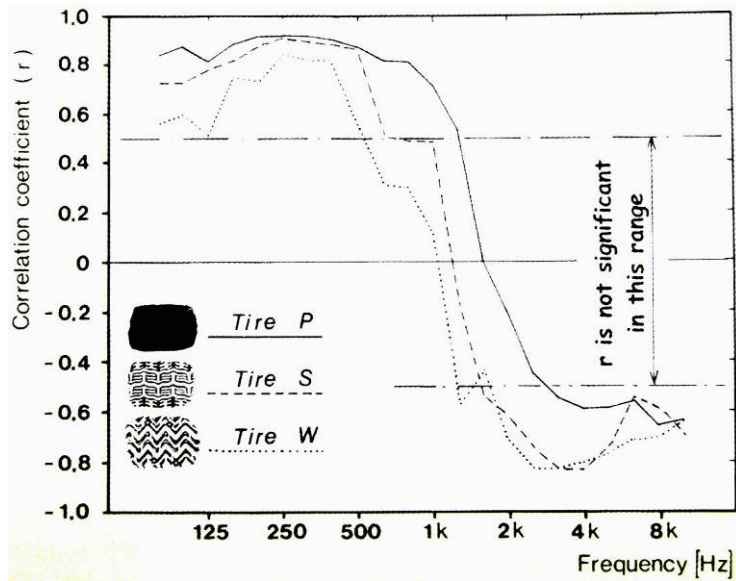


figura 1-6: [7] Correlazione r tra il livello di intensità acustica del rumore di interazione pneumatico/strada e la rugosità della superficie stradale, diagrammato in funzione della frequenza sonora. In legenda i tre tipi di battistrada testati.

Rimangono quindi incogniti due punti:

1. Quale meccanismo genera il rumore a medio alta frequenza (> 800 Hz).
2. Quali parametri influenzano il range di transizione tra gli 800 e i 1500 Hz.

Secondo l'idea di Sandberg, le alte frequenze sono generate da effetti aeroacustici; questa è l'ipotesi che cercheremo di verificare nel proseguimento del presente lavoro.

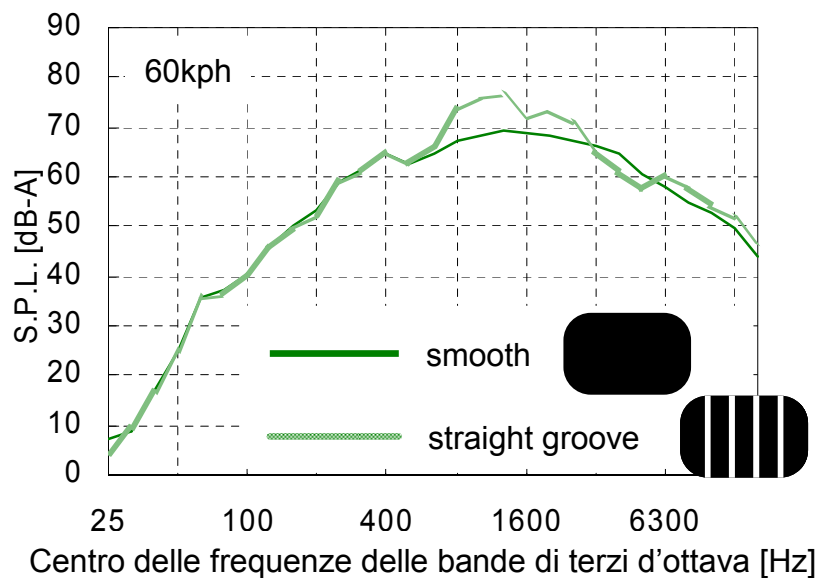


figura 1-7: Livello di pressione acustica (SPL) pesato A in bande di terzi di ottava per un pneumatico slick [smooth] e uno con scanalature longitudinali [straight groove].

A conferma del fatto che vibrazioni strutturali non possano generare alte frequenze di emissione acustica c'è il dato sperimentale di figura 1-7 dove un pneumatico slick con sole scanalature longitudinali è messo in rotazione su un tamburo ricoperto di Safety Walk, una superficie molto poco rugosa. Nel rotolamento sono assenti impatti o vibrazioni indotte dalla superficie, nonostante questo nello spettro acustico continuano ad avere estrema importanza le frequenze superiori agli 800 Hz. In particolare è possibile osservare il picco di emissione attorno ai 1000 Hz in corrispondenza della "Pipe Resonance". Picco che viene completamente tagliato in un pneumatico senza scanalature.

Con "Pipe Resonance" si intende quel fenomeno di risonanza che si instaura all'interno dell'impronta del pneumatico quando gli intagli del battistrada generano col fondo stradale un canale chiuso o aperto. Dai fondamenti di acustica è noto che in un tubo di lunghezza L aperto su entrambe le estremità si può generare un'onda stazionaria con i due nodi posizionati esattamente alle estremità e con una lunghezza d'onda fondamentale pari a $2L$. Di solito si applica a questa lunghezza una correzione dovuta alla dimensione trasversale D finita, la frequenza di risonanza sarà quindi:

$$f_n = \frac{nc}{2(L+0.8D)} \quad (1.6)$$

dove c è la velocità del suono ed n un intero arbitrario. $n=1$ è l'onda fondamentale mentre per $n>1$ otteniamo le successive armoniche.

La propagazione acustica delle onde di pressione all'interno dei canali formati dall'impronta del pneumatico è stata studiata a lungo per ottimizzare il design dei battistrada. L'idea di base è quella di distribuire le risonanze dei canali lontano dalle frequenze critiche del pneumatico quali per esempio la fondamentale dell'impatto dei tasselli di gomma a terra.

La propagazione delle onde acustiche p' in un fluido quiescente è governata dall'equazione:

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \nabla^2 p' = 0 \quad (1.7)$$

Dove c_0 è la velocità del suono nel mezzo a riposo e $p' = p - p_0$ è l'oscillazione di pressione relativa all'onda acustica. L'equazione (1.7) può essere risolta per via analitica nei casi più semplici (onda piana, onda sferica etc.) mentre la soluzione numerica fornita da codici commerciali (LMS, ABAQUS) permette con buona accuratezza di prevedere il comportamento acustico dei canali risonanti.

Rimane comunque incognito il meccanismo che fornisce energia alla risonanza dei canali quando nel rotolamento non siano presenti fenomeni impulsivi da impatto. La fluidodinamica computazionale è un mezzo potente di analisi che ci permetterà di capire se esistono fenomeni aerodinamici alla base della "Pipe Resonance".

2 La Fluidodinamica Computazionale

2.1 Introduzione

La fluidodinamica computazionale rappresenta attualmente il terzo metodo di approccio allo studio dei fenomeni fluidodinamici. Nel XVII secolo lo studio dei fluidi si era fondato sull'osservazione sperimentale, nel XVIII e XIX si è visto un graduale sviluppo della fluidodinamica teorica (Claude-Louis Navier contribuì nel 1821 con le celebri e fondamentali Equazioni di Navier-Stokes dei fluidi incomprimibili mentre diede nel 1822 le equazioni nel caso di fluidi viscosi, Ludwig Prandtl fu pioniere dell'aerodinamica e sviluppò la base matematica per i principi fondamentali dell'aerodinamica subsonica negli anni venti). Come risultato, durante tutto il XX secolo lo studio e l'applicazione della fluidodinamica ha coinvolto la pura sperimentazione da una parte e la pura teoria dall'altra. L'avvento di calcolatori sempre più veloci combinato con lo sviluppo di accurati algoritmi numerici ha rivoluzionato il modo in cui studiamo ed analizziamo la fluidodinamica oggi.

Come è mostrato in figura 2-1, la fluidodinamica computazionale è ad oggi un partner al pari livello dello studio teorico e sperimentale. La CFD [Computational Fluid Dynamics], come la chiameremo d'ora in poi, non è un fuoco di paglia, il suo ruolo nell'ambito della ricerca diventerà sempre più importante come è sicuro che la capacità di calcolo dei nostri calcolatori crescerà indefinitamente. C'è da ribadire comunque che la CFD resta pur sempre il terzo modo di approcciare i problemi aerodinamici ma niente più di questo. Non potrà mai diventare una disciplina che si sostiene da sola ed avrà sempre bisogno di un continuo confronto col mondo teorico e sperimentale. Lo sviluppo futuro della fluidodinamica si baserà sul giusto bilanciamento dei tre approcci, con la CFD che aiuterà ad interpretare e capire i meccanismi alla base della teoria e della sperimentazione e viceversa.

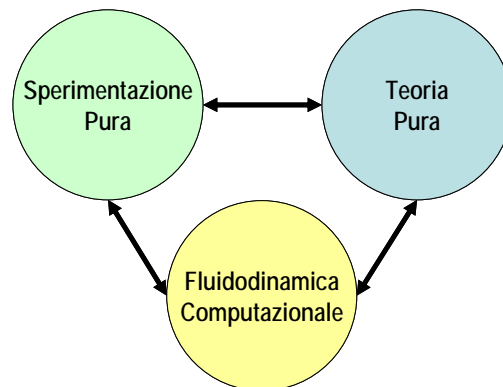


figura 2-1: Diagramma dei tre approcci all'investigazione fluidodinamica.

Storicamente lo sviluppo delle tecniche CFD è stato guidato negli anni 60 e 70 dalle esigenze dell'industria aerospaziale. I primi voli supersonici, la corsa allo spazio e la guerra fredda hanno portato un notevole investimento di risorse in questo settore. La CFD oggi è una disciplina che taglia trasversalmente tutti i campi della ricerca, dall'industria dell'automotive a quella navale, dalla "semplice" applicazione di aerodinamica esterna di un veicolo, all'analisi completa di un motore a combustione interna, fino ad arrivare alle

più sofisticate tecniche di simulazione di Computational AeroAcoustics che vedremo più in dettaglio nel prossimo capitolo.

Qualunque sia la sua finale applicazione e la tecnica numerica per arrivare alla soluzione del problema, la CFD è comunque governata da tre principi fondamentali:

- La conservazione della massa
- La seconda legge di Newton [conservazione della quantità di moto]
- La conservazione dell'energia

Dall'applicazione di questi principi a un modello di fluido si estraggono le equazioni matematiche che traducono i principi fondamentali a un livello numerico.

Le equazioni di conservazione possono essere derivate considerando il fluido all'interno di un determinata regione spaziale che chiameremo *Volume di Controllo* (VC). Per dare una trattazione quanto più generale dobbiamo passare da quantità *estensive*, la massa e la quantità di moto, a quantità *intensive* che rispettivamente sono la *densità* (ρ massa per unità di volume) e la *velocità* (u quantità di moto per unità di massa).

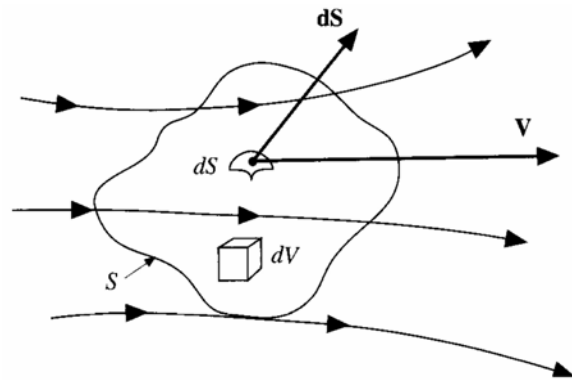


figura 2-2: Volume di controllo finito fisso nello spazio.

Il principio di conservazione della massa per un volume di controllo V_0 di frontiera S_0 fissato nello spazio (vedi figura 2-2) diventa:

$$\frac{dM}{dt} = \int_{V_0} \frac{\partial \rho}{\partial t} dV + \int_{S_0} \rho u \cdot n dS = 0 \quad (1.8)$$

che esprime la conservazione della massa in forma integrale. Come è facile osservare il primo termine rappresenta la variazione della massa nel volume di controllo dovuta alla variazione temporale della quantità estensiva densità. Qualora il fenomeno sia di tipo stazionario allora dell'equazione (1.8) rimane unicamente il secondo termine che esprime invece il flusso di massa attraverso la superficie esterna del VC.

Se sussistono le condizioni per l'applicazione del teorema della divergenza la (1.8) si può riscrivere come:

$$\int_{V_0} \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u) \right) dV = 0 \quad (1.9)$$

che data l'arbitrarietà del volume di controllo V_0 impone che sia identicamente nulla la funzione integranda, ossia:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u) = 0 \quad (1.10)$$

che è l'equazione di conservazione della massa in forma differenziale che nel caso di fluido incomprimibile diventa:

$$\nabla \cdot u = 0 \quad (1.11)$$

Per l'equazione di bilancio della quantità di moto Q possiamo procedere in modo analogo a quanto fatto per la massa. La quantità di moto per il volume di controllo è definita come $Q = \int_{V_0} \rho u dV$. Applicando il secondo principio di Newton possiamo scrivere:

$$\frac{dQ}{dt} = F \quad (1.12)$$

dove con f sono indicate tutte le forze che agiscono sul volume di fluido considerato. Applicando il teorema del trasporto di Reynolds otteniamo:

$$\int_{V_0} \frac{\partial \rho u}{\partial t} dV + \int_{S_0} \rho u u \cdot n dS = \int_{S_0} T \cdot n dS + \int_{V_0} \rho f dV \quad (1.13)$$

dove le forze F sono state decomposte in quelle di volume f [forza peso, centripeta, di Coriolis] e quelle relative agli sforzi di superficie cui è associato il tensore T . A sua volta T può essere decomposto nella sua parte isotropa dovuta alla pressione e nella parte deviatorica dovuta alla viscosità $T = -pI + \tau$. Mettendo insieme l'eq. (1.13) con la relazione del tensore degli sforzi e in seguito applicando il teorema di Green otteniamo il bilancio della quantità di moto nella forma differenziale:

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u u) = -\nabla p + \nabla \cdot \tau + \rho f \quad (1.14)$$

Per un fluido incomprimibile otteniamo:

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho \nabla \cdot (u u) = -\nabla p + \nabla \cdot \tau + \rho f \quad (1.15)$$

Per derivare l'equazione di conservazione dell'energia dobbiamo necessariamente partire dal primo principio della termodinamica che sancisce l'equivalenza tra le varie forme di energia. Indicando quindi con E il contenuto totale di energia del volume di controllo, con \dot{L} e \dot{Q} rispettivamente il lavoro fatto sul sistema ed il calore introdotto in termini di potenza trasmessa, possiamo scrivere:

$$\frac{dE}{dt} = \dot{L} + \dot{Q} \quad (1.16)$$

Se passiamo ora alla grandezza intensiva coniugata dell'energia ε e usiamo il teorema del trasporto di Reynolds, otteniamo:

$$\frac{dE}{dt} = \frac{d}{dt} \int_V \rho \varepsilon dV = \int_{V_0} \frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} dV + \int_{S_0} \rho \varepsilon u \cdot n dS = \dot{L} + \dot{Q} \quad (1.17)$$

Che è l'equazione di conservazione dell'energia in forma integrale. Passando alla forma differenziale scriviamo il lavoro come funzione delle forze di volume e superficie applicate al VC:

$$\dot{L}_S = \int_{S_0} (T \cdot n) \cdot u dS \quad (1.18)$$

e

$$\dot{L}_V = \int_{V_0} \rho f \cdot u dV \quad (1.19)$$

mentre sul calore dal postulato di Fourier possiamo scrivere

$$\dot{Q}_S = \int_{S_0} \lambda \nabla T \cdot n dS \quad (1.20)$$

e usando il calore specifico

$$\dot{Q}_V = \int_{V_0} \rho \dot{q} dV \quad (1.21)$$

Andando a sostituire tutto nell'eq. (1.17) ed utilizzando il teorema di Green si ottiene per la forma differenziale:

$$\frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \varepsilon u) = -\nabla \cdot (p u) + \nabla \cdot (\tau \cdot u) + \rho f \cdot u + \nabla \cdot (\lambda \nabla T) + \rho \dot{q} \quad (1.22)$$

Le eq. (1.10), (1.14) e (1.22) hanno validità assoluta, non abbiamo posto nessuna condizione sul fluido prima di ricavarle se non l'ipotesi di continuo che è sempre rispettata a meno che non ci trovi a studiare gas estremamente rarefatti.

La finalità di questo studio è quella di analizzare il flusso d'aria attorno a un pneumatico in rotolamento per poi poter fare ulteriori speculazioni in campo aeroacustico.

Il nostro fluido in esame è quindi l'aria in condizioni di pressione e temperatura atmosferiche. Possiamo date queste condizioni considerare l'aria come un fluido newtoniano (fluidi tipicamente non newtoniani sono il sangue, le vernici e le soluzioni polimeriche), un fluido quindi in cui la viscosità non dipende dalla velocità con cui viene misurata. Sotto questa ipotesi possiamo rivedere la definizione del tensore degli sforzi di eq. (1.14), da cui otteniamo:

$$\tau = -\frac{2}{3} \mu (\nabla \cdot u) I + 2 \mu E \quad (1.23)$$

dove μ è la viscosità cinematica del fluido mentre $E = \text{sym}(\nabla u)$ è la parte simmetrica del tensore gradiente di velocità. La (1.23) sostituita nel bilancio della quantità di moto (1.14) fornisce l'equazione di Navier-Stokes per fluidi a viscosità costante nello spazio:

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u u) = -\nabla p + \rho f + \frac{\mu}{3} \nabla (\nabla \cdot u) + \mu \nabla^2 u \quad (1.24)$$

Continuando con ipotesi semplificative che utilizzeremo durante la nostra analisi dobbiamo considerare che la velocità di traslazione del pneumatico nel test di pass-by è di 44.44 m/s cui corrisponde un numero di Mach di circa 0.13. Essendo il numero di Mach il rapporto tra le forze di inerzia e le forze elastiche possiamo con buona approssimazione utilizzare il bilancio di massa di un fluido incomprimibile di eq. (1.11) e possiamo riscrivere l'equazione di Navier-Stokes come:

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u u) = -\nabla p + \rho f + \mu \nabla^2 u \quad (1.25)$$

I due termini a primo membro costituiscono la derivata materiale della quantità di moto e quantificano la sua variazione per una particella fluida, misurata da un osservatore che si muove con la particella stessa. I termini a secondo membro sono invece le cause della variazione. Il primo termine è il gradiente di pressione che infatti è causa dell'accelerazione del fluido, il secondo è la variazione di quantità di moto associata alle forze esterne, mentre il terzo è il termine diffusivo.

Facciamo ora un breve calcolo delle incognite in gioco. Se il flusso è incomprimibile come nel nostro caso la densità sarà costante e quindi non entra come incognita del problema. Le incognite saranno le 3 componenti della velocità più la pressione. In totale quindi avremo 4 incognite per la cui soluzione saranno sufficienti l'equazione di conservazione della massa (1.11) e le 3 del bilancio della eq. (1.25). Risulta quindi ridondante l'equazione dell'energia.

Se avessimo avuto invece un fluido comprimibile avremmo avuto in più due incognite, densità e temperatura. Per la chiusura di questo problema insieme all'equazione di conservazione dell'energia avremo dovuto utilizzare un'altra relazione che è l'equazione di stato del fluido considerato.

Il sistema formato dalle equazioni (1.11) e (1.25) è di tipo non lineare alle differenze parziali di incognite accoppiate. Abbiamo visto dalla equazione di bilancio della quantità di moto che il moto di un fluido ha una componente di accelerazione non stazionaria e una componente convettiva. La seconda implica la non linearità delle Navier-Stokes rendendo praticamente impossibile la soluzione analitica. Nei casi in cui i termini non lineari sono identicamente nulli le Navier-Stokes ammettono una soluzione analitica ma le condizioni che dobbiamo imporre sul flusso e sulle condizioni a contorno sono tanto stringenti da rendere la loro applicabilità a fenomeni reali praticamente nulla.

Oltretutto, le Navier-Stokes per flussi non stazionari e incomprimibili è un sistema di equazioni ellittiche. In altri termini, la soluzione del flusso in un punto arbitrario nel tempo e nello spazio influenza tutti i punti del dominio considerato (in teoria infinito) e allo stesso tempo dipende dalla soluzione di tutti i punti del dominio. Questa è un'ulteriore complicazione nella soluzione in quanto non è possibile affrontare il problema "camminando" da un punto di soluzione nota, costituito per esempio dalle condizioni a contorno, verso il resto del dominio spaziale e temporale. Questo tipo di approccio è valido solo all'interno dello strato limite dove le Navier-Stokes diventano "paraboliche".

Per risolvere tale sistema di equazioni risulta quindi obbligato il passaggio da grandezze e equazioni continue nel tempo e nello spazio a quelle discretizzate, passando così dalle equazioni alle derivate parziali valide negli infiniti punti dello spazio e del tempo a

equazioni alle differenze finite che approssimano la soluzione delle Navier Stokes in punti discreti del dominio di calcolo.

I punti discretizzati del dominio spaziale vengono chiamati nodi della griglia come quelli di figura 2-3. La maggior parte dei codici CFD coinvolge griglie di punti equispaziati perchè questo tipo di approccio permette di semplificare enormemente la programmazione, ma anche gli algoritmi di soluzione diventano enormemente più veloci. Questa spaziatura uniforme non deve necessariamente essere associata allo spazio fisico x,y,z . La soluzione può essere calcolata in uno spazio computazionale trasformato che ha spaziatura uniforme nelle variabili indipendenti trasformate ma che corrisponde a una spaziatura non uniforme nello spazio fisico.

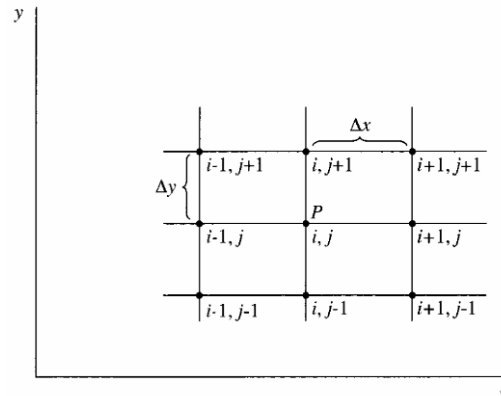


figura 2-3: Discretizzazione di uno spazio bidimensionale.

La discretizzazione delle equazioni differenziali alle derivate parziali è basata sulla espansione in termini della serie di Taylor delle grandezze da differenziare.

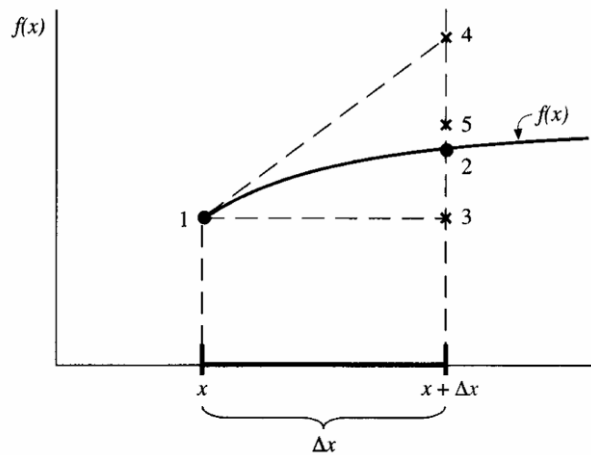


figura 2-4: Illustrazione dell'approssimazione dei primi 3 termini dell'espansione di Taylor.

Con riferimento alla figura 2-4, e $u_{i,j}$ è la componente x della velocità nel punto (i, j) , allora la velocità $u_{i+1,j}$ al punto $(i+1, j)$ può essere espressa in termini della serie di Taylor del punto (i, j) :

$$u_{i+1,j} = u_{i,j} + \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{i,j} \Delta x + \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)_{i,j} \frac{(\Delta x)^2}{2} + \left(\frac{\partial^3 u}{\partial x^3}\right)_{i,j} \frac{(\Delta x)^3}{6} + \dots \quad (1.26)$$

da cui si ottiene facilmente che:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{i,j} = \frac{u_{i+1,j} - u_{i,j}}{\Delta x} - \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)_{i,j} \frac{\Delta x}{2} - \left(\frac{\partial^3 u}{\partial x^3}\right)_{i,j} \frac{(\Delta x)^2}{6} + \dots \quad (1.27)$$

il primo termine a destra è la differenza finita della derivata parziale approssimata al primo ordine, mentre la parte restante rappresenta l'errore di troncamento. Possiamo notare che la derivata parziale in questo caso dipende solo da quanto succede in i ed $i+1$ (*Forward Difference Scheme*). Analogamente possiamo costruire la stessa discretizzazione per i punti $i-1$ ed i (*Backward Difference Scheme*). Nei problemi convettivi i due schemi sono utilizzati a seconda che il flusso vada da i a $i+1$ o da i a $i-1$. Questo tipo di discretizzazione è chiamato nel calcolo numerico "upwind" (UDS). Gli schemi upwind del primo ordine sono molto poco accurati, il loro errore di troncamento ha l'effetto di introdurre nella soluzione una diffusione spuria, numerica. Per questo motivo gli UDS sono poco utilizzati nei calcoli CFD seppure molto convenienti dal punto di vista della stabilità e del tempo computazionale. Un'ampia trattazione dei maggiori schemi di discretizzazione utilizzati per tradurre le equazioni differenziali in termini di differenze finite possono essere trovati dal lettore nel lavoro di John D. Anderson [8].

Saremo quindi in grado di procedere con la soluzione delle Navier-Stokes discretizzate per un flusso d'aria che investe il pneumatico in rotolamento. Per quel che riguarda le tecniche numeriche utilizzate nella soluzione di metodi espliciti e impliciti si rimanda il lettore ai riferimenti bibliografici [9] in quanto lo scopo del presente lavoro non è quello di fornire una completa trattazione della CFD moderna quanto piuttosto quello di andare a evidenziare quegli aspetti del calcolo numerico che risultano di fondamentale importanza nell'ottenimento del risultato cercato.

Ma prima di andare avanti, dobbiamo fare qualche considerazione sulla tipologia di flusso che andremo ad analizzare.

Il numero di Reynolds è definito come il rapporto tra le forze di inerzia e quelle viscosi, ci dice quindi se il moto del nostro fluido è dominato dalla componente convettiva non stazionaria o dalla componente viscosa. Il calcolo del numero adimensionale per le due dimensioni caratteristiche del pneumatico porta a valori maggiori di 10^5 , come mostrato qui di seguito, quindi in pieno regime turbolento (D e W indicano la dimensione caratteristica del numero di Reynolds, diametro e larghezza della ruota rispettivamente).

$$Re_D = 9.09E + 05$$

$$Re_W = 3.28E + 05$$

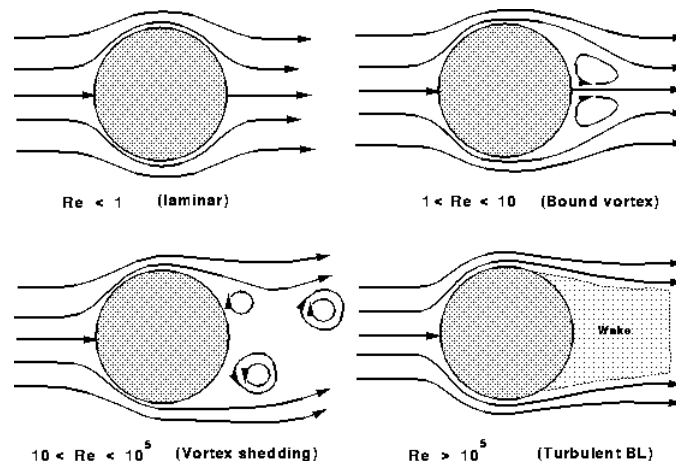


figura 2-5: Transizione laminare-turbolenta in funzione del numero di Reynolds.

I flussi turbolenti sono caratterizzati dalle seguenti proprietà:

- sono altamente non stazionari. Se andiamo a tracciare la velocità in funzione del tempo in un punto di scia del flusso troveremo una curva statisticamente stazionaria che oscilla attorno a un valore medio in modo del tutto caotico.
- sono tridimensionali. La componente media della velocità può essere bidimensionale ma la velocità istantanea fluttua rapidamente in tutte e tre le dimensioni spaziali.
- contengono una grande componente di vorticità.
- La turbolenza aumenta la velocità con cui le grandezze conservative vengono miscelate. Questo processo viene chiamato Diffusione Turbolenta.
- per mezzo della diffusione turbolenta fluidi con differenti quantità di moto vengono in contatto. Gli sforzi viscosi che si generano dissipano l'energia cinetica del flusso. In altre parole il miscelamento è un processo dissipativo. L'energia persa è irreversibilmente trasformata in energia interna del fluido [aumento di Temperatura per un gas ideale].
- contengono strutture coerenti, cioè strutture vorticosi che si susseguono con periodicità, responsabili della maggior parte del miscelamento. Tuttavia le componenti randomiche del flusso generano differenze delle strutture statisticamente periodiche in termini di dimensioni, ampiezza e periodo dell'evento rendendone lo studio particolarmente complicato.
- fluttuano su un ampio intervallo di lunghezze e tempi.

Si potrebbe pensare quindi di risolvere le Navier-Stokes per un flusso turbolento senza utilizzare ulteriori approssimazioni se non quelle della discretizzazione numerica i cui effetti sulla soluzione possono essere comunque stimati e controllati. In una simulazione di questo tipo tutte le scale del moto vengono risolte. Il risultato ottenuto ha quindi la stessa valenza di un esperimento ottenuto in laboratorio. Questo tipo di approccio è chiamato *Direct Numerical Simulation* (DNS).

In una DNS dobbiamo quindi essere sicuri di tenere in considerazione tutte le scale del moto. Il dominio di calcolo deve essere grande almeno quanto la struttura turbolenta più grande. La dimensione di tale vortice ci è dato dalla scala integrale L che è essenzialmente la distanza massima di correlazione della componente fluttuante della velocità. Quindi ogni dimensione del dominio di calcolo deve essere almeno un multiplo

della scala integrale. L'energia cinetica relativa alle grandi scale viene trasferita a quelle via via più piccole attraverso il processo noto come cascata energetica. Mentre i vortici turbolenti di grande scala sono di fatto regolati da effetti inerziali, nei vortici di piccola scala sono prevalenti gli effetti viscosi che provocano una condizione di dissipazione energetica. Ipotizzando che questi ultimi dissipino energia alla stessa velocità con cui la ricevono (ipotesi di Kolmogorov [10]), è possibile supporre che il moto delle piccole scale sia unicamente funzione della velocità con cui l'energia cinetica turbolenta k viene ceduta dalle grandi scale $\varepsilon = -\partial k / \partial t$ e della viscosità cinematica ν del fluido. Da una analisi dimensionale è possibile determinare le scale di lunghezza, tempo e velocità associate ai piccoli vortici (scale di Kolmogorov):

$$\eta_L = \left(\frac{\nu^3}{\varepsilon} \right)^{\frac{1}{4}}, \quad \eta_t = \left(\frac{\nu}{\varepsilon} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad \eta_v = (\nu \varepsilon)^{\frac{1}{4}} \quad (1.28)$$

Possiamo poi esprimere l'energia cinetica turbolenta come funzione della velocità di dissipazione e della scala integrale come:

$$k \approx (\varepsilon L)^{\frac{2}{3}} \quad (1.29)$$

La scala di Kolmogorov e quella integrale sono i limiti dimensionali del nostro dominio, dal loro rapporto avremo una chiara idea di quanto dovremo pagare computazionalmente una trattazione numerica così estesa:

$$\frac{L}{\eta_L} = \frac{L}{\left(\nu^3 / \varepsilon \right)^{\frac{1}{4}}} \approx \frac{L \left(k^{3/2} / L \right)^{\frac{1}{4}}}{\nu^{\frac{3}{4}}} = \text{Re}_T^{\frac{3}{4}} \quad (1.30)$$

Dove il Re_T è il numero di Reynolds Turbolento relativo alle micro scale di Kolmogorov e $k^{1/2}$ è la velocità associata. Questo parametro è tipicamente 0.01 volte il Reynolds associato alle grandezze macroscopiche. Per fare un esempio in un dominio di calcolo di 0.1m di lato interessato da un Reynolds dell'ordine di 10^6 saremo costretti ad utilizzare un numero di nodi di calcolo superiore a 10^{11} . L'approccio all'analisi fluidodinamica con la DNS attualmente risulta non percorribile ai fini industriali, dove la convenienza della strada numerica rispetto a quella sperimentale viene sempre valutata in termini di tempi e costi.

Non resta che semplificare il problema fluidodinamico della turbolenza mediante l'utilizzo di un modello.

Data la complessità del problema esistono diversi approcci nel predire il comportamento di flussi turbolenti ognuno col suo set di ipotesi o approssimazioni. I più famosi dal punto di vista computazionale sono i seguenti:

- se il flusso è statisticamente stazionario si può procedere alla soluzione delle Navier-Stokes mediate nel tempo. Questo tipo di approccio è chiamato “*one-point closure*” e porta ad un set di equazioni alle derivate parziali chiamate *Reynolds-Averaged Navier-Stokes* (RANS). Le RANS non rappresentano un sistema chiuso

di equazioni e necessitano di un modello che riproduca il comportamento della parte turbolenta del flusso.

- l'approccio *Large Eddy Simulation* (LES) che risolve il sistema fluidodinamico solo relativamente alle grandi scale di turbolenza lasciando il contributo delle piccole scale (filtrate dalle dimensioni della griglia, come vedremo in seguito) alla modellazione.

A queste due tecniche computazionali dedicheremo ampio spazio nei prossimi due paragrafi.

2.2 Reynolds Averaged Navier-Stokes

In ambito ingegneristico il dettaglio fornito da una analisi DNS è spesso ridondante laddove è d'interesse conoscere poche proprietà del flusso, come la forza aerodinamica agente su di un solido, gli attraversamenti di un radiatore o il grado di miscelamento di due correnti d'aria. Il metodo basato sulla media temporale delle grandezze fluidodinamiche permette di semplificare enormemente il calcolo numerico e allo stesso tempo di fornire nella maggior parte dei casi dati soddisfacenti. Essendo basato su un'idea proposta da Osborne Reynolds più di un secolo fa, questo metodo viene chiamato Reynolds-Averaged.

In un flusso statisticamente stazionario (vedi figura 2-6:), ogni variabile può essere scritta come la somma della sua media e della parte fluttuante attorno a questo valore:

$$\varphi(x_i, t) = \bar{\varphi}(x_i) + \varphi'(x_i, t) \quad (1.31)$$

dove

$$\bar{\varphi}(x_i) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \varphi(x_i, t) dt \quad (1.32)$$

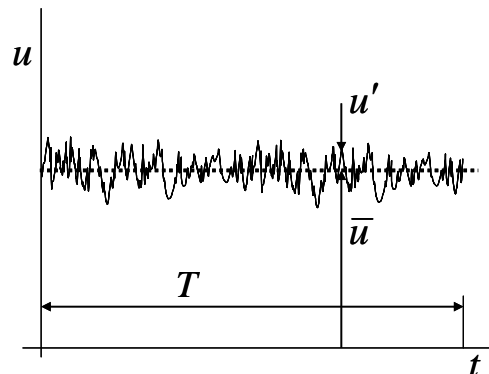


figura 2-6: Componente di velocità statisticamente stazionaria con valore medio \bar{u} e fluttuazione u' .

t è il tempo, T è l'intervallo di mediazione e x_i è la componente i -esima spaziale. Se T è sufficientemente grande $\bar{\varphi}$ non dipende dal tempo in cui l'operazione di media è iniziata. Dall'eq. (1.31) segue che $\overline{\varphi'} = 0$ e che:

$$\overline{u_i \varphi} = \overline{(\bar{u}_i + u'_i)(\bar{\varphi} + \varphi')} = \bar{u}_i \bar{\varphi} + \overline{u'_i \varphi'} \quad (1.33)$$

L'ultimo termine è zero solo se le due quantità non sono correlate. Questo non è ovviamente il caso dei flussi turbolenti. Applicando l'operatore media alle equazioni di conservazione (1.10) e (1.14) in notazione tensoriale otteniamo:

$$\frac{\partial(\rho\bar{u}_i)}{\partial x_i} = 0, \quad (1.34)$$

$$\frac{\partial(\rho\bar{u}_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho\bar{u}_i\bar{u}_j + \rho\overline{u'_i u'_j}) = -\frac{\partial\bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial\bar{\tau}_{ij}}{\partial x_j} + \rho\bar{f}_j, \quad (1.35)$$

dove $\bar{\tau}_{ij}$ sono le componenti mediate del tensore degli sforzi viscosi:

$$\bar{\tau}_{ij} = \mu \left(\frac{\partial\bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial\bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (1.36)$$

Il termine $\overline{u'_i u'_j}$ di eq. (1.35) è chiamato tensore degli sforzi di Reynolds. Nel conto delle incognite per un fluido incomprimibile stazionario avremo quindi la pressione, le tre componenti della velocità media e le nove componenti del tensore di Reynolds, il sistema non è chiuso dato che le incognite sono in numero maggiore rispetto alle equazioni. La chiusura richiede una serie di approssimazioni e modelli che rendono il tensore degli sforzi di Reynolds funzione del flusso medio. Qualunque sia il modello di turbolenza applicata è il caso di sottolineare che non è possibile derivare un set chiuso di equazioni esatte per le RANS, dovremmo quindi ricorrere a delle approssimazioni.

Abbiamo già accennato in precedenza come uno dei maggiori effetti della turbolenza sia l'aumento della diffusione di energia, trasporto di massa e momento in direzione ortogonale alle linee di flusso. La diffusione di queste grandezze in un flusso laminare è una caratteristica propria della viscosità quindi si può immaginare la turbolenza come un aumento del comportamento viscoso del fluido. La prima relazione di chiusura riguarda quindi il tensore degli sforzi di Reynolds ed è nota come approssimazione di Boussinesq. L'ipotesi fondamentale di questa approssimazione è quella di poter esprimere gli sforzi di Reynolds in funzione del tensore di velocità di deformazione medio per il tramite di un parametro detto *viscosità turbolenta* μ_t :

$$-\rho\overline{u'_i u'_j} = \mu_t \left(\frac{\partial\bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial\bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho \delta_{ij} k, \quad (1.37)$$

dove k è il termine di energia cinetica turbolenta che abbiamo già trovato nel paragrafo precedente che può essere espresso in funzione delle componenti fluttuanti di velocità:

$$k = \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i} = \frac{1}{2} (\overline{u'_x u'_x} + \overline{u'_y u'_y} + \overline{u'_z u'_z}) \quad (1.38)$$

L'ultimo termine dell'eq. (1.37) è necessario per garantire che la traccia del tensore degli sforzi risulti congruente con la definizione di energia cinetica turbolenta fornita in precedenza. Sebbene l'ipotesi di viscosità turbolenta non sia esatta, è facile da implementare e se applicata con criterio può fornire buoni risultati per vari tipi di flusso.

Rimane da modellare la viscosità turbolenta. Nella descrizione più semplice, la turbolenza può essere caratterizzata da due parametri: una scala di velocità data da $q = \sqrt{2k}$ e una scala di lunghezza, L .

L'analisi dimensionale mostra che:

$$\mu_t = C_\mu \rho q L, \quad (1.39)$$

dove C_μ è una costante adimensionale.

Per ottenere un'equazione che ci fornisca la scala di lunghezza e quindi equivalentemente l'energia cinetica turbolenta k possiamo premoltiplicare l'equazione (1.35) di conservazione della quantità di moto per la componente della omologa parte fluttuante di velocità, poi sommarle tra loro e infine mediarle, ottenendo:

$$\overline{\rho u'_i \frac{\partial u_i}{\partial t}} + \overline{\rho u'_i u'_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j}} = -\overline{u'_i \frac{\partial p}{\partial x_i}} + \overline{u'_i \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}} + \overline{\rho u'_i f_i}, \quad (1.40)$$

che considerato che f_i è una quantità non fluttuante, si ha $\overline{\rho u'_i f_i} = \overline{\rho} \overline{u'_i f_i} = 0$. I primi due termini della (1.40) sostituendo l'eq. (1.31) diventano:

$$\overline{\rho u'_i \frac{\partial u_i}{\partial t}} = \overline{\rho u'_i} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial t} + \overline{\rho u'_i \frac{\partial u'_i}{\partial t}} = \rho \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i} \right) = \frac{\partial(\rho k)}{\partial t}, \quad (1.41)$$

$$\begin{aligned} \overline{\rho u'_i u'_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j}} &= \overline{\rho u'_i \overline{u}_j} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \overline{\rho u'_i u'_j} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \overline{\rho u'_i \overline{u}_j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} = \overline{\rho u'_i u'_j} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \overline{\rho \overline{u}_j} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i} \right) = \\ &= \overline{\rho u'_i u'_j} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\overline{\rho \overline{u}_j} \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i} \right) - \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i} \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{\rho \overline{u}_j}). \end{aligned} \quad (1.42)$$

L'ultimo termine dell'equazione (1.42) è nullo dall'equazione di continuità. I termini a destra della (1.40) diventano:

$$\overline{u'_i \frac{\partial p}{\partial x_i}} = \frac{\partial}{\partial x_i} (\overline{p' u'_i}) - \overline{p' \frac{\partial u'_i}{\partial x_i}} \quad (1.43)$$

$$\overline{u'_i \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}} = \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{\tau_{ij} u'_i}) - \overline{\tau_{ij} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j}} \quad (1.44)$$

ed infine saltando qualche passaggio dove andiamo a sostituire l'eq. (1.36) per gli sforzi viscosi otteniamo:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\overline{\rho \overline{u}_j} k)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\rho}{2} \overline{u'_j u'_i u'_i} + \overline{p' u'_j} \right) - \overline{\rho u'_i u'_j} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} - \mu \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \quad (1.45)$$

I termini a sinistra di questa equazione e il primo termine a destra non hanno bisogno di essere modellati. Il secondo termine a destra rappresenta la diffusione turbolenta dell'energia cinetica, che in altri termini è il trasporto della fluttuazione di velocità per mezzo della fluttuazione stessa. Questo termine viene modellato come funzione del gradiente di energia cinetica turbolenta:

$$\left(\frac{\rho}{2} \overline{u'_j u'_i u'_i} + \overline{p' u'_j} \right) \approx \frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j}, \quad (1.46)$$

dove σ_k è il numero di Prandtl turbolento che ha un valore pari circa alla unità.

Il terzo termine a destra dell'eq. (1.45) è il termine di produzione dell'energia cinetica turbolenta, cioè l'ammontare di energia cinetica trasferita dal flusso medio alla turbolenza. Dato che abbiamo utilizzato l'ipotesi di Boussinesq in precedenza possiamo scrivere:

$$P_k = \overline{\rho u'_i u'_j} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \approx \mu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}. \quad (1.47)$$

L'ultimo termine a destra della (1.45) rappresenta invece la velocità con cui l'energia turbolenta è irreversibilmente trasformata in energia interna. Per questo termine, che da qui in avanti chiameremo ε , dovremo fornire una ulteriore equazione. Determinata la scala di velocità dall'energia cinetica turbolenta possiamo pensare di trovare la scala di lunghezza dalla velocità di dissipazione. In un flusso turbolento in equilibrio l'energia cinetica turbolenta prodotta e quella dissipata dovranno essere mediamente bilanciati. In queste condizioni ε , k e L sono legati dalla relazione:

$$\varepsilon \approx \frac{k^{3/2}}{L}. \quad (1.48)$$

Questa relazione ci permette di scrivere un'equazione per il termine di dissipazione che poi ci servirà a caratterizzare completamente la turbolenza. Nella sua forma più comunemente usata l'equazione per il termine di dissipazione ε risulta:

$$\frac{\partial(\rho\varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho\bar{u}_j\varepsilon)}{\partial x_j} = C_{\varepsilon 1} P_k \frac{\varepsilon}{k} - \rho C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right). \quad (1.49)$$

In questo modello la viscosità turbolenta è quindi espressa come:

$$\mu_t = \rho C_\mu \sqrt{k} L = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}. \quad (1.50)$$

Il modello appena presentato, basato sull'equazioni (1.45), (1.49) e (1.50), è chiamato modello $k - \varepsilon$ è stato introdotto da Launder e Spalding nel 1972 [11]. Per essere definito completamente ha bisogno di ben cinque parametri. Per ogni specifico problema fluidodinamico questi parametri andrebbero messi a punto per raggiungere il livello voluto di validazione con i rilievi sperimentali. Un set di parametri comunemente usato è:

$$C_\mu = 0.09; \quad C_{\varepsilon_1} = 1.44; \quad C_{\varepsilon_2} = 1.92; \quad \sigma_k = 1.0; \quad \sigma_\varepsilon = 1.3; \quad (1.51)$$

L'implementazione del modello $k-\varepsilon$ è relativamente semplice visto che le equazioni RANS hanno la stessa forma delle equazioni per un flusso laminare, laddove però la viscosità cinematica μ viene sostituita con la viscosità effettiva $\mu_{eff} = \mu + \mu_t$. Rispetto al caso laminare devono essere risolte numericamente due nuove equazioni alle derivate parziali, il che non rappresenterebbe un problema se non fosse che le scale dei tempi relative alla turbolenza sono molto più piccoli di quelli connessi al flusso medio. Ne consegue che le equazioni del modello $k-\varepsilon$ risultano più stiff del set di equazioni laminari.

Nonostante la sua indubbia robustezza, ragionevole accuratezza e semplicità di implementazione il modello $k-\varepsilon$ standard presenta numerose limitazioni, prima fra tutte la natura semi-empirica del modello che ci obbliga a fissare ben cinque coefficienti. Proprio per questo motivo, nella analisi aereodinamica stazionaria del pneumatico in rotolamento si è utilizzato un'evoluzione del modello $k-\varepsilon$ standard, chiamato *realizable*, che unisce una natura maggiormente fisica ai vantaggi del modello standard.

Il *realizable* $k-\varepsilon$ è stato sviluppato recentemente [12] e differisce dallo standard su due importanti punti:

- contiene una nuova formulazione per la viscosità turbolenta.
- l'equazione di trasporto per il termine di dissipazione di energia cinetica turbolenta ε è stata derivata dall'equazione esatta di trasporto della parte media del quadrato della vorticità della fluttuazione.

Grazie a queste modifiche il modello di turbolenza soddisfa i vincoli matematici del tensore di Reynolds rendendolo consistente con la fisica dei flussi turbolenti. In particolare il modello *realizzabile* fornisce risultati più attendibili per flussi con forti gradienti di pressione avversi all'interno dello strato limite e quindi nei casi che presentano separazione e ricircolo. Vedremo in seguito che queste sono proprio le condizioni di flusso che troveremo attorno al pneumatico alle velocità tipiche del test di pass-by.

Per comprendere la matematica che sta dietro il modello *realizable* combiniamo l'eq. (1.37) con l'eq. (1.50) per ottenere la parte normale del tensore di Reynolds per un fluido incomprimibile:

$$\overline{u_i^2} = -\frac{2}{3}k + 2\frac{\mu_t}{\rho}\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_i} \quad (1.52)$$

Per definizione $\overline{u_i^2}$ è una quantità positiva. Nel $k-\varepsilon$ standard questa diventa negativa, quindi non *realizzabile*, quando la velocità di deformazione è abbastanza grande da soddisfare la disuguaglianza

$$\frac{k}{\varepsilon} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} > \frac{1}{3C_\mu} \approx 3.7 \quad (1.53)$$

Alla stessa maniera può essere dimostrato che per velocità di deformazione abbastanza grandi la disuguaglianza di Schwarz per gli sforzi tangenziali non è rispettata ($\overline{u'_\alpha u'_\beta}^2 \leq \overline{u'^2_\alpha} \overline{u'^2_\beta} \quad \forall \alpha, \beta = 1, \dots, 3$).

Il modo più intuitivo per ovviare alla non fisicità dell'ipotesi di Boussinesq è usare un C_μ variabile con la velocità di deformazione, l'energia cinetica turbolenta e la sua dissipazione. Il concetto di C_μ variabile è stato suggerito da molti modellatori della turbolenza [13] ed è ben supportato da molte evidenze sperimentali.

Per la costante C_μ abbiamo che:

$$C_\mu = \frac{1}{A_0 + A_s \frac{kU^*}{\varepsilon}} \quad (1.54)$$

dove in assenza di sistemi di riferimento rotanti abbiamo che:

$$U^* \equiv \sqrt{S_{ij} S_{ij}}, \quad A_0 = 4.04, \quad A_s = \sqrt{6} \cos \varphi, \quad (1.55)$$

e

$$\varphi = \frac{1}{3} \arccos(\sqrt{6}W), \quad W = \frac{S_{ij} S_{jk} S_{ki}}{S^3}. \quad (1.56)$$

L'equazione che governa l'energia cinetica turbolenta rimane invariata mentre quella per la dissipazione diventa:

$$\frac{\partial(\rho\varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho\bar{u}_j\varepsilon)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + \rho C_1 S \varepsilon - \rho C_2 \frac{\varepsilon^2}{k + \sqrt{v\varepsilon}} \quad (1.57)$$

dove:

$$C_1 = \max\left(0.43, \frac{\eta}{\eta + 5}\right), \quad \eta = S \frac{k}{\varepsilon}, \quad S = \sqrt{2S_{ij} S_{ij}}, \quad S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (1.58)$$

e C_2 è una costante.

Osservando l'eq. (1.57) possiamo fare due considerazioni:

- il secondo termine a destra relativo alla produzione di ε non contiene il termine P_k di produzione di energia cinetica turbolenta come nel modello standard. Questo tipo di modellazione sembra rappresentare meglio lo spettro di dell'energia cinetica turbolenta.

- l'ultimo termine a destra, che rappresenta la distruzione di ε , non ha singolarità quando l'energia cinetica turbolenta si annulla.

Per le condizioni a contorno delle equazioni del modello si applicano generalmente le quelle applicabili per ogni genere di scalare. Per le condizioni a parete invece ci sono delle sostanziali differenze. Nei flussi a basso numero di Reynolds, dove lo spessore dello strato limite non è estremamente piccolo, è possibile risolvere il flusso fino alla parete applicando le condizioni:

$$k = 0, \quad \varepsilon = \nu \left(\frac{\partial^2 k}{\partial y^2} \right)_{wall} \quad (1.59)$$

Per alti numeri di Reynolds, il substrato viscoso e lo strato limite sono talmente sottili che diventa troppo oneroso computazionalmente andare ad infittire la griglia fino a quel livello. Questo problema può essere evitato utilizzando le funzioni di parete, che si basano sull'esistenza di una regione a profilo logaritmico della velocità come mostrato in figura 2-7.

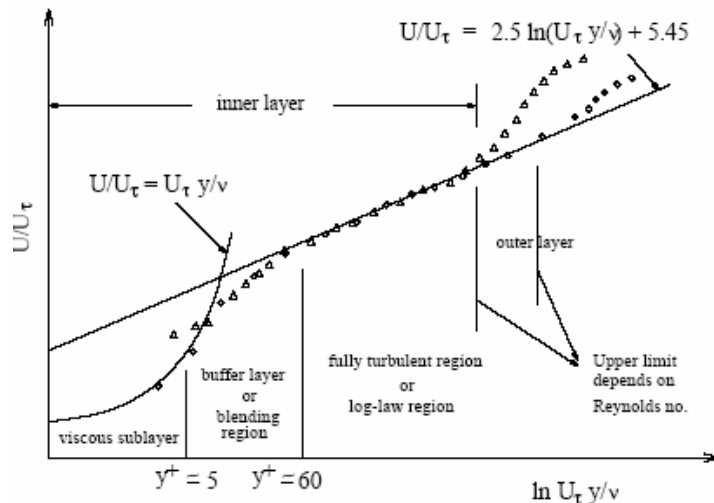


figura 2-7: Profilo di velocità di parete all'interno dello strato limite in funzione della distanza adimensionale y^+ . E' riconoscibile il range lineare per $y^+ < 5$ e il range logaritmico per $60 < y^+ < 300$.

Nello strato logaritmico il profilo di velocità è espresso da:

$$u^+ = \frac{\bar{u}}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + B, \quad (1.60)$$

dove \bar{u} è la velocità media del flusso parallela alla parete, u_τ è la velocità tangenziale data da $u_\tau = \sqrt{|\tau_w|/\rho}$. Qui τ_w è lo sforzo tangenziale a parete, κ è la costante di Von Karman ($\kappa = 0.41$) e B è una costante empirica legata allo spessore del sottostrato viscoso, quindi alla finitura superficiale della parete (B=5.5 su una superficie

completamente liscia e diventa più piccolo per superfici più rugose). Infine y^+ è la distanza in direzione ortogonale alla parete adimensionalizzata come:

$$y^+ = \frac{\rho u_\tau y}{\mu}. \quad (1.61)$$

Nel caso sopracitato di flusso in equilibrio locale si può scrivere:

$$u_\tau = C_\mu^{1/4} \sqrt{k}. \quad (1.62)$$

Risulta quindi che:

$$\tau_w = \rho u_\tau^2 = \rho C_\mu^{1/4} \kappa \sqrt{k} \frac{\bar{u}}{\ln(y + e^{\kappa B})}. \quad (1.63)$$

Questa condizione ci permette di chiudere il set di equazioni necessarie alla soluzione della prima cella adiacente alla parete dove la condizione di sforzo tangenziale a parete entra nel bilancio del quantità di moto.

L'equazione di k viene invece risolta considerando che il flusso di energia attraverso la parete deve essere nullo, ne risulta che la condizione a contorno da applicare a k diventa $\partial k / \partial y^+ = 0$. La condizione a contorno per il termine dissipativo viene determinata considerando l'equilibrio locale del flusso che si traduce in un bilancio tra produzione e dissipazione di energia cinetica turbolenta. Per la produzione vale:

$$P_k \approx \tau_w \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}, \quad (1.64)$$

che è una approssimazione dell'eq. (1.47) valida solo vicino alla parete. La derivata della velocità media può essere ottenuta dall'eq. (1.60) del profilo logaritmico di velocità:

$$\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right)_P = \frac{u_\tau}{\kappa y_P^+} = \frac{C_\mu^{1/4} \sqrt{k}}{\kappa y_P^+} \quad (1.65)$$

dove P indica il centroide del volume di controllo più vicino alla parete.

Quando vengono adottate le approssimazioni appena riportate l'equazione del termine dissipativo non ha bisogno di essere utilizzata, ma il valore di ε nel centroide del volume di controllo può essere direttamente calcolato da:

$$\varepsilon_P = \frac{C_\mu^{3/4} k_P^{3/2}}{\kappa y_P^+} \quad (1.66)$$

Questa espressione è stata derivata utilizzando la relazione (1.48) usando la seguente approssimazione per la scala di lunghezza:

$$L = \frac{\kappa}{C_\mu^{3/4}} y \approx 2.5y \quad (1.67)$$

che è valida solo nelle condizioni utilizzate nella derivazione della legge logaritmica di parete, vedremo in seguito quando questo tipo di condizione non risulta verificata.

Tutte le considerazioni appena fatte valgono solo se il primo punto di calcolo della nostra griglia si trova all'interno della regione logaritmica e cioè per $y^+ > 30$. I problemi più comuni nell'utilizzo delle funzioni di parete sorgono in corrispondenza delle regioni di separazione, all'interno delle aree di ricircolo e ancor di più in caso di riattaccamento della vena fluida. Regioni, quindi, dove l'assunzione di fluido localmente in equilibrio non è più valida.

Utilizzare una funzione di parete standard in un flusso fortemente separato può portare a soluzioni molto lontane dalla realtà. Nel nostro caso, per cercare di ovviare a questo tipo di problema, si è deciso di adottare una funzione di parete di *non-equilibrio* [14].

Le caratteristiche chiave della funzione di parete di non-equilibrio sono:

- il profilo di velocità logaritmico è sensibile a variazioni del gradiente di pressione.
- l'adozione di una funzione a due livelli per il corretto calcolo della quantità di energia cinetica turbolenta nelle celle adiacenti la parete.

La legge logaritmica di velocità diventa:

$$\frac{\tilde{u} C_\mu^{1/4} \sqrt{k}}{\tau_w / \rho} = \frac{1}{\kappa} \ln \left(E \frac{\rho C_\mu^{1/4} k^{1/2} y}{\mu} \right) \quad (1.68)$$

dove

$$\tilde{u} = \bar{u} - \frac{1}{2} \frac{dp}{dx} \left[\frac{y_v}{\rho \kappa \sqrt{k}} \ln \left(\frac{y}{y_v} \right) + \frac{y - y_v}{\rho \kappa \sqrt{k}} + \frac{y_v^2}{\mu} \right] \quad (1.69)$$

ed y_v è lo spessore del substrato viscoso calcolato da:

$$y_v = \frac{\mu y_v^*}{\rho C_\mu^{1/4} k_p^{1/2}} \quad (1.70)$$

dove $y_v^* = 11.225$.

La funzione di parete di non-equilibrio compie nel calcolo dell'energia cinetica turbolenta della cella adiacente alla parete un bilancio tra la porzione di volume che è occupata dal substrato viscoso e quella occupata dallo strato completamente turbolento.

Per i due layer potremo fare le seguenti assunzioni:

$$\tau_t = \begin{cases} 0, & y < y_v \\ \tau_w, & y > y_v \end{cases} \quad k = \begin{cases} \left(\frac{y}{y_v} \right)^2 k_p, & y < y_v \\ k_p, & y > y_v \end{cases} \quad \varepsilon = \begin{cases} \frac{2\nu k}{y^2}, & y < y_v \\ \frac{k^{3/2}}{C_\varepsilon^* y}, & y > y_v \end{cases} \quad (1.71)$$

dove $C_l^* = \kappa / C_\mu^{3/4}$.

Utilizzando questo tipo di profili, possiamo calcolarci la produzione media sulla cella adiacente alla parete di k, \bar{P}_k , e la velocità di dissipazione media sulla cella, $\bar{\varepsilon}$. Ne risulta che:

$$\bar{P}_k \equiv \frac{1}{y_n} \int_0^{y_n} \tau_t \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} dy = \frac{1}{\kappa y_n} \frac{\tau_w^2}{\rho C_\mu^{1/4} k_P^{1/2}} \ln \left(\frac{y_n}{y_v} \right) \quad (1.72)$$

e

$$\bar{\varepsilon} \equiv \frac{1}{y_n} \int_0^{y_n} \varepsilon dy = \frac{1}{y_n} \left[\frac{2\nu}{y_v} + \frac{k_P^{1/2}}{C_l^*} \ln \frac{y_n}{y_v} \right] k_P \quad (1.73)$$

dove y_n è l'altezza della cella. Nel caso di cella esaedrica o prismatica, come spesso succede nella generazione di griglie CFD, allora possiamo porre $y_n = 2y_p$, cioè due volte l'altezza del centroide.

Dalle eq. (1.72) e (1.73) è possibile verificare che la quantità di energia cinetica turbolenta della cella adiacente alla parete è realmente diventata sensibile alla variazione di altezza del substrato viscoso, altezza che varia notevolmente da cella a cella in condizioni di flussi non in equilibrio locale. Parimenti è possibile apprezzare che la condizione di equilibrio (produzione = dissipazione) è molto rilassata per questo tipo di legge di parete.

Concludendo, la *non-equilibrium wall function*, adottata nel calcolo RANS dei capitoli seguenti, permette di tenere in considerazione parte dei effetti di non-equilibrio presenti in un flusso separato. Questa funzione di parete in combinazione con il modello $k - \varepsilon$ *realizable* ci permetterà di ottenere un buon livello di validazione nel calcolo stazionario.

2.3 Large Eddy Simulation

Come abbiamo già evidenziato in precedenza, i flussi turbolenti coinvolgono un ampio spettro di scale di tempi e lunghezze. Un esempio di questa distribuzione di vortici è riportata in figura 2-8 a sinistra, mentre a destra troviamo un andamento tipico di una componente della velocità in un punto fissato dello spazio.

Le grandi scale sono generalmente molto più energetiche delle piccole, la loro dimensione insieme con la loro inerzia riesce meglio a trasportare le grandezze conservate all'interno del flusso. Per le piccole scale, ovviamente, il contributo al trasporto è inferiore. Una simulazione che concentra la maggior parte del suo sforzo computazionale sulle grandi scale è ragionevole sia dal punto di vista fisico sia dal punto di vista della fattibilità del calcolo; la *Large Eddy Simulation* utilizza proprio questo tipo di approccio.

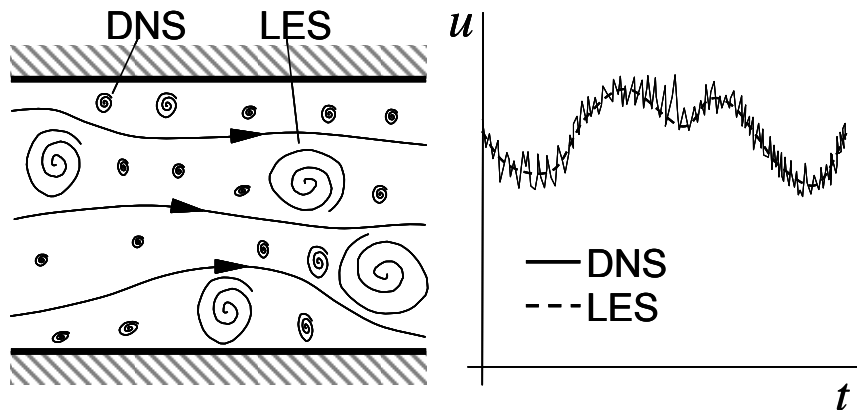


figura 2-8: Dimensione delle scale di turbolenza risolte dalla DNS e LES (a sinistra) e ampiezza delle fluttuazioni di velocità rispettivamente associate.

La *Large Eddy Simulation* [15, 16] è basata sulla separazione delle scale della turbolenza, le più piccole scale della soluzione esatta vengono parametrizzate mediante l'uso di un modello statistico comunemente chiamato modello delle scale di sottogriglia (*subgrid-scale model*) detto anche modello SGS. La rimozione delle scale a frequenze più alte viene condotta sotto le seguenti ipotesi, che sono derivate dall'ipotesi di isotropia locale della turbolenza formulata da Kolmogorov [10]:

- Le grandi scale di turbolenza devono:
 - caratterizzare il flusso e quindi guidarne la dinamica. In particolare deve comandare fenomeni come la transizione turbolenta e la produzione di energia cinetica turbolenta.
 - essere sensibili alle condizioni a contorno ed essere quindi anisotropiche.
 - contenere la maggior parte della energia cinetica fluttuante. Generalmente la soglia minima deve essere tra l'80% e il 90%.
- Le piccole scale (di sottogriglia) del flusso devono:
 - essere isotropiche [deriva direttamente dall'ipotesi di Kolmogorov].
 - essere le uniche responsabili della dissipazione viscosa. Nessun macro meccanismo del fluido deve essere associato a queste scale.
 - essere di modesta entità. Il loro contributo all'energia cinetica totale deve essere una piccola percentuale.

Se queste ipotesi sono verificate, ci possiamo aspettare che concentrandoci solo sulle grandi scale sia possibile ridurre il costo computazionale e allo stesso tempo catturare le caratteristiche del flusso ricercate. Naturalmente il tutto dipende fortemente dalla scelta della dimensione di taglio $\bar{\Delta}$ che distingue le grandi dalle piccole scale. L'esperienza computazionale insegna che la LES fornisce risultati soddisfacenti quando questa dimensione viene scelta in base alla natura fisica del flusso.

L'operazione di filtraggio delle alte frequenze risulta per questa tecnica di fondamentale importanza. Leonard [17] propone di utilizzare un filtro di convoluzione alla soluzione esatta; in questo tipo di approccio le grandi scale che vengono realmente risolte rappresentano un media locale della soluzione completa. La parte filtrata \bar{u} della variabile vettoriale velocità viene espressa come:

$$\bar{u}(x, t) = \int_{-\infty}^t \int_{-\infty}^{+\infty} G(\bar{\Delta}, \bar{\mathcal{G}}, |x - x'|, t - t') u(x', t') dx' dt' = G(\bar{\Delta}, \bar{\mathcal{G}}) * u(x, t) \quad (1.74)$$

dove l'operatore convoluzione è stato espresso con il simbolo *, come faremo da qui in seguito, e i parametri arbitrari $\bar{\Delta}, \bar{\mathcal{G}}$ sono la lunghezza di taglio e il tempo di taglio rispettivamente. Per semplicità il filtro riportato in eq. (1.74) è isotropico, non dipende quindi dall'orientazione degli assi cartesiani e dalla posizione nello spazio. Questo implica che il dominio considerato è illimitato e che $\bar{\Delta}$ e $\bar{\mathcal{G}}$ sono costanti nel tempo e nello spazio.

La funzione G è il nucleo del filtro. Possono essere utilizzate varie forme di nucleo come la Gaussiana, il filtro a scatola (una semplice media locale) e il taglio in frequenza (un filtro che elimina tutti i termini di Fourier relativi a un numero d'onda superiore a quello di taglio). L'operatore di filtraggio deve comunque soddisfare la condizione di linearità, la preservazione delle costanti e la commutazione con l'operatore di derivazione.

Applicando l'operatore filtro alle Navier-Stokes per fluidi incomprimibili, otteniamo un set di equazioni molto simile alle RANS:

$$\frac{\partial(\rho \bar{u}_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \overline{u_i u_j})}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (1.75)$$

$$\frac{\partial(\rho \bar{u}_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (1.76)$$

Queste equazioni non possono essere usate direttamente perchè il termine non lineare $\overline{\rho u_i u_j}$ non è noto e deve prima essere trasformato in variabili conosciute, che sono \bar{u} e u' . La decomposizione che andremo a presentare è stata introdotta da Leonard nel 1974 [17]. Si basa anch'essa sulla divisione del moto medio dal moto fluttuante della velocità $u = \bar{u} + u'$, che viene sostituita nel termine non lineare, che diventa:

$$\overline{u_i u_j} = \overline{(\bar{u}_i + u'_i)(\bar{u}_j + u'_j)} = \underbrace{\overline{\bar{u}_i \bar{u}_j}}_{\text{resolved}} + \underbrace{\overline{\bar{u}_i u'_j} + \overline{u'_i \bar{u}_j}}_{\text{C: Cross Terms}} + \underbrace{\overline{u'_i u'_j}}_{\text{R: Reynolds Stresses}} \quad (1.77)$$

Il termine noto (*resolved*) può essere ulteriormente decomposto come:

$$\overline{\bar{u}_i \bar{u}_j} = \bar{u}_i \bar{u}_j + \underbrace{(\overline{\bar{u}_i \bar{u}_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j)}_{\text{L: Leonard Stress Tensor}} \quad (1.78)$$

I tre tensori che si generano dalla decomposizione possono essere interpretati come segue:

- Il tensore degli sforzi di Leonard L corrisponde all'interazione delle fluttuazioni tra le scale risolte (nullo per le RANS).
- Il tensore degli sforzi misti C tiene conto della diretta interazione tra le scale risolte e quelle non risolte (nullo per le RANS).
- Il tensore di sottogriglia degli sforzi di Reynolds R invece è associato all'azione delle scale filtrate sul campo di moto risolto (equivalente al tensore di Reynolds per le RANS).

Anche se l'introduzione del tensore di Leonard ci aiuta a capire meglio il comportamento del termine convettivo non lineare, non aggiunge niente dal punto di vista numerico. Quindi questa ulteriore complicazione viene di solito evitata e gli unici termini realmente usati diventano il tensore C e quello di Reynolds R . Il termine incognito della (1.75) viene decomposto come $\tau = R + C$.

Per ottenere un set di equazioni chiuso è necessario esprimere il tensore di sottogriglia τ come funzione delle incognite del problema filtrato. Il filtro che in realtà viene applicato alle equazioni esatte è un connubio del filtro teorico di convoluzione e di quello numerico generato dalla discretizzazione spaziale. Quindi è possibile dividere le scale di sottogriglia nelle scale più piccole della lunghezza di taglio $\bar{\Delta}$ ma più grandi della lunghezza di Nyquist $2\Delta x$, e quelle più piccole di $2\Delta x$. Le prime sono chiamate scale di *sottofiltro* mentre le ultime scale di *sottogriglia*. Se il filtro è invertibile le prime possono essere ricostruite in fase di post processing.

Il modello di sottogriglia usato deve comunque rispettare i seguenti vincoli:

- Vincoli Fisici:
 - Il modello di sottogriglia deve avere le stesse proprietà di simmetria del termine di sottogriglia reale.
 - Il modello di sottogriglia deve essere consistente, deve cioè fornire un contributo nullo quando localmente la griglia diventa sufficiente a risolvere tutte le scale di moto.
 - Il modello di sottogriglia deve avere lo stesso effetto sulle scale risolte del termine di sottogriglia esatto in termine di dissipazione e diffusione.
- Vincoli Numerici:
 - Il modello di sottogriglia deve risultare fattibile in termini di costo computazionale. In altri termini, deve essere vantaggioso rispetto all'aumento del tempo di calcolo che porterebbe un infittimento della discretizzazione.
 - Il modello di sottogriglia non deve introdurre instabilità numeriche.
 - Il modello di sottogriglia deve essere numericamente robusto, una volta discretizzato avrà lo stesso effetto sulle scale risolte del modello continuo.

Sebbene questi vincoli sembrano facili da soddisfare, molti dei modelli esistenti in letteratura non riescono a rispettarli tutti. In questa sede presenteremo solo il modelli che sono stati realmente provati nel caso in esame, e quindi il modello di Smagorinsky e la sua variante dinamica.

Il modello di Smagorinsky è un modello funzionale, e come tutti i modelli funzionali si basa sulla dinamica della turbolenza isotropica. Sia gli studi teorici che numerici mostrano che il chiaro effetto delle scale di sottogriglia è un drenaggio di energia cinetica turbolenta dalle scale risolte. Questo processo è direttamente legato alla cascata di energia dalle grandi scale alle piccole (vedi figura 1-1).

Il modo più semplice di riprodurre questo flusso di energia è quello di parametrizzarlo come un fenomeno dissipativo come succede nelle RANS

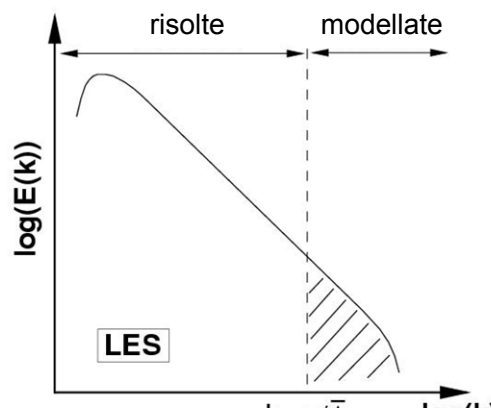


figura 2-9: Spettro dell'energia cinetica turbolenta. Le scale risolte sono divise da quelle modellate al numero d'onda di taglio da un filtro spettrale.

per il tensore di Reynolds:

$$\tau_{ij} - \frac{1}{3}\tau_{kk}\delta_{ij} = -\mu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) = -2\mu_t \bar{S}_{ij} \quad (1.79)$$

dove μ_t è la viscosità turbolenta e \bar{S}_{ij} è la velocità di deformazione delle scale risolte. I termini a sinistra rappresentano la parte deviatorica del tensore τ , che è l'unica ad essere presa in considerazione in quanto la traccia di \bar{S} è nulla nel caso di fluido incomprimibile. La parte isotropica viene aggiunta alla pressione filtrata, portando a un termine di pseudopressione $\Pi_k = \bar{p}_k + \tau_{kk}/3$. Il problema di chiusura ora consiste nel trovare una definizione per la viscosità turbolenta μ_t .

Il modello di Smagorinsky nell'ambito delle simulazioni LES è senza dubbio il più famoso e, allo stesso tempo, il più vecchio [18]. L'espressione per la viscosità turbolenta viene semplicemente ottenuta da una analisi dimensionale, da cui si ottiene:

$$\nu_t = \frac{\mu_t}{\rho} \propto l_0^2 t_0^{-1} \quad (1.80)$$

è necessario ora determinare la scala delle lunghezze e quelle dei tempi, l_0 e t_0 rispettivamente. Assumendo che la lunghezza di taglio dei fenomeni turbolenti sia rappresentativa dei modi di sottogriglia possiamo scrivere:

$$l_0 = C_s \bar{\Delta} \quad (1.81)$$

dove C_s è una costante da determinare. La scala dei tempi è più difficile da determinare e necessita di ulteriori ipotesi. Per primo assumiamo che l'equilibrio locale sia soddisfatto, che equivale a dire che la velocità di produzione di energia cinetica è pari al flusso di energia attraverso la dimensione di *cut-off* $\bar{\Delta}$. Sotto questa condizione la scala dei tempi caratteristica dei modi di sottogriglia è uguale a quella delle più piccole scale risolte, risulta quindi che:

$$T_0 = 1/\sqrt{2\bar{S}_{ij}\bar{S}_{ij}} = t_0 \quad (1.82)$$

che ci porta a scrivere:

$$\nu_t = (C_s \bar{\Delta})^2 \sqrt{2\bar{S}_{ij}\bar{S}_{ij}} \quad (1.83)$$

Nel caso di turbolenza isotropica con spettro di Kolmogorov si trova che $C_s \approx 0.2$.

Questo valore non ha validità universale e dipende aprioristicamente dallo spettro di energia cinetica turbolenta. Va comunque notato che le LES necessitano di un unico coefficiente empirico mentre le RANS basate sul modello standard $k - \varepsilon$ hanno bisogno di ben 5 parametri. Nei modelli dinamici il valore di C_s viene fatto variare ad ogni punto del dominio e ad ogni istante di tempo in modo tale da permettere un migliore adattamento del modello di sottogriglia alle condizioni locali del campo di moto risolto.

Tutti i modelli dinamici si basano sulla identità di Germano [19] che stabilisce un legame tra il tensore di sottogriglia ottenuto a due livelli differenti di filtraggio relativi alle scale di lunghezza $\bar{\Delta}$ e $\hat{\Delta}$ con $\hat{\Delta} \geq \bar{\Delta}$:

$$\underbrace{\left(\widehat{\bar{u}_i \bar{u}_j} - \widehat{\bar{u}_i} \widehat{\bar{u}_j}\right)}_{L_{ij}^m} = \underbrace{\left(\widehat{u_i u_j} - \widehat{u_i} \widehat{u_j}\right)}_{T_{ij}} - \underbrace{\left(\overline{u_i u_j} - \overline{u_i} \overline{u_j}\right)}_{\tau_{ij}}, \quad (1.84)$$

dove L_m è un tensore che può essere direttamente calcolato ed è la differenza tra i tensori di sottogriglia delle scale di lunghezza $\hat{\Delta}$ e $\bar{\Delta}$ rispettivamente. Questa identità può essere usata per trovare il valore ottimale della costante di Smagorinsky.

Riscriviamo l'equazione di chiusura come:

$$\tau_{ij} = C_s f_{ij}(\bar{u}, \bar{\Delta}) \quad (1.85)$$

dove $f_{ij}(\bar{u}, \bar{\Delta})$ è il modello stesso di sottogriglia. Supponendo che lo stesso modello possa essere applicato anche al secondo livello di filtraggio, otteniamo:

$$T_{ij} = C_s f_{ij}(\hat{u}, \hat{\Delta}) \quad (1.86)$$

Sostituendo la (1.85) e la (1.86) nella (1.84) possiamo definire il residuo come:

$$R_{ij} = L_{ij}^m - C_s f_{ij}(\hat{u}, \hat{\Delta}) + \overline{C_s f_{ij}(\bar{u}, \bar{\Delta})} \quad (1.87)$$

che può essere riscritta come:

$$R_{ij} = L_{ij}^m - C_s \underbrace{\left(f_{ij}(\hat{u}, \hat{\Delta}) + \overline{f_{ij}(\bar{u}, \bar{\Delta})}\right)}_{M_{ij}} \quad (1.88)$$

La costante ora può essere calcolata minimizzando la norma del residuo. La soluzione più diffusa consiste nel operare una minimizzazione ai minimi quadrati del tensore dei residui, che si riduce a trovare il coefficiente C_s tale che:

$$\frac{\partial R_{ij} R_{ij}}{\partial C_s} = 0 \quad (1.89)$$

da cui si trova:

$$C_s = \frac{L_{ij}^m M_{ij}}{M_{ij} M_{ij}} \quad (1.90)$$

L'utilizzo di questa espressione ci permette di trovare per ogni punto della griglia il coefficiente di Smagorinsky che meglio si adatta alle condizioni locali del campo risolto. Le più importanti proprietà del modello dinamico sono:

- Si annulla automaticamente nelle regioni vicine alle pareti.
- Si annulla nelle regione completamente risolte diventando localmente una DNS.
- E' capace di catturare il processo di transizione.

A fronte di tutti questi benefici presenta anche qualche svantaggio. Può succedere per esempio di avere localmente valori negativi o addirittura infiniti del coefficiente di Smagorinsky. Questo ovviamente non è fisico e può portare effetti deleteri sulla stabilità numerica. Altro problema è l'aumento del costo computazionale del modello dinamico che può arrivare al 20-30% in più del relativo tempo di calcolo di un codice statico. Nel calcolo LES del pneumatico in rotolamento si è fatta la scelta più conservativa, e cioè quella di adottare il modello di Smagorinsky statico. Già prima di iniziare l'analisi si era coscienti che le CPU necessarie al calcolo sarebbero state disponibili per un periodo di tempo sufficiente a completare un'unica simulazione LES. La maggiore velocità e stabilità del modello statico si adattava meglio alle esigenze computazionali dell'analisi fluidodinamica.

3 L'Aeroacustica Computazionale

3.1 Introduzione

La fluidodinamica computazionale ha raggiunto un livello di maturità tale da permettere la soluzione di molti problemi tipici dell'industria utilizzando codici di natura commerciale. Di conseguenza l'interesse della comunità scientifica nell'ambito della meccanica dei fluidi ha fatto un passo in avanti, interessandosi anche di acustica. Per molto tempo il loro lavoro è stato per lo più di natura analitica e sperimentale, ma i sorprendenti progressi della tecnologia dei computer ha reso possibile l'approccio numerico a questa tipologia di problemi. Questo approccio è appunto chiamato aeroacustica computazionale (Computational AeroAcoustic, CAA).

La CAA può essere definita come il processo che attraverso l'utilizzo di tecniche numeriche riesce a produrre informazioni circa l'acustica di fenomeni aereodinamici. La moderna CAA si basa sugli studi di Sir James Lighthill [20], le cui pubblicazioni sono sicuramente le più importanti e le più citate in questo ambito. Lighthill ha introdotto l'idea che il suono possa essere rappresentato come la differenza tra il flusso reale e un flusso di riferimento, di solito un fluido a riposo. Negli ultimi anni 60, la sua analogia acustica è stata estesa da Ffowcs Williams e Hawkings [21] al caso di superfici in movimento all'interno del campo di moto del fluido. Nonostante l'enorme contributo teorico a questa materia, per molto tempo le potenzialità di questo approccio sono state poco sfruttate per la mancanza di simulazione aereodinamiche sufficientemente accurate. Unico caso largamente trattato con la CAA fu il rumore emesso dai turbogetti di applicazione aerospaziale, sia per la sua semplice geometria priva di pareti sia per l'importanza di questa fonte di rumore negli anni di maggiore sviluppo degli aereomobili. Solo di recente la potenza di calcolo a disposizione dei ricercatori è divenuta tale da permettere l'applicazione della CAA a problemi più complessi con risultati che fossero fruibili, in tempi ragionevoli, nel processo di sviluppo industriale.

Il rumore aereodinamico si verifica a causa di due differenti fenomeni. Il primo è il rumore impulsivo che è il risultato dell'interazione tra superfici in movimento e il fluido. Lo spostamento della condizione a contorno rappresentata dalla parete genera fluttuazioni della pressione che sono poi radiate come suono. Su questo principio si basa il funzionamento dei comuni altoparlanti, e ci permette di comprendere l'emissione rumorosa di tutti i sistemi meccanici rotanti (il rotore di un elicottero, le pale di un ventilatore etc.).

L'altro meccanismo di generazione del rumore aerodinamico è il risultato della turbolenza. Come abbiamo visto nei capitoli precedenti, la natura stessa della turbolenza è stocastica, ad essa sono associate un ampio spettro di frequenze. E' interessante notare come l'energia turbolenta venga trasformata più efficientemente in energia acustica in prossimità di spigoli acuti. Un'altra importante sorgente di rumore turbolento è il flusso dei getti ad alta velocità, dove lo strato ad elevati sforzi di taglio nella zona di miscelamento irradia suono nel campo lontano.

Il rumore impulsivo è facile da derivare nelle calcoli aerodinamici non stazionari perchè equivale a imporre una condizione a contorno variabile nel tempo, mentre per il rumore turbolento ottenere un risultato affidabile è molto più complesso in quanto si deve passare

attraverso un trattamento realistico delle scale di turbolenza connesse alla generazione di rumore.

Come per la CFD esistono un considerevole numero di metodi per approssimare il problema del rumore aeroacustico, ognuno con un suo range di applicazione oltre il quale il calcolo diventa poco affidabile.

Il *metodo diretto* può essere considerato come la tecnologia più esatta per la CAA ed è il metodo equivalente alla DNS nel campo della CFD. Le Navier-Stokes per un fluido comprimibile vengono risolte nel dominio di interesse per i campi non stazionari accoppiati di velocità e pressione. Per la soluzione del campo acustico non necessitano di alcun modello e quindi il metodo non è soggetto ad errori di approssimazione. D'altra parte, il conto computazionale che si deve pagare per questo livello di accuratezza è infinitamente alto. La risoluzione nella scala dei tempi e dello spazio che è richiesto da questo tipo di calcolo per far arrivare l'informazione acustica dal punto di generazione fino all'osservatore origina un numero di celle e avanzamenti temporali ridicolmente alto. Pur supponendo di avere tali risorse computazionali, gli schemi di discretizzazione non funzionano molto bene nella propagazione dell'onda acustica perchè hanno un errore di dispersione e diffusione troppo elevato. Un'onda piana, per esempio, viene profondamente distorta e attenuata dopo essere stata trasportata per poche lunghezze d'onda.

La maggior parte degli strumenti di indagine aeroacustica computazionale che vengono utilizzati oggi con successo sono di tipo *ibrido*, dove la generazione del suono dovuto ad effetti aereodinamici viene disaccoppiata dal processo di trasporto al campo lontano rendendo possibile l'utilizzo di algoritmi ottimizzati per i due differenti compiti.

Le sorgenti acustiche possono essere derivate in due modi:

- **Sorgenti CFD:** il calcolo fluidodinamico può essere direttamente usato nella determinazione delle sorgenti acustiche all'interno della regione di generazione del suono. Se viene utilizzato un accoppiamento diretto con il metodo di propagazione dell'onda acustica, allora la simulazione deve fornire dati affidabili fino alla regione di accoppiamento, che può essere una superficie o un volume. La richiesta non è irrealizzabile come nel caso del metodo diretto perchè il trasporto deve essere sostenuto per poche lunghezze d'onda. Un piccolo errore in fase e ampiezza può quindi essere considerato accettabile.
- **Sorgenti Semiempiriche:** Lo spettro delle emissioni acustiche della turbolenza può essere ricostruito dalle grandezze derivate da una analisi CFD per via empirica. Una analisi RANS stazionaria può fornire informazioni circa le scale della lunghezza e le scale dei tempi della turbolenza che vengono tradotte da relazioni empiriche in generazione di rumore. Alla indubbia velocità abbina un'importante dipendenza dalle condizioni di calibrazione dei coefficienti empirici.

Una volta identificate le sorgenti di rumore aeroacustico si deve provvedere a trasportare l'informazione fino all'osservatore, che nel caso del pass-by sono i microfoni posti ai lati del campo di prova. Anche in questo caso abbiamo due possibilità:

- **Trasporto Computazionale:** In questi metodi le equazioni differenziali associate alla propagazione delle onde acustiche vengono risolte per via numerica. Potendosi concentrare solo sulla parte acustica e non su quella fluidodinamica, gli schemi di discretizzazione possono essere fortemente messi a punto per raggiungere un bassissimo livello di dispersione e diffusione numerica. Usualmente risolvono

semplici equazione come le equazioni di Eulero linearizzate (LEE) o le equazioni d'onda.

- **Trasporto analitico:** In questo caso il suono trasmesso all'osservatore viene calcolato con un'integrazione dei termini sorgente su di una superficie che delimita la regione aerodinamica sorgente, per mezzo dell'integrale di superficie di Kirchhoff oppure delle equazioni di Ffowcs Williams-Hawkins (FW-H).

Nel presente studio utilizzeremo i risultati fluidodinamici di una simulazione LES per determinare le sorgenti di rumore che poi verranno propagate all'osservatore per mezzo del trasporto analitico di Ffowcs Williams-Hawkins. L'approccio integrale al trasporto è la seconda idea chiave di Lighthill. Il campo acustico viene ottenuto dalla convoluzione della funzione di Green e le sorgenti acustiche. La funzione di Green rappresenta la risposta lineare del flusso di riferimento a una sorgente impulsiva di pressione. Questo tipo di tecnica si sposa bene con l'approccio computazionale in quanto permette di mediare gli errori randomici nel calcolo delle sorgenti tramite l'operazione di integrazione.

Purtroppo il passaggio di energia tra campo acustico e campo fluidodinamico non è sempre univoco. L'analogia di Lighthill può essere infatti usata con buoni risultati solo nel caso di sorgente in spazio aperto. Quando il flusso è confinato l'energia acustica può accumularsi in modi risonanti fino al punto che la velocità della fluttuazione acustica può raggiungere l'ordine di grandezza della velocità del flusso principale. Questo porta a delle oscillazioni di pressione che si auto-sostengono, fenomeno che viene comunemente chiamato *whistling*. In questi casi il feedback dal campo acustico a quello fluidodinamico non può essere trascurato.

Per determinare la funzione di Green che si adatta al dominio di calcolo dovremo ricorrere ai principi dell'acustica lineare, nel prossimo paragrafo vedremo quali sono le proprietà delle soluzioni elementari delle equazioni delle onde.

3.2 L'acustica in campo libero per un fluido a riposo

L'acustica studia la propagazione delle onde di pressione nel mezzo materiale, che nel nostro caso è l'aria. Le perturbazioni generate sul fluido in quiete sono di modesta entità, questo ci permette di linearizzare le leggi di conservazione e le equazioni costitutive del fluido. Il range di frequenze associato alle fluttuazioni armoniche di pressione che l'orecchio umano riesce a percepire va dai 20 Hz ai 20 kHz. I livelli di pressione acustica (*sound-pressure level*, SPL) misurato in decibels (dB) ci da informazioni circa l'ampiezza della fluttuazione di pressione ed è definito come:

$$SPL = 20 \log_{10} \left(\frac{p'_{rms}}{p_{ref}} \right) \quad (2.1)$$

dove $p_{ref} = 2 \times 10^{-5}$ Pa per suoni che si propagano in gas. L'intensità sonora $\langle I \rangle = \langle \mathbf{I} \cdot \mathbf{n} \rangle$ è definita come la media temporale del flusso di energia associato all'onda acustica che si propaga in direzione \mathbf{n} . Il livello di intensità (IL) espresso in decibel è dato da:

$$IL = 10 \log_{10} \left(\frac{\langle I \rangle}{I_{ref}} \right) \quad (2.2)$$

dove per l'aria $I_{ref} = 10^{-12} \text{ W m}^{-2}$ che viene calcolato dal valore di p_{ref} tramite la seguente relazione valida per la propagazione di onde piane:

$$\langle I \rangle = \frac{p'^2}{\rho_0 c_0} \quad (2.3)$$

Il livello di potenza sonora (PWL) è quindi l'integrale di superficie dell'intensità acustica, ed è definito come:

$$PWL = 10 \log_{10} \left(\frac{\langle P \rangle}{P_{ref}} \right) \quad (2.4)$$

dove $P_{ref} = 10^{-12} \text{ W}$ corrisponde alla potenza acustica emessa su una superficie di 1 m^2 da una sorgente con intensità pari a $\langle I \rangle = I_{ref}$.

La soglia di udibilità a 1 kHz è tipicamente SPL = 0 dB. La massima sensibilità dell'orecchio umano è attorno ai 3kHz dove il quarto di lunghezza d'onda entra in risonanza con la profondità dell'orecchio esterno, una cavità di 2.5 cm.

La soglia del dolore è all'incirca a SPL = 140 dB ed anche a questo altissimo livello sonoro le fluttuazioni di pressione sono solo dell'ordine $p'/p_0 = O(10^{-3})$. La corrispondente fluttuazione di densità è:

$$\frac{\rho'}{\rho_0} = \frac{p'}{\rho_0 c_0^2} \quad (2.5)$$

che è allo stesso ordine di grandezza (10^{-3}) visto che $\rho_0 c_0^2 / p_0 = \gamma = c_p / c_v \approx 1.4$. Questo giustifica la linearizzazione delle equazioni di conservazione per i termini fluttuanti.

Per un'onda di pressione piana che si propaga nello spazio abbiamo che alla fluttuazione di pressione p' è associata una fluttuazione di velocità u' delle particelle di fluido nella direzione di propagazione dell'onda acustica. Per il termine di velocità fluttuante abbiamo che:

$$u' = \frac{p'}{\rho_0 c_0} \quad (2.6)$$

Per avere un'idea degli spostamenti associati alle fluttuazioni basta pensare che per un'onda armonica abbiamo che $\delta = |u'| / \omega$ quindi per un suono alla soglia del dolore troviamo che lo spostamento $\delta = 10^{-4} \text{ m}$. In un canale quando lo spostamento δ approssima una sezione di uscita assisteremo a un periodico distacco di vortici dal bordo del canale [22,23].

Nella derivazione delle equazioni delle onde linearizzate assumeremo che la viscosità e il trasferimento di calore siano trascurabili. Queste due condizioni si rivelano nella maggior parte dei casi rispettate. Se infatti calcoliamo il numero di Reynolds associato all'onda acustica di lunghezza $\lambda = c/f$ otteniamo che:

$$\text{Re}_{onda} = \frac{\lambda^2 f}{\nu}. \quad (2.7)$$

Per un'onda a frequenza di 1 kHz che si propaga in aria avremo che $\text{Re}_{onda} = O(10^7)$, potremo quindi trascurare le forze viscosse rispetto a quelle inerziali. Il numero di Prandtl per un gas è circa pari all'unità (per l'esattezza circa 0.7), anche lo scambio termico sarà quindi trascurabile essendo il numero di Prandtl il rapporto tra la diffusività della quantità di moto e la diffusività termica.

In presenza di pareti quanto detto non è più valido. Ad esempio, l'ampiezza di un'onda piana che viaggia all'interno di un canale di sezione trasversale di raggio R si attenua per effetti viscosi con le pareti del canale con legge esponenziale con la distanza percorsa x . Nella maggior parte degli strumenti a fiato a toni bassi le perdite per dissipazione sono superiori alla potenza sonora irradiata, vedremo con maggiore dettaglio l'effetto della dissipazione acustica nel paragrafo 3.4.

Siamo pronti ora per derivare le equazioni linearizzate per le onde acustiche dalle Navier-Stokes (1.10) e (1.14). Definiamo quindi le perturbazioni rispetto a uno stato di riferimento S_0 :

$$p' = p - p_0, \quad \rho' = \rho - \rho_0, \quad u' = u - u_0 \quad (2.8)$$

dove per un fluido a riposo avremo che $u_0 = 0$. Sostituendo le (2.8) nelle (1.10) e (1.14) otteniamo:

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho_0 \frac{\partial u'_i}{\partial x_i} = 0, \quad \rho_0 \frac{\partial u'_i}{\partial t} + \frac{\partial p'}{\partial x_i} = f_i, \quad (2.9)$$

Sottraendo la divergenza dell'equazione del momento linearizzata all'equazione del bilancio di massa derivata nel tempo otteniamo:

$$\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\partial p'}{\partial x_i} \right) = -\frac{\partial f_i}{\partial x_i}, \quad (2.10)$$

sostituendo la fluttuazione di densità con l'equazione (2.5):

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\partial p'}{\partial x_i} \right) = -\frac{\partial f_i}{\partial x_i}, \quad (2.11)$$

che è l'equazione delle onde acustiche. Il termine sorgente a destra descrive la generazione del suono che deriva da una forzante non stazionaria. Nel caso di superfici in movimento, la forza esercitata sul fluido può essere rappresentata tramite questo termine.

In assenza di forze esterne, il campo sonoro dipende unicamente dalle condizioni iniziali e a contorno. L'equazione (2.11) regola la propagazione delle onde acustiche.

L'equazione omogenea associata alla (2.11) è:

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\partial p'}{\partial x_i} \right) = 0, \quad (2.12)$$

consideriamo ora due soluzioni elementari della (2.12) che costituiranno le basi per la costruzione di soluzioni più complesse. Le due soluzioni considerate sono:

- l'onda piana
- l'onda sferica.

Per ottenere queste soluzioni immaginiamo che le onde siano generate da condizioni a contorno dai cui poi si propagheranno in campo libero.

All'onda piana per definizione corrisponde uno stato uniforme per ogni piano ortogonale alla direzione di propagazione x_1 , avremo quindi che $p' = p'(x_1, t)$. La (2.12) diventa:

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 p'}{\partial x_1^2} = 0 \quad (2.13)$$

Applicando la seguente trasformazione lineare:

$$\xi = t - \frac{x_1}{c_0}, \quad \eta = t + \frac{x_1}{c_0} \quad (2.14)$$

la (2.13) diventa:

$$\frac{\partial^2 p'}{\partial \xi \partial \eta} = 0 \quad (2.15)$$

che integrata prima rispetto a ξ poi rispetto a η ci permette di ottenere la soluzione di d'Alembert dell'equazione (2.15):

$$p' = F \left(t - \frac{x_1}{c_0} \right) + G \left(t + \frac{x_1}{c_0} \right) \quad (2.16)$$

dove F rappresenta un'onda che si propaga lungo le x_1 positive mentre G viaggia nella direzione opposta. Le funzioni F e G si determinano dalle condizioni iniziali e quelle a contorno.

A titolo di esempio consideriamo l'onda piana che si genera da un piano infinito posto in $x_1 = 0$ che si muove con velocità $U_{1,0}(t)$ verso le x_1 positive. Assumendo che la velocità acustica sia uguale alla velocità del piano avremo che $u'_i(0, t) = U_{1,0}(t)$.

Nell'ipotesi di piccole perturbazioni dello stato di quiete si può assumere che la fluttuazione di pressione sia funzione lineare della velocità acustica delle particelle, come

può essere dimostrato applicando il principio di conservazione della quantità di moto alla regione di fluido compresso immediatamente di fronte il piano mobile [24]. Da cui:

$$p' = \frac{d}{dt}(\rho_0 c_0 t u_1') \quad (2.17)$$

e quindi:

$$p' = \rho_0 c_0 u_1' \quad (2.18)$$

La costante di proporzionalità $\rho_0 c_0$ è consociata come impedenza acustica specifica. Usando la condizione a contorno $u_1'(0, t) = U_{1,0}(t)$ e $p' = F(t - x_1/c_0)$, troviamo:

$$p' = \rho_0 c_0 U_{1,0}(t - x_1/c_0) \quad (2.19)$$

valida per $x_1 > 0$. Questa equazione ci dice che la perturbazione osservata al tempo t nel punto x_1 è stata generata dalla condizione di velocità della parete al tempo $t_e = t - x_1/c_0$ chiamato tempo di emissione. Per l'onda che con la stessa condizione a contorno si propaga verso le x_1 negative troviamo analogamente che:

$$p' = -\rho_0 c_0 U_{1,0}(t + x_1/c_0) \quad (2.20)$$

Per il caso particolare di un onda armonica che si propaga in una direzione \mathbf{n} arbitraria possiamo scrivere:

$$p' = \hat{p} e^{i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{x})} \quad (2.21)$$

dove $\mathbf{k} = k\mathbf{n}$ è il vettore d'onda, $k = \omega/c_0$ è il numero d'onda e \hat{p} è l'ampiezza. Per mezzo della analisi di Fourier nel tempo, un arbitraria grandezza dipendente dal tempo può essere espresso come somma di funzioni armoniche. In maniera simile, un campo acustico complesso può essere sviluppato in termine di onde piane.

Un'altra importante soluzione elementare della equazione omogenea delle onde acustiche è l'onda sferica. In questo caso la pressione è unicamente funzione di $p'(r, t)$ dove r è la distance dall'origine dell'onda. Ricordando che:

$$\nabla^2 F(r) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial F}{\partial r} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial^2 (rF)}{\partial r^2} \quad (2.22)$$

troviamo che l'equazione d'onda (2.13) si riduce a:

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'r}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 p'r}{\partial r^2} = 0 \quad (2.23)$$

notiamo che per $r = 0$ l'equazione diventa singolare. La (2.23) ha la stessa forma della (2.13) per la variabile $p'r$, quindi possiamo trovare alla stessa maniera la soluzione di d'Alambert associata:

$$p' = \frac{1}{r} \left[F \left(t - \frac{r}{c_0} \right) + G \left(t + \frac{r}{c_0} \right) \right] \quad (2.24)$$

dove F esprime l'onda che si propaga dall'origine all'infinito mentre G quella che dall'infinito converge verso il punto di origine. Assumendo condizioni di campo libero possiamo porre $G = 0$. Per onde di tipo armonico possiamo scrivere:

$$p' = \frac{A}{r} e^{i(\omega t - kr)} \quad (2.25)$$

dove A è l'ampiezza dell'onda acustica a 1 m. La velocità acustica delle particelle in direzione radiale può essere calcolata utilizzando la conservazione di quantità di moto in componenti radiali:

$$\rho_0 \frac{\partial u'_r}{\partial t} = - \frac{\partial p'}{\partial r} \quad (2.26)$$

Sostituendo la (2.25) troviamo:

$$u'_r = \frac{p'}{\rho_0 c_0} \left(1 - \frac{i}{kr} \right). \quad (2.27)$$

A grandi distanze dall'origine, tali che $kr = 2\pi r/\lambda \gg 1$, troviamo lo stesso comportamento dell'onda piana di equazione (2.18). Questa è la condizione di *campo lontano*. Al contrario per $kr \ll 1$ ci troviamo nel *campo vicino* e la velocità u'_r è inversamente proporzionale al quadrato della distanza r .

La perturbazione acustica generata da un'onda sferica è generalmente chiamata campo sonoro di un monopolo. Una tale distribuzione spaziale di onde di pressione può essere generata da una sfera con pareti rigide di raggio a :

$$a = a_0 + \hat{a} e^{i\omega t} \quad (2.28)$$

Per $r = a_0$ abbiamo che $u'_r(a_0) = da/dt = i\omega \hat{a} e^{i\omega t}$. Combinando le equazioni (2.27) e (2.28) ricaviamo l'ampiezza A dell'onda di pressione:

$$p' = - \frac{\rho_0 a_0^2 \hat{a} \omega^2}{i + ika_0} \frac{1}{r} e^{i[\omega t - k(r-a_0)]} \quad (2.29)$$

Per $ka_0 \ll 1$ l'ampiezza decresce con la frequenza. Se manteniamo costante il flusso volumetrico $\Phi_v = 4\pi a_0^2 u'_r(a_0) = 4\pi i a_0^2 \omega \hat{a}$, la pressione acustica decresce linearmente con la frequenza:

$$p' = \frac{i\omega\rho_0\Phi_V}{4\pi r} e^{i[\omega t - k(r-a_0)]} \quad (2.30)$$

Il campo acustico generato da un monopolo diventa dominante quando la regione sorgente è piccola se messa a confronto con la lunghezza d'onda emessa, tale regione viene chiamata regione *compatta*.

Utilizzando la soluzione del monopolo possiamo costruire soluzioni più complesse. Se p'_0 è soluzione della (2.23), allora ogni derivata spaziale $\partial p'_0/\partial x_i$ è una soluzione perchè l'equazione delle onde ha coefficienti costanti. La derivata spaziale di primo ordine del campo del monopolo rappresenta il campo acustico associato a un dipolo, la derivata seconda corrisponde al quadripolo.

Se consideriamo due sorgenti volumetriche a distanza $\Delta y_1 \rightarrow 0$ otterremo alla stessa maniera il campo acustico di un dipolo. Al flusso di massa non stazionario Φ_V che passa da una sorgente all'altra è associato un flusso di quantità di moto che deve essere prodotta da una forza esterna. Quindi l'emissione acustica di un dipolo non è possibile in assenza di forze esterne.

Lighthill nei suoi studi dimostrò che il suono prodotto da un flusso turbolento isoentropico in assenza di pareti e forze esterne deve necessariamente avere le caratteristiche di un quadripolo perchè in tale flusso non è presente ne il flusso di volume associata al monopolo, ne la forze esterne in grado di generare un dipolo. Questa tesi ci permette di filtrare dal nostro campo acustico ogni monopolo o dipolo che potrebbe derivare da una cattiva descrizione del flusso o da qualche errore numerico.

Utilizzando la funzione di Green possiamo passare dalla soluzione in campo libero alla soluzione di domini complessi tenendo conto dell'effetto di sorgenti, condizioni al contorno e condizioni iniziali. La funzione di Green $G(\mathbf{x}, t | \mathbf{y}, \tau)$ è definita come la risposta del flusso a una sorgente puntuale impulsiva rappresentata dalla funzione delta dello spazio e del tempo:

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 G}{\partial t^2} - \nabla^2 G = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}) \delta(t - \tau) \quad (2.31)$$

dove \mathbf{x} è la posizione dell'osservatore, \mathbf{y} della sorgente e $\delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}) = \delta(x_1 - y_1)\delta(x_2 - y_2)\delta(x_3 - y_3)$, mentre $\delta(t)$ è definita come:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} F(t) \delta(t) dt = F(0) \quad (2.32)$$

per ogni funzione F non singolare in 0.

Prima di procedere è il caso di notare che la funzione di Green soddisfa la condizione di reciprocità per definizione [25]. Ciò vuol dire che la soluzione della equazione d'onda nel punto \mathbf{y}_1 prodotta dalla funzione delta nel punto \mathbf{y}_2 è identica alla soluzione nel punto \mathbf{y}_2 prodotta dalla sorgente nel punto \mathbf{y}_1 , cioè:

$$G(\mathbf{y}_2, t | \mathbf{y}_1, \tau) = G(\mathbf{y}_1, -\tau | \mathbf{y}_2, t), \quad (2.33)$$

dove il cambio di segno per i termini temporali è dovuto alla condizione di causalità tra emissione e ricezione del segnale acustico, condizione che può altrimenti essere espressa come:

$$G(\mathbf{x}, t | \mathbf{y}, \tau) = 0 \quad \forall t < \tau \quad (2.34)$$

In molti casi è più conveniente usare la funzione di Green ottenuta in campo libero G_0 piuttosto che quella “tailored” sulle reali condizioni del flusso. Per la generica G il campo di pressione diventa:

$$\begin{aligned} p'(\mathbf{x}, t) = & \int_{t_0}^t \int_V q(\mathbf{y}, \tau) G(\mathbf{x}, t | \mathbf{y}, \tau) dV_y d\tau \\ & + \int_{t_0}^t \int_S (G(\mathbf{x}, t | \mathbf{y}, \tau) \nabla_y p' - p'(\mathbf{y}, t) \nabla_y G) \cdot \mathbf{n} dS_y d\tau \\ & + \frac{1}{c_0} \int_V \left[G(\mathbf{x}, t | \mathbf{y}, \tau) \frac{\partial p'}{\partial \tau} - p'(\mathbf{y}, t) \frac{\partial G}{\partial \tau} \right]_{\tau=t_0} dV_y \end{aligned} \quad (2.35)$$

Il primo termine della (2.35) è la convoluzione della sorgente q con la risposta impulsiva G . Il secondo integrale rappresenta l'effetto della differenza tra la reale condizione a contorno sulla superficie S e quella utilizzata nel calcolo della funzione di Green. L'ultimo termine è il contributo della condizione iniziale sul campo acustico.

La funzione di Green di campo libero è il campo acustico che misura l'osservatore nella posizione \mathbf{x} al tempo t generato da un impulso $\delta(\mathbf{x} - \mathbf{y})\delta(t - \tau)$ rilasciato in \mathbf{y} al tempo τ . Lasciando al lettore i passaggi la funzione di Green in campo libero risulta:

$$G_0 = \frac{1}{4\pi r} \delta\left(t - \tau - \frac{r}{c_0}\right) \quad (2.36)$$

Essendo G_0 dipendente solo da r soddisfa anche la condizione di simmetria espressa da:

$$\frac{\partial G_0}{\partial x_i} = -\frac{\partial G_0}{\partial y_i} \quad (2.37)$$

cioè avvicinando l'osservatore alla sorgente si ottiene lo stesso effetto che avvicinando la sorgente all'osservatore.

Mentre in questo paragrafo abbiamo considerato la propagazione delle onde acustiche in un fluido in stato di quiete generate da forze esterne nel prossimo vedremo come il campo fluidodinamico riesce a fornire energia a quello acustico.

3.3 Le analogie aeroacustiche

La nostra comprensione del rumore aerodinamico si fonda sullo studio di Lighthill sul “*sound generated aerodinamicamente*” [20,26,27]. Questo lavoro è stato completato da numerosi studi sperimentali [28,29,30] che non solo confermavano l’andamento del potenza acustica con l’ottava potenza della velocità, ma confermavano anche il fenomeno dell’amplificazione convettiva e il relativo cambio di direttività e spettro di emissione.

La teoria di Lighthill sul rumore aereodinamico è basata sulle equazioni esatte che governano un fluido. Nel suo lavoro, Lightill, mostra come l’energia acustica irradiata da un flusso non stazionario sia una così piccola frazione dell’energia cinetica che ogni approssimazione fatta nella soluzione di queste equazioni avrebbe portato a conclusioni fisicamente sbagliate. Lighthill supera queste difficoltà introducendo una analogia, chiamata appunto *analogia acustica di Lighthill*, in cui il flusso non stazionario viene sostituito da una distribuzione di sorgenti acustiche equivalenti. In questa analogia le sorgenti si muovono all’interno di un mezzo uniforme a riposo. Tutte le dinamiche del flusso reale, inclusa la generazione del rumore all’interno del fluido, sono contenute nella distribuzione spaziale e d’intensità delle sorgenti acustiche equivalenti. In questo senso la teoria di Lighthill sul rumore aerodinamico può essere considerata esatta. La determinazione delle sorgenti acustiche equivalenti implica però la conoscenza di tutte le scale di turbolenza del flusso. Nonostante questo la generazione del rumore aerodinamico può essere stimato con buona approssimazione utilizzando metodi numerici di calcolo del campo fluidodinamico.

Nel derivare la sua analogia, Lightill assume che l’osservatore sia circondato da un fluido in quiete dove le fluttuazione di pressione sono accuratamente descritte dalla equazione omogenea delle onde (2.12) mentre per la regione di generazione del rumore è possibile derivare in maniera esatta un’equazione delle onde non omogenea dalle equazioni di conservazione della massa e della quantità di moto.

Prendendo l’eq. (1.10) derivata nel tempo e sottraendogli la divergenza della (1.14) otteniamo:

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} = \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} (\rho u_i u_j + p \delta_{ij} - \tau_{ij}) - \frac{\partial f_i}{\partial x_i}. \quad (2.38)$$

Aggiungendo il termine $\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2}$ sia a sinistra che a destra, l’eq. (2.38) diventa:

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 p'}{\partial x_i^2} = \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} (\rho u_i u_j - \tau_{ij}) - \frac{\partial f_i}{\partial x_i} + \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{p'}{c_0^2} - \rho' \right) \quad (2.39)$$

dove come al solito $p' = p - p_0$ e $\rho' = \rho - \rho_0$.

Questa equazione è chiamata l’analogia di Lighthill. Nel derivarla non abbiamo fatto nessuna ipotesi, quindi possiamo ritenerla esatta per ogni condizione del fluido di riferimento. Quando ci spostiamo dalla regione sorgente a quella dell’osservatore la (2.39) diventa omogenea. In altri termini la (2.39) è una generalizzazione dell’equazione delle onde all’intero dominio acustico, anche nella regione sorgente altamente non-lineare. A questo punto possiamo ricorrere a delle approssimazioni per poter valutare il termine sorgente.

Il termine $\frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{p'}{c_0^2} - \rho' \right)$ include gli effetti complessi dovuti al trasporto di disomogeneità dell'entropia come mostrato da Morphey [31]. Mentre il secondo termine a destra della (2.39) è il contributo al campo acustico dovuto a forze esterne non stazionarie. Una delle idee chiave della teoria di Lighthill è di considerare questi due termini trascurabili, assumendo che il flusso possa produrre suono solo ad altissime velocità. Trascurando anche i termini viscosi, le sorgenti acustiche della (2.39) si riducono al termine convettivo non lineare $\partial^2 \rho u_i u_j / \partial x_i \partial x_j$ e la (2.39) diventa:

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 p'}{\partial x_i^2} = \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} (\rho u_i u_j) \quad (2.40)$$

Vale la pena di notare che la conferma della ragionevolezza di queste assunzioni venne fornita qualitativamente da Morfey e Obermeier 30 anni dopo la pubblicazione di Lighthill. Mentre una valutazione quantitativa si deve al lavoro di Verzicco et al. [32] per il rumore prodotto dall'accoppiamento di vortici. Altra assunzione comunemente usata prevede di trascurare gli effetti di feedback dal campo acustico a quello fluidodinamico. Quindi, potremo in seguito calcolare i termini sorgente da una simulazione numerica che ignora ogni propagazione delle onde acustiche e in seguito predire il suono che arriva fino all'osservatore. Quando il numero di Mach è sufficientemente basso potremo usare una simulazione per fluido incomprimibile per predire il campo sonoro che è tipico di fluidi comprimibili.

L'equazione (2.40) può essere risolta utilizzando l'integrale di convoluzione di equazione (2.35). Come abbiamo anticipato, l'integrazione ha un effetto benefico sulla predizione finale del campo acustico perchè permette di ridurre l'influenza di errori numerici randomici della soluzione fluidodinamica. La formulazione integrale abbinata all'analogia di Lighthill permetta di trarre il maggior numero di informazioni acustiche per una data informazione circa il campo fluidodinamico. Per la soluzione formale in condizioni di campo libero abbiamo che:

$$p'(\mathbf{x}, t) = \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_V \rho u_i u_j \frac{\delta(t - \tau - r/c_0)}{4\pi r} dV_y d\tau = \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \int_V \left[\frac{\rho u_i u_j}{4\pi r} \right]_{t=t_e} dV_y \quad (2.41)$$

dove $r = \|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|$ e $t_e = t - r/c_0$.

Un esempio estremamente utile a comprendere la grandi potenzialità predittive dell'analogia di Lighthill è quello della potenza acustica irradiata nel campo libero da un getto turbolento isotermico. Assumendo che il suono sia prodotto principalmente dalle grandi strutture turbolente di dimensione caratteristica pari al diametro D del getto, possiamo stimare che la frequenza dominante del getto sia $f = U_0/D$, dove U_0 è la velocità del getto all'uscita dell'ugello. Il rapporto del diametro del getto con la lunghezza d'onda acustica risulta pari a $Df/c_0 = U_0/c_0 = M$. Questo implica che per bassi Mach è possibile trascurare la variazione del tempo di emissione t_e nella regione sorgente visto che quest'ultima si estenderà per pochi diametri dell'ugello. Vedremo più in dettaglio in seguito che la condizione $D \ll \lambda$ è chiamata condizione di *sorgente compatta*. Nel procedere con il calcolo della potenza acustica emessa consideriamo che il

volume della sorgente va come D^3 e che $\rho \approx \rho_0$ e assumiamo che $\rho u_i u_j \approx \rho_0 U_0^2$. Nella condizione di campo lontano $\partial/\partial x_i = -\partial/(c_0 \partial t) \approx 2\pi f/c_0$, da cui troviamo che:

$$p'(\mathbf{x}, t) \approx \rho_0 U_0^2 M^2 \frac{D}{\|\mathbf{x}\|} \quad (2.42)$$

dove abbiamo trascurato gli effetti della convezione sulla produzione acustica [33,34]. La potenza acustica irradiata sarà allora:

$$P_a \cong 4\pi \|x\|^2 \langle p'u'_r \rangle \approx \rho_0 U_0^3 M^5 D^2 \approx U_0^8 \quad (2.43)$$

dove per $\langle p'u'_r \rangle = p'^2/\rho_0 c_0$ si è sempre utilizzata la condizione di campo lontano e di onda piana. Questa legge di scala si è rivelata sufficientemente accurata per getti liberi subsonici isotermi. Vale la pena notare che seguendo questa legge è possibile ottenere una riduzione drammatica del rumore dei getti riducendo il numero di Mach del flusso. Questo è esattamente quanto successo tra gli anni sessanta e settanta al mondo dei velivoli per uso civile quando i nuovi turbofan ad alta percentuale di bypass soppiantarono i vecchi turbogetti. Questa fase è conosciuta come “*turbofan revolution*”. L’aspetto più sorprendente dell’analogia di Lighthill sta nel aver anticipato la sperimentazione nel predire fenomeni aeroacustici con la semplice applicazione teorica. Ma l’analogia ci dice di più. Se passiamo ad utilizzare come variabile aeroacustica la densità ρ' , possiamo riscrivere l’analogia sottraendo la (2.38) del termine $c_0^2(\partial^2 \rho'/\partial x_i^2)$, da cui otteniamo:

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \rho'}{\partial x_i^2} = \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j}, \quad (2.44)$$

dove il tensore degli sforzi di Lighthill, T_{ij} , è definito da

$$T_{ij} = \rho u_i u_j + (p - \rho c_0^2) \delta_{ij} - \tau_{ij} \quad (2.45)$$

L’intensità della sorgente è quindi uguale alla doppia divergenza di T_{ij} , e se il tempo di emissione viene trascurato, a grande distanza dal flusso sorgente avremo che non ha importanza l’intensità della sorgente, in quanto l’integrale preso sul flusso dovrà essere uguale a quello preso su tutto il dominio spaziale e sarà esattamente zero. Per spiegare questo risultato apparentemente non fisico, Lighthill [20] mostra che:

$$\left[\frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} \right]_{t=\tau} = \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} + 2 \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial \tau} \frac{\partial \tau}{\partial x_j} + \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial \tau^2} \frac{\partial \tau}{\partial x_i} \frac{\partial \tau}{\partial x_j} \quad (2.46)$$

Nel campo lontano i primi due termini, che sono delle vere divergenze di T_{ij} , generano un contributo nullo al rumore emesso. Quindi è unicamente l’ultimo termine il responsabile della propagazione sonora, ne segue che:

$$\rho(\mathbf{x}, t) \approx \frac{1}{4\pi c_0^4} \frac{x_i x_j}{\|\mathbf{x}\|^3} \iiint \frac{\partial^2 T_{ij}(\mathbf{y}, \tau)}{\partial \tau^2} dV_y \quad (2.47)$$

Visto che i rapporti $x_i/\|\mathbf{x}\|$ sono i coseni direttori del vettore congiungente il punto sorgente \mathbf{y} e il punto dell'osservatore \mathbf{x} , possiamo scrivere $(x_i x_j / \|\mathbf{x}\|^2) T_{ij} = T_{xx}$. Adesso risulta chiaro come il contributo al rumore misurato dall'osservatore nel punto \mathbf{x} da ogni punto sorgente \mathbf{y} del flusso coinvolge solo quelle componenti del tensore degli sforzi di Lighthill che sono allineati nella direzione da \mathbf{y} a \mathbf{x} , e la sua ampiezza è proporzionale alla derivata seconda di T_{ij} nel tempo di emissione. Conosciamo ora con maggiore dettaglio quale è la direttività della sorgente aeroacustica e, informazione ancora più importante, sappiamo che un flusso stazionario, quindi una distribuzione costante di sorgenti, non può emettere del rumore aerodinamico.

In presenza di pareti, il suono irradiato dalla turbolenza può essere drammaticamente potenziato. Per fare un esempio, corpi compatti immersi in un flusso non stazionario emettono un campo acustico simile a quello di un dipolo, generato dalle forze che questi corpi riescono ad esercitare sul flusso come reazione alle forze idrodinamiche che il flusso applica al corpo. Altro esempio è quello degli spigoli acuti che in aeroacustica diventano degli efficienti emettitori acustici. Questo corrisponde alla nostra comune esperienza nella riproduzione della consonante /s/. L'interazione degli spigoli dei nostri denti con il flusso d'aria è determinante nella generazione di questo suono.

La formulazione integrale della analogia di Lighthill può essere generalizzato per flussi in presenza di pareti tramite l'approccio di Curle [35].

Prendiamo ora in esame l'analogia scritta per la densità di eq. (2.44). Consideriamo una superficie fissa S con normale uscente \mathbf{n} che è associata alla parete del solido immerso nel flusso e applichiamo il teorema di Green al volume V al di fuori di S . E' il caso di notare che \mathbf{n} è diretto verso l'interno di V , e quindi la convenzione del segno è opposta a quella di eq. (2.35). La stessa (2.35) con sorgente aeroacustica e funzione di Green di campo libero G_0 diventa:

$$p'(\mathbf{x}, t) \cong c_0^2 \rho'(\mathbf{x}, t) = \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \int_V \left[\frac{T_{ij}}{4\pi r} \right]_{\tau=t_e} dV_y + \frac{\partial}{\partial t} \int_S \left[\frac{\rho u_i}{4\pi r} \right]_{\tau=t_e} n_i dS - \frac{\partial}{\partial x_i} \int_S \left[\frac{p \delta_{ij} - \tau_{ij} + \rho u_i u_j}{4\pi r} \right]_{\tau=t_e} n_i dS \quad (2.48)$$

che è una generalizzazione dell'eq. (2.35). In questa equazione abbiamo assunto che nella posizione dell'osservatore valga $p' = c_0^2 \rho'$. Applicando l'approssimazione di campo lontano otteniamo:

$$p'(\mathbf{x}, t) \cong \frac{x_i x_j}{4\pi \|\mathbf{x}\|^2} \frac{\partial^2}{c_0^2 \partial t^2} \int_V \left[\frac{T_{ij}}{r} \right]_{\tau=t_e} dV_y + \frac{1}{4\pi} \frac{\partial}{\partial t} \int_S \left[\frac{\rho u_i}{r} \right]_{\tau=t_e} n_i dS$$

$$+ \frac{x_j}{4\pi \|\mathbf{x}\| c_0} \frac{\partial}{\partial t} \int_S \left[\frac{p\delta_{ij} - \tau_{ij} + \rho u_i u_j}{r} \right]_{\tau=t_e} n_i dS \quad (2.49)$$

Per un corpo compatto ($D \ll \lambda$) possiamo trascurare la variazione del tempo di emissione sulla superficie S e possiamo scrivere $r = \|\mathbf{x}\|$ se scegliamo l'origine tale che $\mathbf{y} = 0$ all'interno del solido in esame. Supponendo che T_{ij} tenda a zero abbastanza velocemente allontanandosi dal solido abbiamo:

$$p'(\mathbf{x}, t) \cong \frac{x_i x_j}{4\pi \|\mathbf{x}\|^3 c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_V [T_{ij}]_{\tau=t_e} dV_y + \frac{1}{4\pi \|\mathbf{x}\|} \frac{\partial}{\partial t} \int_S [\rho u_i]_{\tau=t_e} n_i dS \\ + \frac{x_j}{4\pi \|\mathbf{x}\|^2 c_0} \frac{\partial}{\partial t} \int_S [p\delta_{ij} - \tau_{ij} + \rho u_i u_j]_{\tau=t_e} n_i dS \quad (2.50)$$

dove $t_e = t - \|\mathbf{x}\|/c_0$. Il secondo integrale corrisponde al campo acustico emesso da un monopolo generato dal flusso di massa attraverso la superficie S . Il terzo integrale corrisponde al campo acustico di un dipolo generato dalla forza istantanea $F_j = \int_S (p\delta_{ij} - \tau_{ij} + \rho u_i u_j) n_i dS$, che è la forza di reazione che il solido applica al fluido.

La formulazione di Curle che abbiamo appena visto assume che la superficie S sia fissa, la formulazione dello stesso problema vista da Ffowcs Williams e Hawkings [**Error! Reference source not found.**] è ancora più generale e permette l'utilizzo di superfici in movimento $S(t)$. L'idea chiave di questa generalizzazione datata 1969 è di includere l'effetto della superficie in movimento all'interno dell'equazione differenziale (2.44) per mezzo di funzioni generalizzate.

Assumiamo che il volume $B(t)$ chiuso nella superficie $S(t)$ sia sufficientemente regolare da permettere la definizione di una funzione $h(\mathbf{x}, t)$ tale che:

$$h(\mathbf{x}, t): \begin{cases} h(\mathbf{x}, t) < 0 & \text{se } \mathbf{x} \in B(t), \\ h(\mathbf{x}, t) = 0 & \text{se } \mathbf{x} \in S(t), \\ h(\mathbf{x}, t) > 0 & \text{se } \mathbf{x} \notin B(t). \end{cases} \quad (2.51)$$

Estendiamo ora la definizione di ogni variabile fisica anche all'interno di $B(t)$ dandogli valore nullo in questa volume. Dopo di che moltiplichiamo ogni grandezza per la funzione gradino di Heaviside $H(h)$, avremo per esempio la nuova variabile $\rho'H(h)$ che si annullerà all'interno del volume $B(t)$ e sarà pari a ρ' al di fuori. La normale alla superficie $S(t)$ è data da:

$$\mathbf{n} = \left[\frac{\nabla h}{\|\nabla h\|} \right]_{h=0} \quad (2.52)$$

La superficie $S(t)$ è parametrizzata nel tempo e nello spazio dalle coordinate $(t; \lambda, \mu)$. Un punto $\mathbf{x}_S(t) \in S(t)$ con parametri fissi λ e μ si muove con velocità \mathbf{b} . Quindi avremo che $h(\mathbf{x}_S, t) = 0 \forall t$ e che:

$$\frac{\partial h}{\partial t} = -\mathbf{b} \cdot \nabla h = -(\mathbf{b} \cdot \mathbf{n}) \|\nabla h\| \quad (2.53)$$

Moltiplicando l'equazione di conservazione della massa (1.10) e della quantità di moto (1.14) per $H(h)$ e riordinando i termini otteniamo:

$$\frac{\partial}{\partial t} [\rho H] + \nabla \cdot [\rho \mathbf{u} H] = [\rho_0 \mathbf{b} + \rho(\mathbf{u} - \mathbf{b})] \cdot \nabla H, \quad (2.54)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} [\rho \mathbf{u} H] + \nabla \cdot [(P + \rho \mathbf{u} \mathbf{u}) H] = [P + \rho \mathbf{u}(\mathbf{u} - \mathbf{b})] \cdot \nabla H, \quad (2.55)$$

dove H sta per $H(h)$ e $P = (p \delta_{ij} - \sigma_{ij})$. Essendo $\nabla H = \delta(h) \nabla h$, le equazione appena scritte possono essere considerate come una generalizzazione del bilancio di massa e quantità di moto al caso di sorgenti di superficie in S . Ripetiamo ora la procedura che ci ha portato all'analogia di Lighthill usando però le precedenti relazioni, deriviamo quindi rispetto al tempo la prima e la sottraiamo alla divergenza della seconda, ricordando che $p' = p - p_0$ troviamo:

$$\begin{aligned} \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} [p' H] - \nabla^2 [p' H] &= \nabla \cdot [\nabla \cdot [(\rho \mathbf{u} \mathbf{u} - \boldsymbol{\tau}) H]] + \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left[\left(\frac{p'}{c_0^2} - \rho' \right) H \right] - \nabla \cdot [\mathbf{f} H] \\ &+ \frac{\partial}{\partial t} [(\rho_0 \mathbf{b} + \rho(\mathbf{u} - \mathbf{b})) \cdot \nabla H] - \nabla \cdot [(p' \mathbf{I} - \boldsymbol{\tau} + \rho \mathbf{u}(\mathbf{u} - \mathbf{b})) \cdot \nabla H] \end{aligned} \quad (2.56)$$

I primi due termini a destra della precedente relazione costituiscono quello che nell'analogia di Lighthill era il tensore degli sforzi di tipo quadripolo, i restanti termini sono la sorgente acustica generata dalla forza esterna \mathbf{f} e le sorgenti presenti sulla superficie ad $h=0$. Come nel caso della più nota analogia, tutti i termini sorgente sono di natura aerodinamica e possono essere calcolati separatamente trascurando la piccola contro-reazione acustica.

Notando che per una superficie solida $\mathbf{u} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{b} \cdot \mathbf{n}$ e applicando il teorema di Green alla relazione precedente otteniamo:

$$\begin{aligned} p'(\mathbf{x}, t) &= \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \int_{R^3} \left[\frac{(\rho u_i u_j - \tau_{ij}) H}{4\pi r} \right]_{\tau=t_e} dV_y \\ &- \frac{\partial}{\partial x_i} \int_{R^3} \left[\frac{f_i H}{4\pi r} \right]_{\tau=t_e} dV_y + \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_{R^3} \left[\frac{(p'/c_0^2 - \rho') H}{4\pi r} \right]_{\tau=t_e} dV_y \\ &+ \frac{\partial}{\partial t} \int_{S(t_e)} \left[\frac{\rho_0 \mathbf{b} \cdot \mathbf{n}}{4\pi r (1 - M_r)} \right]_{\tau=t_e} dS - \frac{\partial}{\partial x_i} \int_{S(t_e)} \left[\frac{p' n_i - \tau_{ij} n_j}{4\pi r (1 - M_r)} \right]_{\tau=t_e} dS \end{aligned} \quad (2.57)$$

dove il penultimo termine sorgente è di pura natura geometrica, e descrive il rumore prodotto dalla deviazione del fluido da parte del solido in movimento. Il campo acustico associato viene chiamato *thickness noise*. L'ultimo termine dipende dagli sforzi superficiali dovuti alla distribuzioni di pressione e di sforzi di taglio e descrive il rumore generato dalla distribuzione di forze in movimento. Il campo acustico associato è chiamato *loading noise*.

3.4 L'aeroacustica di un condotto

In questo capitolo finora ci siamo occupati di acustica in campo libero e analogie aeroacustiche nel caso di sorgente compatta. Nel caso applicativo relativo a questo studio non nessuna delle precedenti condizioni viene rispettata. Ricordiamo infatti che lo scopo principale di questo lavoro sta nel determinare quali sono gli effetti aeroacustici alla base della risonanza che si instaura all'interno dell'impronta a terra del pneumatico quando esso è dotato di scanalature longitudinali. Stiamo trattando quindi il caso di un flusso d'aria confinato in un canale (condizione di campo libero non soddisfatta) al cui interno si generano onde stazionarie risonanti (condizione di sorgente compatta non soddisfatta, la controreazione del campo acustico sul campo fluidodinamico non può essere trascurata). In questo paragrafo estenderemo la teoria vista nei paragrafi precedenti al nostro caso e laddove questo non sia possibile forniremo un approccio fenomenologico al problema.

Per un condotto a pareti infinitamente rigide con sezione di dimensioni piccole rispetto alla dimensione longitudinale, l'unica onda che propaga è del tipo di d'Alembert di eq. (2.16) che per soluzioni armoniche diventa:

$$p'(\mathbf{x}, t) = Ae^{i(\omega t - kx)} + Be^{i(\omega t + kx)} \quad (2.58)$$

dove $k = \omega/c_0$ e il mezzo è uniforme e in condizioni di quiete. Notiamo che ogni onda piana è self-similare in x a meno di una variazione di fase. Questo tipo di soluzione può essere generalizzata per una condotto di ampia sezione come segue. Il campo acustico armonico nel tempo in un condotto a sezione costante con condizioni a contorno lineari può essere descritto da una somma infinita di soluzioni speciali – modi- che mantengono la loro forma quando si propagano lungo il condotto. I modi sono le autofunzioni dell'operatore di Laplace nella sezione trasversale del condotto.

Consideriamo l'area A bidimensionale nel piano (y, z) con una frontiera regolare ∂A e una normale diretta esternamente \mathbf{n} . Traslando A in direzione x otteniamo il condotto D dato da:

$$D = \{(x, y, z) \mid (0, y, z) \in A\} \quad (2.59)$$

In notazione complessa avremo che il campo acustico sarà descritto da:

$$p'(\mathbf{x}, t) \equiv p'(\mathbf{x}, \omega) e^{i\omega t}, \quad \mathbf{u}'(\mathbf{x}, t) \equiv \mathbf{u}'(\mathbf{x}, \omega) e^{i\omega t} \quad (2.60)$$

che dovrà soddisfare le equazioni:

$$\nabla^2 p' + k^2 p' = 0, \quad i\omega\rho_0 \mathbf{u}' + \nabla p' = 0. \quad (2.61)$$

Sulle pareti del condotto assumiamo che la condizione a contorno sia:

$$p' = Z(\mathbf{u}' \cdot \mathbf{n}) \quad (2.62)$$

dove Z è l'impedenza della parete, che sarà infinita per pareti rigide. La soluzione a questo problema è data da:

$$p'(x, y, z) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \psi_n(y, z) e^{-i\kappa_n x} \quad (2.63)$$

dove ψ_n sono le autofunzioni dell'operatore di Laplace su A , che devono soddisfare:

$$\begin{aligned} -\left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\psi &= \alpha^2 \psi \quad \forall (y, z) \in A, \\ -i\omega\rho_0 \psi &= (\mathbf{n} \cdot \nabla \psi) Z \quad \forall (y, z) \in \partial A, \end{aligned} \quad (2.64)$$

dove α^2 è il corrispondente autovalore. Sostituendo la (2.63) nella prima delle (2.61) tenendo conto della prima delle (2.64) troviamo che il numero d'onda assiale κ_n deve essere pari a $\kappa_n = \pm\sqrt{k^2 - \alpha_n^2}$ (il + sta per onde propaganti nelle x positive, il – per quelle negative). La soluzione generalizzata diventa:

$$p'(x, y, z) = \sum_{n=1}^{\infty} \psi_n(y, z) (A_n e^{-i\kappa_n x} + B_n e^{i\kappa_n x}) \quad (2.65)$$

Ogni termine dell'espansione in serie è chiamato modo del condotto. Nel caso di pareti rigide l'autovalore α^2 è reale e positivo, eccetto per il primo che è $\alpha_1 = 0$. Abbiamo in queste condizioni un'importante distinzione tra i casi in cui $k > \alpha_n$, dove κ_n è reale e il modo si propaga, e $k < \alpha_n$, dove κ_n è immaginario e il modo è evanescente decadendo con legge esponenziale. Data l'autofunzione ψ_n cui è associato l'autovalore α_n avremo che il modo si propagherà per frequenze superiori a quella di taglio, e cioè $\omega = c_0 \alpha_n$. A basse frequenze l'unico modo possibile è quello di onda piana dove:

$$\psi_1 = 1, \quad \alpha_1 = 0, \quad \kappa_1 = \pm k \quad (2.66)$$

Il prossimo autovalore è tipicamente dell'ordine di $\sqrt{10}/D$. Come conseguenza avremo che ogni modo acustico di ordine superiore con frequenza $\omega < \sqrt{10}c_0/D$ decade con velocità maggiore di $e^{-x/D}$. Il campo acustico di un condotto a basse frequenze sarà sempre ben descritto dalla soluzione per onde piane. Per le grandezze in gioco nel caso del pneumatico avremo che la frequenza di taglio sarà maggiore di 100 kHz, abbondantemente al di sopra delle frequenze caratteristiche del test di pass-by. Quindi

tutte le onde acustiche con frequenza inferiore ai 100kHz che si propagano all'interno del canale del battistrada dovranno necessariamente essere piane.

Nel caso in cui il fluido all'interno del condotto non sia in stato di quiete, bensì sia dotato di velocità uniforme nella sezione pari a U_0 , il problema acustico può essere risolto applicando la seguente trasformazione di variabili di Prandtl-Glauert:

$$X = \frac{x}{\beta}, \quad T = \beta t + \frac{M}{c_0} X, \quad M = \frac{U_0}{c_0}, \quad \beta = \sqrt{1-M^2} \quad (2.67)$$

e analogamente a quanto visto in precedenza il problema si riduce alla soluzione della seguente equazione:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + K \phi = 0 \quad (2.68)$$

dove $K = k/\beta$. La pressione può essere determinata da ϕ tramite la seguente equazione:

$$p' = -\frac{\rho_0}{\beta} \left(\frac{\partial}{\partial T} + U_0 \frac{\partial}{\partial X} \right) \phi \quad (2.69)$$

Consideriamo ora l'attenuazione della onda piana che si propaga all'interno di un condotto per effetto dei fenomeni viscosi che si instaurano con le pareti e quindi con i relativi strati limite. Il caso che esamineremo è quello di uno strato limite laminare investito dalla propagazione di un'onda acustica in un fluido uniforme in stato di quiete. L'onda che si propaga in direzione x induce una velocità acustica parallela alle pareti di intensità pari u'_∞ nel nucleo del flusso. La condizione di adesione alla parete, $u'_w = 0$, genera uno strato limite viscoso di spessore:

$$\delta_v = \sqrt{2\nu_0/\omega} = \delta_T \sqrt{Pr} \quad (2.70)$$

dove $Pr = \nu_0 c_p / K_0$ è il numero di Prandtl e

$$\delta_T = \sqrt{\frac{2K_0}{\omega \rho_0 c_p}} \quad (2.71)$$

è lo strato limite termico, regione in cui la velocità di crescita dell'energia interna è bilanciata dal flusso di calore per conduzione con le pareti. Per un condotto di sezione trasversale di area A e perimetro L_p avremo che il numero d'onda complesso k (la parte immaginaria di k rappresenta l'attenuazione dell'onda acustica) sarà pari a:

$$k - k_0 = \frac{1}{4} (1-i) \frac{L_p}{A} \delta_v k_0 \left(1 + \frac{(\gamma-1)}{\sqrt{Pr}} \right) \quad (2.72)$$

Il lettore può trovare i passaggi per arrivare a questa relazione nel riferimento bibliografico [36]. L'equazione (2.72) è molto utile ai nostri scopi, ci dice infatti che per

attenuare l'onda che si propaga nel condotto con frequenza fissata possiamo unicamente aumentare il perimetro della sezione trasversale mantenendo costante l'area visto che tutti gli altri parametri sono caratteristici del fluido e quindi dell'aria. Per oscillazioni di grande ampiezza ($u'_\infty \delta_V / \nu \geq 400$) lo strato limite acustico diventa turbolento [38,39,40,41]. In questo caso lo smorzamento diventa essenzialmente non lineare.

Quando nei paragrafi precedenti abbiamo parlato dell'analogia di Lighthill per stimare l'intensità del campo acustico prodotto da un flusso turbolento, abbiamo ipotizzato che la sorgente sonora fosse indipendente dal campo acustico. Questa ipotesi è ragionevole se la velocità acustica è abbastanza piccola rispetto alla velocità del flusso principale, nei casi di risonanza invece, la controreazione acustica sul campo fluidodinamico diventa non più trascurabile ma anzi fondamentale nel sostentamento della risonanza.

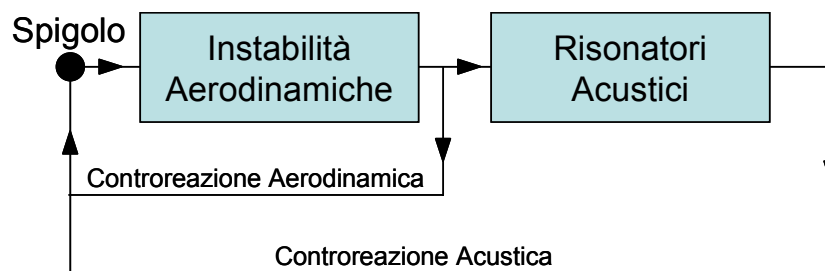


figura 3-1: Schematizzazione della controreazione acustica sul campo aerodinamico.

Nella maggior parte dei casi il campo acustico interagisce con un flusso intrinsecamente instabile (*shear layer*) in uno spigolo acuto dove il flusso separa dalla parete. Questo punto di separazione è una regione localizzata dove il campo acustico e quello fluidodinamico sono fortemente accoppiati.

Consideriamo per esempio la curva di un condotto ad angolo retto di figura 3-2. Il flusso separa in prossimità dello spigolo generando una iniezione di vorticità dallo strato limite al flusso principale. Il campo di moto nella zona successiva alla curva sarà quindi governato dal flusso di vorticità da parte dello strato limite. La regione di *shear layer* che si forma in seguito alla separazione è però fortemente instabile, per comprendere meglio possiamo riferirci all'esempio bidimensionale di figura 3-3 dove è rappresentata una distribuzione infinitamente lunga di vortici. La velocità generata dalla linea di vortici di intensità Γ può essere calcolata dalla legge di Biot-Savart:

$$u_g = \frac{\Gamma}{2\pi r},$$

dove r è la distanza tra il punto a cui consideriamo la velocità e il vortice. La distribuzione di vorticità di figura 3-3 è meta-stabile perché la velocità indotta su un vortice da tutti i vortici alla sua sinistra è compensata da quella generata dai vortici alla destra. Ogni perturbazione di questo ordine produrrà una crescente instabilità dello *shear*

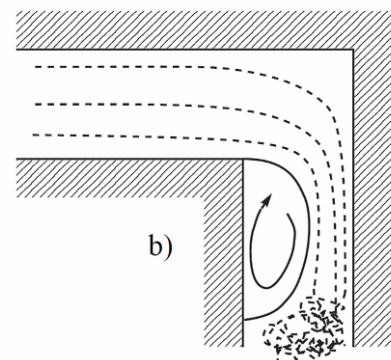


figura 3-2: Separazione in un prossimità di uno spigolo di un condotto a gomito.

layer. Per esempio lo spostamento laterale di un solo vortice è sufficiente a rompere l'apparente stabilità. Ora possiamo comprendere come la modulazione della vorticità del flusso principale ad opera di una perturbazione acustica può indurre la crescita di una struttura vorticoso.

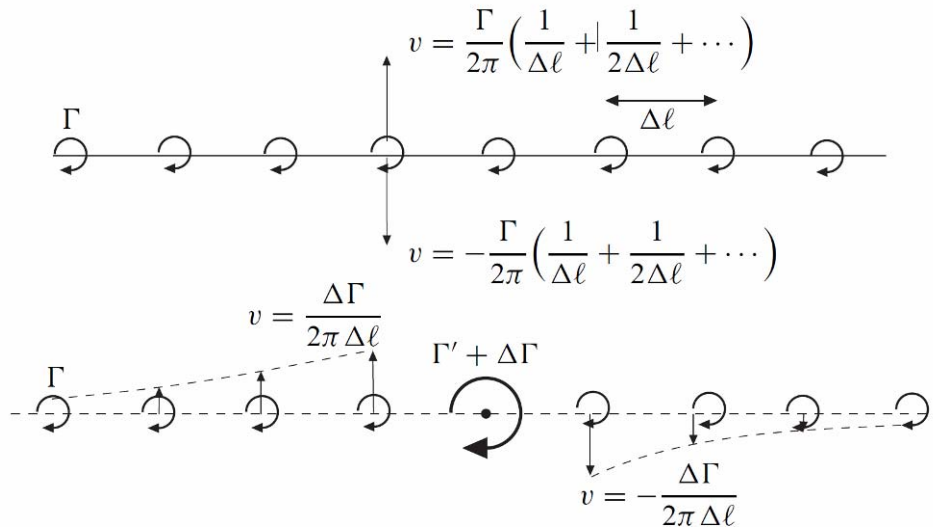


figura 3-3: Instabilità di una riga di vortici indotta dalla non-uniformità della circolazione.

Ultimo aspetto di cui ci occuperemo in questo paragrafo è l'acustica dell'ugello di uscita di un condotto aperto. La condizione di condotto aperto non è unicamente una condizione a contorno per determinare il campo acustico interno ma anche una fonte sonora per il campo acustico esterno. In presenza di un flusso principale o di fluttuazioni di pressione di elevata ampiezza la terminazione del condotto è sede di fenomeni fluidodinamici complessi e non stazionari che non possono essere descritti dalla semplice condizione $p' = 0$. Questo tipo di modellazione è ragionevole per descrivere la riflessione delle onde acustiche ma in presenza di trasporto di vorticità attraverso la superficie di contorno questo modello induce suoni spuri ed errori numerici perchè i vortici vengono bloccati da tale condizione. Oltretutto questo modello non permette di predire l'effetto della forma dell'ugello di uscita sul comportamento aeroacustico del condotto. Sotto particolari condizioni e per determinate forme dell'ugello la fine di un condotto può essere una sorgente sonora che accoppiandosi con la risonza longitudinale del condotto dà origine al fenomeno del fischio.

Consideriamo delle onde armoniche piane che propagano in direzione x_1 lungo un condotto a sezione costante di area A in assenza di un flusso principale $U_0 = 0$:

$$p' = \hat{p}e^{i\omega t} = (p^+ e^{-ikx_1} + p^- e^{ikx_1}) e^{i\omega t} \quad (2.73)$$

Queste onde generano un flusso di volume all'uscita del condotto con un'ampiezza pari a:

$$\varphi_v = A\hat{u}_1 = A \frac{p^+ - p^-}{\rho_0 c_0} \quad (2.74)$$

La condizione a contorno a ($x_1 = 0$) per il campo acustico all'interno del condotto può essere espressa in termini di impedenza di irradiazione come segue:

$$Z_p = \left(\frac{\hat{p}}{\hat{u}_1} \right)_{x_1=0} = \rho_0 c_0 \frac{p^+ + p^-}{p^+ - p^-}. \quad (2.75)$$

Mentre la potenza acustica irradiata all'uscita del condotto è data da:

$$\langle P \rangle = \left\langle (p'u'_1)_{x_1=0} \right\rangle A = \frac{1}{2} \hat{u}_1 \hat{u}_1^* A \operatorname{Re}(Z_p) \quad (2.76)$$

dove l'asterisco indica il complesso coniugato. La parte reale dell'impedenza $\operatorname{Re}(Z_p)$ può essere determinata applicando la conservazione dell'energia acustica tra l'uscita del condotto e il campo lontano. Consideriamo per ora un condotto con pareti sottili non flangiato immerso in campo libero. In questo caso il campo acustico generato dalla parte terminale del condotto sarà quello di un monopolo:

$$p' \cong \frac{i\omega\rho_0\phi_V}{4\pi r} e^{i\omega t - ikr} = \frac{i\omega\rho_0 A \hat{u}_1}{4\pi r} e^{i\omega t - ikr}. \quad (2.77)$$

La corrispondente velocità acustica radiale in campo lontano, cioè ($kr \gg 1$), sarà pari a $u'_r \cong p' / (\rho_0 c_0)$. Insieme con l'equazione (2.77) questa ci fornisce l'espressione per la potenza acustica nel campo lontano:

$$\langle P \rangle = \langle p'u'_r \rangle 4\pi r^2 \cong \frac{1}{\rho_0 c_0} \langle p'^2 \rangle 4\pi r^2 = \frac{1}{8\pi} \rho_0 c_0 k^2 A^2 \hat{u}_1 \hat{u}_1^*. \quad (2.78)$$

Uguagliando l'eq. (2.76) con la (2.78) otteniamo che:

$$\operatorname{Re}(Z_p) = \rho_0 c_0 \frac{k^2 A}{4\pi} \quad (2.79)$$

Se invece andiamo a considerare un condotto flangiato ad una parete infinita ortogonale a l'asse del canale avremo che l'energia acustica irradiata sarà distribuita su di una superficie pari a $2\pi r^2$ piuttosto che $4\pi r^2$. Oltretutto la fluttuazione acustica sarà amplificata di un fattore due per la riflessione delle onde sulla parete. La combinazione dei due effetti risulta in un aumento della parte reale dell'impedenza di un fattore due se paragonata al caso di condotto non flangiato.

La parte immaginaria dell'impedenza di irradiazione $\operatorname{Im}(Z_p)$ tiene conto dell'inerzia del flusso acustico al di fuori del condotto. Questo effetto è spesso espresso in termini di correzione terminale δ :

$$\operatorname{Im}(Z_p) = \rho_0 c_0 k \delta \quad (2.80)$$

La correzione terminale è la lunghezza del condotto che ha la stessa inerzia del flusso acustico esterno. In prima approssimazione, l'onda p^- viene generata dalla riflessione dell'onda p^+ senza cambiamento di fase da una superficie ideale con $p' = 0$ posta a $x_1 = \delta$. Il condotto si comporta acusticamente come se fosse più lungo di δ . Al contrario

della parte reale dell'impedenza che dipende dalle proprietà globali del fluido, la correzione terminale δ è sensibile alle variazioni del flusso locale attorno all'uscita del condotto. Per un tubo a sezione circolare $A = \pi a^2$ non flangiato per frequenze basse si trova che $\delta \cong 0.61a$ mentre per un tubo flangiato di pari raggio $\delta \cong 0.82a$. Il confinamento della sezione di uscita influenza drasticamente l'impedenza di irradiazione. Nel caso del pneumatico l'uscita del canale del battistrada dal contatto è confinato da una parte dalla strada e dall'altra dal profilo curvo del pneumatico che insieme generano la caratteristica geometria di un corno che notoriamente incrementa l'impedenza acustica del sistema.

L'impedenza di irradiazione della parte terminale di un condotto è fortemente influenzata dalla presenza di un flusso all'interno del condotto stesso. Consideriamo in questa sede un flusso uniforme subsonico U_0 all'interno del canale limitando la nostra discussione al caso di basse frequenze e quindi alle sole onde piane $ka \ll 1$ (nel nostro caso $ka \approx 0.2$). Gli esperimenti di Bechert, Michel e Pfizenmaier [42] mostrano per la prima volta l'enorme perdita di energia acustica di un'onda piana in presenza di flusso che all'uscita del condotto viene parzialmente riflessa e parzialmente propagata verso il campo libero. Questo fenomeno viene spiegato da Howe nel 1979 [43], in presenza di flusso principale il campo acustico genera distacco di vorticità dal bordo del condotto in modo tale che l'energia acustica è convertita in energia cinetica che viene infine dissipata. Il fenomeno fisico viene poi descritto da Munt nel suo modello che riesce a riprodurre tali effetti per ogni numero di Mach.

Andiamo quindi a mostrare il modello di Munt per onde piane con numero d'onda relativamente basso in un condotto di raggio a con numero di Mach del jet M_j . La caratteristica che è direttamente legata all'assorbimento di energia acustica è il coefficiente di riflessione della pressione $|R| = |p^- / p^+|$. Definiamo la correzione terminale come il punto virtuale in cui l'onda piana si riflette con la condizione di campo libero, questo equivale a ricercare il punto in cui $|p|$ ha un minimo. Scriviamo $R = -re^{-i\theta}$ dove r è l'ampiezza del coefficiente di riflessione e θ è il ritardo di fase tra l'onda acustica uscente e quella riflessa. L'onda piana può essere espressa come:

$$p(x) \approx e^{-i\frac{kx}{1+M_j}} - re^{i\frac{kx}{1+M_j} - i\theta} \quad (2.81)$$

e quindi:

$$|p(x)|^2 \approx 1 + r^2 - 2r \cos\left(\frac{2kM_j x}{1 - M_j^2} - \theta\right), \quad (2.82)$$

che raggiunge il suo minimo per $x = \delta$, dove:

$$\delta = \frac{(1 - M_j^2)\theta}{2k} \quad (2.83)$$

E' il caso di notare che per $ka \rightarrow 0$ la correzione terminale converge al valore di $0.2554\sqrt{1-M_j^2}$. In figura 3-4 viene riportato anche il valore del coefficiente di riflessione al variare del numero di Mach. Come mostrato in figura tale coefficiente diventa maggiore di 1 per ka che va da 0 a 1. Nel caso del pneumatico troviamo un coefficiente di riflessione maggiore di 1 avendo $ka \approx 0.2$ e $M_j \approx 0.19$.

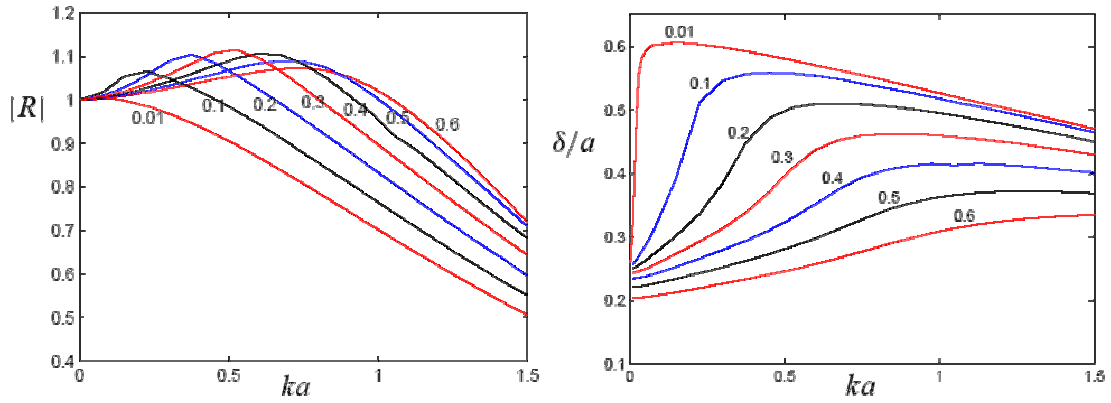


figura 3-4: Coefficiente di riflessione dell'onda piana $|R|$ e correzione della lunghezza δ alla sezione di uscita di un condotto in assenza di flusso esterno.

4 L'aerodinamica stazionaria di un pneumatico in rotolamento

4.1 Introduzione

Lo studio computazionale dei fenomeni aeroacustici generati dal pneumatico in rotolamento passa attraverso l'indagine aerodinamica del flusso d'aria che investe l'impronta a terra. Come vedremo con maggiore dettaglio nel prossimo paragrafo la particolare geometria del modello di pneumatico ha consentito l'utilizzo di un solutore stazionario delle RANS per un flusso turbolento incomprimibile. Naturalmente questo approccio fornisce la soluzione dei campi di pressione e velocità mediati nel tempo e non si presta a speculazioni di tipo aeroacustico visto che, ricordiamo, la variazione temporale del tensore di Lighthill è una condizione necessaria per la generazione del rumore aerodinamico. Nonostante ciò, questa parte dell'investigazione è stata molto utile per almeno tre motivi. Innanzitutto ha permesso stimare il tempo macchina necessario per l'elaborazione della soluzione delle RANS. In altri termini, ha fornito l'unità di misura temporale per valutare la fattibilità sia dello studio stazionario aerodinamico che dell'analisi transitoria aeroacustica. Secondo, attraverso il confronto della soluzione computazionale con le misure sperimentali abbiamo avuto conferma circa l'affidabilità dello strumento numerico applicato al nostro specifico problema fluidodinamico, e, laddove non si è raggiunto l'adeguato livello di validazione, ha permesso di capire quali sono i limiti della modellazione. Infine, grazie all'analisi del campo di moto si sono identificati quei fenomeni che possono essere alla base della generazione del rumore aeroacustico. Lo studio delle dinamiche critiche ha permesso di concentrare nell'analisi transitoria un maggiori risorse computazionali nelle regioni potenzialmente più interessanti dal punto di vista aeroacustico.

4.2 Il modello di pneumatico e la griglia di calcolo

Il modello di pneumatico usato nell'analisi stazionaria e nelle successive fasi dell'indagine aeroacustica è un solido di rivoluzione la cui generatrice è il profilo trasversale in condizioni gonfie di un pneumatico commerciale di dimensioni 205/55 R16. Nella sigla appena riportata con il primo numero si indica la larghezza in direzione assiale, con il secondo il rapporto tra larghezza e altezza del fianco, R indica che si tratta di un pneumatico radiale e infine l'ultimo numero è la dimensione radiale in inch del cerchio su cui deve essere montato il pneumatico.

Per riprodurre la geometria del pneumatico caricato il solido di rivoluzione è tagliato in corrispondenza dell'impronta a terra ad un quota radiale tale da avere una regione di contatto di dimensioni confrontabili a quelle di un pneumatico reale nelle condizioni di carico nominale. Al fine di avere una geometria quanto più verosimile il profilo delle scanalature longitudinali viene mantenuto costante all'interno del contatto. Il risultato finale è mostrato in figura 4-1 con particolare riferimento all'area dell'impronta a terra.

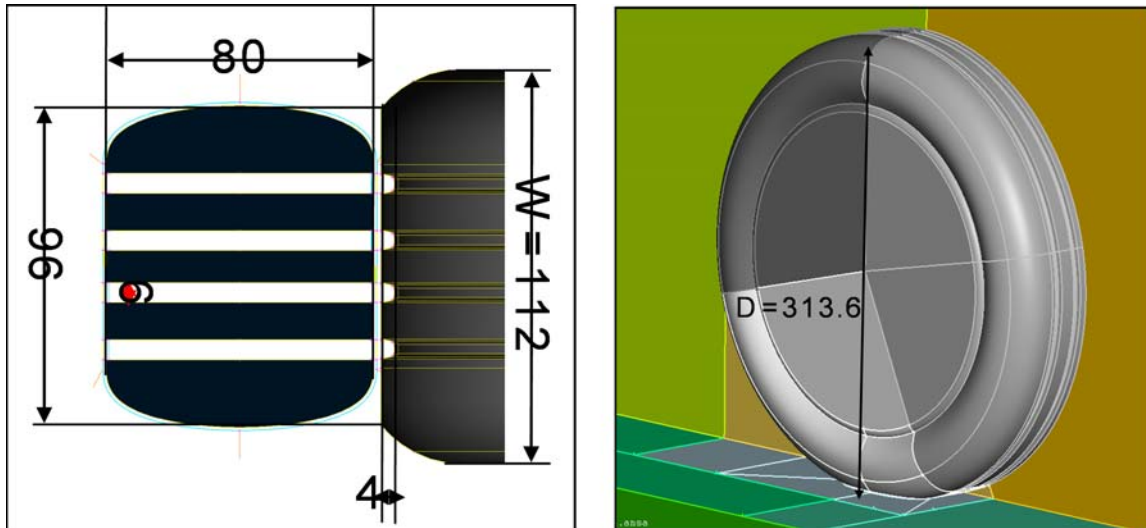


figura 4-1: Dimensioni e dettagli geometrici del modello di pneumatico in scala 1:2.

Per un sistema di riferimento solidale con l'asse di simmetria la geometria del modello può essere con buona approssimazione considerata stazionaria nel tempo anche in condizioni di rotolamento grazie alla continuità circonferenziale delle pareti. Questa condizione ci permette di mantenere la geometria e quindi la griglia di calcolo costante per ogni passo temporale. Così non sarebbe se avessimo scanalature con direzione non longitudinale, in questo caso avremmo dovuto rigenerare il modello, la griglia superficiale, quella di volume per ogni step temporale con un drammatico aumento del tempo di modellazione e calcolo. Siamo quindi vincolati a considerare la fluidodinamica delle sole scanalature longitudinali, ma ne possiamo cambiare la dimensione, il numero e la posizione rispetto al piano mediano. Tale simmetria viene sfruttata per ridurre i tempi di calcolo. Questo tipo di semplificazione non può essere considerata esatta, la fluidodinamica turbolenta di un corpo tozzo è tipicamente 3 dimensionale e quindi non simmetrica, soprattutto nella zona di scia. Nonostante ciò bisogna ricordare che il nostro obiettivo è caratterizzare la fluidodinamica dei canali che il pneumatico forma nel contatto a terra che viene in minima parte influenzata dalla asimmetria del campo di moto della scia.

A partire dallo stesso modello sono state generate due griglie di calcolo, una per la simulazione del pneumatico in rotolamento a velocità equivalenti a quelle del test di pass-by, l'altra per validare i modelli numerici con le misure sperimentali. Data l'enorme difficoltà nel misurare grandezze fluidodinamiche di un pneumatico in rotolamento si è scelto di validare il codice fluidodinamico in condizioni statiche, cioè con velocità tangenziale delle pareti del modello nulle ($U_w = 0$). La disponibilità di una galleria del vento dalle dimensioni contenute (sezione di 300 x 300 mm) ha fatto poi optare per un modello in scala 1:2 come si poteva facilmente intuire dalle dimensioni riportate in figura 4-1. Modello che, ricordiamo, è lo stesso sia in condizioni statiche (validazione) che per quelle dinamiche (analisi).

La similitudine aerodinamica tra il caso a scala reale e quello a scala ridotta viene garantita imponendo parità di numero di Reynolds, che è pari a:

$$Re = \frac{UD}{\nu} \quad (3.1)$$

Avendo ridotto D della metà dobbiamo usare il doppio della velocità nelle nostre analisi. Da un semplice conto troviamo che, mentre nell'analisi di pass-by il pneumatico deve muoversi alla velocità di 22.22 m/s, nelle nostre simulazioni in similitudine aerodinamica dovremo usare una velocità dell'aria pari a 44.44 m/s.

Il setup sperimentale è quello mostrato in figura 4-2. Il modello di pneumatico è stato tagliato nella parte superiore per permettere di alloggiarlo all'interno della galleria. La percentuale di bloccaggio della sezione del modello è superiore al 30%, quando solitamente nelle prove sperimentali in galleria del vento viene tenuto al di sotto del 5%. Il motivo è ovvio, la dinamica del flusso è drammaticamente influenzata dalla vicinanza delle pareti. Vedremo quali conseguenze porterà questo aspetto in seguito.

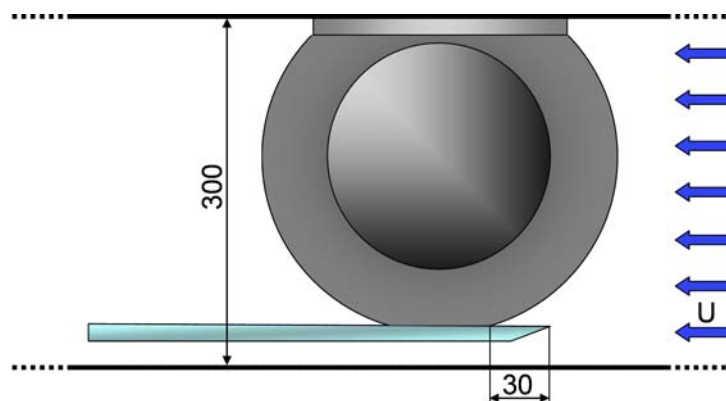


figura 4-2: Setup sperimentale della galleria del vento.

Per ridurre l'altezza dello strato limite all'ingresso dei canali di contatto, il piano di appoggio del modello si estende per soli 3 cm oltre il bordo a monte del contatto. Tale piano è stato costruito in plexiglass per permettere misure di anemometria laser anche all'interno dei canali a contatto.

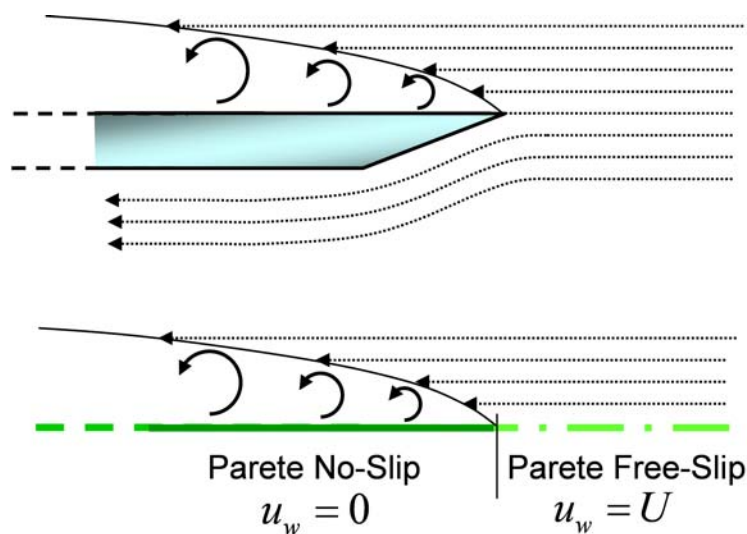


figura 4-3: In alto il piano di taglio della vena fluida nel setup sperimentale, in basso la sua approssimazione numerica.

Il setup sperimentale è stato riprodotto numericamente cercando di complicare il meno possibile la geometria del volume di controllo. Ora, ipotizziamo che la vena fluida sia parallela alla parete di fondo della galleria fino al bordo di divisione del piano in plexiglass, come mostrato nella parte alta di figura 4-3. Sotto questa condizione il setup sperimentale è equivalente a una parete free-slip fino al bordo di attacco del piano e no-slip in seguito.

Il volume di controllo e le condizioni a contorno utilizzate nel calcolo CFD sono quelle di figura 4-4.

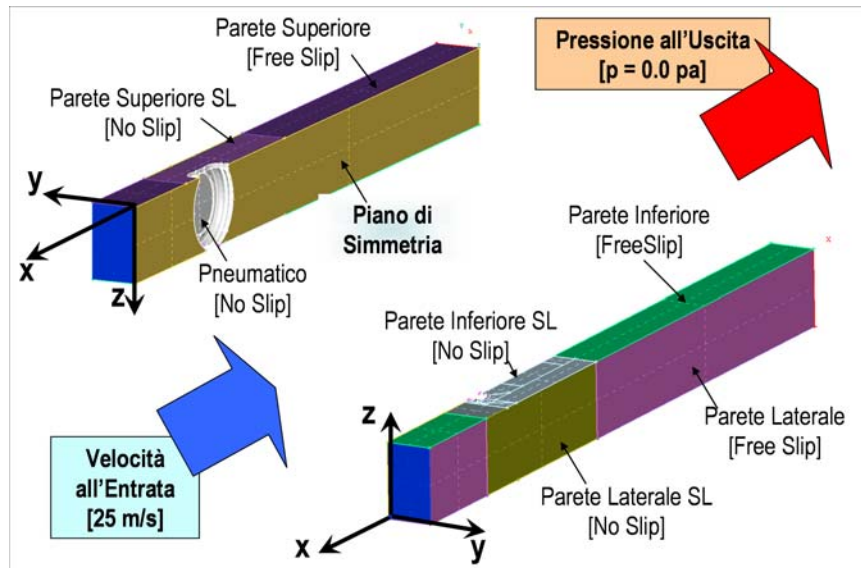


figura 4-4: Condizioni a contorno della simulazione numerica che riproducono la prova sperimentale in galleria del vento.

La dimensione longitudinale (x in figura) del volume di controllo è pari a 2 diametri a monte del modello e 5 diametri a valle per limitare gli effetti delle condizioni a contorno sull'area d'interesse, mentre l'altezza z e la larghezza y sono imposte dalle dimensioni della galleria del vento. Le condizioni di uscita e entrata sono quelle standard per simulazioni aerodinamiche fredde, e cioè velocità all'ingresso e pressione all'uscita. Le condizioni di no-slip sulle pareti del tunnel sono state usate solo in prossimità del modello essendo particolarmente onerose dal punto di vista computazionale.

I risultati numerici e le misure sperimentali sono stati confrontati su due modelli con differenti geometrie delle scanalature longitudinali: il primo, mostrato nella parte alta di figura 4-5, con canali di sezione quadrata e posizionamento equispaziato sulla larghezza dell'impronta a terra, il secondo con un'unica scanalatura larga 4 volte l'altezza posizionata centralmente (parte bassa di figura 4-5). Con questo confronto si è messa alla prova la capacità del metodo sperimentale e di quello numerico di apprezzare le differenze di campo fluidodinamico al variare della geometria del battistrada. L'idea di mantenere costante l'area dei vuoti tra i due modelli è tipica del design dei battistrada in quanto da questa grandezza dipende in maniera diretta la velocità di hydroplaning ed in maniera indiretta la tenuta di strada.

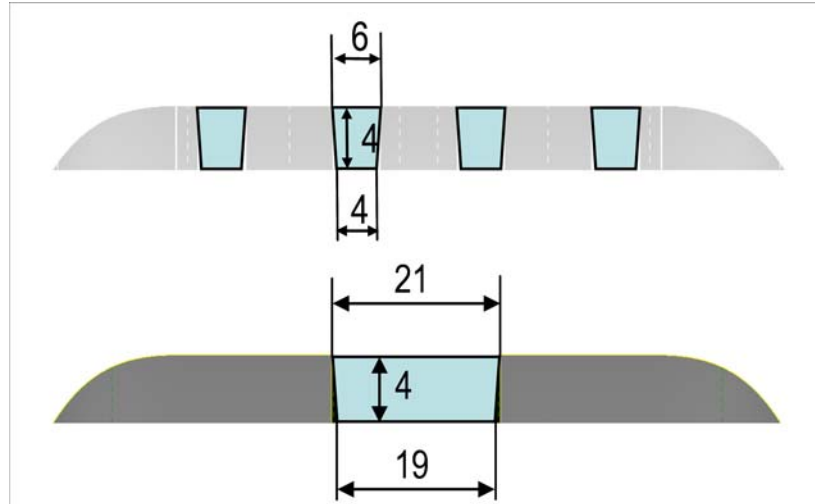


figura 4-5: Geometria del battistrada dei due modelli validati.

Sui modelli appena mostrati si è generata una griglia superficiale triangolare con una maggiore concentrazione di celle nell'area di contatto. La dimensione della discretizzazione cresce con legge geometrica dall'impronta a terra dato che non è necessario garantire in questa analisi un buon dettaglio della separazione nella parte alta del pneumatico. La dimensione minima della discretizzazione di primo tentativo è stata calcolata partendo dal caso di strato limite su lastra piana. Per cui vale:

$$\tau_w = \mu \left[\frac{\partial u}{\partial y} \right]_w \approx \mu \frac{U}{\delta} = \mu \frac{U}{L} \sqrt{\text{Re}} = \sqrt{\frac{\mu \rho U^3}{L}} \quad (3.2)$$

sapendo che:

$$y^+ = \frac{\rho y}{\mu} \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (3.3)$$

Se assumiamo che $U = 30 \text{ m/s}$ per effetto della riduzione della sezione di passaggio dovuto alla presenza del modello, $L = 0.04 \text{ m}$ pari alla metà della lunghezza dell'impronta a terra, che $y^+ \geq 30$ e che il rapporto delle dimensioni dello strato prismatico di elementi che cresce del modello può essere al massimo pari a 5, troviamo $y \approx 0.2 \text{ mm}$. In via cautelativa si è scelto di usare una dimensione minima pari a 0.1 mm al bordo di attacco e uscita del contatto. L'approssimazione effettuata è quanto mai azzardata, vedremo in seguito che grazie alle condizioni conservative imposte nel calcolo si è trovato un y^+ nel mezzo del range di utilizzo delle funzioni di parete.

Il flusso a monte del modello è molto regolare e non necessita di un eccessivo dispendio di nodi di calcolo per essere descritto, per questo la legge di crescita in direzione delle x positive è doppia rispetto a quella che troviamo nella scia del modello, dove al contrario il flusso è turbolento con elevati gradienti di velocità e pressione che richiedono un notevole dispendio computazionale per essere catturati (figura 4-6).

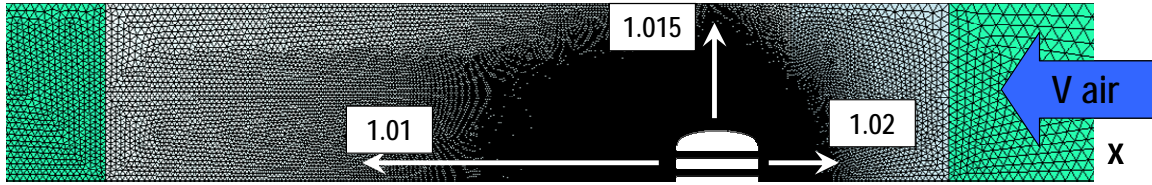


figura 4-6: Legge di crescita geometria della griglia triangolare sulla superficie stradale. La stessa legge è stata usata sulle pareti del pneumatico.

La stessa legge di crescita è stata usata nella generazione della griglia superficiale sul pneumatico come si può apprezzare in figura 4-7. Nella parte frontale del modello il flusso rallenta trasformando l'energia cinetica in pressione dinamica, la velocità tangenziale nella zona di stagnazione è nulla permettendo di usare celle a contatto con la parete di maggiore dimensione.

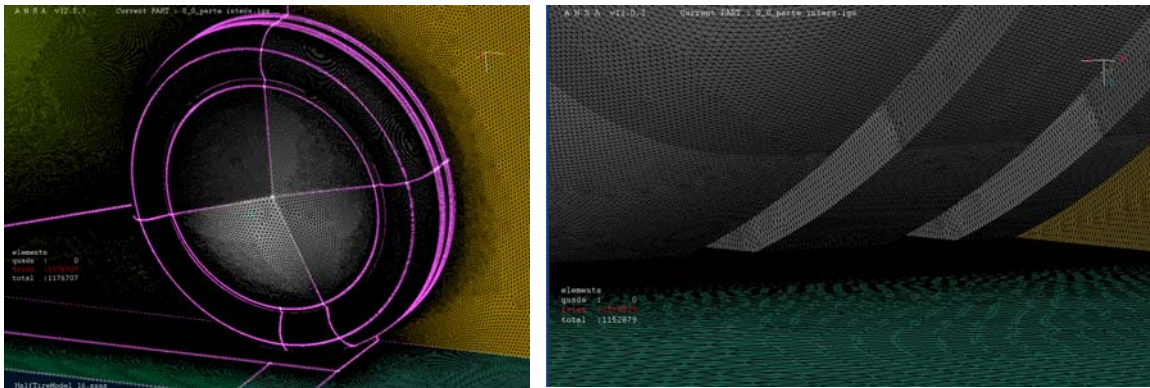


figura 4-7: Dettaglia della griglia superficiale del modello di pneumatico. A sinistra una vista laterale, a destra la regione di ingresso dei canali.

A destra della figura 4-7 viene mostrata la griglia superficiale della zona di contatto, in verde troviamo la pavimentazione del tunnel in grigio il modello di pneumatico e in giallo il piano di simmetria. Dalla superficie delle due pareti solide dobbiamo far crescere contemporaneamente un numero sufficiente di strati di elementi prismatici.

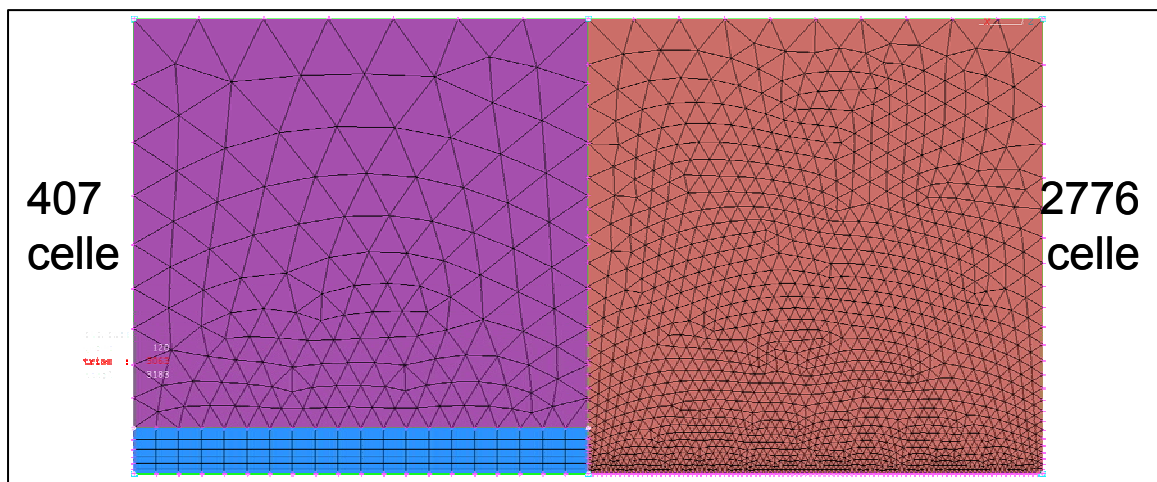


figura 4-8: Crescita della griglia volumetrica da quella superficiale. A sinistra si parte con celle prismatiche a destra tetraedriche. Il confronto è fatto a parità di distanza della prima cella dalla parete.

Gli elementi prismatici permettono di avere un minor numero di celle superficiali a parità di distanza del centroide dalle pareti, come mostrato in figura 4-8. Nel caso illustrato lo strato prismatico permette di ridurre il numero di celle di più di 6 volte. Naturalmente i vantaggi dello strato prismatico di celle non si limita solo al risparmio computazionale. La forma allungata delle celle si accoppia perfettamente alla descrizione del flusso interno allo strato limite che è quasi completamente diretto parallelamente alla parete.

Purtroppo nel caso in esame la generazione del layer prismatico non è altrettanto semplice. L'angolo formato tra la superficie di pneumatico e quella del piano di contatto è inferiore ai 10° (a sinistra di figura 4-9). Con un tale angolo la crescita contemporanea sulle due pareti della mesh prismatica da origine ad una tale distorsione della geometria dei volumi finiti da compromettere drammaticamente l'affidabilità dei risultati. Il problema è stato risolto come mostrato a destra di figura 4-9. Una piccola zona di parete del pneumatico e del pavimento attorno al contatto è stata isolata con una superficie permeabile al flusso d'aria. Da questa superficie sono stati fatti crescere due layer prismatici con direzione opposta (rosa e verde), il rosa contemporaneamente alle pareti confinanti, il verde da solo. Il layer di prismi verde è stato introdotto per evitare salti dimensionali eccessivi tra celle adiacenti. Tale discontinuità si tramuta nel calcolo in un aumento dell'errore di troncamento, cioè dell'errore dovuto alla differenza tra le derivate parziali delle equazioni che governano il flusso e l'approssimazione usata nel calcolo con le differenze finite.

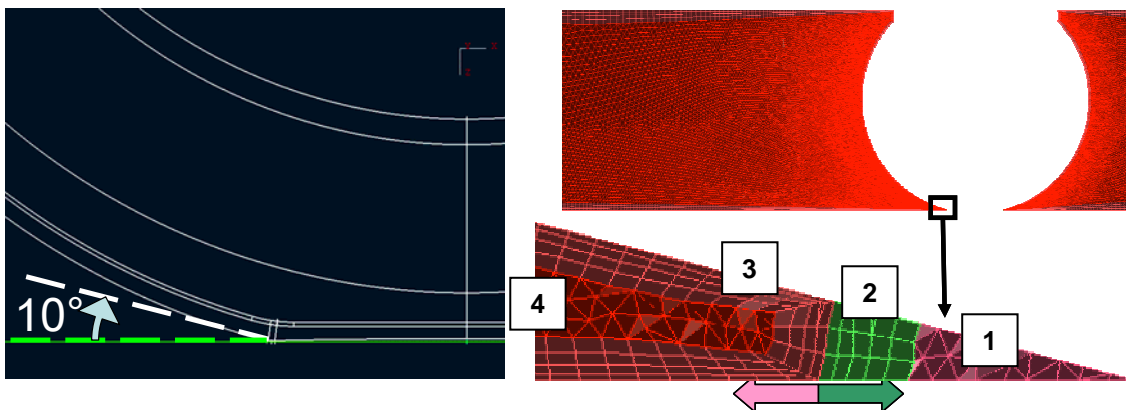


figura 4-9: Discretizzazione della cuspidata formata dalla superficie del pneumatico e quella stradale.

Solitamente nell'aerodinamica computazionale il problema della discretizzazione del volume compreso tra pneumatico e strada viene risolto con un'approssimazione geometrica, la zona di contatto viene circondata da una parete solida che esclude di fatto la zona 1 dal dominio di calcolo. Nel nostro caso questo tipo di approssimazione potrebbe escludere delle dinamiche interessanti dal punto di vista aeroacustico quindi fin da questa fase si è deciso di affrontare le problematiche relative alla discretizzazione anche per acquisire l'esperienza necessaria per studiare il problema aeroacustico con la LES. Questo tipo di discretizzazione presenta tuttavia delle criticità difficilmente superabili senza ulteriori approssimazioni. La più importante è la presenza di elementi tetraedrici direttamente a contatto con le pareti solide del pneumatico e della superficie inferiore nella zona 1. La legge di parete assegna al centroide di queste celle la velocità che le compete dal profilo logaritmico di velocità di figura 2-7 mentre per le celle confinanti che hanno solo un vertice a contatto con la parete determina la velocità direttamente dal

flusso principale. Questa discontinuità della velocità tangenziale alla parete innesca la produzione di vorticità e quindi di energia cinetica turbolenta la cui origine è puramente numerica. Nonostante sia sorgente di errore numerico il volume 1 continua a svolgere la sua funzione e cioè quella di trasportare un flusso d'aria in direzione laterale direttamente all'interno della scanalatura longitudinale, effetto che non si voleva trascurare nel calcolo. Il volume compreso tra la superficie del layer prismatico e il contorno esterno del volume di controllo è stato discretizzato con celle tetraedriche che hanno una crescita dimensionale massima del 5%. Il numero totale delle celle così ottenute è prossimo ai 25 milioni. Grazie agli accorgimenti usati nella generazione della griglia la distribuzione finale di skewness (distorsione) dei volumi finiti è centrata su valori molto bassi con un valore massimo inferiore al 92% (figura 4-10). La skewness è un indice di qualità delle celle utilizzate nel calcolo. Alti valori di skewness di un ristretto numero di celle possono compromettere l'accuratezza e la convergenza della soluzione globale essendo le RANS un sistema di equazioni ellittiche.

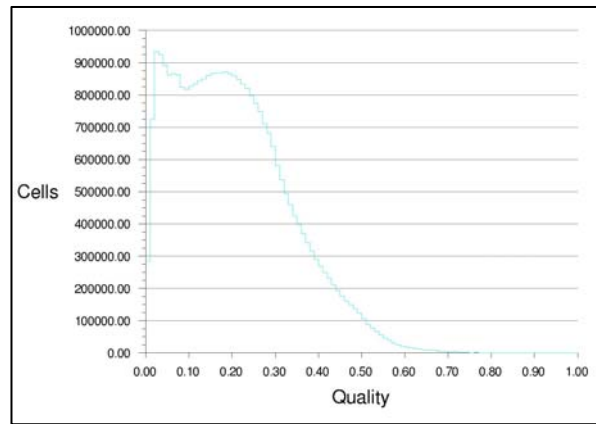


figura 4-10: Distribuzione di skewness della celle tetraedriche ed esaedriche della discretizzazione di volume.

4.3 La validazione sul modello statico

Ogni qual volta ci troviamo a studiare un fenomeno fisico per mezzo di simulazioni numeriche si deve sempre tenere a mente che stiamo utilizzando dei modelli. Il modello è una rappresentazione concettuale del fenomeno fisico capace di spiegarne i meccanismi alla base. Per poter fare questo, il modello necessita di semplificazioni e approssimazioni che lo distinguono dal mondo reale. Nella fluidodinamica computazionale siamo costretti a usare un'ulteriore approssimazione, e cioè passare dalla matematica del continuo a quella discreta per poter arrivare ad una soluzione delle equazioni che governano i fluidi. L'errore della simulazione numerica si amplifica ad ogni assunzione o semplificazione. Naturalmente esistono degli accorgimenti che ci permettono di tenere sotto controllo l'errore. Uno è verificare che le ipotesi utilizzate nel modello siano soddisfatte nel fenomeno reale, il secondo accorgimento è quello di rispettare i vincoli dei modelli numerici utilizzati (dimensione minima della griglia di calcolo, velocità di crescita delle celle, qualità dei volumi finiti), il terzo è verificare ad ogni passo dell'indagine che la soluzione numerica sia rappresentativa della realtà. In questo paragrafo ci occuperemo di quest'ultimo punto, in particolare metteremo a confronto i risultati sperimentali ottenuti in galleria del vento con quelli numerici dell'analisi RANS per il caso di modello di pneumatico statico investito da una corrente d'aria.

L'analisi stazionaria è stata lanciata con le condizioni a contorno mostrate in figura 4-4 per 15000 iterazioni numeriche. Il modello di turbolenza utilizzato è il $k - \varepsilon$ realizzabile mentre sulle pareti no-slip si sono sfruttate le capacità del non-equilibrium wall function

nel rappresentare flussi separati con forti gradienti di pressione (vedi paragrafo 2.2). Per i primi 1000 step di calcolo utilizzato è stato un up-wind del primo ordine per poi passare al secondo ordine nelle iterazioni seguenti. L'algoritmo di accoppiamento tra campo di pressione e campo di velocità è il SIMPLE.

La convergenza della soluzione è stata monitorata per mezzo dei coefficienti aerodinamici del modello di pneumatico e delle portate d'aria che evolvono nelle due scanalature del modello simmetrico, come mostrato in figura 4-11. Gli andamenti di questi parametri risulta costante già alla iterazione 12000, siamo quindi sicuri che l'analisi verrà effettuata sulla soluzione stazionaria e non su un transitorio numerico. E' il caso di notare che non è possibile fare considerazioni di carattere generale sulla prova aerodinamica effettuata in una galleria del vento con coefficiente di bloccaggio superiore al 30% perchè ogni grandezza misurata o calcolata sarà enormemente influenzata dalle condizioni a contorno. Il coefficiente di resistenza aerodinamica (*drag coefficient*) misurato, per esempio, risente molto della riduzione di sezione della galleria causata dalla presenza del modello. Il pneumatico per il circuito idraulico equivalente diventa una perdita di carico concentrata e la differenza di pressione a monte e valle del modello cresce di conseguenza. Differenza di pressione che poi si traduce in forza longitudinale.

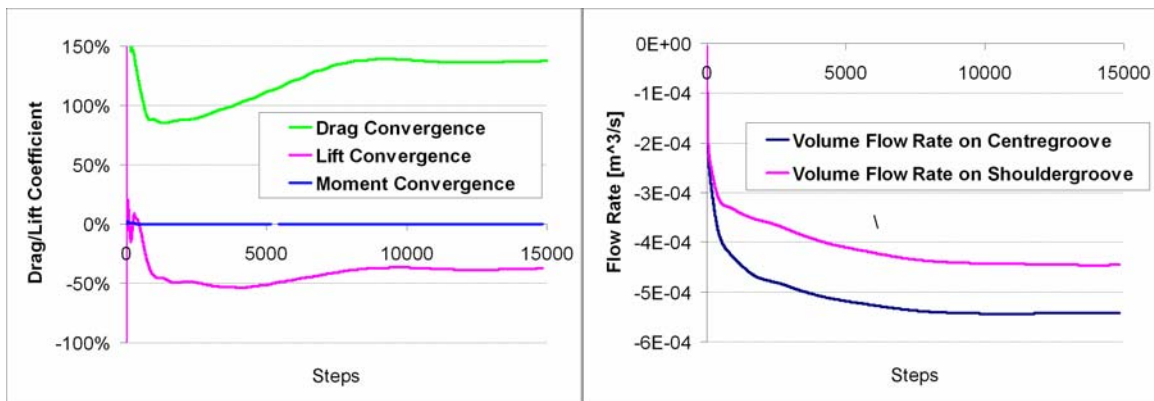


figura 4-11: Coefficienti aerodinamici e portate d'aria nei condotti interni all'impronta a terra per la simulazione stazionaria RANS.

Le misure sperimentali di velocità del flusso d'aria sono state condotte grazie ad una tecnica laser, la LDA che sta per *Laser Doppler Anemometry*, il cui funzionamento è brevemente riassunto in figura 4-12. Il sistema concentra due fasci laser di differente lunghezza d'onda nel punto di misurazione. L'intersezione dei due raggi laser

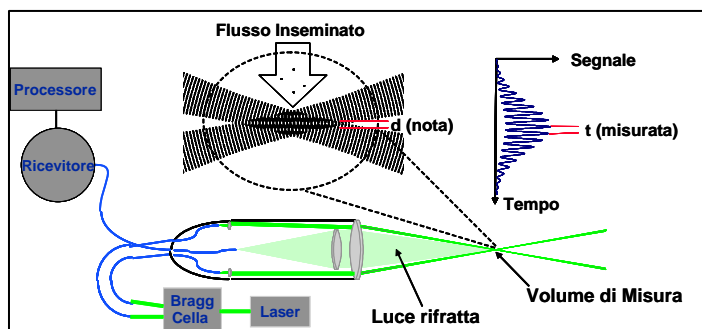


figura 4-12: Schema di funzionamento della LDA.

origina un volume a forma di ellissoide al cui interno le frange di interferenza hanno un periodo spaziale noto. Dalla analisi in frequenza del segnale captato dal ricevitore ottico viene misurata la velocità normale ai piani di interferenza della particella con cui è stato iniettato il fluido. La tecnica è molto accurata e permette di avere il valore medio e fluttuante della componente della velocità misurata su un numero di campioni ritenuto significativo. La scelta delle particelle iniettanti è di fondamentale importanza per

ottenere una misurata accurata della realtà. La particella infatti non deve essere troppo grande e pesante perchè la sua inerzia sarebbe tale da impedirle di seguire perfettamente la linea di corrente del flusso. D'altra parte la sua dimensione non deve essere talmente piccola da passare completamente inosservata al ricevitore ottico. Altra importante difficoltà di questa tipologia di misure è relativa alla omogeneità dell'inseminante. Una inseminazione localizzata può generare una descrizione falsata dei fenomeni turbolenti. Si pensi ad esempio al caso tipico di un prisma immerso in un flusso d'aria a Reynolds subcritico (figura 4-13).

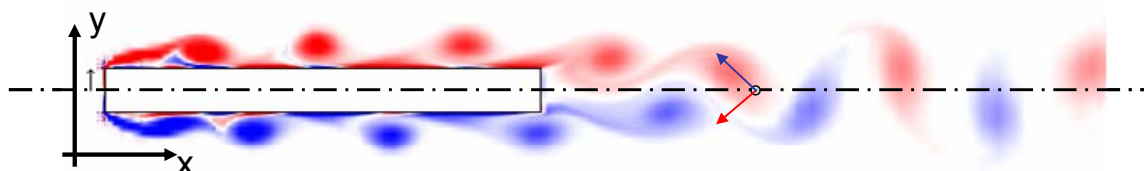


figura 4-13: Prisma immerso in una portata d'aria. Sopra e sotto al solido è possibile notare il distacco alternato di vortici di segno contrario.

Se misuriamo la velocità nel punto di figura 4-13 all'istante di tempo iniziale troveremo un vettore diretto come la freccia rossa, perchè nell'istante raffigurato il punto è investito dal vortice che si distacca dallo spigolo superiore del prisma. Dopo un periodo di tempo fissato il punto sarà investito dal vortice blu che si stacca dallo spigolo inferiore del prisma e avrà un vettore di velocità diretto come la freccia blu. Se io posizionassi la mia sorgente di inseminante su bordo superiore del prisma misurerei una componente media di velocità verticale diretta verso le y negative, quando essendo il problema simmetrico deve necessariamente avere un campo di moto medio simmetrico.

In figura 4-14 sono riportati i risultati computazionali e sperimentali per il modello a 4 scanalature. E' il caso di sottolineare che la velocità d'ingresso alla galleria del vento è stata misurata in un primo momento pari a 25 m/s, un verifica effettuata in una seconda fase ha indicato una velocità di 32 m/s. Purtroppo le analisi CFD erano già state tutte condotte prima di questa seconda misurazione. Rimane comunque significativo riportare il confronto dei due risultati per verificare una corrispondenza di tendenze più che di valore assoluto.

Nella figura a sinistra al centro troviamo la mappa dei livelli del modulo di velocità su un piano parallelo alla strada e ad una quota $Z=2$ mm da essa. La parte blu a bassa velocità è la zona separata che si genera sul fianco del modello. Altre prove sperimentali hanno suggerito che nel caso statico il calcolo amplifica notevolmente l'effetto di questa separazione.

Le misurazioni laser sono state effettuate su 6 array di punti, con riferimento alla figura 4-14:

1. All'interno della scanalatura esterna in direzione longitudinale (in alto a sinistra)
2. All'interno della scanalatura centrale in direzione longitudinale (in basso a sinistra)
3. Nel punto 1 in direzione Z
4. Nel punto 2 in direzione Z
5. Nel punto 3 in direzione Z
6. Nel punto 4 in direzione Z

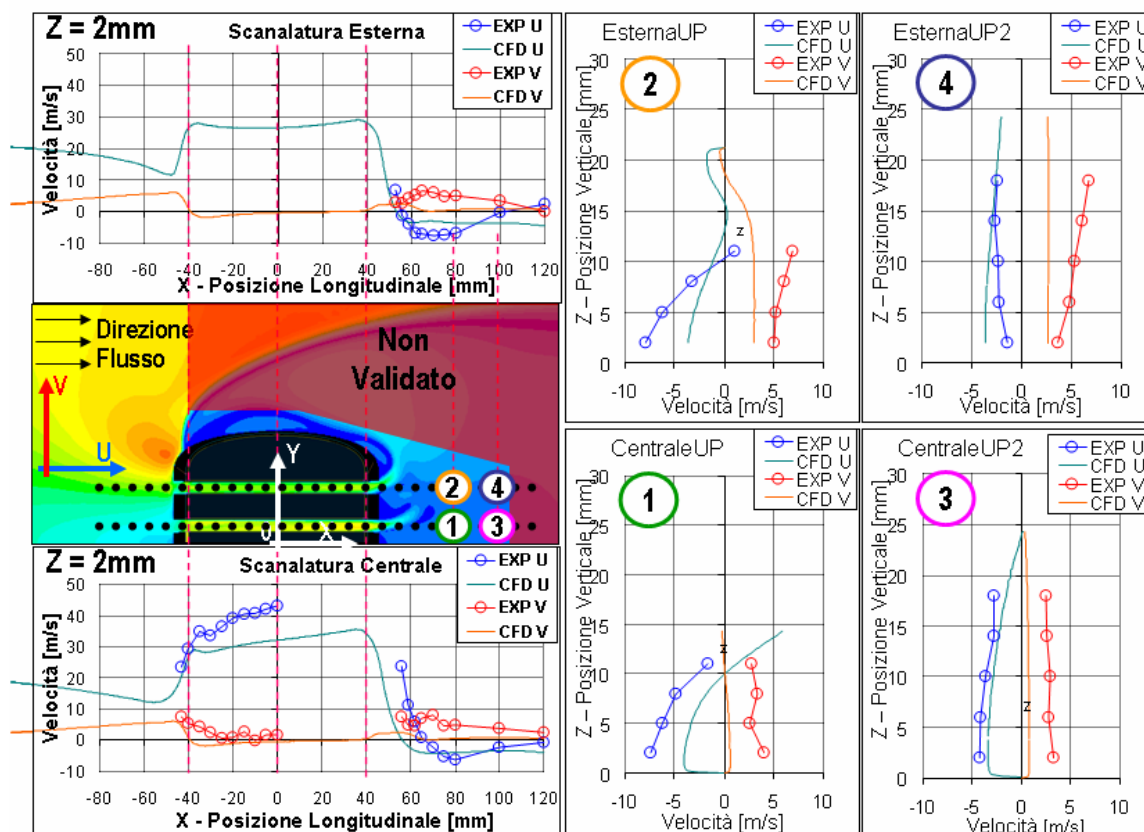


figura 4-14: Confronto dei profili di velocità sperimentali e numerici per il modello con 4 scanalature di dimensioni standard. Le misure in galleria del vento sono state condotte con una velocità di ingresso dell'aria pari a 32 m/s, in simulazione 25 m/s.

Considerando la differente velocità d'ingresso dell'aria possiamo concludere sia la componente longitudinale U che quella laterale V sono state predette in maniera soddisfacente dal calcolo numerico. Vale la pena di notare che sperimentale e numerico sono in accordo anche nel riprodurre il piccolo minimo di velocità che la parte bassa di figura 4-14 mostra in corrispondenza dell'entrata della scanalatura nell'impronta a terra. Altro particolare significativo è dato dall'andamento della velocità U in corrispondenza dell'uscita dalle due scanalature. Sia nel numerico che nello sperimentale la velocità longitudinale in uscita dalla scanalatura esterna inverte la propria direzione prima che nel caso della scanalatura centrale. Infine tutte e due le analisi mostrano un velocità laterale più alta per i punti 2 e 4, cioè quelli allineati alla scanalatura esterna.

Lo stesso tipo di misure è stato condotto sul modello con un'unica larga scanalatura. I risultati concentrati in figura 4-15 mostrano un peggiore accordo tra la predizione numerica e la misura sperimentale. La maggiore larghezza della scanalatura ha permesso di misurare la velocità del flusso su tre linee, quella centrale e due parallele poste a una distanza laterale di 5 mm. I profili di velocità calcolati sono molto differenti da quelli sperimentali sia in termini assoluti che soprattutto a livello di andamento delle curve. I profili sperimentali mostrano un andamento crescente per i primi 20 mm dall'ingresso nel canale per poi calare leggermente fino all'uscita. La predizione ha una tendenza del tutto opposta, il profilo di velocità longitudinale risulta crescente fino a trovare il suo massimo in corrispondenza dell'uscita. Anche la velocità longitudinale in uscita dalla scanalatura mostra un marcato disaccordo tra predizione e misura segno che nel calcolo la vena fluida resta attaccata alla parete della galleria mentre in realtà rimane attaccata al modello. I

confronto di dati per gli array verticali relativi ai punti 1 e 2 è mostrato in alto e in basso a destra di figura 4-15 rispettivamente. L'andamento delle curve numeriche e sperimentali è simile ma non dobbiamo dimenticare che dalle differenti condizioni di ingresso ci saremo aspettati valori di velocità longitudinale maggiori nel caso reale mentre i grafici di figura 4-15 mostrano un comportamento opposto.

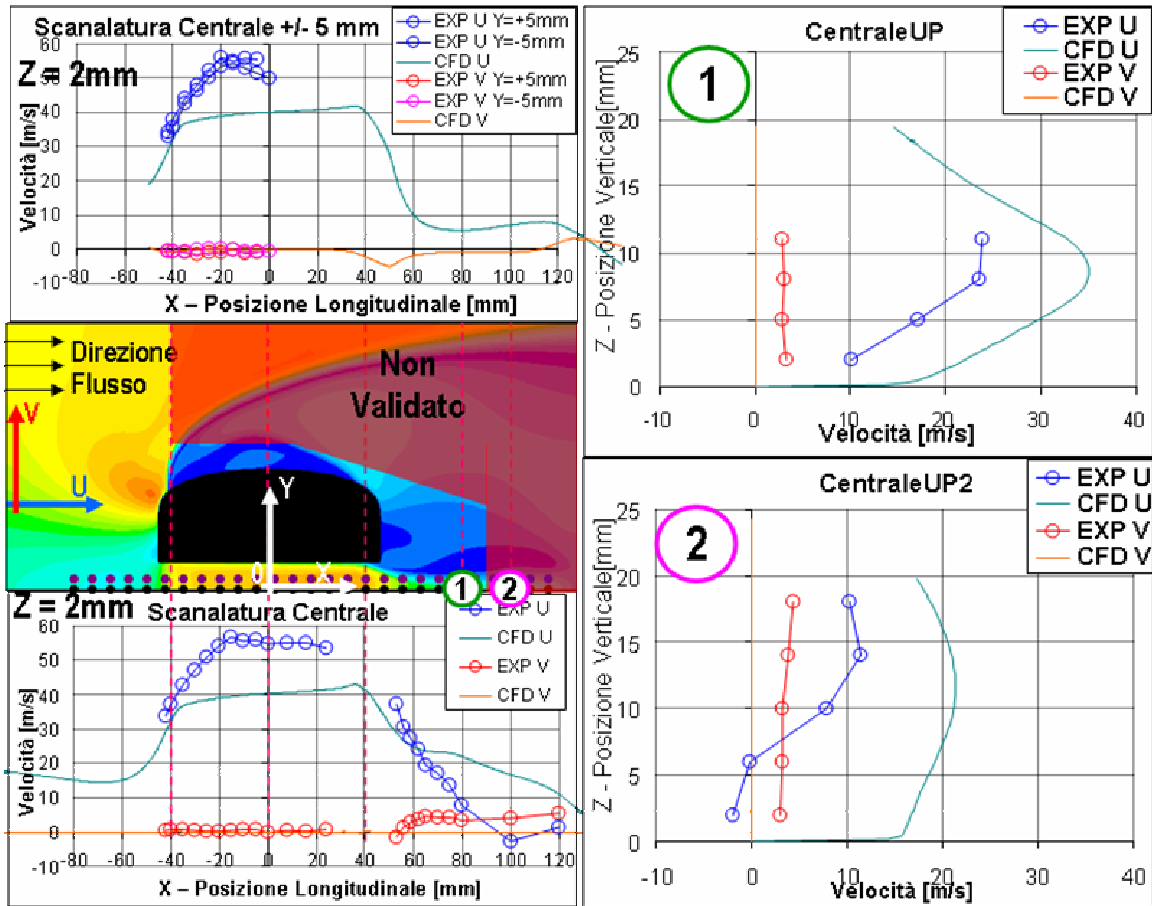


figura 4-15: Confronto dei profili di velocità sperimentali e numerici per il modello con 1 scanalatura. Le misure in galleria del vento sono state condotte con una velocità di ingresso dell'aria pari a 32 m/s, in simulazione 25 m/s.

Il livello di validazione raggiunto nel modello con scanalatura unica è molto basso, al contrario nel modello con 4 scanalature di dimensione standard il codice CFD, nella regione circostante l'impronta a terra, ha mostrato buone potenzialità nel riprodurre comportamenti e dinamiche che è stato possibile apprezzare anche sperimentalmente. Questa differenza si deve necessariamente ricondurre al principale cambiamento nelle condizioni a contorno dei due modelli, e cioè la presenza del piano di simmetria al centro della scanalatura del secondo modello. Molto probabilmente il campo di moto calcolato è drammaticamente influenzato dal vincolo numerico di simmetria. Le considerazioni che faremo da qui in avanti non riguarderanno modelli con scanalature in posizione centrale.

E' il caso di notare che per ambedue i modelli la regione di ricircolo è largamente sovrastimata come è possibile apprezzare nei grafici di figura 4-16.

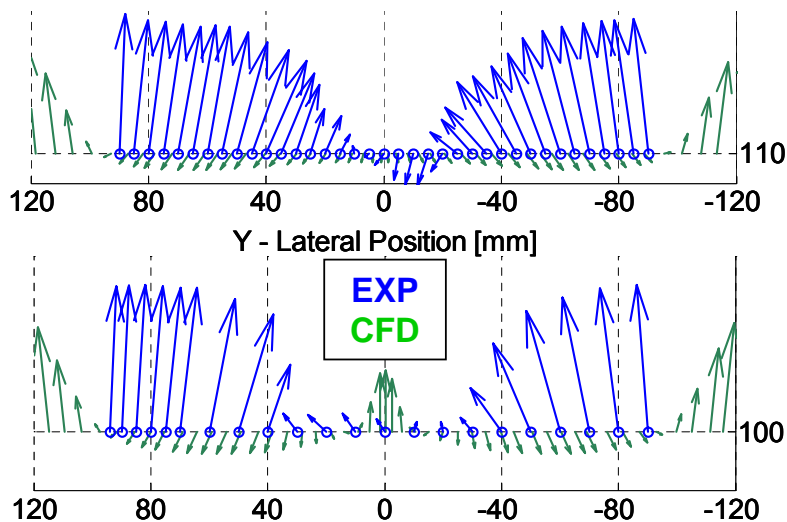


figura 4-16: Confronto sperimentale-numerico dei vettori di velocità su una linea posta in scia a una distanza di 100 mm dal centro della zona di contatto a una altezza da terra pari a 10 mm.

Si è quindi ipotizzato che la differente dimensione della scia fosse da imputare a una precoce separazione della vena fluida sulla parete laterale del modello in corrispondenza dell'impronta a terra oppure all'assenza del riattaccamento della vena. In tutti e due i casi il principale responsabile dello scarso livello di validazione è da ricercare nel modello di funzione di parete che definisce le condizioni di distacco e riattacco della flusso. Si è quindi tentato di risolvere il campo fluidodinamico fino al punto di separazione senza utilizzare nessun modello di strato limite. La griglia è stata quindi rifinita di conseguenza in modo da ottenere valori di y^+ compresi tra 1 e 5 nell'intorno della zona di contatto con la base di appoggio del modello. Il tentativo è purtroppo fallito per problemi di convergenza della simulazione (vedi figura 4-17). Purtroppo il codice commerciale utilizzato non ha la possibilità di passare automaticamente a una legge di parete standard laddove le dimensioni delle celle non fossero tali da permettere la completa soluzione dello strato limite. Di conseguenza le parti del modello poco rifinite sono diventate fonti di instabilità numeriche che propagandosi nel dominio hanno portato la soluzione globale a divergere.

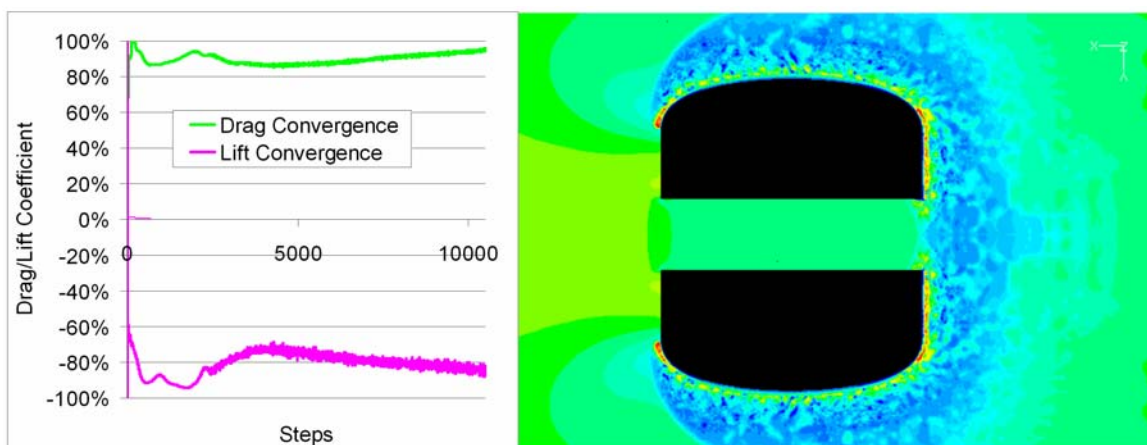


figura 4-17: Divergenza della simulazione senza legge di parete. A sinistra l'oscillazione numerica dei coefficienti aerodinamici, a destra instabilità del campo di pressione.

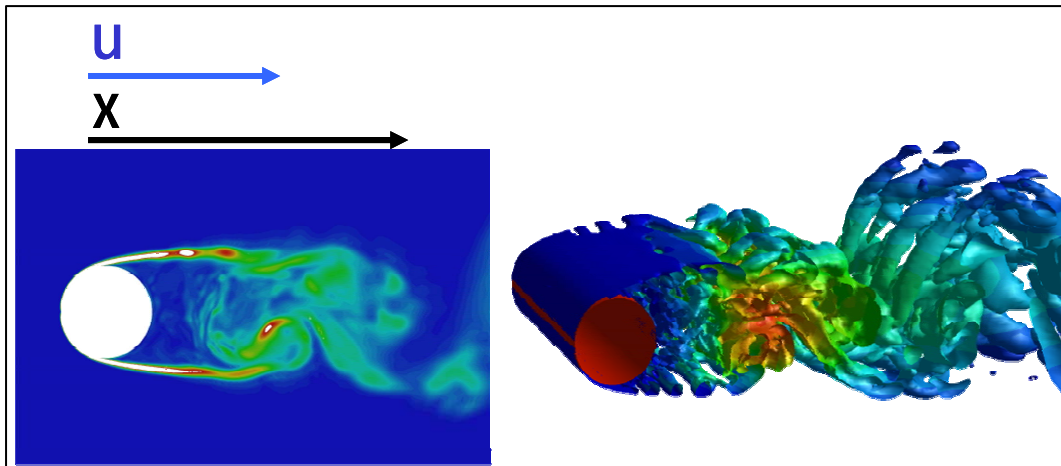


figura 4-18: [43] Strutture turbolente di scia per un flusso a $Re=3900$ che investe un cilindro simulato con una LES usando il codice commerciale Fluent. A sinistra mappe di livello della vorticità istantanea, a destra isosuperfici del secondo invariante del tensore della velocità di deformazione istantanea, colorato dalla energia cinetica turbolenta delle scale risolte.

Tuttavia la determinazione del punto di separazione presenta non poche difficoltà anche nel mondo sperimentale. Nel caso fluidodinamico più studiato al mondo (cilindro immerso in un flusso a Reynolds critico di figura 4-18) non è ancora chiaro quale sia la reale dimensione media della bolla di ricircolo [44]. La misura sperimentale effettuata a $Re=3900$ da Lourenco e Shih [45] indica una dimensione della bolla pari a $1.18D$, stesso Reynolds ma Norberg [46] nella sua prova trova $1.54D$, mentre più recentemente Govardhan e Williamson [47] hanno misurato una lunghezza pari a $1.77D$. Troviamo tra queste differenti misurazioni una differenza maggiore del 50% nonostante il problema e le condizioni siano le stesse. Questa sostanziale discrepanza di risultati non ci deve sorprendere. La stabilità dello shear layer che porta alla separazione è fortemente influenzata da parametri che sperimentalmente sono difficilmente controllabili e numericamente poco riproducibili, come per esempio la turbolenza del flusso in ingresso nella galleria del vento, l'eccitazione acustica della parete, la rugosità della superficie oppure la percentuale di bloccaggio del modello.

4.4 L'aerodinamica del pneumatico in rotolamento

Le caratteristiche aerodinamiche di un pneumatico isolato in rotolamento hanno ricevuto negli ultimi anni un crescente interesse sia sperimentalmente che numericamente [48,49,50,51]. Le differenze tra una ruota in rotolamento e una stazionaria sono state molto documentate e dal lavoro di Fackrell [52], è ben noto che una ruota isolata in rotolamento produce una resistenza aerodinamica minore di quella in condizioni stazionarie. Cogotti [53] e Mercker et al. [54] mostrarono che un pneumatico in rotolamento senza strisciamento sul suolo produce un sistema di tre coppie di vortici controrotanti nella scia (figura 4-19). Una coppia si distacca dalla parte superiore della ruota, la seconda dall'asse di rotazione e la terza dal fondo, attaccata al suolo. Quest'ultima coppia di vortici è chiamata "jetting vortices" [55] ed è la coppia che ha intensità più alta. Quando la ruota è parzialmente racchiusa dal passaruota rimangono solo i vortici di getto e quello che si genera esternamente dall'asse della ruota.

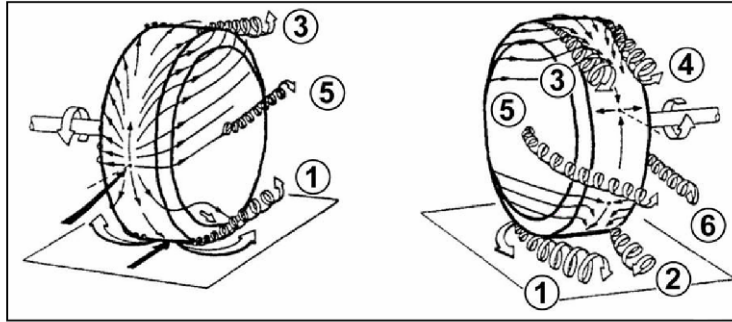


figura 4-19: Schematizzazione delle strutture vortuose che si generano dalle pareti del pneumatico in rotolamento.

Il volume di controllo per il caso reale, cioè con pneumatico in rotolamento, è stato generato senza vincoli dimensionali se non quelli legati al costo computazionale. Il rapporto di bloccaggio ottenuto con le dimensioni mostrate in figura 4-20 è inferiore al 3%. La condizione di rotolamento senza strisciamento è stata imposta cinematicamente dalla condizione:

$$V_{aria} = V_{strada} = \frac{\omega D}{2} = 44.44 \text{ m/s} \quad (3.4)$$

dove la velocità angolare ω è stata applicata alle pareti del modello di pneumatico. In questo caso possiamo dire di aver riprodotto, almeno nelle condizioni a contorno, il caso reale nei suoi aspetti più importanti. Nel test di pass-by il campo di moto aerodinamico ovviamente risente anche della presenza del passaruota e del pianale dell'auto ma nell'intorno dell'impronta a terra vedremo che le dinamiche principali sono ben riprodotte da questo tipo di configurazione.

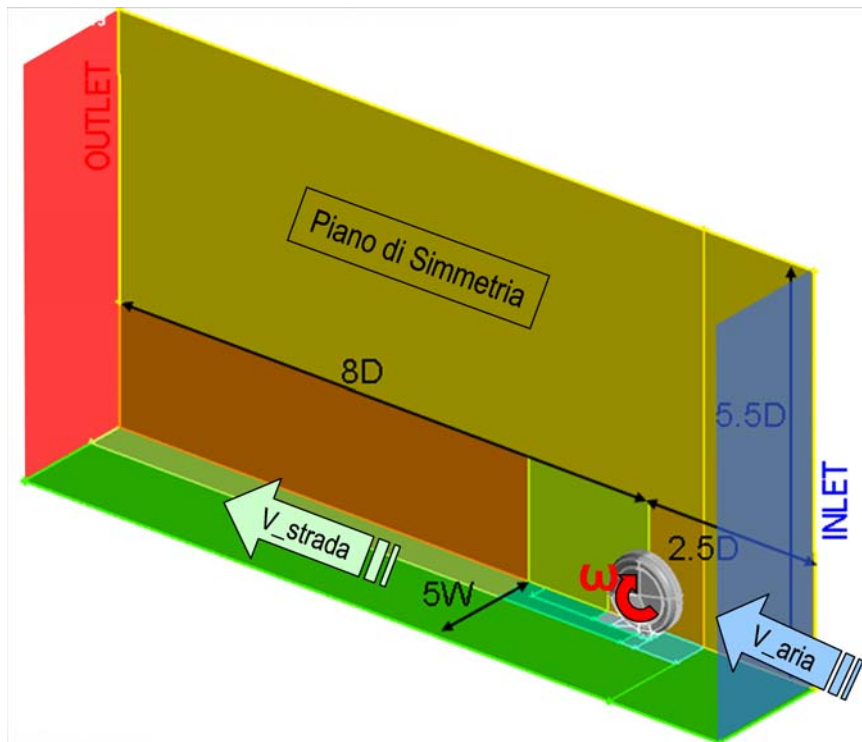


figura 4-20: Volume di controllo della simulazione RANS del pneumatico in rotolamento.

La griglia di calcolo è stata generata usando gli stessi accorgimenti visti nel paragrafo precedente per il modello statico. Il numero di celle tetraedriche, prismatiche e piramidali totale qui raggiunge i 30 milioni. La simulazione anche in questo caso usa come modello di turbolenza il $k - \varepsilon$ realizzabile mentre sulle pareti no-slip si sono sfruttate le capacità del non-equilibrium wall function nel rappresentare flussi separati con forti gradienti di pressione (vedi paragrafo 2.2). Lo schema di discretizzazione per i campi di velocità e pressione sono del secondo ordine up-wind e centrato rispettivamente. L'algoritmo di accoppiamento è il SIMPLE.

Come è possibile verificare da figura 4-21, la stazionarietà della soluzione viene raggiunta già alla iterazione 8000. I coefficienti aerodinamici sono in questo caso significativi perchè ottenuti in condizioni di funzionamento. Rappresentano la resistenza e la deportanza aerodinamica che avrebbe un pneumatico isolato in rotolamento, condizione che assomiglia molto a quella delle coperture anteriori di una monoposto da gara.

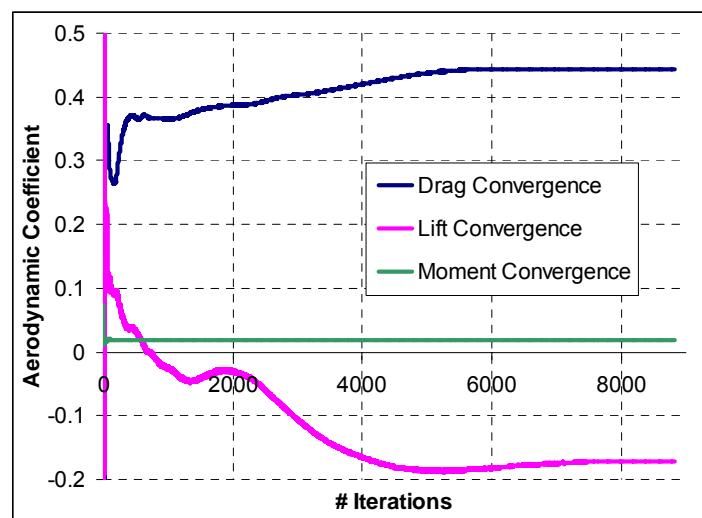


figura 4-21: Coefficienti aerodinamici della simulazione RANS del modello con 4 scanalature.

Dall'analisi stazionaria otteniamo che:

$$C_D = \frac{F_{Drag}}{\frac{1}{2} \rho U^2 S_x} = 44.3\% \quad F_{Drag} = \int_{Tire} p \hat{x} \cdot d\hat{S} + \int_{Tire} \tau_x \cdot dS$$

$$C_L = \frac{F_{Lift}}{\frac{1}{2} \rho U^2 S_x} = -17.2\% \quad F_{Lift} = \int_{Tire} p \hat{z} \cdot d\hat{S} + \int_{Tire} \tau_z \cdot dS$$

dove F_{Drag} e F_{Lift} sono le risultanti delle forze aerodinamiche in direzione x e z rispettivamente ed S_x è l'area frontale del modello. I valori calcolati in simulazione dei coefficienti aerodinamici sono in buon accordo con quelli trovati in letteratura [52].

Per avere un'idea del livello di resistenza aerodinamica del pneumatico si consideri che una sfera a $Re = 10^6$ ha un coefficiente pari a 0.48, mentre per una Toyota Prius il Cd

scende a 0.25. Quindi il pneumatico senza passaruota fornirebbe una elevata resistenza aerodinamica per quelli che sono gli standard aerodinamici attuali dell'industria automotive. Molto più interessante è il risultato mostrato dal coefficiente di portanza. Il valore negativo indica che la distribuzione di pressioni aerodinamiche esercita sul modello di pneumatico una forza deportante. Per fare un esempio un pneumatico di queste dimensioni con 4 scanalature longitudinali è sottoposto a 80 km/h a una forza deportante di circa 1kg, che diventa di circa 3 kg a 160.

Per comprendere come queste forze aerodinamiche si possano generare vengono riportate in figura 4-22 le mappe di livello delle pressioni e degli sforzi tangenziali che agiscono sulle pareti del modello. Dalla mappa di pressione si può immediatamente notare come l'energia cinetica del flusso venga trasformata in pressione di stagnazione sulla superficie del modello che precede l'impronta a terra, mentre la superficie del battistrada che segue la zona di contatto ha una pressione inferiore trovandosi all'interno della scia. Gli sforzi tangenziali in direzione x contribuiscono alla risultante delle forze di resistenza pur essendo almeno un ordine di grandezza inferiori agli sforzi di normali.

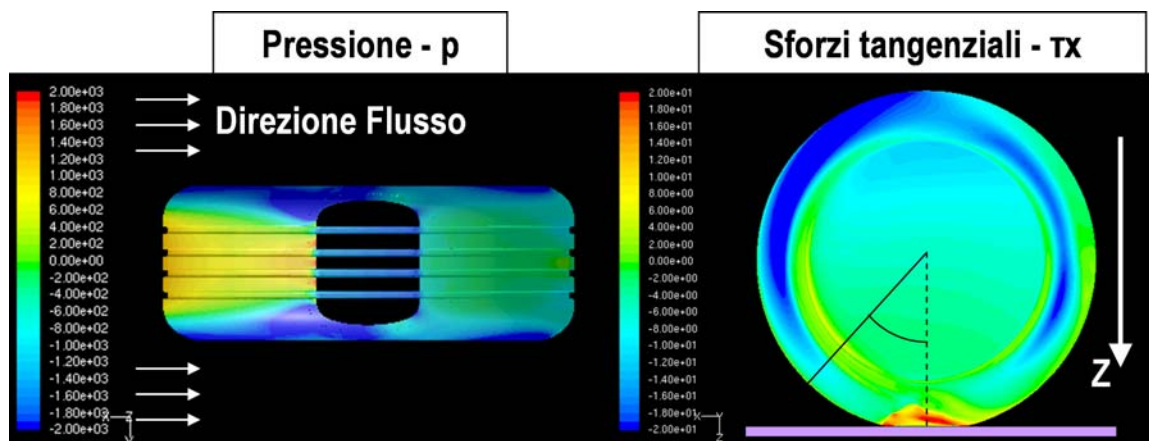


figura 4-22: Mappe di livello di pressione e sforzi longitudinali sulla parete del modello di pneumatico con 4 scanalature.

Se osserviamo la distribuzione di pressione su un piano di sezione ortogonale all'asse di rotazione del pneumatico (figura 4-23) ci rendiamo conto che la regione formata dalla parete del modello e del suolo è simile a quella di un condotto convergente divergente.

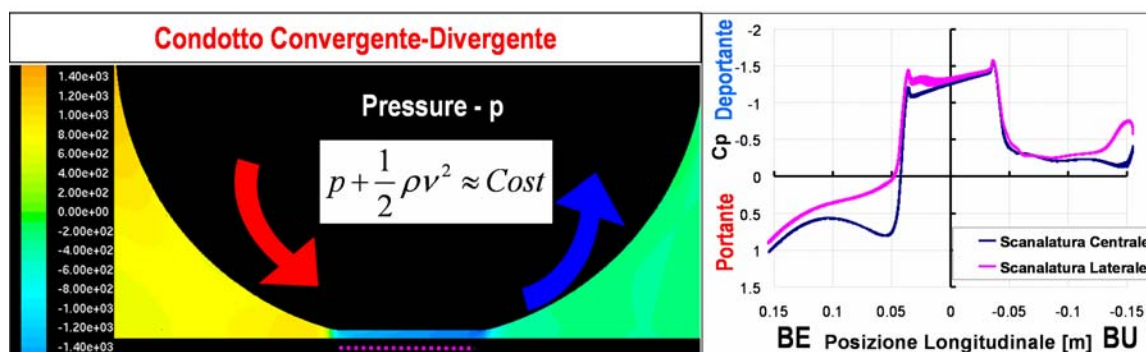


figura 4-23: A sinistra, mappa di pressione statica in un piano passante per una scanalatura centrale e ortogonale all'asse della ruota. A destra, coefficiente di pressione lungo due linee circolari passante per le scanalature.

Ovviamente all'uscita del condotto il flusso d'aria non recupera completamente la pressione iniziale a causa delle perdite di carico.

A destra di figura 4-23 viene riportato il diagramma del coefficiente di pressione in funzione della coordinata longitudinale su due linee di scansione interne alle scanalature del battistrada. Tenendo a mente che il contatto col suolo inizia a $x=0.04$ e termina a $x=-0.04$, possiamo notare come le forze verticali al di fuori del contatto si bilancino. E' quindi la presenza delle scanalature che determina la forza deportante del pneumatico che altrimenti sarebbe all'incirca neutro. Questa assunzione è confermata anche dai risultati sperimentali di Cogotti [53] riportati in figura 4-24. Nel suo lavoro Cogotti ha misurato il coefficiente di pressione sulla linea centrale di un cilindro in rotolamento a diverse distanze dal suolo. Dai suoi risultati ci appare chiaro che più il cilindro si avvicina al suolo più la forza deportante aumenta per collapsare a contatto avvenuto. Il profilo del coefficiente di pressione per $H_w = 0.004m$ assomiglia molto a quello trovato nel nostro modello di pneumatico all'interno delle scanalature.

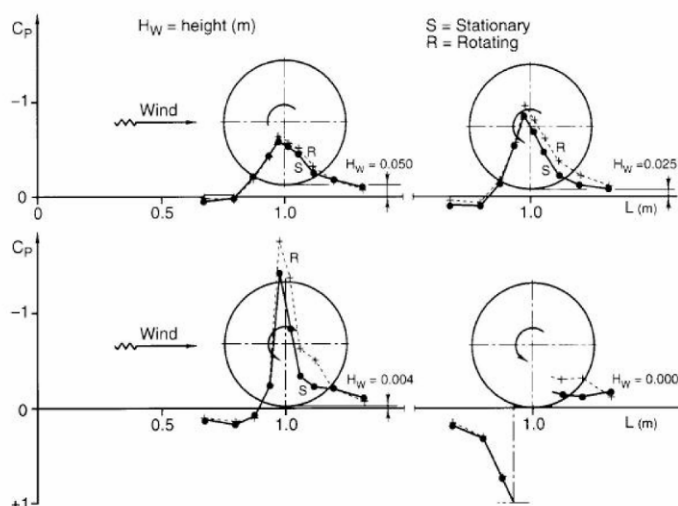


figura 4-24: [52] Pressione statica su un piano parallelo al suolo posto al di sotto di una ruota isolata in rotolamento a varie distanze da terra.

Per dare ulteriore validità ai risultati ottenuti dalla simulazione CFD riportiamo qui di seguito i lavori sperimentali effettuati da Emmanuelle Thivolle-Cazat e Patrick Gilliéron [56] in collaborazione col dipartimento di ricerca Renault. Le prove sperimentali di Thivolle-Cazat e Gilliéron sono state condotte all'interno di una galleria del vento con tappeto mobile e un sistema di aspirazione dello strato limite per riprodurre le condizioni stradali. Le dimensioni del tunnel hanno permesso di alloggiare al suo interno un modello di veicolo in scala 2/5 con una percentuale di bloccaggio finale inferiore del 4%. La ruota ha un diametro di 210mm e una larghezza di 73mm e le prove sono state condotte con una velocità dell'aria e del tappeto pari a 30 m/s. Il Reynolds corrispondente è $1.5E+5$, la metà del numero di Reynolds associato alle condizioni usate nella simulazione CFD. Nonostante ciò il confronto in termini qualitativi può confermare la bontà dei risultati ottenuti in rotolamento per via numerica. Le misure sperimentali sono state ottenute grazie alla tecnica PIV (Particle Image Velocimetry), che permette di caratterizzare la componente di velocità del flusso istantaneo parallela al piano di misura. In realtà i

risultati che presenteremo sono mediati su 200 misurazioni effettuate a 16 Hz, e sono quindi rappresentativi del flusso medio così come i risultati numerici.

Al centro nella parte alta di figura 4-25 troviamo uno schema del modello di veicolo usato nella prova sperimentale con il piano di misura tangente alla parete esterna della ruota colorato in verde. A sinistra vengono mostrati i campi di velocità ottenuti sperimentalmente e numericamente col pneumatico in rotolamento rispettivamente nella parte alta e bassa. Analogamente sulla destra troviamo i campi di velocità per il caso statico. Nonostante l'influenza del passaruota e del modello di veicolo sul campo aerodinamico sperimentale, i dati misurati e simulati mostrano la stessa tendenza: nel caso statico la bolla di ricircolo a valle del pneumatico è ben più grande che nel caso dinamico.

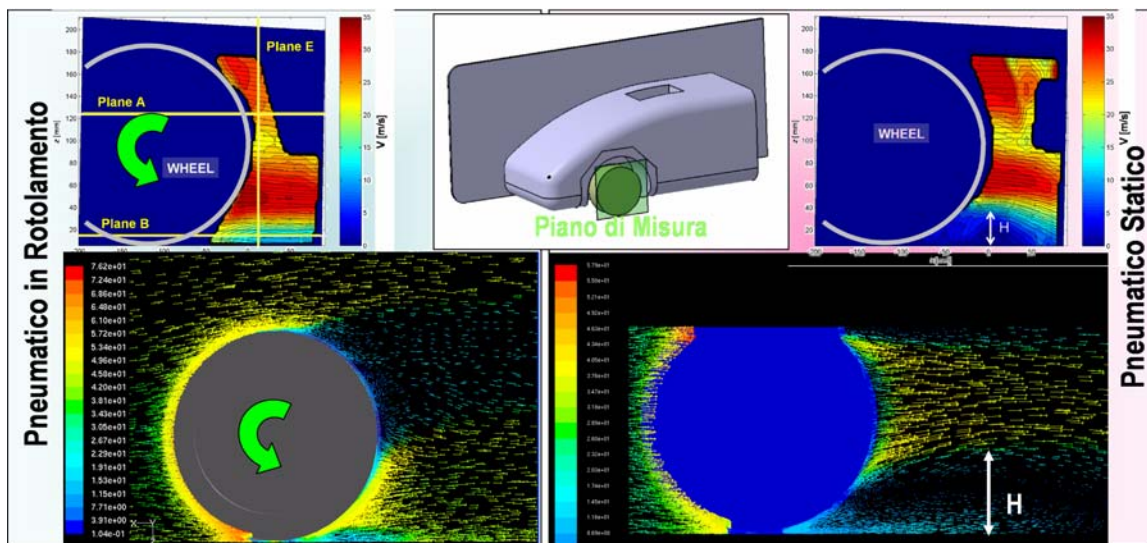


figura 4-25: Confronto del campo di moto del pneumatico statico e in rotolamento. In alto le misure PIV di Renault [55], in basso i risultati CFD della presente analisi.

Vale la pena di riportare in questa sede anche le conclusioni fatte da Thivolle-Cazat e Gilliéron a margine del loro lavoro. Come abbiamo già anticipato affermano che la zona di scia è più grande con ruota e tappeto bloccati rispetto al caso reale con pneumatico e strada cinematicamente vincolati a muoversi alla velocità dell'aria. Inoltre dalla loro esperienza appare evidente che la struttura del flusso tra il caso statico e quello dinamico è differente: lo strato limite è più spesso nel caso stazionario mentre i vortici di getto che si generano nella zona di contatto pneumatico-strada sono più intensi nel caso dinamico. Sembra evidente quindi come sia privo di senso limitare l'indagine fluidodinamica al caso stazionario laddove lo strumento a disposizione (la CFD) permette di riprodurre le condizioni reali di funzionamento.

Ora che siamo più confidenti circa la validità dei risultati numerici per il caso dinamico possiamo procedere con l'analisi del campo aerodinamico che si sviluppa attorno all'impronta a terra. I primi dati che mostriamo sono le mappe di livello del modulo della velocità su un piano parallelo alla strada posto a 2mm di altezza (figura 4-26), che si trova quindi alla metà della sezione delle scanalature.

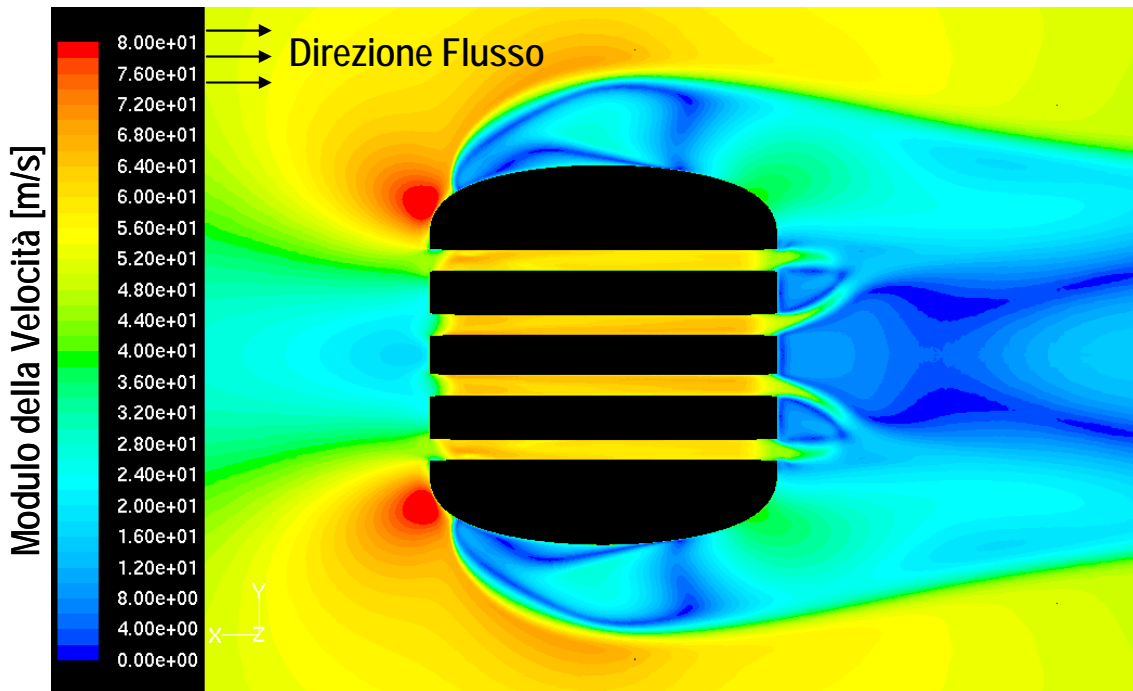


figura 4-26: Mappa dei livelli del modulo della velocità su un piano a 2 mm dal suolo.

Da figura 4-26 possiamo identificare i seguenti aspetti:

- il punto di stagnazione giusto al centro della zona di contatto al bordo di entrata.
- dal punto di stagnazione il flusso accelera in direzione laterale per raggiungere la velocità di 80m/s in prossimità della curvatura massima del profilo laterale del modello.
- l'elevata velocità tangenziale abbinata alla curvatura della parete del modello creano le condizioni di gradiente di pressione avverso necessarie per il distacco dell'vena fluida. I due vortici di getto che vengono generati separano il flusso principale dalle pareti del modello per tutta la sua estensione longitudinale.
- Il flusso che non riesce a scappare lateralmente dal rotolamento del pneumatico finisce incanalato all'interno dei condotti longitudinali interni all'impronta a terra. Qui dentro l'aria raggiunge velocità di circa 65m/s, quindi circa 20m/s superiore alla velocità delle pareti.
- Il flusso uscente dai canali del contatto crea 4 getti che si sviluppano all'interno della bolla di ricircolo della scia.

Ora che abbiamo descritto per sommi capi il comportamento del flusso nell'interazione col modello di pneumatico andiamo a vedere quali potrebbero essere i fenomeni all'origine del rumore aeroacustico che eccita la risonanza dei canali dell'impronta a terra. In questa descrizione qualitativa seguiremo la direzione del flusso partendo dal bordo d'attacco per finire al bordo d'uscita del contatto. Ma prima cerchiamo di identificare i meccanismi che governano il campo di moto.

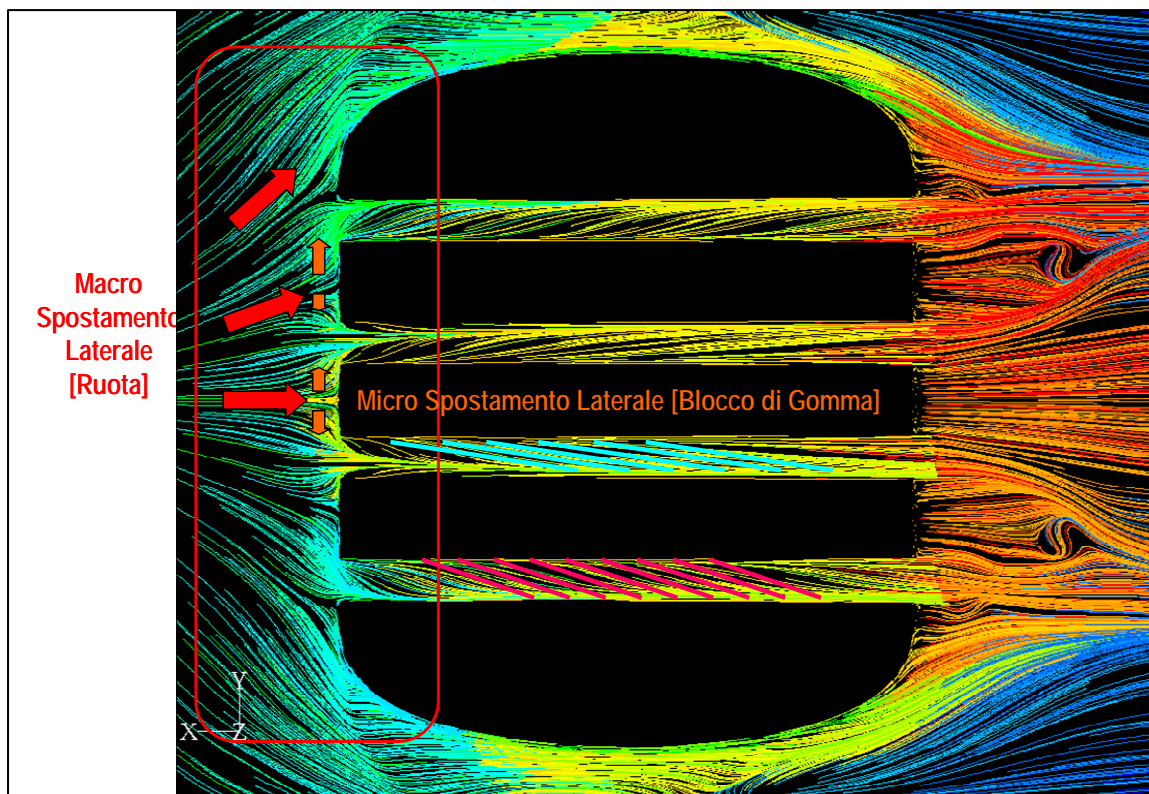


figura 4-27: Oil-Flow della superficie stradale. Lo spostamento laterale dell'aria viene decomposto in macro e micro meccanismi.

In figura 4-27 sono mostrate le linee di flusso sul piano della strada. Abbiamo già visto che per effetto del rotolamento l'aria viene premuta tra ruota e strada. Questo schiacciamento produce il Macro spostamento laterale che abbiamo rappresentato con le frecce rosse. A questo effetto si somma lo spostamento laterale causato dalla presenza dei blocchi di gomma longitudinali che chiameremo Micro spostamento e in figura è raffigurato con le frecce arancio. All'ingresso del canale esterno gli effetti di questi due meccanismi si sommano originando una elevata componente laterale di velocità. Questa maggiore velocità laterale poi si traduce all'interno del condotto esterno in una maggiore inclinazione delle linee di flusso.

In figura 4-28 vengono mostrati i vettori di velocità su due piani di taglio ortogonali alla direzione di avanzamento del pneumatico posti 2mm (a sinistra) e 0 mm (a destra) dal bordo di entrata del contatto. L'ipotesi fatta in precedenza trova riscontro in questi risultati. Prima di entrare all'interno del condotto di spalla il flusso è dotato di un'elevata componente di velocità laterale. Dall'analisi CFD tale componente è pari a 60m/s (circa 200 km/h). In aeroacustica è cosa nota che le più importanti fonti di rumore aerodinamico siano gli spigoli, e le separazioni generate da essi. Data l'alta velocità del getto e la presenza dello spigolo possiamo considerare questo punto come uno dei possibili responsabili dell'eccitazione acustica del condotto. Sempre nel condotto esterno possiamo notare che il getto prodotto dallo schiacciamento genera a sua volta una struttura vorticoso con asse parallelo a quello del condotto. Tale vorticità si mantiene anche quando il getto laterale è ormai chiuso dalle pareti del modello. Nel condotto centrale al contrario due distinte strutture vorticoso di segno opposto si generano in prossimità degli angoli del modello di pneumatico.

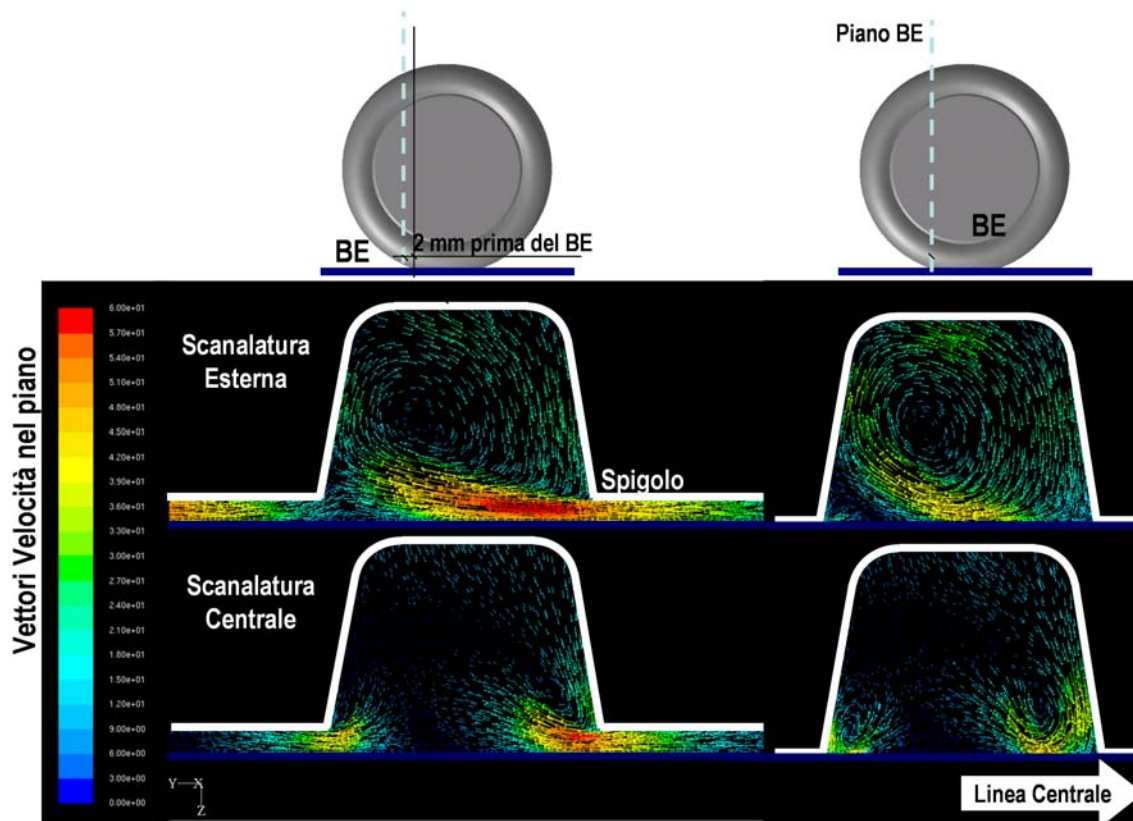


figura 4-28: Vettori di velocità colorati con la proiezione nel piano di taglio., A sinistra, sezione posta a 2 mm prima del Bordo d'Entrata. A destra, piano di taglio posto in corrispondenza del Bordo d'Entrata.

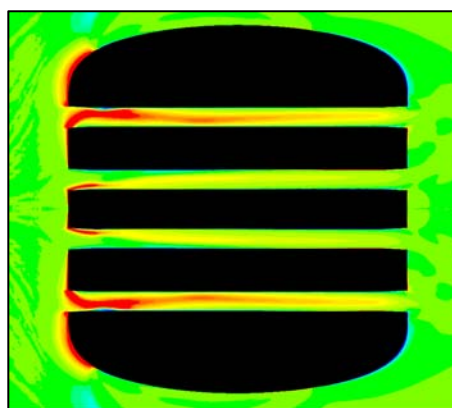


figura 4-29: Mappa dei livelli di elicITÀ su un piano a 2 mm dal suolo.

La vorticità del condotto esterno è allineata alla direzione del flusso e mantiene la sua intensità lungo tutta la durata del contatto (vedi figura 4-29).

Il moto vorticoso dell'aria non è una condizione sufficiente per la generazione del rumore aerodinamico. Tuttavia si è verificato sperimentalmente che il rumore del pneumatico in rotolamento si riduce aumentando la dimensione laterale delle scanalature. Per questo motivo si è indagato numericamente effetto di forma sulla vorticità interna al condotto.

I risultati di questa analisi vengono mostrati in figura 4-30 per 3 modelli con differente larghezza della scanalatura longitudinale. La misura laterale del condotto è standard nel modello X1, è stata raddoppiata nel modello X2 e triplicata nel modello X3. I vettori velocità su differenti piani di taglio posti lungo il contatto mostrano un differente comportamento del X1 dagli altri due modelli.

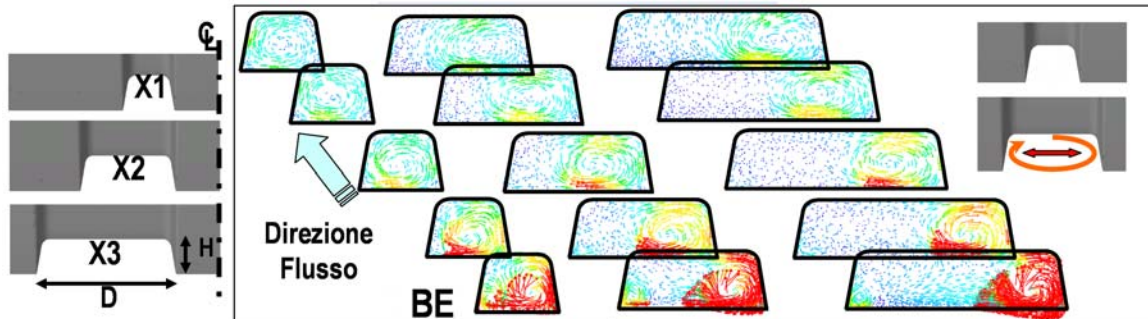


figura 4-30: Vettori di velocità su piani a differente posizione longitudinale per i 3 modelli mostrati a sinistra.

Il modello X1 ha sezione trasversale del condotto all'incirca quadrata, un rapporto tra altezza e larghezza favorevole ad accogliere la struttura vorticoso. Allargando il canale, il vortice si espande di conseguenza, generando un maggiore attrito con le pareti del condotto. Gli effetti di tale comportamento è possibile apprezzarli in maniera quantitativa nella parte destra di figura 4-31.

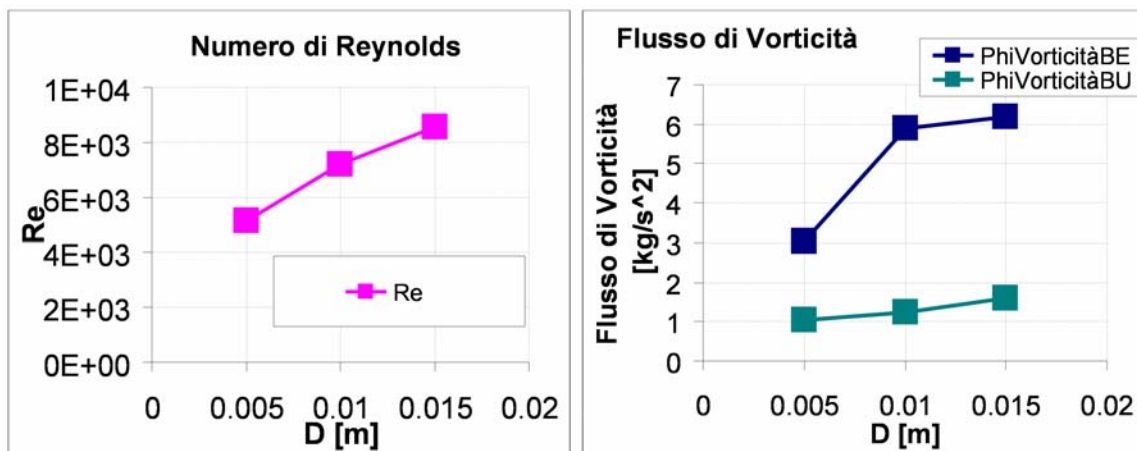


figura 4-31: A sinistra il numero di Reynolds del condotto al variare della dimensione D . A destra il flusso di vorticità all'entrata e all'uscita del condotto.

Nella parte sinistra di figura 4-31 viene mostrato l'andamento del numero di Reynolds del flusso all'interno del condotto al variare della dimensione laterale del canale. La tendenza è ovviamente crescente con la dimensione D . A destra invece è possibile apprezzare la differenza di flusso di vorticità che si ha tra il bordo di entrata del canale e quello d'uscita. La differenza tra questi due valori rappresenta il momento della quantità di moto perduta dal fluido per effetto degli sforzi con le pareti del condotto. Come potevamo aspettarci tale funzione ha un minimo nel caso di modello a sezione quadrata. Legare questa informazione alla riduzione di rumore rimane a tutt'oggi un punto di domanda.

Seguendo nel nostro percorso lungo la regione di contatto vediamo cosa succede per effetto dei getti generati dai canali al bordo di uscita.

A sinistra di figura 4-32 viene riportata la mappa di livelli del modulo della velocità su una sezione ortogonale all'asse della ruota passante per la scanalatura centrale. A destra un ingrandimento del bordo d'uscita del contatto.

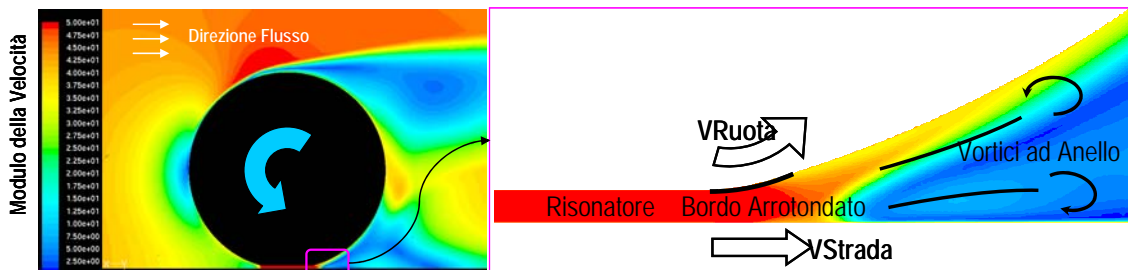


figura 4-32: Mappa dei livelli del modulo di velocità su un piano ortogonale all'asse della ruota e passante per una scanalatura centrale.

Qui vediamo che il flusso in uscita dal canale resta attaccato alle pareti del modello di pneumatico. E' il caso di ricordare che per ottenere questa soluzione abbiamo utilizzato un solutore stazionario, abbiamo quindi vincolato il campo di moto a mantenere una configurazione stazionaria. In realtà il getto che si separa dal canale ha un carattere transitorio che con questo tipo di simulazione non possiamo cogliere. Lo scenario che potrebbe aprirsi con un'analisi transitoria potrebbe essere quello mostrato in figura. Il getto separando potrebbe generare vortici assialsimmetrici ad anello. Con il distacco dei vortici ad anello questa regione avrebbe tutte le caratteristiche per poter originare il fenomeno del fischio (*whistling*) aerodinamico. Infatti la geometria del modello già dispone di un bordo arrotondato e di un risonatore dove campo acustico e aerodinamico potrebbero intrecciarsi.

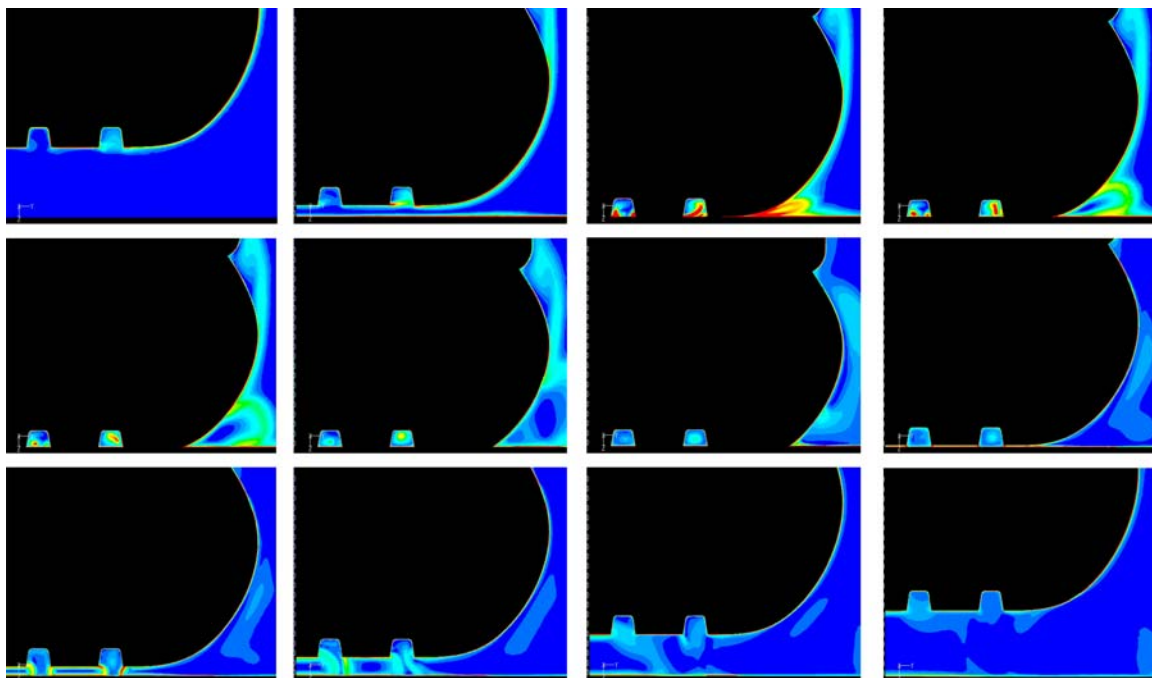


figura 4-33: Mappe dei livelli del modulo della vorticità su piani a differente posizione longitudinale. Da -100 mm in alto a sinistra a +100 mm in basso a destra.

Per concludere, grazie all'analisi stazionaria è stato possibile identificare i probabili responsabili del rumore aerodinamico del pneumatico in rotolamento, e sono:

1. L'elevata componente di velocità laterale sullo spigolo al bordo di entrata nel contatto.
2. Il fischio aerodinamico al bordo di uscita.
3. L'elicità internamente ai condotti.

Nel prossimo capitolo, nel mostrare i risultati dell'analisi transitoria cercheremo di investigare più a fondo gli aspetti messi alla luce in questa fase.

5 Analisi Aeroacustica di un pneumatico in rotolamento

5.1 Introduzione

Come abbiamo visto nei capitoli precedenti, la condizione necessaria alla generazione del rumore aerodinamico è la variazione temporale del tensore di Lighthill, vedi eq. (2.47). Velocità e pressione devono quindi essere obbligatoriamente non-stazionari affinché il campo fluidodinamico riesca a trasferire energia a quello acustico. L'analisi RANS condotta nel capitolo precedente ha permesso di comprendere meglio l'aerodinamica del pneumatico in rotolamento e ha consentito di mettere in evidenza alcuni meccanismi che potrebbero essere alla base della generazione del rumore aeroacustico. Tuttavia l'analisi stazionaria non ci consente di fare ulteriori speculazioni. L'indagine aeroacustica deve necessariamente passare per lo studio della storia temporale delle grandezze fluidodinamiche, al fine di determinare se i fenomeni messi in luce nell'analisi stazionaria hanno effettivamente la capacità di innescare la risonanza dei condotti all'interno del contatto col suolo. Purtroppo la via numerica più efficace e sicura, cioè la DNS, non è percorribile per l'enorme costo computazionale. Si è deciso così di provare la strada della LES che modellando la parte dissipativa e isotropica delle scale della turbolenza permette un notevole risparmio di tempo di calcolo. La LES tuttavia è una tecnica che presenta un gran numero di insidie computazionali.

I requisiti di controllo dell'errore numerico sono più stringenti per la LES che per la DNS perchè il taglio delle scale della LES avviene a livelli energetici più alti, portando ad un errore numerico maggiore. Questo può diventare estremamente problematico se lo schema numerico introduce delle dissipazioni artificiali, perchè la quantità di energia dissipata per via numerica, e quindi non fisica, potrebbe superare il livello di energia drenata dal modello di sottogriglia alle scale risolte. Questo genere di errore può essere in gran parte limitato utilizzando schemi di discretizzazione centrati perchè permettono di descrivere una maggiore banda di scale risolte rispetto a schemi più dissipativi (es. upwind). Purtroppo gli schemi centrati non forniscono stabilità alla soluzione, quindi richiedono griglie più rifinite per assicurare la convergenza. I risultati computazionali così ottenuti non sono direttamente sufficienti a caratterizzare il rumore aeroacustico a causa dell'errore di troncamento. Infatti l'ampiezza delle onde acustiche è diversi ordini di grandezza più piccola della corrispondente ampiezza del flusso medio, se dovessimo utilizzare nel calcolo tutte le cifre significative necessarie a descrivere sia l'acustica che l'aerodinamica otterremmo dei tempi di calcolo drammaticamente grandi. L'enorme disparità di livelli e scale di lunghezza tra il flusso e il campo acustico impone l'adozione di un metodo ibrido. Tuttavia le analogie aeroacustiche partono dall'assunzione di sorgente compatta, che essenzialmente afferma che il fenomeno di controreazione tra il campo acustico e fluidodinamico sia trascurabile. Questa ipotesi limita enormemente il campo di utilizzo di questa tecnica. Nelle prossime pagine vedremo come questi problemi sono stati affrontati nel caso del pneumatico in rotolamento. Oltre a questo, verificheremo le potenzialità predittive del modello di Ffowcs Williams-Hawkings nel cogliere i fenomeni di risonanza acustica del canale all'interno del contatto. Il programma iniziale di ricerca prevedeva il calcolo LES per due modelli di pneumatico, il primo con due scanalature mentre il secondo completamente slick. Il confronto degli spettri derivanti dall'analogia aeroacustica avrebbe determinato la capacità dello strumento numerico di riprodurre l'emissione rumorosa delle prove di pass-by. I risultati poco incoraggianti

ottenuti con il primo modello e l'enorme tempo di calcolo richiesto non hanno permesso all'attività di essere completata, presenteremo in questa sede unicamente i risultati del modello con due scanalature (figura 5-1).

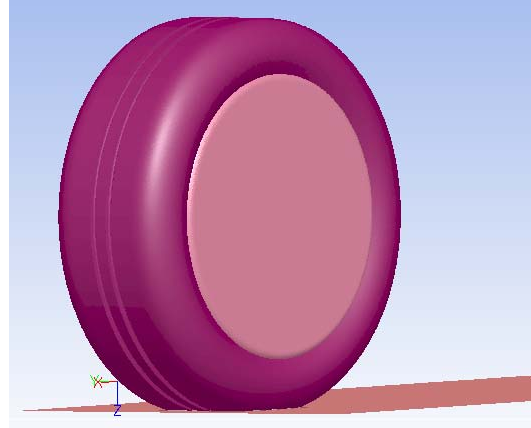


figura 5-1: Modello di pneumatico con due scanalature utilizzato nella simulazione LES.

5.2 La griglia poliedrica e il setup della simulazione LES

La tecnica numerica Large Eddy Scales risolve le equazioni che governano il flusso filtrate delle scale dissipative della turbolenza. La dissipazione dell'energia drenata dalle scale risolte viene affidata a un modello di turbolenza isotropica. Nelle Navier-Stokes filtrate la dissipazione energetica delle piccole scale viene tenuta in considerazione definendo una viscosità maggiorata del termine turbolento (vedi paragrafo 2.3). Per riassumere, la LES utilizza una griglia meno rifinita rispetto ad una DNS pur descrivendo correttamente le dinamiche delle grandi scale. La griglia associata al calcolo LES ha un'importanza cruciale perchè deve essere talmente raffinata da risolvere direttamente la produzione di turbolenza e la transizione turbolenta. E nel caso di flussi confinati da pareti questa condizione diventa estremamente stringente. Nella regione esterna allo strato limite le grandi scale diventano dell'ordine dello spessore dello strato limite mentre le scale importanti al suo interno sono quelle responsabili della produzione della turbolenza che hanno dimensioni pari a ν/u_τ , dove $u_\tau = U\sqrt{C_f}$ e $C_f \propto Re^\alpha$, dove $C_f = 2\tau_w/\rho U^2$ e U sono il coefficiente d'attrito a parete e la velocità del flusso principale, rispettivamente. Dati sperimentali mostrano che $\alpha \cong 0.2 - 0.25$. Le strutture striate osservate all'interno dello strato limite hanno caratteristiche spaziali costanti in termini di unità di parete, e quindi le dimensioni della griglia a parete devono essere costanti in questo sistema di coordinate. Il numero di punti della griglia scala in ogni direzione come:

$$N = \frac{L}{\Delta x} = \frac{L}{\nu \Delta x^+ / u_\tau} \propto \frac{LU Re_L^{-\alpha/2}}{\nu} \propto Re_L^{1-\alpha/2} \quad (4.1)$$

Il numero totale di punti della griglia è quindi proporzionale a $Re_L^{3(1-\alpha/2)} \approx Re_L^{2.7}$. Considerando che il numero stimato di passi temporali per descrivere sia la scala più piccola che quella integrale è pari a $Re_L^{\alpha+1/2}$, troviamo che la complessità della simulazione è pari a $Re_L^{3.4}$. I valori raccomandati per le dimensioni della griglia sono riassunti in tabella 5-1.

	DNS	LES risolta a parete
Δx^+ [longitudinale al flusso]	10-15	50-100
Δy^+ [laterale al flusso]	5	10-20
$\min(\Delta z^+)$ [normale alla parete]	1	1

tabella 5-1: Tipiche dimensioni della griglia nello strato limite espresse in unità di parete.

Per flussi confinati da pareti la LES obbedisce alle stesse leggi di scalatura della DNS qualora si voglia risolvere le dinamiche di parete. E' il caso di notare che comunque la LES permette di risparmiare celle in direzione longitudinale e trasversale al flusso. Sotto queste condizioni si è generata una griglia regolare del volume di controllo attorno al pneumatico.

La topologia di nodi usata nella simulazione RANS che abbiamo illustrato nel paragrafo 4.2 non è adatta al calcolo della simulazione LES a causa degli elementi tetraedrici direttamente a contatto con le pareti del modello nella zona del contatto. Per limitare il più possibile l'errore di troncamento è necessario trovare una configurazione della griglia tale da garantire la crescita del layer prismatico su tutte le superfici no-slip del volume di controllo. Per ottenere tale risultato abbiamo bisogno di una piccola approssimazione. Come mostrato in figura 5-2 il modello di pneumatico è stato sollevato di 0.28 mm per permettere di generare nello spazio sottostante 14 strati di celle prismatiche dello spessore di 0.02mm. Al volume fluido associato viene imposta una velocità pari a quella della strada e del pneumatico (44 m/s). La dimensione della mesh triangolare sulla superficie del modello arriva a 0.05mm sulla curvatura esterna del bordo d'attacco del contatto al fine di avvicinare il più possibile il centroide delle celle prismatiche alla parete laddove la velocità tangenziale è massima. Le celle prismatiche ora possono svilupparsi nel volume di controllo senza il rischio di distorcersi eccessivamente grazie all'approssimazione introdotta con il sollevamento del modello. La restante parte del volume è stata discretizzata con celle tetraedriche la cui legge di crescita geometrica massima è stata fissata al 5%. Il conto totale del numero di celle arriva su questa griglia a 45 milioni. La dimensione della griglia di calcolo è tale da rendere impraticabile il calcolo non-stazionario dato che al raffinamento della discretizzazione spaziale deve corrispondere uno step temporale altrettanto ridotto per mantenere il numero di Courant delle celle basso. Il problema numerico è stato reso fattibile dal punto di vista computazionale trasformando la griglia tetraedrica e pentaedrica in poliedrica. La funzionalità introdotta nell'ultima versione del codice commerciale Fluent presenta enormi vantaggi. Il software trasforma tutte le celle

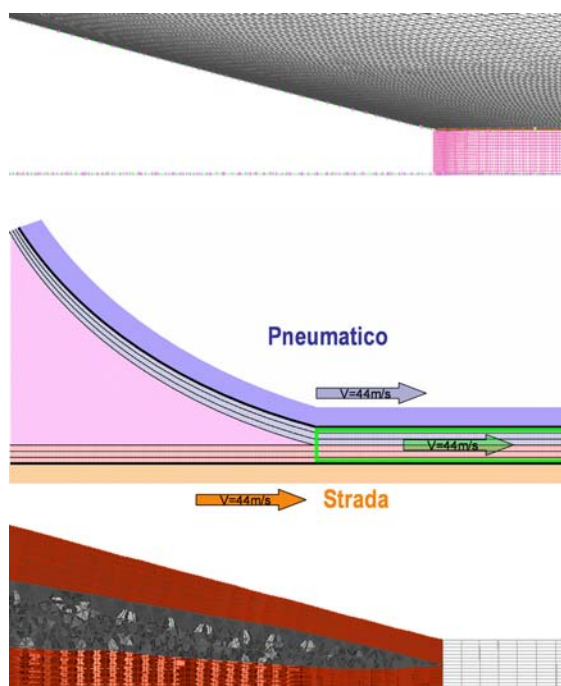


figura 5-2: In alto, il modello di pneumatico sollevato dal suolo di 0.28 mm.. Nel mezzo, schema della mesh di volume. Al volume fluido generato dallo spostamento del modello viene assegnata la velocità di traslazione della strada (44m/s). In basso, realizzazione della griglia.

tetraedriche che hanno in comune almeno un vertice in un'unica cella con 12 o 14 facce (vedi figura 5-3).

La trasformazione della topologia della griglia ha ridotto il numero di celle del 75% portando il numero totale a 11.5 milioni. Il numero di facce, che è proporzionale all'accuratezza della soluzione, si è ridotto solo del 20%. Le celle poliedriche, ovviamente, hanno più facce delle volumi finiti tradizionalmente usate in CFD. Una cella tetraedrica per esempio comunica con solo 4 celle vicine. Quindi il valore di ogni elemento influenza un piccolo numero di volumi contigui. Al contrario ogni cella poliedrica ha dalle 12 alle 14 celle vicine. Il risultato finale di questa semplice considerazione è che in una griglia poliedrica l'informazione si propaga più velocemente, portando a una maggiore velocità di convergenza del codice.

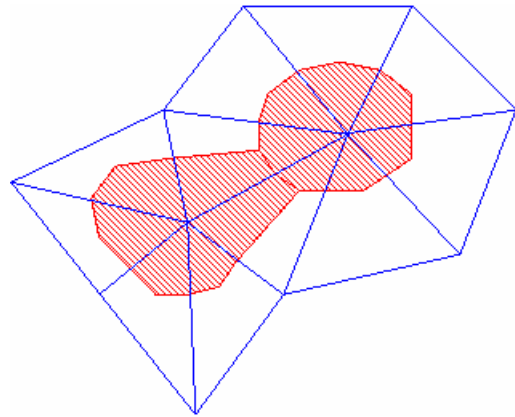


figura 5-3: Logica di trasformazione delle celle tetraedriche in poliedriche.

Altro vantaggio è la riduzione della diffusività numerica rispetto alle celle tetraedriche. L'errore numerico di troncamento viene drasticamente ridotto e portato al livello delle griglie esaedriche orientate col flusso (per orientare la griglia dovremmo conoscere però già la soluzione!!). Nel calcolo delle differenze finite il codice può interpolare sui 14 valori delle celle contigue avvicinandosi molto di più al valore vero della derivata parziale.

In figura 5-4 vengono mostrati alcuni dettagli della griglia poliedrica generata.

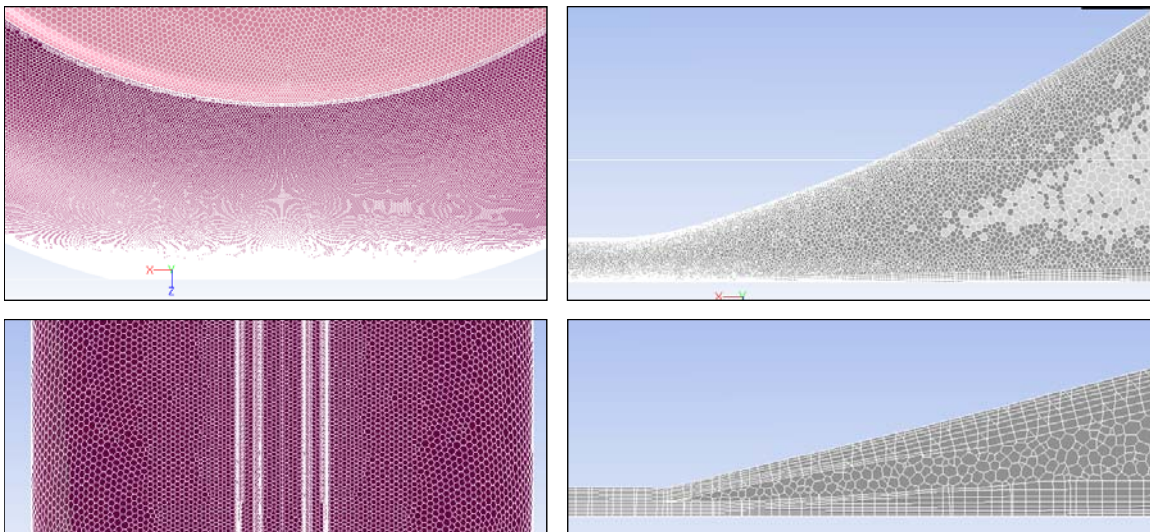


figura 5-4: Particolari della griglia poliedrica. A sinistra, la discretizzazione superficiale del modello di pneumatico in vista laterale e frontale, in alto e in basso rispettivamente. A destra, la discretizzazione di volume su due piani ortogonali all'asse della ruota: in alto sezione mediale del condotto, in basso dettaglio della griglia nella zona di contatto.

Nelle figure a sinistra viene mostrata la griglia superficiale del modello di pneumatico con due scanalature da un punto di vista laterale e frontale, in alto e in basso rispettivamente. Si può notare come la griglia superficiale abbia il tipico aspetto di un nido d'ape. Nelle figure a destra troviamo due sezioni della griglia di volume su due piani ortogonali all'asse della ruota. In alto la sezione passa per il canale mentre in basso il piano di taglio mostra la transizione delle celle dal volume fittizio sottostante il modello al resto del dominio. La configurazione geometrica delle celle poliedriche assomiglia a quella assunta dalle bolle di una schiuma omogenea.

Abbiamo già discusso in precedenza circa la fondamentale importanza dello schema di discretizzazione usato nelle simulazioni LES, che diventa ancora più importante laddove tale simulazione ha la presunzione di fare considerazioni aeroacustiche. In particolare, la discretizzazione dell'operatore convettivo (i.e., derivata spaziale del primo ordine) richiede un'attenzione speciale. In questo contesto, l'ordine dello schema non è di primario interesse. Sebbene all'aumento dell'ordine corrisponda una riduzione dell'errore, non garantisce il corretto comportamento dispersivo e dissipativo dello schema. Queste informazioni possono essere ricavate da analisi dei modi di Fourier. La risoluzione è l'abilità dello schema di rappresentare i modi di Fourier accuratamente al variare del numero d'onda. L'errore dispersivo dello schema induce un errore in fase dell'onda di Fourier se messa a confronto con la soluzione esatta dell'equazione differenziale, mentre l'errore dissipativo causa un errore in ampiezza. Stesso discorso vale per la discretizzazione temporale.

Per comprendere meglio questo concetto consideriamo l'equazione scalare di convezione:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + a \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (4.2)$$

e un'onda di Fourier:

$$\hat{u} = F(t) e^{lkx} \quad (4.3)$$

La sostituzione dell'equazione (4.2) nella (4.3) fornisce la seguente equazione per F :

$$\frac{dF}{F} = -Iak\Delta t \quad (4.4)$$

La soluzione di questa equazione differenziale da:

$$F = e^{-Iakt} \quad (4.5)$$

e quindi la soluzione dell'eq. (4.2) è data esattamente da:

$$\hat{u}_{ex} = e^{lk(x-at)} \quad (4.6)$$

Ora discretizziamo spazialmente l'equazione di partenza (4.2) e otteniamo che:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} = R(u_i, u_{i-1}, u_{i+1}, u_{i-2}, u_{i+2}, \dots) \quad (4.7)$$

dove R è la discretizzazione di $-a\partial u_i/\partial t$. Viene usata la lettera R per indicare che rappresenta il residuo. Come previsto dallo schema adottato, il valore di u nel punto i , u_i , così come i valori dei nodi vicini ($u_{i-1}, u_{i+1}, u_{i-2}, u_{i+2}, \dots$) devono essere usati nel calcolo della differenza finita. La sostituzione dell'onda di Fourier di eq. (4.3) porta alla seguente equazione per F :

$$\frac{dF}{F} = \mathfrak{R}\Delta t, \quad (4.8)$$

dove \mathfrak{R} viene chiamata impronta di Fourier del residuo, che può essere decomposto nella parte reale e in quella immaginaria:

$$\mathfrak{R} = \mathfrak{R}_r + I\mathfrak{R}_i. \quad (4.9)$$

La soluzione dell'equazione (4.8) viene:

$$F = e^{\mathfrak{R}_r t + I\mathfrak{R}_i t}. \quad (4.10)$$

Combinando l'eq. (4.3) con la (4.10) troviamo che la soluzione dell'equazione semidiscretizzata è pari a:

$$\hat{u} = e^{\mathfrak{R}_r t} e^{ik\left(x + \frac{\mathfrak{R}_i t}{k}\right)}. \quad (4.11)$$

Mettendo a confronto l'eq. (4.6) con l'eq. (4.11) possiamo notare che due tipologie di errore si generano a causa della discretizzazione:

- Un errore sull'ampiezza dell'onda. L'ampiezza esatta è 1, mentre con la discretizzazione spaziale otteniamo un'ampiezza pari a $e^{-\mathfrak{R}_r t}$. Questo è l'errore di dissipazione.
- Un errore sulla velocità di propagazione delle onde. La velocità esatta è a (per tutti in numeri d'onda k), mentre con la discretizzazione spaziale la velocità d'onda dipende dal numero d'onda ed è data da $-\mathfrak{R}_i/k$. Questo è l'errore di dispersione.

Vediamo come si comporta lo schema centrato del secondo ordine che poi è quello utilizzato nella simulazione LES del pneumatico in rotolamento. Abbiamo che:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + a \frac{u_{i+1} - u_{i-1}}{2\Delta x} = 0. \quad (4.12)$$

L'impronta di Fourier è data da:

$$\mathfrak{R} = -Ia \frac{\sin(k\Delta x)}{\Delta x}. \quad (4.13)$$

L'impronta di Fourier è puramente immaginaria, quindi lo schema di discretizzazione centrato non introduce dissipazione numerica. Per contro l'errore di dispersione Φ_{disp} , definito come il rapporto tra la velocità d'onda numerica e quella esatta, è data da:

$$\Phi_{disp} = \frac{\sin(k\Delta x)}{k\Delta x}. \quad (4.14)$$

Sebbene questo schema sia frequentemente usato nelle applicazioni standard CFD, la sua accuratezza sembra insufficiente per la soluzione diretta del problema aeroacustico. Nell'ambito dell'approccio ibrido questo schema è stato usato con successo per determinare le sorgenti acustiche del campo aerodinamico da diversi autori [57,58,59]. Bisogna anche notare che in letteratura questo schema viene utilizzato in molte simulazioni LES perchè ha incorporata una interessante proprietà de-aliasing che lo rende attrattivo nell'utilizzo con la LES.

Lo schema centrato di secondo ordine è implementato in Fluent come segue:

$$\phi_{f,CD} = \frac{1}{2}(\phi_0 + \phi_1) + \frac{1}{2}(\nabla\phi_0 \cdot \vec{r}_0 + \nabla\phi_1 \cdot \vec{r}_1) \quad (4.15)$$

dove gli indici 0 e 1 sono riferiti a due celle che condividono la faccia f , $\nabla\phi_0$ e $\nabla\phi_1$ sono i gradienti ricostruiti delle celle 0 e 1, rispettivamente, e infine \vec{r} è il vettore diretto dal centroide della cella fino al centroide della faccia.

Per limitare le oscillazioni non fisiche tipiche di questa discretizzazione si è scelta l'opzione confinata (*bounded*) dello schema. Lo schema di differenziazione centrale confinato è basato sul diagramma normalizzato delle variabili [60] insieme con il criterio di confinamento della convezione [61,62].

Mentre il concetto di variabili normalizzate è facilmente comprensibile da figura 5-5, per il criterio di confinamento della convezione vale la pena spendere qualche parola. Il CBC, formulato da

Gaskell e Lau, afferma che l'approssimazione numerica $\hat{\phi}_f$ è confinata se:

- per $0 \leq \hat{\phi}_C \leq 1$, $\hat{\phi}$ è confinata dalla funzione $\hat{\phi}_f = \hat{\phi}_C$.
- per $\hat{\phi}_C \leq 0$ o $\hat{\phi}_C \geq 1$, $\hat{\phi}$ deve essere uguale a $\hat{\phi}_C$.

Quando il codice riconosce che il valore interpolato su una faccia non soddisfa il criterio di confinamento, lo schema viene trasformato in un upwind del primo ordine.

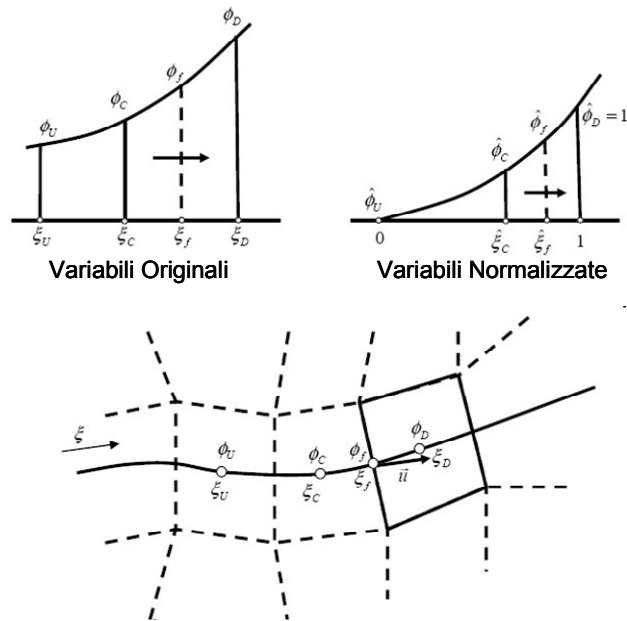


figura 5-5: Illustrazione del diagramma normalizzato delle variabili. In alto il passaggio dalle variabili originali a quelle normalizzate, in basso rappresentazione di una griglia bidimensionale di calcolo.

Anche la discretizzazione temporale usata nel calcolo LES è centrata del secondo ordine. Rappresentando l'evoluzione temporale della variabile ϕ come:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = F(\phi) \quad (4.16)$$

abbiamo che la discretizzazione del secondo ordine implementata nel codice CFD è data da:

$$\frac{3\phi^{n+1} - 4\phi^n + \phi^{n-1}}{2\Delta t} = F(\phi) \quad (4.17)$$

L'avanzamento temporale iterativo richiede un considerevole sforzo computazionale dovuto al grande numero di iterazioni esterne compiute ad ogni passo temporale. Nella simulazione LES del pneumatico in rotolamento si è preferito usare l'algoritmo non iterativo di avanzamento [NITA] abbinato al metodo di frazionamento del passo [FSM] [63,64,65,66]. L'idea alla base dell'algoritmo NITA è che per preservare l'accuratezza nel tempo non c'è realmente bisogno di ridurre iterativamente l'errore di avanzamento temporale a zero, risulta in realtà sufficiente semplicemente portarlo ad essere dello stesso ordine dell'errore di troncamento. L'FSM poi permette di disaccoppiare la soluzione delle equazioni di conservazione della quantità di moto da quella di continuità.

Per garantire una più veloce convergenza della soluzione ed evitare problemi di instabilità la condizione iniziale del campo di moto e pressione usata nella simulazione LES è stata ricavata da un calcolo stazionario RANS basato sulla stessa griglia e sulle stesse condizioni a contorno. La tabella 5-2 riassume la strategia di calcolo usata nella simulazione fluidodinamica. La LES è partita con un passo temporale ridotto (2E-6 s) e un fattore di sotto-rilassamento della pressione paria a 0.7 per gestire in modo conservativo il cambio di modello di turbolenza. In seguito il fattore di sotto-rilassamento è stato portato a 1.0, per poi aumentare anche il passo temporale a 4E-6s, valore troppo elevato per le esigenze della nostra analisi che ha però permesso di scorrere più velocemente il transitorio iniziale della soluzione. Nella parte finale della simulazione, una volta riportato a 2 micro secondi lo step di tempo, è stato attivato il modello aeroacustico di Ffowcs Williams-Hawkings implementato in Fluent.

# iterazioni	Set di Equazioni	Tempo [s]	Passo temporale [s]	Fattore di Sotto Rilassamento - P
3500	RANS	-	-	0.7
2750	LES	0.0055	2E-06	0.7
13000	LES	0.0315	2E-06	1.0
23500	LES	0.1255	4E-06	1.0
43000	LES	0.2115	2E-06	1.0

tabella 5-2: Impostazioni delle fasi di calcolo consecutive. Nell'ultima parte della simulazione è stato attivato il modello FW-H.

La simulazione delle grandi scale ha riprodotto circa 0.16 secondi del flusso d'aria che investe il pneumatico. In questo lasso di tempo il flusso principale compie più di 7 metri attraversando 23 volte la lunghezza del modello.

In figura 5-6 viene riportato l'istogramma del numero di Courant dell'ultima fase della simulazione. Il picco della distribuzione si trova al di sotto di CFL=1, questo garantisce accuratezza e stabilità alla soluzione.

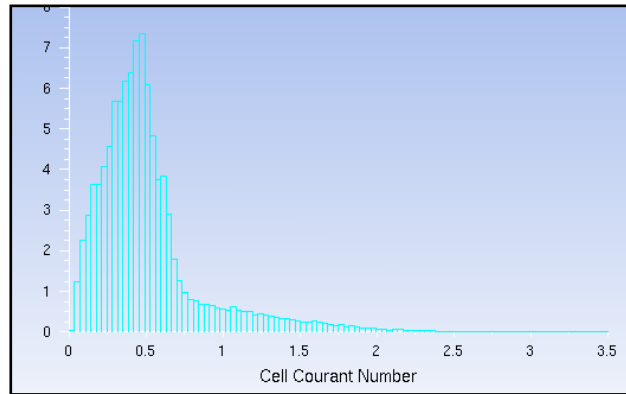


figura 5-6: Istogramma della distribuzione del numero di Courant di tutte le celle del dominio fluido.

5.3 Analisi dell'aerodinamica non-stazionaria

L'analisi RANS del pneumatico in rotolamento su griglia poliedrica è stata condotta fino a raggiungimento della stazionarietà dei parametri di controllo. I parametri monitorati sono stati i coefficienti aerodinamici e i valori puntuali di velocità su due nodi del dominio fluido, uno al centro del canale e l'altro nella zona di scia (vedi figura 5-11). I parametri in funzione del numero di iterazione vengono riportati in figura 5-7.

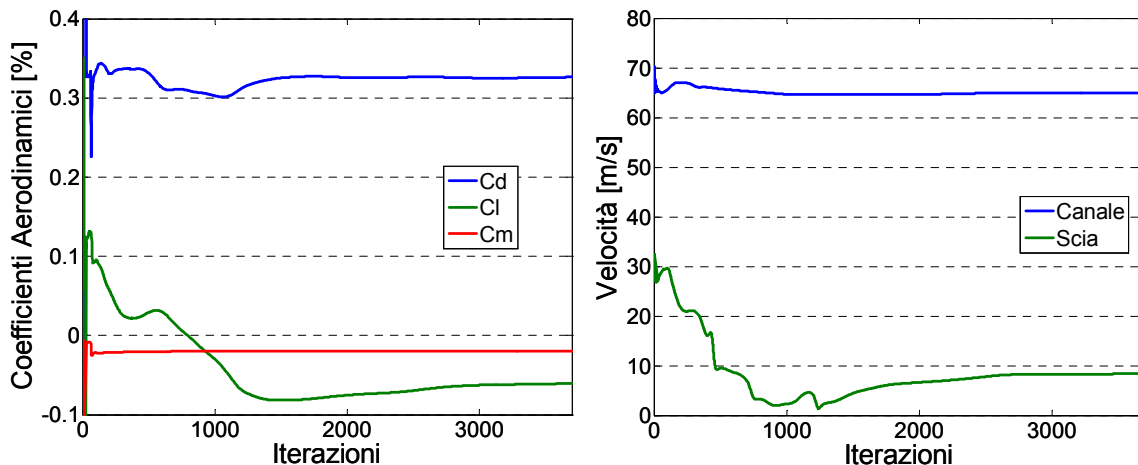


figura 5-7: Convergenza dei coefficienti aerodinamici della simulazione RANS, a sinistra, e convergenza del modulo della velocità nei punti di scia e all'interno del canale, a destra.

Come già accennato in precedenza il modello usato in questa fase è lo stesso della analisi stazionaria di figura 4-30. Confrontando figura 4-21 e figura 5-7, possiamo renderci conto dell'effettivo beneficio che porta l'utilizzo di celle poliedriche sulla velocità di calcolo. Il

numero di iterazioni numeriche necessarie per il raggiungimento della condizione stazionaria è dimezzato (7000 iterazioni contro 3500) ed il tempo per ogni iterazione ridotto del 20%.

I coefficienti aerodinamici ottenuti con la griglia poliedrica non devono comunque essere presi in considerazione. La discretizzazione spaziale infatti è stata generata in funzione dell'analisi LES con trattamento ibrido delle celle a parete. Per questo motivo i livelli di y^+ sulla superficie del modello variano molto da punto a punto (vedi figura 5-8).

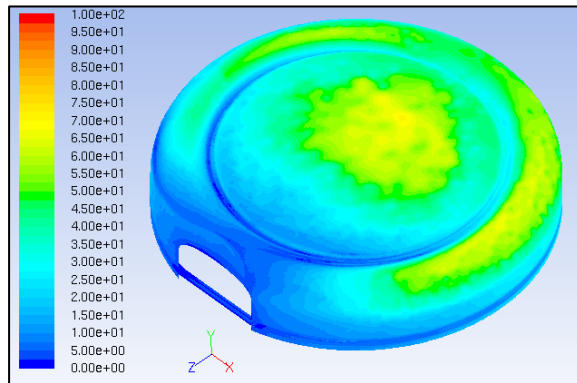


figura 5-8: Mapa dei livelli di y^+ sulle pareti del modello di pneumatico.

Si parte da valori inferiori a 10 nella zona di contatto per arrivare a 70 nella parte superiore, quando le leggi di parete usate nella RANS devono lavorare con $30 < y^+ < 300$. Dobbiamo quindi aspettarci una risposta fluidodinamica completamente differente nel passaggio dal calcolo RANS a quello LES. In figura 5-9 vengono mostrate le mappe di livello della velocità per le due analisi.

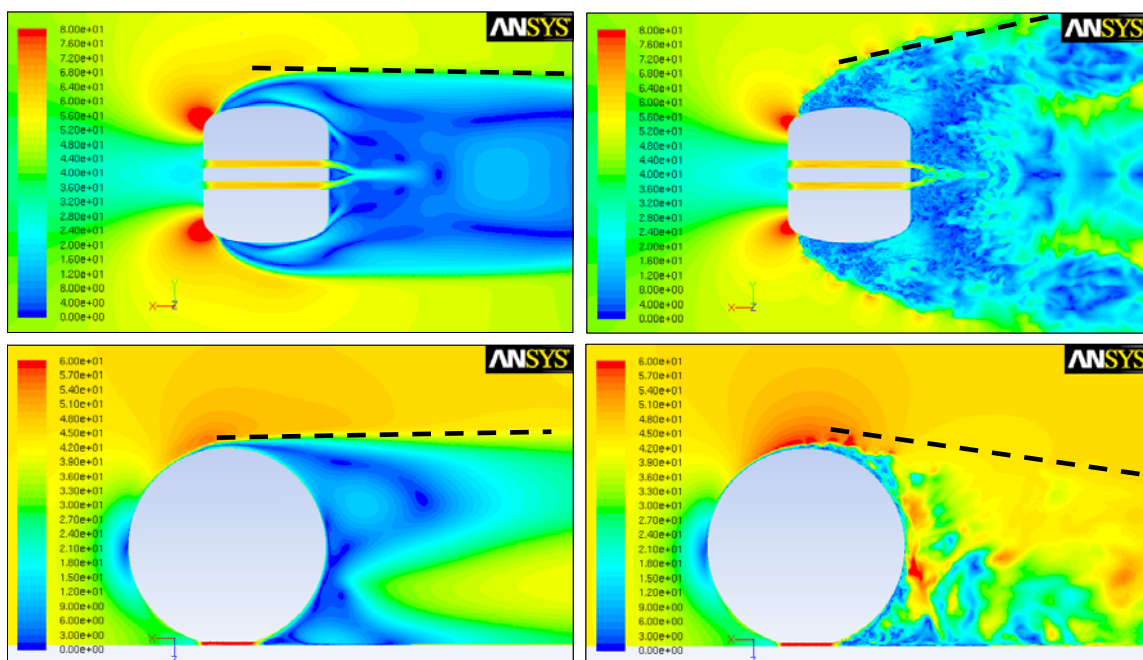


figura 5-9: Mappe dei livelli del modulo della velocità. A sinistra, campo di moto mediato della analisi RANS. A destra, istantanea della simulazione LES.

La mappa di velocità sul piano parallelo al suolo mostra la separazione generata dai vortici di getto e la conseguente evoluzione della bolla di ricircolo per le due differenti tipologie di simulazione. Sebbene ci sia un buon accordo tra le due analisi sul punto iniziale della separazione, troviamo un evidente differenza sulla forma della scia. La RANS si presenta leggermente convergente mentre la LES è divergente almeno per tutta la parte iniziale. Tale comportamento può essere dovuto al vincolo di simmetria imposto alle equazioni LES quando il campo di moto di un flusso turbolento è tipicamente tridimensionale e quindi asimmetrico. Considerazione opposte possono essere fatte sulle mappe di velocità nel piano ortogonale all'asse del pneumatico. La separazione nella parte alta della ruota comincia allo stesso punto, nella LES il flusso principale sembra poi schiacciarsi al suolo mentre nella RANS continua a correre parallelo alla strada. Anche questo aspetto può essere ricondotto alla presenza del piano di simmetria, nella LES il flusso che separa alla sommità del pneumatico è spinto in basso dalla maggiore ampiezza della regione di ricircolo a bassa pressione.

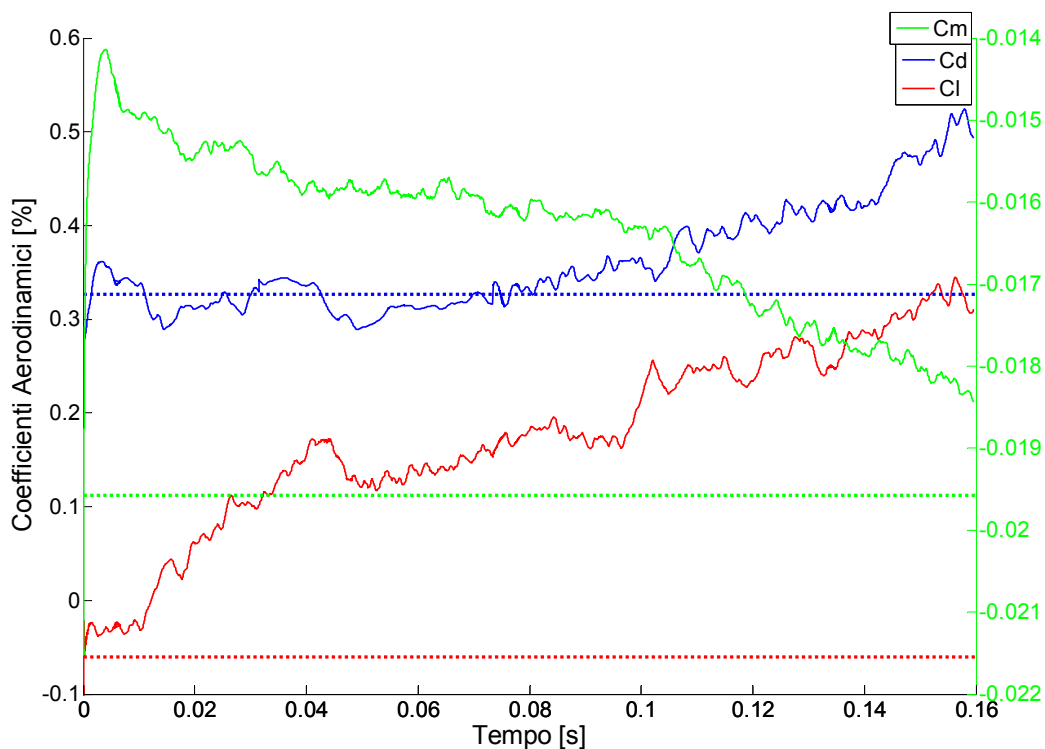


figura 5-10: Storia temporale dei coefficienti aerodinamici della simulazione delle grandi scale. L'asse delle ordinate a sinistra di riferisce ai coefficienti di resistenza e portanza , quello di destra al coefficiente del momento generato dagli sforzi di taglio.

In figura 5-10 viene riportata la storia temporale dei coefficienti aerodinamici confrontato col valore che avevano nell'analisi stazionaria. E' bene notare che il coefficiente del momento si riferisce alla scala posta sull'asse verticale di destra. Come ci potevamo aspettare i coefficienti aerodinamici si discostano molto dai valori che avevano nell'analisi RANS per raggiungere livelli molto poco verosimili. La prima impressione è che la soluzione non sia ancora statisticamente stazionaria e stia attraversando una fase transitoria.

Fortunatamente l'analisi che vogliamo condurre non è riferita all'aerodinamica dell'intero modello ma si concentra sul comportamento del flusso nella zona di contatto. Oltre ai coefficienti aerodinamici abbiamo monitorato i valori di pressione e velocità nei punti mostrati in figura 5-10. I punti nel fianco, in scia e al bordo d'entrata sono posti a 10 mm da terra, mentre quello nel canale è giusto nel mezzo della sezione (2 mm dal suolo).

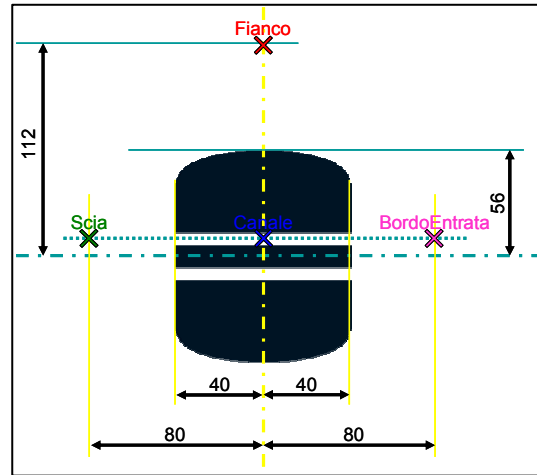


figura 5-11: Posizionamento spaziale dei punti di monitoraggio della soluzione.

Gli andamenti della norma della velocità nei punti di scia e all'interno del canale sono mostrati in figura 5-12 insieme ai rispettivi livelli di convergenza dell'analisi RANS (linee tratteggiate).

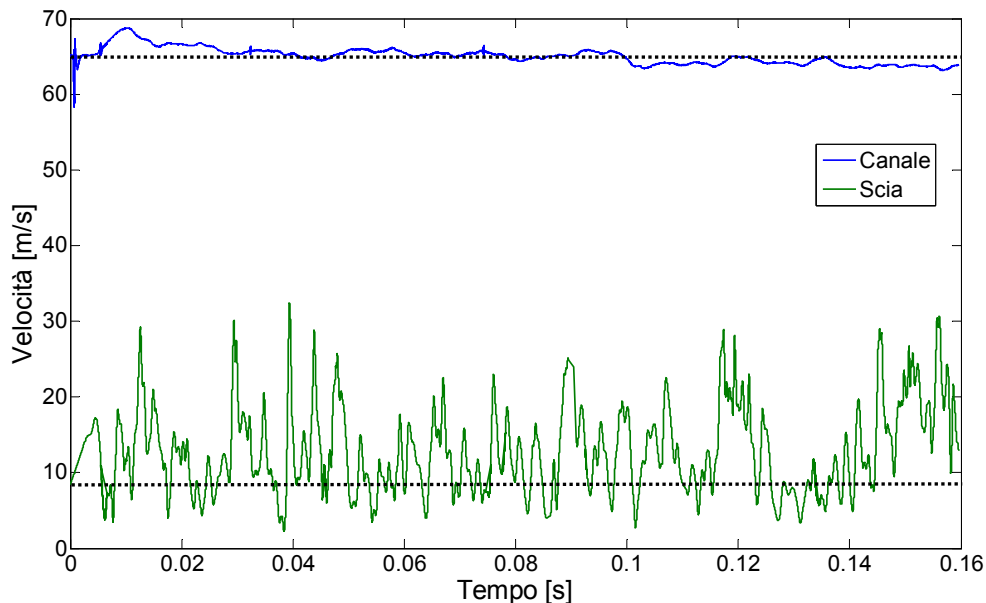


figura 5-12: Andamento temporale del modulo di velocità nei punti di canale e scia.

I segnali di velocità nel canale e nella scia possono essere considerati statisticamente stazionari seppure l'andamento nel canale sembra leggermente decrescente. L'ampiezza delle oscillazioni di velocità è molto maggiore per il sensore posto nella scia, le scale della turbolenza coinvolte nelle dinamiche di scia sono molto più grandi di quelle generate dalle condizioni di ingresso nel condotto. Sono fluttuazioni a bassa frequenza (100Hz) che difficilmente potrebbero accoppiarsi con quelle risonanti nel canale che in questo modello in scala dovrebbero avere una frequenza di circa 2.1kHz. Nel calcolare la frequenza di risonanza del canale si è tenuto conto della correzione di lunghezza prevista dal modello di Munt (vedi figura 3-4) che prevede $\delta/a = 0.35$ per $ka \approx 0.2$ e $M_j \approx 0.19$ per un condotto flangiato. La correzione della lunghezza del condotto dovrebbe essere in realtà maggiore vista la particolare conformazione a corno della sezione di ingresso e

uscita del condotto. Ci sono comunque due ordini di grandezza tra la scala dei tempi della turbolenza di scia e quella che attiva il canale.

L'andamento della pressione nei 4 punti di controllo è mostrata in figura 5-13. E' possibile notare una leggera tendenza all'aumento di pressione del punto interno al canale nella prima fase del calcolo. Tuttavia la soluzione fin dalle prime iterazioni si dimostra sufficientemente stazionaria da poter essere rappresentativa del campo di moto a regime, segno che partire dalle condizioni iniziali della soluzione stazionaria ha accelerato enormemente il processo di stabilizzazione della soluzione. Dalla storia temporale della pressione nel canale appare evidente come le oscillazioni numeriche del segnale aumentino tra i 0.0315 e i 0.0735 secondi e cioè in corrispondenza del cambiamento del passo temporale a 4 micro secondi. Queste oscillazioni non fisiche sono il tipico esempio degli effetti che uno schema centrato può generare qualora l'intervallo di discretizzazione spaziale e temporale non sia sufficiente a descrivere il problema fluidodinamico.

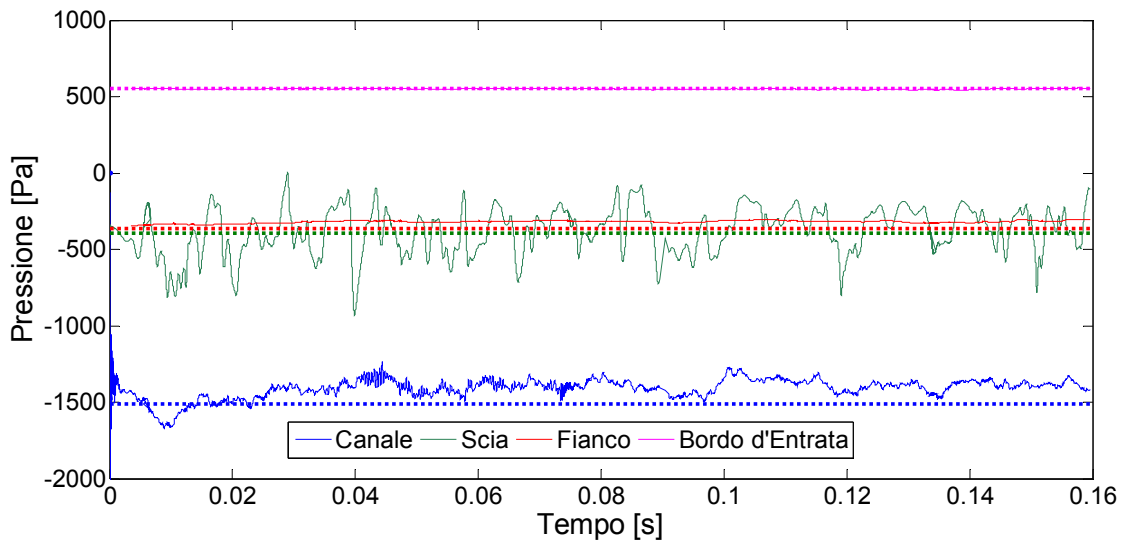


figura 5-13: Storia temporale del segnale di pressione nei punti di monitoraggio della soluzione.

Per inesperienza non si sono registrate durante l'analisi le tre componenti di velocità per un campione limitato di punti. Da questi dati avremmo potuto calcolare lo spettro di energia cinetica turbolenta in vari punti del dominio. Dall'analisi di questi spettri avremmo potuto valutare se le dimensioni della griglia sono sufficienti a caratterizzare tutte le scale inerziali della turbolenza. S. B. Pope fornisce un approccio alternativo per valutare l'accuratezza della simulazione LES [67]. Considerando la turbolenza omogenea isotropa di un flusso ad alto numero di Reynolds abbiamo che per un filtro isotropo di larghezza Δ e numero d'onda caratteristico $k_c = \pi/\Delta$, l'energia cinetica delle scale filtrate è pari a:

$$\langle k_r \rangle = \int_0^\infty [1 - \hat{G}(\kappa)^2] E(\kappa) d\kappa, \quad (4.18)$$

dove

$$E(\kappa) = C\varepsilon^{2/3} \kappa^{-5/3} \quad (4.19)$$

è lo spettro di Kolmogorov e C è la costante universale di Kolmogorov che da letteratura vale 1.5 [68]. Il termine $\hat{G}(\kappa)$ di equazione (4.18) è invece la funzione di trasferimento del filtro. In Fluent viene usato un filtro di griglia, che per definizione filtra le scale più piccole della dimensione spaziale della discretizzazione. Secondo il teorema di Nyquist, il corrispondente numero d'onda di taglio è $\kappa_c = \pi/\Delta x$ su griglie uniformi. La funzione di trasferimento del filtro a scatola viene mostrata in figura 5-14.

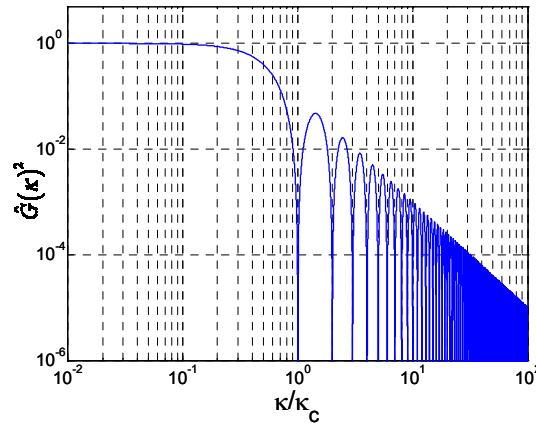


figura 5-14: Trasformata di Fourier del filtro a scatola implementato in Fluent.

Dal calcolo dell'integrale di equazione (4.18) otteniamo:

$$\frac{\langle k_r \rangle}{k} \approx 3.0037 \cdot C (\kappa_c L)^{-2/3}, \quad (4.20)$$

dove L è la lunghezza integrale di equazione (1.29). Avremo che più del **95%** dell'energia cinetica totale viene risolta quando:

$$\frac{\Delta}{L} \leq 0.0026. \quad (4.21)$$

In figura 5-15 viene mostrata la mappa di livello del rapporto:

$$\frac{\Delta x}{L} \approx \frac{\varepsilon}{k^{3/2}} \sqrt[3]{V} \quad (4.22)$$

dove k e ε sono quelli determinati nell'analisi RANS che precede la LES e V è il volume della cella.

Nell'intorno della zona di contatto la risoluzione della griglia è sufficiente a caratterizzare gran parte delle scale di turbolenza del flusso.

Per completare il quadro circa la qualità della soluzione numerica, in figura 5-16 vengono riportate le mappe di y^+ delle pareti no-slip del pneumatico e della strada. Nella zona del contatto la distanza adimensionale dalla parete è inferiore a 10, ciò garantisce che le dinamiche di produzione e transizione turbolenta dello strato limite vengano riprodotte con sufficiente accuratezza.

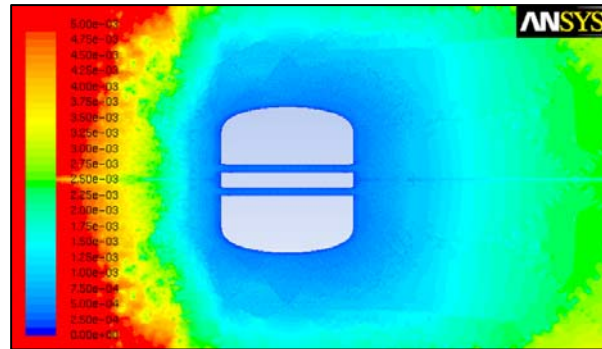


figura 5-15: Mappa dei livelli del rapporto tra dimensione della griglia e scala integrale su un piano a 2 mm dal suolo.

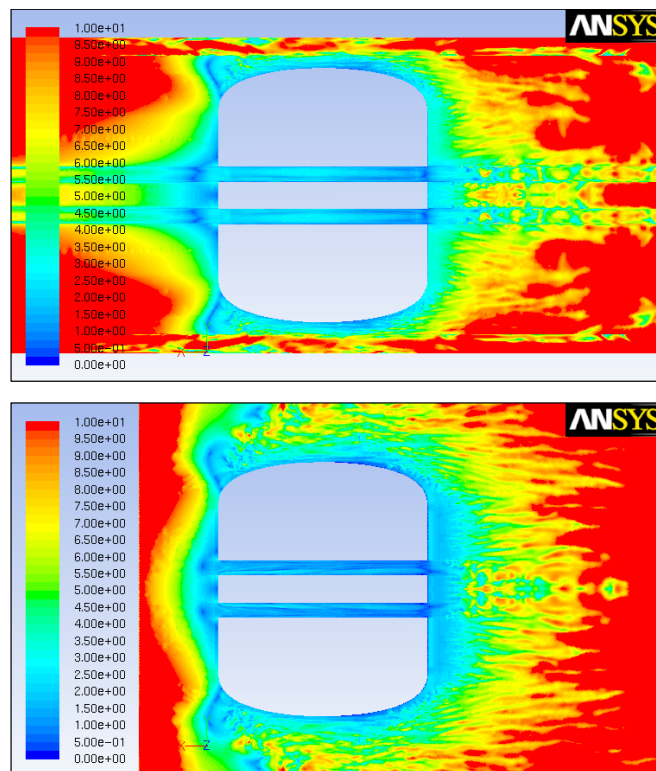


figura 5-16: Mappe di y^+ sulle pareti del pneumatico (sopra) e del suolo (sotto).

Possiamo quindi procedere con l'analisi diretta dei fenomeni transitori che potrebbero essere alla base della generazione dei rumori aeroacustici. Nel capitolo precedente abbiamo identificato tre aree associate a tre differenti meccanismi di generazione del rumore. In figura 5-17 troviamo le mappe di pressione e vorticità nella sezione di uscita del condotto, a sinistra e destra rispettivamente.

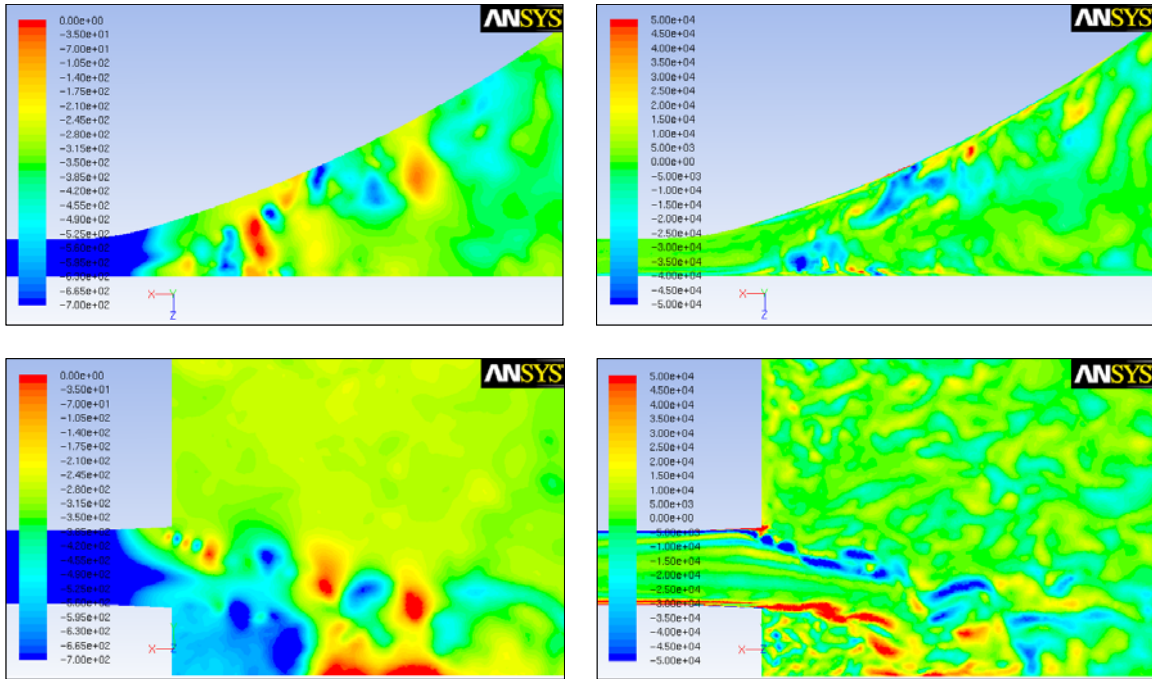


figura 5-17: Mappe di pressione statica (a sinistra) e vorticità ortogonale al piano di figura (a destra) per due sezioni ortogonali della zona di uscita del condotto. In alto il piano di taglio è ortogonale all'asse del pneumatico e passante per la linea centrale del condotto. In basso il piano è posto parallelamente al suolo a una distanza di 0.5 mm.

Il getto d'aria proveniente dal condotto separa in corrispondenza della sezione di uscita dando luogo alla distribuzione di massimi e minimi di pressione alternati tipica dello *shear layer*. L'instabilità di questo strato origina vortici che si distaccano dal flusso principale. Anche se l'istantanea di figura 5-17 ci fornisce molte indicazioni sulle dinamiche non-stazionarie del bordo d'uscita, non ci permette di capire se le strutture vorticosi che si generano a valle del condotto hanno la forma di anelli. La presenza di una strutture vorticosi anulari (vedi figura 5-18) sarebbe una prova dell'esistenza del meccanismo di generazione del suono denominato *whistling*.

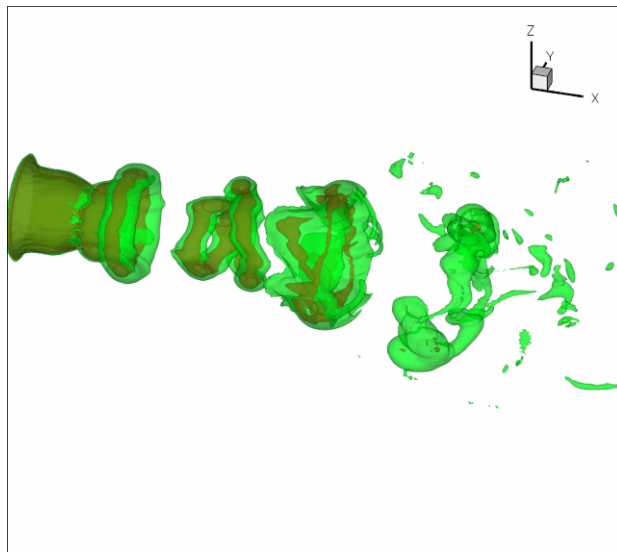


figura 5-18: Esempio delle strutture vorticosi ad anello che si generano nei getti d'aria.

Esistono diversi metodi per determinare la forma delle strutture vorticosi [69]. Nello studio corrente viene applicato il *Q-criterion*. Secondo tale criterio una struttura vorticosi coerente è definita come la regione che ha il secondo invariante del gradiente della velocità positivo. Il secondo invariante Q può essere espresso come:

$$Q = -\frac{1}{2} \partial_j \langle \bar{u}_i \rangle \partial_i \langle \bar{u}_j \rangle = \frac{1}{2} (\Omega_{ij} \Omega_{ji} - S_{ij} S_{ji}) \quad (4.23)$$

Q rappresenta il bilancio locale tra la velocità di deformazione tangenziale e la norma della vorticità. Un vortice può quindi essere visualizzato come una iso-superficie a Q costante. In figura 5-19 vengono mostrate le isocurve per Q normalizzato pari a 0.2.

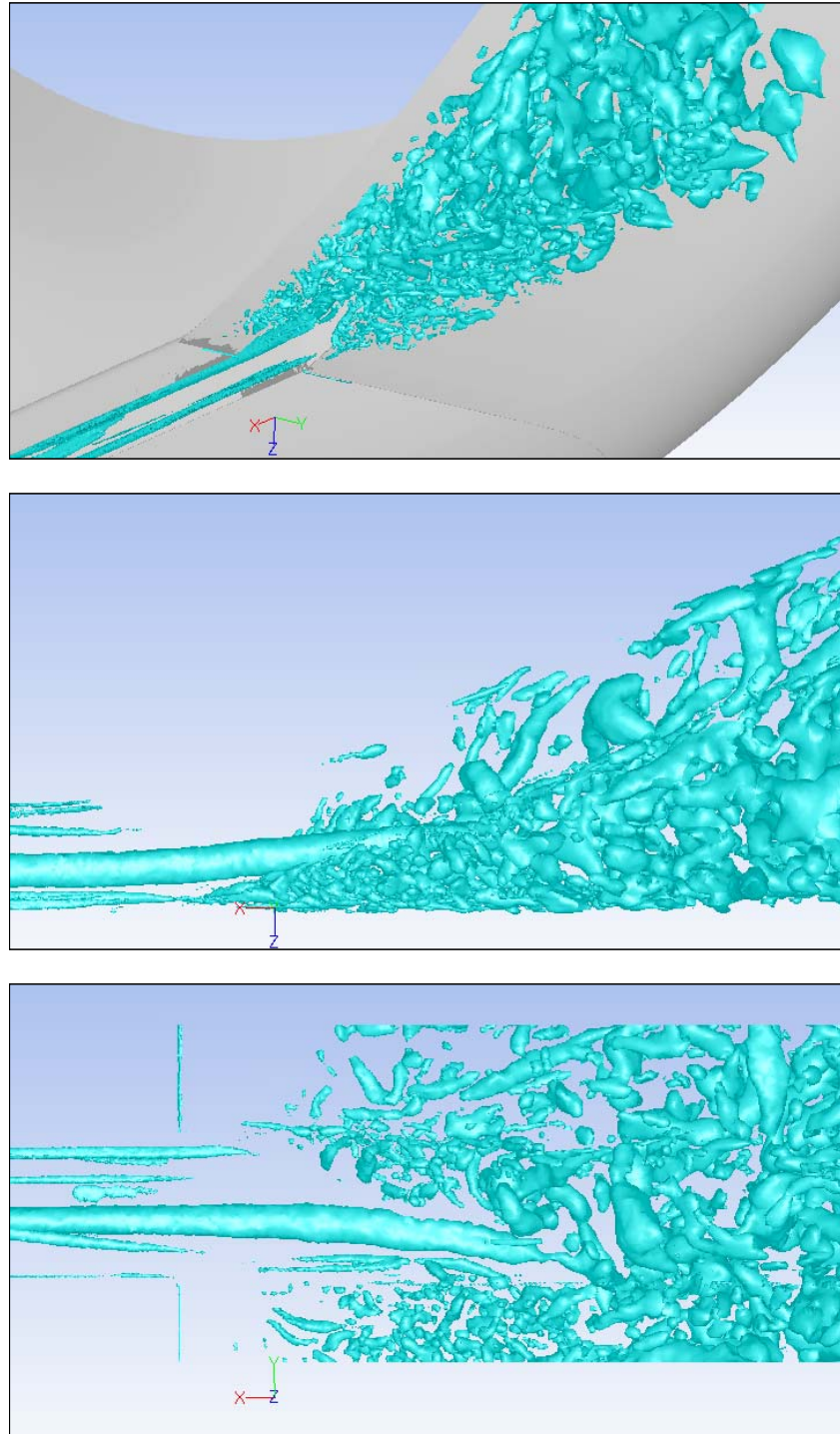


figura 5-19: Isosuperfici $Q = 0.2$ all'uscita del condotto. Vista isometrica, laterale e da sopra, in alto, in mezzo e in basso rispettivamente.

figura 5-19 evidenzia la presenza di un grande struttura vorticoso con asse longitudinale uscente dal condotto. Dopo la sezione di uscita la struttura mantiene per qualche lunghezza la sua configurazione per poi dividersi in vortici di minore intensità. Anche se non è possibile distinguere strutture ad anello, non possiamo escludere il whistling come fenomeno alla base del rumore aeroacustico prodotto dal pneumatico. Le strutture ad anello sono molto instabili, le strutture frammentate che vediamo in figura potrebbero essere porzioni di anello spezzate per instabilità aerodinamica.

La seconda area di interesse è all'estremità opposta del condotto. Durante l'analisi stazionaria abbiamo visto che il flusso separa prima di entrare nel condotto in corrispondenza dello spigolo formato dalla superficie di corona del pneumatico con le pareti laterali del canale. Lo *shear layer* che ne consegue può trovare nello spigolo della parete del condotto un valido alleato nella generazione di rumore aerodinamico [70]. In figura 5-20 troviamo le mappe di pressione statica e vorticità secondo l'asse longitudinale in una sezione posta 5 mm a valle del bordo d'entrata.

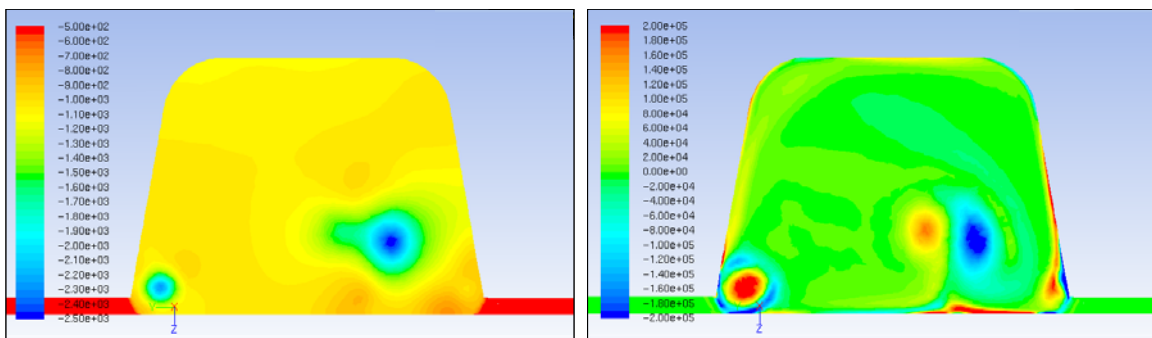


figura 5-20: Mappe di livello di pressione statica (a sinistra) e vorticità (a destra) della sezione di ingresso del condotto interno al contatto.

Anche dalla simulazione delle grandi scale possiamo notare la formazione di due macro vortici controrotanti in prossimità delle due pareti laterali del condotto. In questa sezione la linea centrale del modello è posta sulla destra. La struttura vorticoso di maggiore intensità è quella del bordo interno (a destra in figura) che sfrutta l'elevata componente laterale di velocità generata dalla somma del micro e macro spostamento laterale del flusso d'aria (vedi paragrafo 4.4).

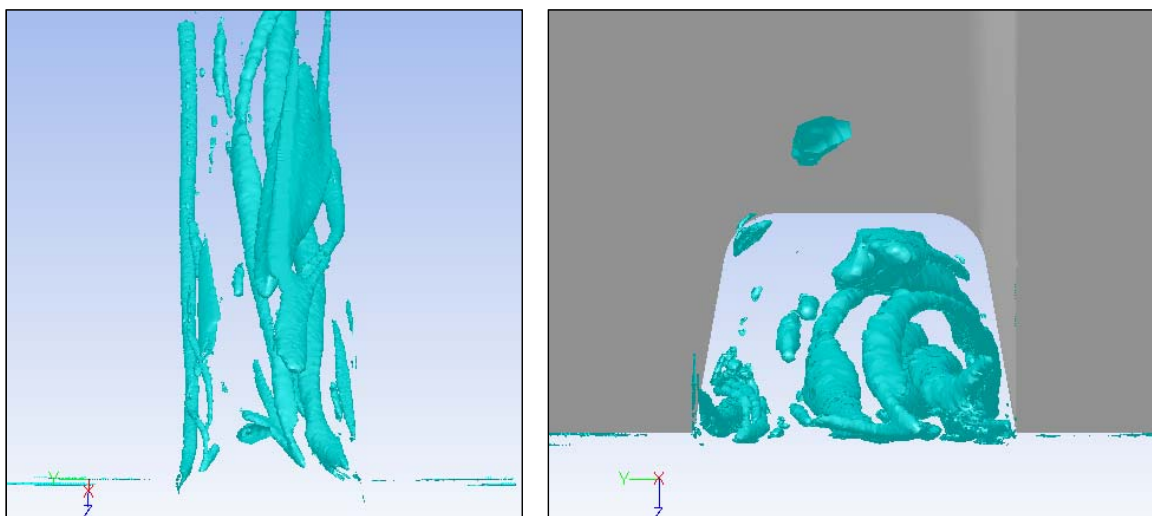


figura 5-21: Isosuperfici $Q = 0.2$ all'interno del condotto. Vista superiore e frontale, a sinistra e destra rispettivamente.

Vediamo in figura 5-21 la forma che assumono le due formazioni vorticosi nello svilupparsi all'interno del condotto. La quasi totalità della sezione disponibile viene occupata dal vortice del bordo interno, da cui si generano strutture più piccole che si intrecciano con quella principale fino al bordo di uscita. Vedremo nel prossimo paragrafo se questa configurazione di vortici ha le caratteristiche transitorie necessarie alla generazione di rumore.

Infine presentiamo le mappe di pressione e vorticità su un piano parallelo al suolo (vedi figura 5-22) del getto d'aria che si forma sulla parete laterale del pneumatico in prossimità del massimo di velocità laterale. Sicuramente le dinamiche di questa separazione non coinvolgono in maniera diretta la risonanza acustica del condotto ma contribuiscono al rumore aerodinamico totale del pneumatico in rotolamento data l'elevata velocità del getto (quasi 300 km/h).

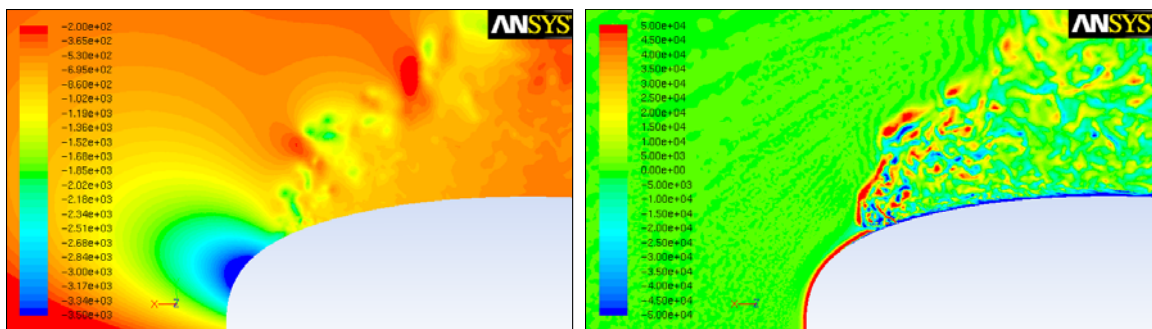


figura 5-22: Mappe di livello di pressione e vorticità, a sinistra e destra rispettivamente, su un piano di taglio parallelo al suolo ad una quota di $z = 1$ mm.

La separazione si origina in prossimità della linea di contatto tra ruota e strada. Lo strato tangenziale viene immediatamente rotto in vortici di scala ridotta.

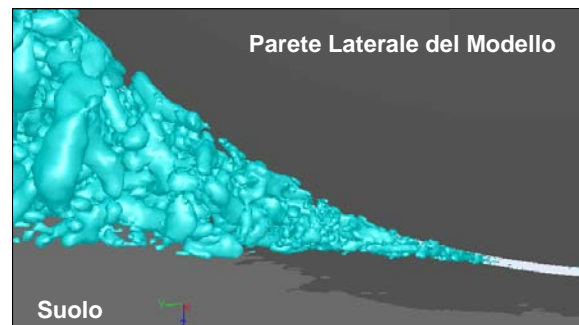


figura 5-23: Isosuperfici $Q = 0.2$ all'intersezione della parete laterale del pneumatico con il suolo.

5.4 Analisi AeroAcustica

La lunghezza d'onda delle fluttuazioni acustiche nei flussi turbolenti è tipicamente più grande della scala di Kolmogorov, e quindi la griglia aerodinamica si adatta bene a descrivere l'acustica dal punto di vista spaziale. Questa affermazione può essere velocemente dimostrata considerando una fluttuazione con frequenza ω_f nel tempo (dove il periodo associato è $T_f = 2\pi/\omega_f$). Se l'onda è una fluttuazione turbolenta abbiamo che $T_f = L_t/u_t$, dove L_t e u_t sono le corrispondenti scale di lunghezza e velocità rispettivamente. Assumendo che la fluttuazione turbolenta considerata sia all'interno del range inerziale dello spettro di energia cinetica e che sia soddisfatta l'ipotesi di Kolmogorov, abbiamo che:

$$u_t = \sqrt{2\pi E(2\pi/L_t)/L_t} \quad (4.24)$$

che porta a trovare:

$$L_t = T_f u_t = \left(T_f \sqrt{2\pi E(2\pi/L_t)} \right)^{2/3} \quad (4.25)$$

Considerando invece una fluttuazione acustica abbiamo $L_a = T_f(U + c)$, dove U e c sono la velocità locale media del flusso e la velocità del suono rispettivamente. Il rapporto di queste due lunghezze è:

$$\frac{L_a}{L_t} = \frac{U + c}{u_f} = \frac{U}{u_f} + \frac{1}{M_f} \quad (4.26)$$

dove $M_f = u_f/c$ è il numero di Mach associato alla fluttuazione. Nel flusso considerato in questo lavoro abbiamo che $M_f \ll 1$ e $|U| \gg |u_f|$, il che dimostra che la discretizzazione spaziale del dominio fluido è tale da poter risolvere descrivere l'evoluzione delle onde acustiche. D'altra parte nel risolvere direttamente il campo acustico dobbiamo stare molto attenti alla discretizzazione dell'operatore convettivo. Il principale problema non è l'accuratezza, che può essere controllata aumentando l'ordine dello schema di discretizzazione o rifinando la griglia di calcolo, ma la risoluzione dello schema che fornisce indicazioni circa l'errore dissipativo e l'errore dispersivo della soluzione. Abbiamo visto in precedenza che l'adozione dello schema del secondo ordine centrato non introduce errore dissipativo, quindi l'ampiezza della perturbazione acustica non viene attenuata a causa della discretizzazione numerica. Sappiamo però che il segnale di pressione generato aerodinamicamente viene drasticamente distorto già a una distanza di due o tre lunghezze dal punto di generazione per effetto dell'errore dispersivo. Per verificare la capacità della simulazione LES di descrivere direttamente la risonanza acustica innescata da fenomeni aerodinamici del canale all'interno dell'impronta a terra consideriamo il segnale di pressione interno al condotto dell'impronta a terra.

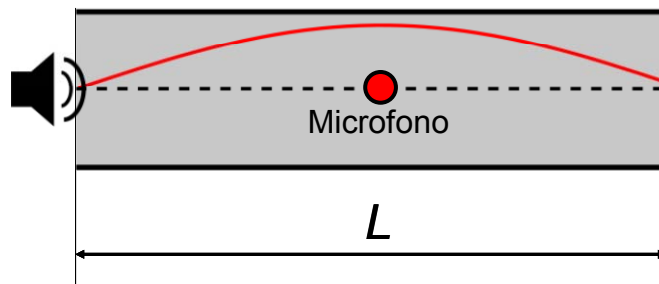


figura 5-24: Forma dell'onda stazionaria all'interno del condotto aperto-aperto dell'impronta a terra. Il sensore numerico acquisisce il segnale di pressione al centro del condotto.

Il condotto del caso in esame può essere schematizzato come quello aperto-aperto di figura 5-24. La condizione di pressione all'entrata e all'uscita dal condotto è $p'=0$. Le due posizioni estreme del condotto vengono chiamate nodi dell'onda acustica mentre nella posizione centrale l'onda stazionaria di pressione raggiunge l'ampiezza massima, il centro del condotto è chiamato anti-nodo. La frequenza risonante a meno di correzioni di lunghezza è data da:

$$f_r = \frac{nc}{2L} \tag{4.27}$$

dove n è il numero d'onda. La fondamentale del condotto deve avere quindi una frequenza pari a 2125Hz.

Nella punto in cui abbiamo posizionato il nostro microfono ci aspettiamo quindi l'ampiezza massima dell'onda, rendendo percentualmente meno importante l'errore di troncamento. Inoltre siamo sicuri di essere in prossimità (all'interno di una lunghezza d'onda) del punto di generazione del rumore aerodinamico, quindi anche l'effetto dell'errore dispersivo potrà essere trascurato.

In figura 5-25 viene riportato il segnale di pressione interno al condotto a cui è stato sottratto il valore medio.

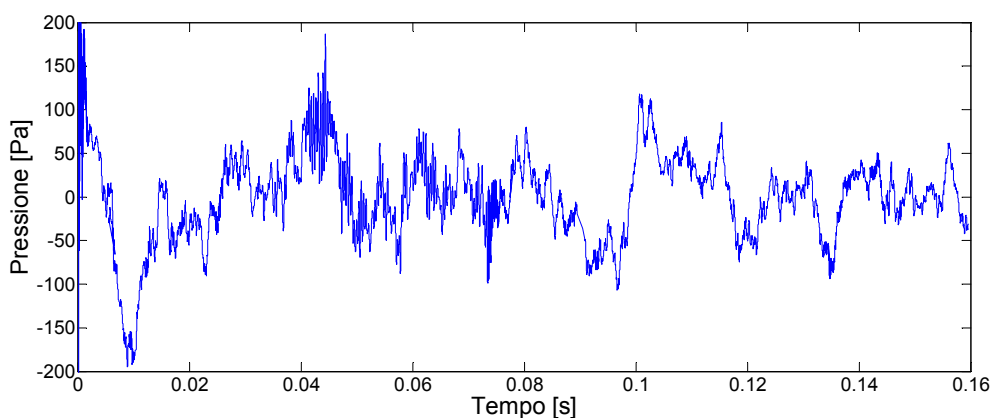


figura 5-25: Segnale di pressione registrato dal sensore numerico posto al centro del condotto.

Il segnale di pressione dell'ultima parte del calcolo (vedi tabella 5-2) è stato dapprima trattato con una finestra di Tukey con un rapporto di restringimento pari a 0.001, pesato A (figura 5-26 a destra) e in fine analizzato per mezzo di una FFT. L'analisi in frequenza del segnale non mostra picchi di risonanza ben delineati. Attorno ai 1800 Hz si può intuire una leggera sporgenza dello spettro dall'andamento lineare (logaritmico) decrescente. Il campione temporale è troppo ridotto per comprendere se effettivamente la simulazione riesca a descrivere l'onda stazionaria all'interno del condotto. Se così fosse il fattore di correzione della lunghezza del condotto andrebbe rivisto e portato a circa 7.2 mm, circa 2 volte la dimensione della sezione.

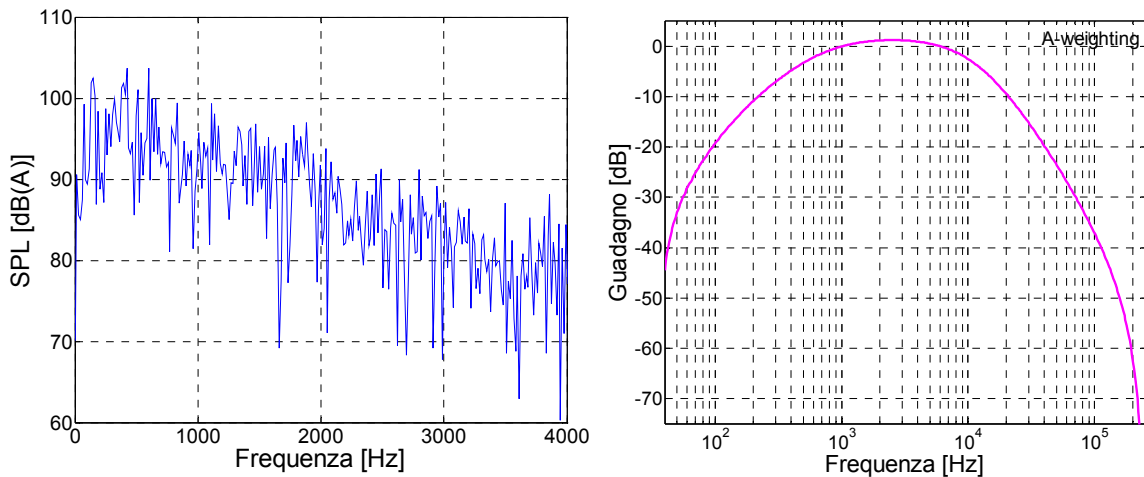


figura 5-26: A sinistra, livello di pressione sonora pesato (A) del segnale di pressione all'interno del condotto. A destra, la funzione di trasferimento del filtro (A).

In figura 5-27 il segnale di pressione è stato filtrato in bande di terzi d'ottava.

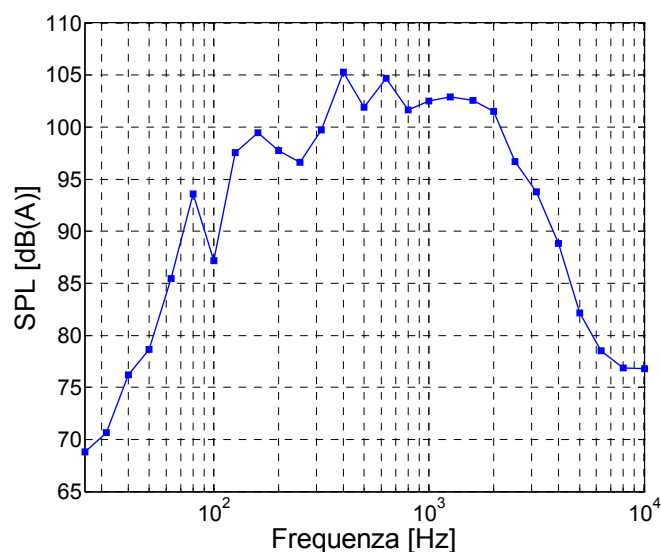


figura 5-27: Livelli di pressione sonora pesati (A) del segnale di pressione al centro del condotto in bande di terzi d'ottava.

L'analisi diretta del campo acustico derivato dal calcolo LES non mostra chiari segni di risonanza del condotto. L'analisi in frequenza del segnale di pressione mostra infatti un andamento a banda larga tra i 200 e i 2000Hz. A questo punto possiamo fare due considerazioni: l'aerodinamica descritta dalla LES produce uno spettro a banda larga che contiene la frequenza di risonanza, la generazione acustica non si riesce però ad accoppiare con la geometria del condotto a causa dell'incompressibilità del fluido definita dal solutore. Sotto questa condizione la velocità di propagazione dell'onda acustica diventa infinità e con essa la frequenza di risonanza del condotto.

Il modello di FW-H è stato attivato nell'ultima parte della simulazione LES, quella dedicata allo studio dell'aeroacustica del pneumatico in rotolamento. Il modello implementato in Fluent trascura i termini sorgente di volume di equazione (2.57), che sono associati a una distribuzione spaziale di quadrupoli, asserendo che per bassi numeri di Mach e in presenza di flusso confinato questi termini diventano pressochè nulli. Gli unici termini che vengono considerati nel calcolo acustico sono quindi quelli di superficie associati a distribuzioni di monopoli e dipoli. Il campo acustico che registra il ricevitore sarà quello relativo al *thickness noise* e al *loading noise*, per la distribuzione di monopoli e dipoli rispettivamente. Seppure questa assunzione sia sensata dal punto di vista numerico, ci priva di una informazione molto utile ai fini dell'indagine scientifica.

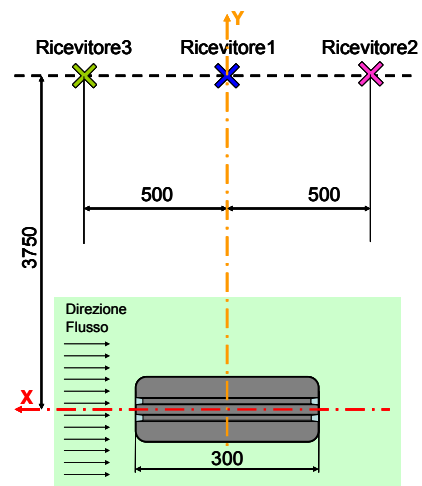


figura 5-28: Disposizione spaziale dei 3 ricevitori del modello FW-H.

Nel campo lontano sono stati disposti tre ricevitori ad un'altezza di 0.6m da terra come mostrato in figura 5-28. Le dimensioni riportate sono quelle del test di pass-by ridotto del fattore di scala utilizzato nel modello. I ricevitori sono stati distanziati di 0.5m l'uno dall'altro per valutare la direttività delle sorgenti acustiche. Una volta definiti i microfoni numerici il codice di calcolo ha bisogno di identificare le pareti associate alle sorgenti aeroacustiche che in questo caso sono il pneumatico e il suolo.

In figura 5-29 viene mostrato il risultato della analogia aeroacustica, cioè l'integrale di eq. (2.57) del *thickness noise* e al *loading noise* sulla superficie del modello e della strada.

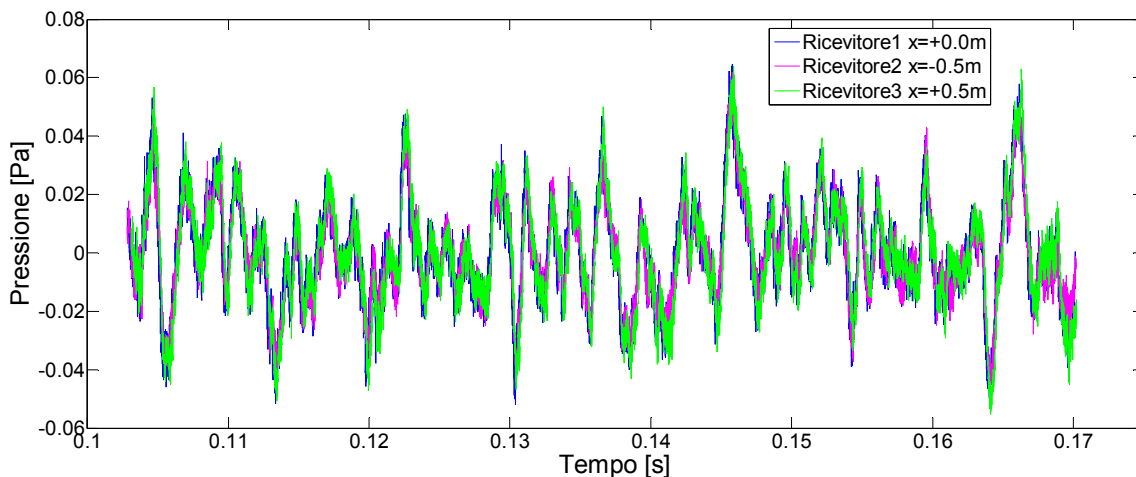


figura 5-29: Segnale di pressione registrato dai 3 ricevitori di figura 5-28.

I tre segnali di pressione sono leggermente sfasati nel tempo a causa del differente tempo che impiega l'onda acustica emessa da una sorgente a raggiungere le posizioni dei tre ricevitori. Le differenti ampiezze dei segnali sono invece indicazione della direttività della sorgente e della distanza percorsa dall'onda.

L'analisi in frequenza dei segnali pesati A (figura 5-29) mostra un leggero picco tra i 1500 e i 2000 Hz.

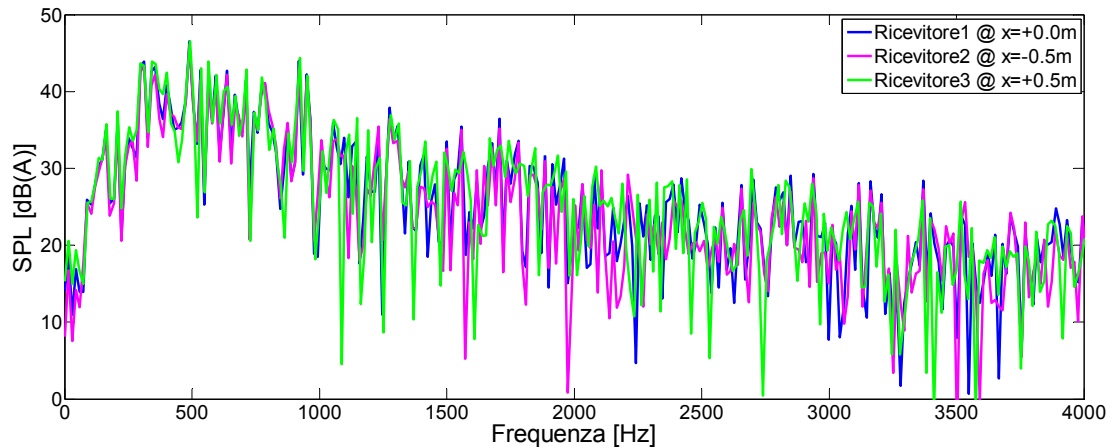


figura 5-30: Livelli di emissione sonora pesati (A) dei segnali di pressione registrati dai 3 ricevitori nel campo lontano.

In figura 5-30 gli stessi segnali sono stati filtrati in bande di terzi d'ottava. E' interessante notare come il ricevitore 3 posto mezzo metro a monte del modello presenti livelli di pressione acustica maggiori del ricevitore posto a valle fino ai 3000 Hz, dopo di che il rapporto si inverte. Il ricevitore 1 pur trovandosi alla distanza minore dalla sorgente compatta costituita dal flusso d'aria attorno al pneumatico mostra un comportamento medio tra i due ricevitori. Sembrerebbe quindi che la direzione di propagazione di massima intensità sia rivolta verso le x positive, in direzione opposta a quello del flusso.

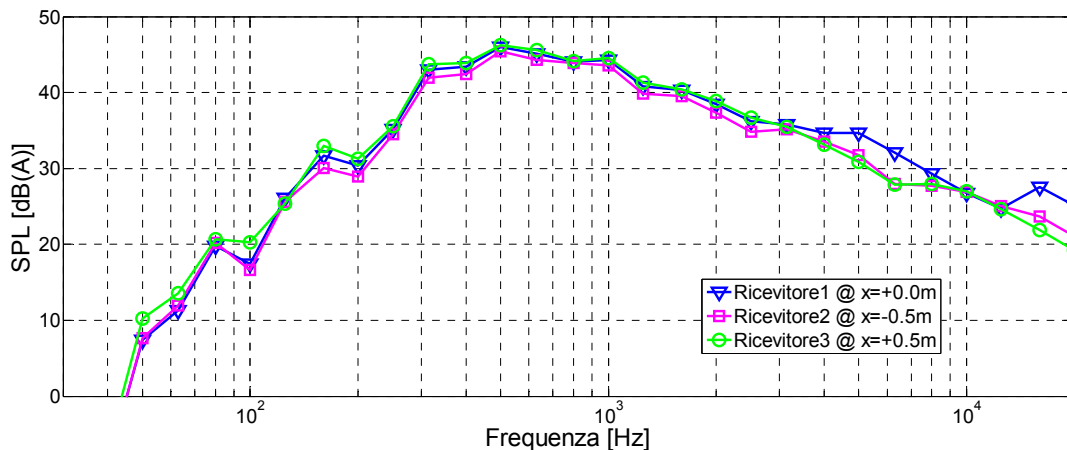


figura 5-31: Livelli di pressione sonora pesati (A) in bande di terzi d'ottava dei segnali di pressione registrati dai 3 ricevitori in campo lontano.

Le sorgenti aeroacustiche di parete forniscono un'interessante tendenza che andrebbe verificata sperimentalmente. A puro titolo speculativo mostriamo in figura 5-32 il confronto tra lo spettro del ricevitore 3 dell'analisi LES e quello di una prova di pass-by

con pneumatici slick con 4 scanalature longitudinali. Il raffronto non ha alcun significato in termini quantitativi perchè nel test reale al rumore generato aerodinamicamente si sommano tutti i meccanismi riassunti nella tabella 1-2 del capitolo 1.

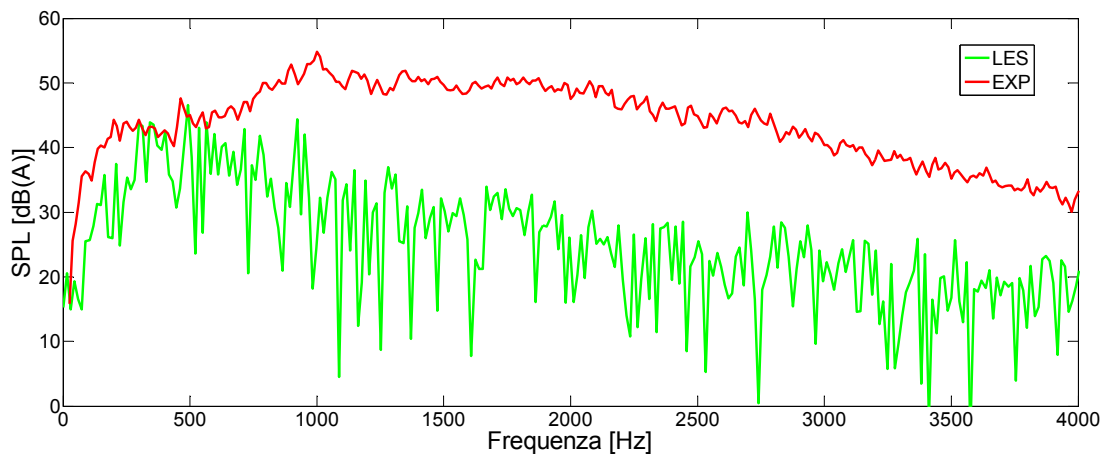


figura 5-32: Confronto tra gli spettri del test si pass-by sperimentale e quello predetto numericamente dalla LES associata al modello FW-H.

Data per scontata la differenza tra modello e caso reale bisogna comunque notare che allo spettro simulato manca la componente tonale dei canali facilmente identificabile nello spettro sperimentale a 1000 Hz.

L'analisi ibrida condotta finora non permette di comprendere se la maggiore direttività frontale del modello sia dovuta alla presenza del vortice di getto di figura 5-23 sulla parete laterale del pneumatico oppure alla separazione che avviene all'ingresso del canale in prossimità di uno spigolo del modello (figura 5-21). Sarebbe utile a tale scopo visualizzare la componente del tensore di Lighthill allineata al ricevitore in differenti istanti di tempo. Questa elaborazione permetterebbe di valutare il reale contributo delle sorgenti di volume al totale delle emissioni aeroacustiche e di verificare la non stazionarietà dei fenomeni fluidodinamici su cui ci stiamo concentrando.

Il tensore di Lighthill non è tra gli output di Fluent, gli unici campi disponibili sono la pressione statica, le tre componenti di velocità e le loro derivate prime. La distribuzione di sorgenti di volume è stata costruita operando algebricamente sulle visualizzazioni disponibili. La teoria di Powell e Howe sul *Vortex Sound* [71,72] assumendo che la sorgente aerodinamica sia localizzata e compatta e che il numero di Mach del flusso sia sufficientemente basso riscrivere l'analogia di Lighthill (2.40) come:

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 p'}{\partial x_i^2} = \rho_0 \nabla \cdot (\omega \times u) \quad (4.28)$$

che è chiamata equazione del suono dei vortici (*Vortex Sound equation*). Come mostrato da Jordan et al. [73] il termine sorgente della (4.28), chiamato *Lamb Vector*, è uno dei termini in cui può essere decomposto il tensore di Lighthill. Insieme con il termine *TKE* di divergenza dell'energia cinetica totale rappresentano i due maggiori responsabili dell'emissione acustica per bassi numeri di Mach. Da una identità del prodotto vettoriale troviamo che:

$$\nabla \cdot (\omega \times u) = (\nabla \times \omega) \cdot u - \omega \cdot (\nabla \times u) = (\nabla \times \nabla \times u) \cdot u - |\omega|^2 \quad (4.29)$$

d'altra parte sappiamo che:

$$\nabla \times \nabla \times u = \nabla(\nabla \cdot u) - \nabla^2 u \quad (4.30)$$

Il primo termine a destra della (4.30) è nullo se consideriamo il fluido incomprimibile. Mettendo insieme la (4.29) e la (4.30) troviamo:

$$\nabla \cdot (\omega \times u) = -(\nabla^2 u) \cdot u - |\omega|^2 \quad (4.31)$$

Sostituendo il laplaciano della velocità della (1.14) alla (4.31) troviamo che:

$$\nabla \cdot (\omega \times u) = -\frac{1}{\nu} \left(\frac{1}{\rho} \nabla p + \nabla \cdot (uu) + \frac{\partial u}{\partial t} \right) \cdot u - |\omega|^2 \quad (4.32)$$

dove tutti i termini sono funzione delle variabili disponibili in Fluent.

In figura figura 5-33, figura 5-35 e figura 5-36 vengono mostrate le mappe di livello del *Lamb Vector* per le 3 zone critiche messe in evidenza nel capitolo 4. Abbiamo visto che all'uscita del condotto le formazioni vorticosi non hanno una struttura ad anello, che dalla teoria di Howe è fondamentale per la generazione del fischio aerodinamico. Dalle 2 istantanee di figura 5-33 è possibile notare che la distribuzione di termini sorgente prodotti dallo shear layer del getto non è stazionaria e soprattutto che le sorgenti acustiche non sono organizzate.

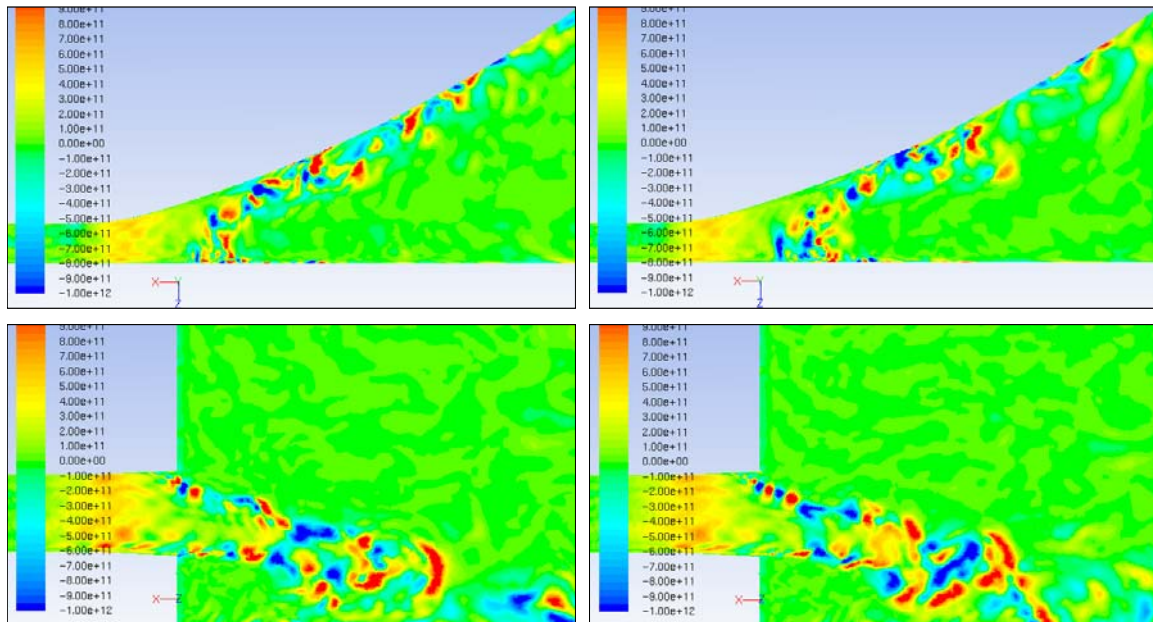


figura 5-33: Mappe di livello del *Lamb Vector* istantaneo su due piani di taglio ortogonali della regione di uscita del condotto. A sinistra $t=0.1585s$, a destra $t=0.1595s$. In alto, sezione su un piano ortogonale all'asse della ruota passante per la linea centrale del condotto. In basso, sezione su un piano parallelo al suolo a $z=0.5mm$.

Per comprendere cosa sta succedendo in tempo reale dobbiamo comunque riferirci alla soluzione integrale della equazione (4.28):

$$p(\mathbf{x}, t) = \frac{\rho}{4\pi} \int_V \frac{\nabla \cdot (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{u}) \Big|_{[\mathbf{y}, t - |\mathbf{x} - \mathbf{y}|/c]}}{|\mathbf{x} - \mathbf{y}|} d^3 \mathbf{y} \quad (4.33)$$

L'equazione (4.33) ci dice che per determinare il reale contributo istantaneo della sorgente aeroacustica dovremmo considerarlo in un sistema di riferimento distorto nello spazio-tempo, dove $q = q(\mathbf{y}, t - |\mathbf{x} - \mathbf{y}|/c)$, e la pressione registrata dall'osservatore è data dalla somma su tutto lo spazio del campo sorgente distorto. In figura 5-34 [74] viene mostrato il termine sorgente di Lighthill calcolato su una analisi DNS di una mixing-layer bidimensionale. Come il flusso evolve dalla sinistra alla destra, gli archi tratteggiati, che rappresentano il percorsi di integrazione distorti in un uno spazio-tempo reale, si muovono attraverso il campo di moto. L'esempio riportato mostra come un flusso maggiormente disorganizzato (a destra) produce una maggiore variazione del segnale di pressione nella posizione del ricevitore e quindi una maggiore emissione acustica.

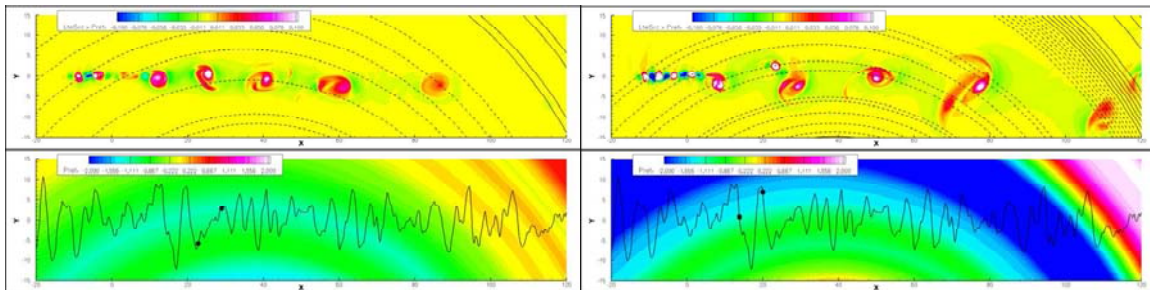


figura 5-34: Nella parte alta, istantanee del termine sorgente di Lighthill ottenute da Eschricht et al. [74] dalla DNS di Wei, FreundWei e Freund [75]. Le linee tratteggiate rappresentano i percorsi di integrazioni distorti dal tempo di emissione. In basso il relativo segnale di pressione integrato sulle linee tratteggiate. La distribuzione disorganizzata delle sorgenti di destra genera una maggiore oscillazione del segnale di pressione.

Al contrario il campo di sorgenti mostrato in figura 5-35, relativo al flusso che si incanala nell'impronta a terra, è stazionario e organizzato. Possiamo supporre quindi che il suo contributo alla emissione acustica globale sia molto basso.

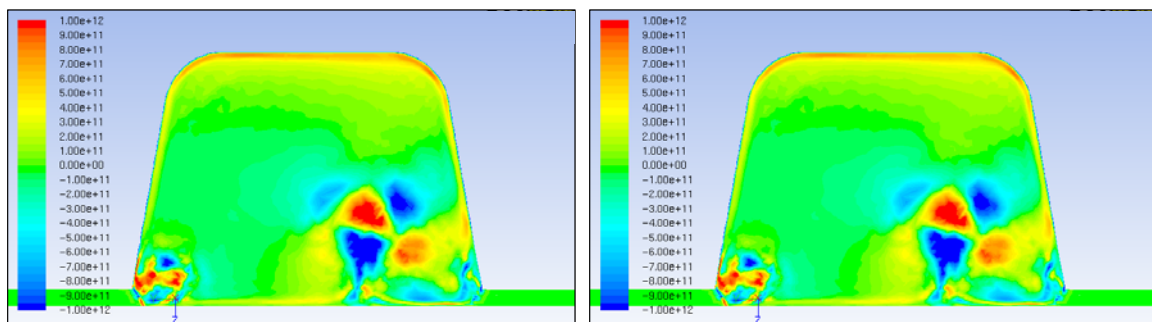


figura 5-35: Istantanee del *Lamb Vector* su una sezione ortogonale all'asse del condotto, 5 mm a valle del bordo d'entrata. A sinistra $t=0.1585s$, a destra $t=0.1595s$.

Naturalmente questa intuizione necessita di ulteriori conferme sia numeriche che sperimentali, ma alla luce dei risultati ottenuti possiamo concludere che la direttività

acustica del pneumatico in rotolamento, evidenziata dall'analisi dei segnali prodotti dal modello FW-H implementato in Fluent, sia da attribuire al vortice di getto che si distacca dalla parete laterale del modello. Per questa macro struttura vorticoso infatti valgono sia le condizioni di non-stazionarietà che disorganizzazione delle sorgenti aeroacustiche (vedi figura 5-36).

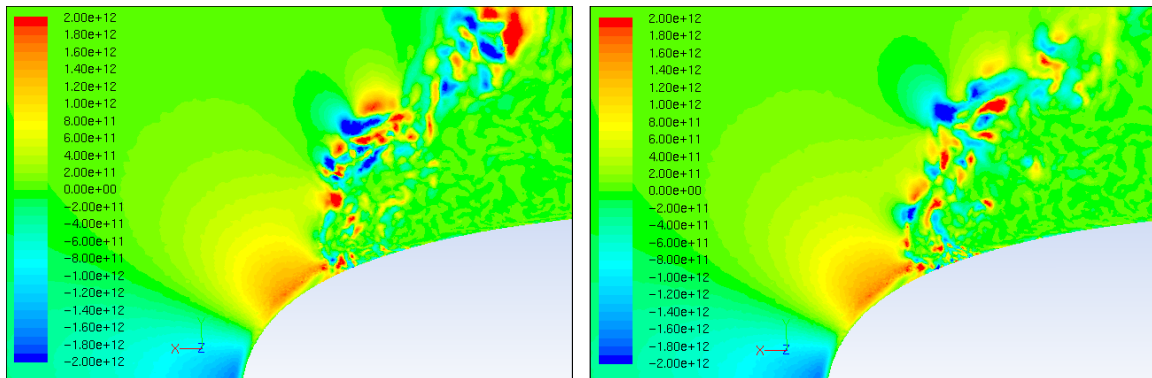


figura 5-36: Istantanee del *Lamb Vector* su una sezione parallela al suolo, a 1 mm di altezza. A sinistra $t=0.1585s$, a destra $t=0.1595s$.

In conclusione, la simulazione *Large Eddy Simulation* del pneumatico in rotolamento si è rivelata molto utile nel comprendere i meccanismi di generazione del rumore aeroacustico. Le difficoltà nella generazione della griglia e quelle relative al costo computazionale sono state superate sollevando di 0.028 mm il modello e trasformando le celle tetraedriche in poliedriche a 12 e 14 facce. Dall'analisi aerodinamica abbiamo mostrato la configurazione spaziale delle strutture vorticoso evidenziando l'assenza di vortici ad anello (o parte di) nel getto di uscita del condotto. L'analisi diretta dei segnali di pressione ha mostrato che l'aerodinamica del pneumatico in rotolamento genera uno spettro di pressione a banda larga (tra i 200 e i 2000 Hz) all'interno del condotto che poi non riesce a legarsi alla frequenza propria del condotto a causa dell'incompressibilità del solutore. L'analisi aeroacustica ibrida per mezzo del modello di FW-H ha fornito indicazioni circa la direttività dell'emissione acustica simile a quella di un dipolo orientato in direzione longitudinale. Infine grazie alle mappe di livello delle sorgenti aeroacustiche di volume (*Lamb Vector*) abbiamo compreso quali strutture vorticoso hanno le caratteristiche necessarie alla generazione di rumore aerodinamico, in particolare questa analisi ci ha permesso di escludere la separazione che avviene all'ingresso del condotto tra le probabili cause del rumore.

D'altra parte sono emersi i numerosi limiti che questo genere di analisi presenta. Ad oggi, l'elevato tempo di calcolo della simulazione LES non rende questo strumento fruibile dal punto di vista industriale dove i tempi di sviluppo del prodotto sono molto ridotti. L'ordine dello schema di discretizzazione ha imposto una riduzione del passo temporale per eliminare le oscillazioni numeriche del campo di pressione che avrebbero compromesso la validità dell'analisi. Il problema può essere risolto unitamente a una riduzione del dominio di calcolo aumentando l'accuratezza dello schema.

La modellazione in simmetria che ben si adatta all'analisi RANS, vincola in maniera non fisica il calcolo non stazionario producendo una diversa evoluzione del flusso separato.

Le analogie aeroacustiche e in particolare la FW-H impongono che il flusso sorgente sia posto in condizioni di campo libero, la presenza del condotto all'interno dell'impronta a

terra viola tale condizione. Questo tipo di modellazione non tiene conto delle riflessioni dell'onda acustica all'interno del canale.

Oltretutto usando il modello di FW-H per stimare l'intensità del rumore prodotto aerodinamicamente, ma lo stesso discorso vale per tutte le analogie aeroacustiche, abbiamo implicitamente assunto che le sorgenti acustiche fossero indipendenti dal campo acustico. Nel caso del condotto risonante l'oscillazione delle onde di pressione implica l'esistenza di una controreazione acustica sul campo aerodinamico. L'onda di pressione che si sostiene all'interno del condotto interagisce con le strutture aerodinamiche intrinsecamente instabili (getti, shear layer) in prossimità degli spigoli dove il flusso separa dalla parete. La frequenza di distacco dei vortici si lega (fenomeno del *Lock-In*) con quella acustica rendendo poco significativo l'approccio ibrido al problema aeroacustico. Nel nostro caso il getto che sembra stazionario alla sezione di entrata del condotto potrebbe essere modulato dall'onda acustica stazionaria che si instaura al suo interno. In un possibile sviluppo del presente lavoro si potrebbe adottare l'approccio presentato da Tan, Thompson e Hourigan nel 2003 per la risonanza indotta in un condotto da un piatto rettangolare [77]. In questo lavoro il flusso a basso numero di Mach viene considerato incomprimibile e modellato separatamente dal campo acustico. In particolare, il calcolo del campo di moto fornisce le sorgenti acustiche alla parte propagativa. La controreazione del campo acustico sul campo di moto viene riprodotta imponendo condizioni di velocità all'ingresso del dominio che oscillano alla frequenza di risonanza del condotto. Questo tipo di modellazione riesce a mimare le instabilità generate dalle fluttuazioni acustiche riproducendo il fenomeno del *locking*. Usando il modello proposto da Howe [78,79,80] si riesce a determinare la direzione di trasferimento dell'energia tra il campo acustico e quello fluidodinamico. Secondo la teoria, la risonanza può essere sostenuta se il flusso di energia al campo acustico è positivo.

Riferimenti Bibliografici

1. FEHRL Report – Final Report SI2.408210 Tyre/Road Noise – Volume 1.
2. FEHRL Report – Final Report SI2.408210 Tyre/Road Noise – Volume 2.
3. “EC Regulation on type-approval requirements for the general safety of motor vehicles and tyres”, COM(2008)316, 2008.
4. “Direttiva 2001/43/CE del parlamento europeo e del consiglio”, Gazzetta ufficiale delle Comunità europee, 27 giugno 2001.
5. Sandberg, U., Descornet, G., “Road Surface influence on Tire/Road Noise – Part I” Proc. of Inter-Noise 80, Miami, pp 259-272, 1980.
6. Sandberg, U., Descornet, G., “Road Surface influence on Tire/Road Noise – Part II”, Proc. of Inter-Noise 80, Miami, pp 259-272, 1980.
7. Sandberg U., Ejsmont, J.A., “Tyre/Road Noise Reference Book”, INFORMEX, Sweden, 2002.
8. Anderson, J.D.Jr., “Computational Fluid Dynamics: The Basics with Applications”, McGraw-Hill Series in Mechanical Engineering, Mc Graw Hill, 1995.
9. Ferziger, J.H., Peric, M., “Computational Methods for Fluid Dynamics”, Springer, 3rd Ed., 2001.
10. Kolmogorov, A.N., “Dissipation of energy in the locally isotropic turbulence”, Comptes Rendus (Doklady) de l’Académie des Sciences de l’URSS, XXXII(1):16-18, 1941.
11. Launder, B. E., Spalding, D. B., “Lectures in Mathematical Models of Turbulence”. Academic Press, London, England, 1972.
12. Shih, T.H., Liou, W.W., Shabbir, A., Yang, Z., Zhu, J., “A New $k - \varepsilon$ Eddy-Viscosity Model for High Reynolds Number Turbulent Flows - Model Development and Validation”. Computers Fluids, 24(3):227-238, 1995.
13. Reynolds, W.C., “Fundamentals of turbulence for turbulence modeling and simulation”. Lecture Notes for Von Karman Institute Agard Report No. 755, 1987.
14. Kim, S.E., Choudhury, D., “A Near-Wall Treatment Using Wall Functions Sensitized to Pressure Gradient”. ASME FED 217, Separated and Complex Flows. ASME, 1995.
15. Rogallo, R.S., Moin, P. “Numerical Simulation of turbulent flows”, Annual Review of Fluid Mechanics, 16:99-137, 1984.
16. Sagaut, P., “Large-Eddy Simulations for Incompressible Flows. An Introduction”, Springer-Verlag, Berlin, 2nd edition, 2002.
17. Leonard, A., “Energy cascade in large-eddy simulations of turbulent fluid flows”, Advances in Geophysics A, 18:237-248, 1974.
18. Smagorinsky, J., “General circulation experiments with the primitive equations. I: The basic experiment”, Monthly Weather Review, 91(3):99-165, 1963.
19. Germano, M., Piomelli, U., Moin, P., Cabot, W.H., “A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model”, Physics of Fluids A, 3(7): 1760-1765, 1991.
20. Lighthill, M.J., “On sound generated aerodynamically. Part I: General theory”, Proceedings of the Royal Society of London, A211:564-587, 1952.
21. Ffowcs Williams, J.E., Hawkings, D.L. : “Sound generated by turbulence and surfaces in arbitrary motion”, Philosophical Transactions of the Royal Society of London Series A, 264(1151):321-342, 1969.
22. Ingard, K.U., Labate, S., “Acoustic circulation effects and the non-linear impedance of orifices”, Journal of the Acoustical Society of America, 22:211-218, 1950.

23. Dalmont, J.P., Nederveen, C.J. Dubos, V., Ollivier, S., Méserette, V., Sligte, E., “Experimental determination of the equivalent circuit of an open side hole: Linear and non-linear behaviour”, *EAA*, 46:567-575, 2002.
24. Morse, P.M., Ingard, K.U., “Theoretical Acoustics”, McGraw-Hill Book Company, New York, 1968.
25. Fahy, F., Walker, J., ”Fundamentals of Noise and Vibration”, E & FN SPON, London, 1998.
26. Lighthill, M.J., “On sound generated aerodynamically. Part II: Turbulence as source of sound”, *Proceedings of the Royal Society of London*, A222:1-32, 1954.
27. Lighthill, M.J., “Jet Noise”, *AIAA Journal*, 1(7):1507-1517, 1963.
28. Powell, A., “Some Experimental Observations on the Behaviour of Free Air Jets”, 1st Noise Research Interim Note, Dep. of Aeronautical Engineering, Univ. College, Southampton, 1951.
29. Lassiter, Leslie W., Hubbard, Harvey H., “Experimental Studies of Noise form Subsonic Jets in Still Air”, NACA TN 2757, 1952.
30. Fitzpatrick, H.M., Lee, R., “Measurements of Noise Radiated by Subsonic Air Jets”. Rep 835, David W. Taylor Model Basin, Navy Dep, 1952.
31. Morfey, C.L., ”Amplification of aerodynamic noise by convected flow inhomogeneities”, *Journal of Sound and Vibration*, 31:391-397, 1973.
32. Verzicco, R., Iafrazi, A., Riccardi, G., Fatica, M., ”Analysis of the sound generated by the pairing of two axisymmetric co-rotating vortex rings”, *Journal of Sound and Vibration*, 200:347-358.
33. Goldestein, M.E., ”Aeroacoustics”, McGraw-Hill Book Company, New York, 1976.
34. Hubbard, H.H., ”Aeroacoustics of Flight Vehicles: Theory and Practice” Volume I Noise Sources; Volume 2 Noise Control (NASA Reference Publication 1258), Acoustical Society of America, 1995.
35. Curle, N.: “The influence of Solid Boundaries Upon Aerodynamic Sound”, *Proceedings Royal Society London*, A231(1187):505-514, 1955.
36. Rienstra, S.W., Hirschberg, A., “An Introduction to Acoustics”, Eindhoven University of Technology, 2005.
37. Merkli, P., Thomann, H., “Transition to turbulence in oscillating pipe flow”. *Journal of Fluid Mechanics*, 68:567–575, 1975.
38. Eckmann, D.M., Grotberg, J.B., “Experiments on transition to turbulence in oscillatory pipe flow”. *Journal of Fluid Mechanics*, 222:329–350, 1991.
39. Akhavan, R., Kamm, R.D., Shapiro, A.H., “An investigation of transition to turbulence in bounded oscillatory Stokes flows”. Part 1, experiments. *Journal of Fluid Mechanics*, 225:395–422, 1991.
40. Verzicco, R., Vittori, G., “Direct simulation of transition in Stokes boundary layer”. *Physics of Fluid A*, 8:1341–1343, 1996.
41. Bechert, D.W., Michel, U., Pfizenmaier, E., “Experiments on the transmission on sound through jets”. *AIAA Journal*, 16:873–874, 1978. AIAA paper 77-1278, AIAA 4th Aeroacoustics Conference, Atlanta, Georgia, 3-5 October 1977.
42. Howe, M.S., “Attenuation of sound in a low Mach number nozzle flow”. *Journal of Fluid Mechanics*, 91:209–229, 1979.
43. Sung-Eun, K.: ”Large Eddy Simulation of Turbulent Flow Past a Circular Cylinder in Subcritical Regime”, 44th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, Nevada, 2006.
44. Lourenco, L. M. ad Shih, C., “Characteristics of the Plane Turbulent Near-Wake of a Circular Cylinder – A Particle Image Velocimetry Study,” Private Communication (Data taken from Reference [1]), 1993.

45. Norberg, C., 1998, "LDV Measurements in the Near-Wake of a Circular Cylinder", *Advances in Understanding of Bluff Body Wakes and Vortex-Induced Vibration*, Washington D.C., 1998.
46. Govardhan, R. and Williamson, C. H. K., "Mean and Fluctuating Velocity Fields in the Wake of a Freely-Vibrating Cylinder," *J. Fluids and Structures*, 15, pp. 489 – 501, 2001.
47. Axon, L. Garry, K., Howell, J., "An evaluation of CFD for modeling the flow around stationary and rotating isolated wheels". SAE n° 980032, 1998.
48. Axon, L. Garry, K., Howell, J., "The influence of ground condition on the flow around a wheel located in a wheelhouse cavity". SAE n° 1999-01-0806, 1999.
49. Mears, A.P., Crossland, S.C., Dominy, R.G., "An investigation into the flow-field about an exposed racing wheel". SAE n° 2004-01-0446, 2004.
50. Wäschle, A., Cyr, S., Kuthada, T., Wiedemann, J., "Flow around an isolated wheel – Experimental and numerical comparison of two CFD codes", SAE n° 2004-01-0445, 2004.
51. Fackrell, J. E., "The aerodynamics of an isolated wheel rotating in contact with the ground". PhD Thesis, University of London, 1974.
52. Cogotti, A., "Aerodynamic characteristics of car wheels". *Int. journal of vehicle design*, Special publication SP3, ISBN 0 90777601 9, 1983.
53. Mercker, E., Bernerburg, H., "On the simulation of road driving of a passenger car in a wind tunnel using a moving belt and rotating wheels". 3rd Int. Conf. Innovation and Reliability, Florence, April 8-10, 1992.
54. Morelli, A. "A new aerodynamic approach to advanced automobile basic shapes", SAE n° 2000-01-0491, 2000.
55. Thivolle-Cazat, E., Gilliéron, P., "Flow analysis around a rotating wheel". 13th Int Symp on Applications of Laser Techniques to Fluid Mechanics Lisbon, Portugal, 2006.
56. Biedron, R.T., Rumsey, C.L., Podboy, G.G., Dunn, M.H., "Predicting the Rotor-Stator Interaction Acoustics of a Ducted Fan Engine", AIAA Paper 2001-0664, 2001.
57. Manoha, E. Troff, B., Sagaut, P., "Trailing-edge noise prediction using large-eddy simulation and acoustic analogy", *AIAA Journal*, 38:575-583, 2000.
58. Boersma, B.J., "Large-Eddy simulation of the sound field of a round turbulent jet", *Proceedings of the International Workshop on "LES for Acoustics"*, German Aerospace Center, DLR, Göttingen, Germany, DGLR-Report 2002-03, 2002.
59. Leonard, B. P., "The ULTIMATE conservative difference scheme applied to unsteady one-dimensional advection". *Comp. Methods Appl. Mech. Eng.*, 88:17-74, 1991.
60. Choi, S.K., Nam, H.Y., Cho, M., "A comparison of high-order bounded convection schemes", *Computational Methods in Applied Mechanics and engineering*, 121:281-301, 1995.
61. Gaskell, P.H., Lau, A.K.C., "Curvature-compensated convective transport: SMART, a new boundedness-preserving transport algorithm", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 8(6):617-641, 1988.
62. Armsfield, S., Street, R., "The Fractional-Step Method for the Navier-Stokes Equations on Staggered Grids: Accuracy of Three Variations". *Journal of Computational Physics*, 153:660-665, 1999.
63. Dukowicz, J. K., Dvinsky, A. S., "Approximate Factorization as a High-Order Splitting for the Implicit Incompressible Flow Equations". *Journal of Computational Physics*, 102:336-347, 1992.

64. Glaz, H.M., Bell, J.B., Colella, P., "Second-Order Projection Method for the Incompressible Navier-Stokes Equations". *Journal of Computational Physics*, 85:257, 1989.
65. Glaz, H.M., Bell, J.B., Colella, P., "An Analysis of the Fractional-Step Method". *Journal of Computational Physics*, 108:51-58, 1993.
66. Pope, S.B., "Turbulent Flows", Cambridge University Press, Cambridge, U.K, 2001.
67. Sreenivasan, K. R., "On the universality of the Kolmogorov constant". *Phys. Fluids*. 7:2778-2784, 1995.
68. Jeong, J., Hussain, F., "On the identification of a vortex", *Journal of Fluid Mechanics*, 285:69-94, 1995.
69. Holger, D.K., Wilson, T.A., Beavers, G.S., "Fluid mechanics of the edge tone", *Journal of the Acoustical Society of America*, 62:1116-1128, 1977.
70. Powell, A. "Theory of vortex sound", *Journal of Acoustic Society of America*, 36:177-195, 1964.
71. Howe, M.S. "Theory of Vortex Sound", Cambridge University Press, Cambridge, U. K., 2003.
72. Cabana, M., Fortun, V., Jordan, P., "Identifying the radiating core of Lighthill's source term," *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 22(2):87–106, 2008.
73. Eschricht, D., Jordan, P., Wei, M., Freund, J., Thiele, F., "Analysis of noise-controlled shear-layers", 28th AIAA Aeroacoustics Conference AIAA 2007-3660, 2007.
74. Eschricht, D., Wei, M., Jordan, P., Freund, J., Thiele, F., "Analysis of two-dimensional noise controlled mixing-layers", AIAA Paper AIAA-2007-3660, 2007.
75. Wei, M., Freund, J., "A noise controlled free shear flow". *Jnl. Fluid Mechanics*, 546:123–152, 2006.
76. Tan, B. T., Thompson, M. C., Hourigan, K., "Sources of acoustic resonance generated by flow around a long rectangular plate in a duct". *J. Fluids Struct.* 18:729, 2003.
77. Howe, M.S., "Contributions to the theory of aerodynamic sound, with applications to excess jet noise and the theory of the flute". *Journal of Fluid Mechanics* 71:625–673, 1975.
78. Howe, M.S., "The dissipation of sound at an edge". *Journal of Sound and Vibrations* 70:407–411, 1980.
79. Howe, M.S., "Acoustics of Fluid–Structure Interactions". Cambridge Monographs on Mechanics. Cambridge University Press, Cambridge, U.K, 1998.